

TRATTATO DI FISICA

LIBRO SECONDO

O. D. CHWOLSON - Professore ordinario all'Università imperiale di San Pietroburgo

traduttore: E. Davaux (Ingegnere della Marina)

Edizione rivista e notevolmente accresciuta dall'Autore

Parigi - 1906

O. D. CHWOLSON

PROFESSEUR ORDINAIRE A L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE ST-PÉTERSBOURG

TRAITE DE PHYSIQUE

OUVRAGE TRADUIT SUR LES ÉDITIONS RUSSE & ALLEMANDE

PAR

E. DAVAUX

INGÉNIEUR DE LA MARINE

Édition revue et considérablement augmentée par l'Autour

SUIVIE DE

Notes sur la Physique théorique

PAR

E. COSSERAT

Professeur
à la Faculté des Sciences
de l'Université de Toulouse

F. COSSERAT

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées
Ingénieur en Chef
à la C^{te} des Chemins de fer de l'État

TOME DEUXIÈME

PREMIER FASCICULE

**Emission et absorption de l'énergie rayonnante, Vitesse
de propagation, Réflexion et Réfraction**

Avec 105 figures dans le texte

Ottava parte - L'Energia radiante

Emissione e assorbimento dell'energia radiante, Velocità di propagazione, Riflessione e rifrazione.

1 Introduzione

1. Etere.

Abbiamo già detto, al § 4 della Parte prima, che oltre alla materia che incontriamo allo stato solido, liquido o gassoso, e sotto forma di corpi semplici o di combinazioni chimiche, la fisica moderna ammette l'esistenza di una particolare sostanza che riempie lo spazio chiamata *etere*. Ignoriamo quasi completamente le proprietà dell'etere, sebbene conosciamo molto esattamente le leggi che governano certi fenomeni, la cui intima causa risiede, senza alcun dubbio, nei cambiamenti che si verificano all'interno di questa sostanza.

Queste modificazioni possono essere di due tipi: *modificazioni statiche*, costituite da spostamenti interni dell'etere, in *deformazioni* più o meno analoghe forse alle deformazioni elastiche che abbiamo riscontrato nello studio dello stato solido dei corpi: dilatazioni, torsioni, ecc. ; 2. *modificazioni dinamiche*, cioè movimenti che avvengono nell'etere; questi movimenti sembrano in grado di presentare caratteri molto diversi; ricordano, in alcuni casi particolari; i movimenti di corpi allo stato solido o allo stato liquido; possiamo designarli tutti sotto il termine comune di *perturbazioni* o *disturbi*.

Le deformazioni e le perturbazioni dell'etere costituiscono la fonte di fenomeni estremamente vari che si chiamano fenomeni ottici ed elettrici; conosciamo le leggi di questi fenomeni, ma non siamo ancora in grado di indicare le deformazioni e le perturbazioni che, in ogni caso particolare, rappresentano, in maniera oggettiva, un fenomeno osservato. I diversi tentativi fatti da illustri scienziati, come Maxwell, Helmholtz e W. Thomson (Lord Kelvine), per spiegare le proprietà e definire la struttura dell'etere, secondo i caratteri esterni dei fenomeni ottici ed elettrici, non hanno ancora portato ad un risultato certo. È indubbio, in ogni caso, che le proprietà dell'etere devono differire essenzialmente dalle proprietà note della materia allo stato solido, liquido o gassoso.

La densità dell'etere è certamente molto bassa. Qualsiasi perturbazione, che si produce in questa sostanza, si propaga, da un luogo all'altro, con una velocità grandissima, che è approssimativamente

$$v = 3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \quad (1.0.1)$$

o 300000 chilometri al secondo. Abbiamo trovato (si veda §3, Cap. I, VII parte), per la velocità di propagazione delle *vibrazioni trasversali* in un mezzo isotropo, la formula

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}} \quad (1.0.2)$$

dove d indica la densità del mezzo, e la sua elasticità nella direzione dei movimenti trasversali, cioè il *modulo di taglio*. Vi sono numerosi fatti che dimostrano che le perturbazioni dell'etere, che si propagano per irraggiamento con la velocità data dalla formula (1), presentano il carattere di *moti trasversali* rispetto al raggio. Se applichiamo, al mezzo costituito dall'etere, tutti i ragionamenti e le considerazioni su cui ci siamo basati per studiare teoricamente la questione della propagazione per irraggiamento dei moti trasversali nei corpi allo stato solido, possiamo quindi esprimere questa velocità con la formula (2). Questi movimenti trasversali non sarebbero possibili né in corpi allo stato liquido, né in quelli allo stato gassoso, che non hanno resistenza al taglio. Confrontando le espressioni (1) e (2), e ammettendo, secondo considerazioni che saranno espone più avanti, che d è una quantità piccolissima, si trova che l'elasticità (modulo

di taglio) e dell'etere è estremamente grande, anche rispetto a quella di acciaio. Anche se l'etere possedesse la densità dell'acciaio, la sua elasticità dovrebbe essere $36 \cdot 10^{20}$ volte maggiore di quella dell'acciaio. Una particolarità dell'etere consiste nel fatto che non oppone un'apprezzabile resistenza a nessun movimento della materia ordinaria. Finora almeno i movimenti dei pianeti e delle comete non hanno mostrato traccia di tale resistenza.

Non c'è dubbio che *ogni movimento nell'etere è una manifestazione di energia in una forma particolare*, equivalente ad altre forme da cui proviene e in cui può essere trasformata. Così, l'energia dei movimenti visibili e invisibili (molecolari) della materia può essere trasformata nell'energia del movimento dell'etere, e viceversa. Già solo da questo fatto risulta che l'idea dell'etere implica la nozione di una *massa* che gli è propria, se non si vuole ammettere una nozione di energia generalizzata, oscura, e piuttosto metafisica che fisica dell'energia di movimento, dove il semi prodotto della massa per il quadrato della velocità sarebbe solo un caso particolare dell'energia di movimento, relativa alla materia tangibile, che, nella trasmissione dell'energia, dalla materia all'etere dovrebbe essere sostituita con qualcosa di completamente sconosciuto. W. Thomson (Lord Kelvin) ha trovato, come limite *inferiore* della densità d dell'etere (rispetto all'acqua)

$$d > \frac{4}{n^2} 10^{-26}$$

dove n è il rapporto tra la velocità massima, nel *movimento* di una particella di etere, e la velocità di propagazione v delle *perturbazioni* nell'etere data dalla formula (1). Ammettendo che n non sia maggiore di 0,02, W. Thomson ha ottenuto

$$d > 10^{-22}$$

Con una leggera modifica di certi ragionamenti dovuta a Glan Grätz ha trovato che; n^2 non è maggiore di $4,2 \cdot 10^{-8}$; ne consegue che

$$d > 10^{-18}$$

Grätz riuscì inoltre a trovare un limite *superiore* per d ; secondo lui, si avrebbe

$$d < 9 \cdot 10^{-16}$$

Abbiamo quindi qualche motivo di ammettere che la *densità d dell'etere, rispetto all'acqua, è dell'ordine di grandezza di*

$$10^{-17} \tag{1.0.3}$$

Prendendo $d = 10^{-17}$, si trova che una sfera d'etere di volume uguale a quello della sfera terrestre ha una massa di circa 10.000.000 di chilogrammi.

La velocità v indicata dalla formula (1) si riferisce solo all'etere libero, che riempie quello che viene chiamato spazio vuoto. La velocità di propagazione è diversa, per l'etere che è all'interno della materia ordinaria; con poche eccezioni, sarebbe meno che per l'etere libero. Fresnel ha preso come punto di partenza delle sue straordinarie opere teoriche, l'ipotesi che *la differenza di velocità fosse dovuta alla differenza di densità dell'etere nei vari mezzi*, e che di conseguenza (vedi formula (2)), la densità dell'etere fosse *maggiore* all'interno della materia ordinaria che nel vuoto.

Abbiamo visto che le vibrazioni *longitudinali* possono essere propagate nella materia allo stato gassoso, liquido o solido. La velocità di propagazione delle perturbazioni di questa natura dipende, tra l'altro, dalla *comprimibilità della materia*. Le perturbazioni trasversali, al contrario, sono possibili solo all'interno della materia allo stato *solido*; ma, in questo caso, possono esistere anche perturbazioni longitudinali. Queste si verificano anche nell'etere? Questa importante questione è evidentemente strettamente connessa con quella della *comprimibilità dell'etere*.

Non conosciamo alcun fenomeno che manifesti l'esistenza di perturbazioni longitudinali nell'etere; se ci sono tali perturbazioni, la loro energia non può che essere infinitamente piccola, rispetto a quella delle perturbazioni trasversali, ed esse sono possibili solo in due casi: o l'etere è infinitamente poco comprimibile e la velocità v' di propagazione delle perturbazioni longitudinali è infinitamente grande, oppure l'etere è molto comprimibile e la velocità v' è infinitamente piccola. Green è giunto al risultato che il secondo caso non può aver luogo, e che di conseguenza l'etere si avvicina, nelle sue proprietà, a sostanze quasi incompressibili, come la gomma e soprattutto la gelatina. Ma Lord Kelvin trovò, nel 1888, un errore nei calcoli di Green, e dimostrò che è il primo caso che non è possibile e che, di conseguenza, *la velocità di propagazione v' delle perturbazioni longitudinali nell'etere è infinitamente piccola*, e la comprimibilità di quest'ultimo infinitamente grande; secondo lui, l'etere si comporta in modo "analogo a quello della schiuma che si trova in un recipiente privo d'aria; l'aderenza alle pareti del recipiente, le cui dimensioni possono essere grandi quanto si vuole, impedisce qualsiasi contrazione spontanea della schiuma, nella quale possono propagarsi solo vibrazioni trasversali.

Tutti gli altri tentativi fatti per spiegare la costituzione interna e le proprietà dell'etere non hanno finora portato ad alcun risultato definitivamente stabilito.

2. Energia radiante.

Se si producono deformazioni nell'etere, esso acquista una certa riserva di energia potenziale; se è in movimento, contiene una riserva di energia cinetica. Un *moto periodico*, o più semplicemente un *moto vibratorio*, corrisponde ovviamente anche a una riserva di energia, che viene trasmessa all'etere nel luogo in cui si produce il moto. Si propaga per irraggiamento, attraverso il mezzo costituito dall'etere, e si trasmette da una parte all'altra di questo mezzo con la velocità v data dalla (1). Chiameremo questa energia, che si diffonde come una corrente nell'etere, *energia radiante*, e ad essa dedicheremo questa ottava parte del nostro libro.

Le varie forme di energia radiante si possono distinguere dall'ampiezza delle vibrazioni trasversali, ed inoltre, cosa più importante, dalla durata o dal numero N delle vibrazioni nell'unità di tempo. È anche possibile, in quest'ultimo caso, utilizzare come caratteristica la lunghezza d'onda

$$\lambda = vT = \frac{v}{N} \quad (1.0.4)$$

cioè la distanza alla quale l'energia radiante si propaga durante la durata di un periodo T . La lunghezza d'onda λ , per le forme di energia radiante che finora sono state oggetto di un preciso studio, varia entro ampi limiti, da $0^{mm},0001$ a diversi metri: c'è però ancora attualmente (1905) una lacuna piuttosto ampia, corrispondente alle lunghezze d'onda λ comprese tra $0^{mm},05$ e $3mm$, per le quali mancano alcune osservazioni. *La distinzione essenziale tra le varie forme di energia radiante consiste solo nella differenza delle lunghezze d'onda*. Tuttavia, secondo la loro origine, secondo la forma di energia nella quale, più spesso, la radiazione si trasforma, ed infine secondo il modo in cui i nostri sensi sono colpiti, i fenomeni dovuti all'energia radiante ci appaiono così dissimili, per il loro aspetto esteriore, che fino a tempi relativamente recenti le varie manifestazioni di questa energia erano ancora considerate ben distinte, non solo dal punto di vista quantitativo, che ora si ammette, ma anche nella loro stessa essenza.

3. Considerazioni storiche sull'energia radiante.

Dobbiamo considerare come il fondatore della dottrina dell'energia radiante l'illustre Huygens che, nel 1690, ha stabilito la sua teoria dei movimenti vibratorii dell'etere allo scopo di spiegare i *fenomeni della luce*. Secondo questa teoria, ogni sorgente di luce produce nell'etere vibrazioni che si propagano sotto forma di raggi, e alle quali immediatamente si applica tutto ciò che è

stato esposto all'argomento dei moti di questa natura, come principio di Huygens, le leggi di riflessione, rifrazione, interferenza dei raggi, ecc.

La teoria della luce di Huygens ottenne nel secondo quarto del diciannovesimo secolo, una clamorosa vittoria sulla *teoria dell'emissione* di Newton (1704), che aveva regnato fino ad allora. Secondo Newton, i corpi luminosi emettono particelle di una particolare sostanza, muovendosi con una velocità v molto elevata, che è quella della luce; sarebbero gli urti di queste particelle contro l'occhio a produrre le impressioni luminose. L'esperimento, mediante il quale Foucault confrontò i valori della velocità della luce nell'aria e nell'acqua, decise, tra le due teorie dell'emissione e delle ondulazioni, a favore di quest'ultima, che permette di spiegare i fenomeni luminosi più complessi.

La Fisica elementare ci insegna che un raggio di luce bianca viene scomposto, da un prisma di sostanza trasparente, in una banda colorata che si chiama *spettro*. In questa banda, i raggi sono distribuiti in una serie continua, a seconda della loro lunghezza d'onda decrescente λ , o del loro numero crescente N di vibrazioni. Ad ogni valore di N corrisponde, sul nostro organo visivo, un'impressione di natura particolare, che non può essere soggetto ad alcuna descrizione (come per l'altezza del suono), e che è caratterizzata dalla sensazione di un determinato *colore*. Al valore maggiore di λ o al valore minore di N corrisponde l'estremità rossa dello spettro, al valore minore di λ o al valore maggiore di N corrisponde la sua estremità violetta. Si era notato da tempo che lo spettro si estende oltre i limiti della sua parte visibile. Così, oltre il rosso, si estende una lunga banda, la cui esistenza non è visibile con la vista, ma che si manifesta soprattutto per *azioni caloriche*: la temperatura di un corpo, che si colloca in questa regione infrarossa dello spettro e che assorbe i raggi che cadono su di essa, aumenta; questo fatto, connesso con molti altri fenomeni, ha dato origine allo studio particolare del *calore radiante* o dei *raggi calorifici*. Allo stesso modo si scoprì, oltre il limite viola dello spettro visibile, un altro prolungamento di quest'ultimo, la cui esistenza si manifesta con azioni chimiche; i raggi che producono queste azioni sono detti raggi *ultravioletti*; essi hanno una rifrangibilità maggiore rispetto ai raggi viola e una lunghezza d'onda più corta; si è ritenuto necessario considerarli come raggi di natura speciale ed è stato dato loro il nome di *raggi chimici*.

Ci troviamo quindi in presenza di *tre tipi di raggi da studiare*: i raggi calorifici, luminosi e chimici. Nell'*Ottica*, questi ultimi sono sempre considerati insieme ai raggi visibili, ma i raggi calorifici sono solitamente trattati in un capitolo particolare dello studio, il calore, sebbene già nel 1835, Ampère emettesse l'idea che non vi fosse alcuna differenza essenziale tra raggi luminosi e raggi calorici. Queste distinzioni tra i vari raggi e il loro studio in parti separate della Fisica non hanno basi logiche. Nessuna delle tre specie di raggi si distingue dalle altre per differenze essenziali; rappresentano tutte casi particolari di una serie di fenomeni della stessa natura che differiscono tra loro solo quantitativamente, cioè per i valori di λ o di N . Si deve immaginare l'intero spettro sotto forma di una lunga banda, le cui estremità reali ci sono ancora sconosciute. Una linea trasversale qualunque di questa banda corrisponde ad un'energia radiante caratterizzata da un particolare valore di λ o di N . Una certa porzione, relativamente piccola, di questa banda contiene i raggi che agiscono sulla nostra retina: questi sono i raggi di luce visibile, che non differiscono in nulla di essenziale dai raggi delle altre regioni dello spettro; possiedono un interesse particolare, più dal punto di vista fisiologico che fisico. *La facoltà di trasformarsi in energia termica appartiene tanto ai raggi visibili e ai raggi ultravioletti quanto ai raggi infrarossi*: se si annerisce la superficie di un corpo (ad esempio con nerofumo), essa assorbe l'energia radiante e la converte in energia termica. Allo stesso modo, *le azioni chimiche non sono una proprietà specifica dei raggi violetti e ultravioletti*; tutto dipende dal corpo che è sottoposto alle azioni delle diverse regioni dello spettro, dalla facoltà che possiede o meno di assorbire una specie di raggi o di un'altra e di spendere la loro energia nel lavoro chimico; siamo arrivati oggi a produrre reazioni chimiche, anche con l'aiuto di raggi rossi.

Segue da quanto precede che l'energia radiante presa in sé, come un fenomeno fisico particolare,

può essere considerata solo in Fisica. Lo scopo della Fisica è studiare, tra gli altri, i casi in cui questa energia radiante si trasforma in energia di natura diversa, ad esempio in energia termica, chimica, ecc.; deve anche considerare le azioni dei vari tipi di raggi, tra i quali l'azione sugli organi della vista presenta naturalmente un particolare interesse. La luce e il calore radiante non possono essere separati l'uno dall'altro in fisica, poiché entrambi sono solo manifestazioni parziali dello stesso agente, l'energia radiante. *Lo studio della luce in sé non fa parte della fisica*, altrimenti sarebbe necessario dare più estensione alla *nozione fisica* di luce, e considerare dal punto di vista fisiologico, ogni forma di energia radiante, ciò che sarebbe molto difficile.

Il successivo sviluppo della scienza ha portato ad estendere ulteriormente la nozione di energia radiante. È a Maxwell che si deve lo sviluppo teorico dell'idea (proposta per la prima volta da Faraday) che i fenomeni elettrici e magnetici si riducono a deformazioni e perturbazioni dell'etere stesso, il quale si presenta, nel senso ampio del termine, come il supporto di luce. Se questa idea è corretta; deve essere lo stesso anche per le conseguenze successive che ne derivano.

In primo luogo, la luce, essendo un caso particolare di perturbazioni nell'etere, non deve differire essenzialmente dai fenomeni elettrici e magnetici. È su questa base che Maxwell stabilì la sua teoria elettromagnetica della luce, una delle sue più profonde idee, in cui le stesse perturbazioni dell'etere che rappresentano la luce, ci appaiono (ad esempio per valori molto più piccoli di N') sotto la forma di fenomeni elettrici o magnetici.

In secondo luogo, deve essere possibile produrre nell'etere una perturbazione, che si presenta come un fenomeno di carattere puramente elettrico e che si propaga per irraggiamento come la luce, con la velocità di quest'ultima, seguendo le stesse leggi di propagazione. Ciò fu ottenuto nel gennaio 1888, dal genio inventivo di Hertz (morto il 1 gennaio 1894), il quale dimostrò come si possa produrre, in un dato luogo dell'ambiente costituito dall'etere, una periodica perturbazione di natura puramente elettrica, e come si possono così generare raggi in questo mezzo, possedendo tutte le proprietà dei raggi luminosi e presentando gli stessi fenomeni di riflessione, rifrazione, interferenza, ecc. Questi sono i *raggi elettrici* di Hertz. Il loro modo di produzione sarà studiato più avanti, nel § 8; rappresentano solo un caso particolare di energia radiante, come i raggi luminosi e i raggi calorifici che in passato erano considerati separatamente.

Conosciamo il ruolo che le forze elettriche e magnetiche giocano nei raggi di Hertz; lo stesso non si può dire finora dei raggi luminosi; ma questa ignoranza delle proprietà elettriche e magnetiche dei raggi luminosi ovviamente non ci obbliga a studiare i raggi luminosi e i raggi elettrici in diverse parti della fisica. Ci sono due modi logici per procedere. In primo luogo, si potrebbero considerare, in una divisione separata, le deformazioni e le perturbazioni dell'etere, e comprendervi pienamente i fenomeni elettrici, magnetici e luminosi. *L'ottica* e il *calore radiante* formerebbero quindi solo capitoli particolari nello studio dell'elettricità e del magnetismo. Ma i legami che esistono tra fenomeni elettromagnetici e fenomeni luminosi non sono stati ancora spiegati in modo sufficientemente completo, né presentati in forma sufficientemente semplice, per cui si può, in un trattato di fisica generale, seguire questo ordine, che sarebbe però il più razionale. Potremmo anche studiare insieme solo i fenomeni di cui è comune l'origine, cioè tutto ciò che prima era l'oggetto di studio dell'*ottica* e del *calore radiante*, a cui si aggiungerebbero i raggi elettrici di Hertz. Siccome il carattere elettromagnetico dei fenomeni luminosi, non può ancora essere preso per punto di partenza in un trattato, non ci resta che ritornare alla teoria ordinaria delle vibrazioni dell'etere e procedere allo studio dell'energia radiante come si fece per la luce, per tutta la seconda metà dell'ottocento, cioè lasciando da parte la questione del carattere elettromagnetico dell'energia luminosa. Considereremo quindi l'energia radiante, in questa Parte, semplicemente come un moto vibratorio armonico, e studieremo tutti i casi di questa energia: raggi visibili e raggi invisibili, o ultravioletti, infrarossi ed elettrici di Hertz. Questo modo di procedere è, è vero, molto lontano da quello che abbiamo indicato come del tutto logico, ma è più razionale di quello che consisterebbe nel separare i raggi luminosi dai raggi elettrici, e specialmente dai raggi calorici, cosa oggi del tutto inammissibile.

4. Produzione dell'energia radiante.

Secondo il principio della conservazione dell'energia, qualsiasi forma di energia deve provenire, mediante trasformazione, da tutta o parte di una riserva di energia di qualsiasi forma già esistente. L'energia radiante di ogni moto periodico dell'etere deve quindi avere come sorgente una fonte di energia di forma qualunque. Molto spesso, deriva da una trasformazione dell'energia dei moti molecolari dei corpi solidi, liquidi o gassosi. Tale trasformazione ha ricevuto il nome di *radiazione calorica*, per distinguerla dalla *luminescenza*, che impareremo a conoscere nel capitolo seguente. Possiamo ora rappresentarci la trasformazione dell'energia termica in energia radiante come effettuantesi nel modo seguente. L'etere riempie lo spazio libero tra le molecole dei corpi; i movimenti di queste molecole si trasmettono continuamente all'etere, allo stesso modo in cui i movimenti di una corda vibrante o dei rebbi di un diapason, si trasmettono all'aria circostante, producendo, in questo mezzo, l'energia sonora che si propaga sotto forma di raggi. L'energia di movimento delle molecole viene quindi trasmessa all'etere, nel quale si propaga in tutte le direzioni, di modo che se nessuna corrente portasse al corpo nuove quantità di energia, quest'ultimo probabilmente perderebbe molto rapidamente tutto il suo apporto di energia termica e le sue molecole arriverebbero a una quiete relativa. Ma questo caso non si verifica in natura, perché una corrente di energia, risultante dai corpi circostanti sotto forma di energia radiante, è assorbita dal corpo dato, cioè trasformata nell'energia di moto delle sue molecole.

Da ciascun corpo emana così, in ogni circostanza e anche a bassissima temperatura, una continua corrente di energia radiante; allo stesso tempo, il corpo assorbe continuamente la corrente di energia dai corpi che lo circondano. Una costante riserva di energia termica proveniente dal corpo, e di conseguenza anche una temperatura costante, non corrisponde ad uno stato di equilibrio, nel senso di un'invariabilità. Anche nel caso in cui la temperatura di un corpo non cambia, vi è un flusso continuo di energia radiante; ma questa perdita è esattamente compensata dall'apporto della corrente di energia che termina nel corpo e che si trasforma in energia di movimento delle sue molecole. Ci troviamo in presenza di un caso di *equilibrio dinamico*, come viene chiamato, o *equilibrio di moto*, essendo lo stato statico apparente il risultato di due fenomeni dinamici simultanei, che si compensano in qualche modo tra loro.

A seconda che la corrente di energia proveniente da un corpo sia più forte o più debole della corrente assorbita, la riserva di energia termica diminuisce o aumenta, la temperatura del corpo diminuisce o aumenta, e si raffredda o si riscalda. Ne consegue che la perdita di energia termica, nel raffreddamento di un corpo per irraggiamento termico, non può servire come misura della corrente totale di energia radiante che emana dal corpo, ma solo della differenza tra le due correnti emesse ed assorbite.

Il carattere della corrente di energia radiante emessa da un corpo dipende probabilmente dal carattere dei moti molecolari che stanno avvengono nell'istante dato e che definiscono lo stato calorifico del corpo. Se la temperatura del corpo è bassa, i movimenti della maggior parte delle sue molecole sono relativamente lenti; questi movimenti producono principalmente a loro volta, nell'etere, vibrazioni relativamente lente, che si propagano sotto forma di raggi di lunghezza d'onda abbastanza lunga. All'aumentare della temperatura del corpo, aumenta il numero di molecole che effettuano vibrazioni più rapide, e, quindi, si producono correnti di energia radiante, la cui lunghezza d'onda è più corta e la rifrangibilità più grande. Non appena la temperatura raggiunge un certo limite, che non è esattamente lo stesso per i diversi corpi (circa 500°), una parte dell'energia radiante emessa, che possiede la lunghezza d'onda $\lambda = 0^{mm},0007$, inizia ad agire sul nostro occhio, producendo l'impressione della luce rossa; questa temperatura è quella del rosso scuro. Continuando la temperatura a salire, aumenta l'energia dei raggi, la cui lunghezza d'onda è sempre più corta e il grado di rifrangibilità sempre più grande: i raggi arancio, giallo, verde, blu, indaco e infine viola (temperatura rosso al bianco) diventa visibile. Il corpo emette anche energia radiante che, di nuovo, non agisce sul nostro occhio: si tratta di

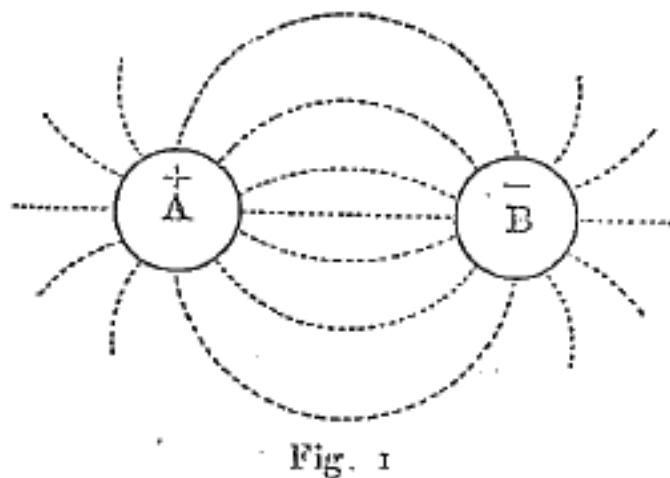
raggi ultravioletti, la cui presenza indica generalmente una temperatura molto elevata della sorgente di energia.

È molto importante notare che sia i corpi solidi che quelli liquidi emettono uno spettro continuo, il limite dell'energia sensibile dei raggi di più corta lunghezza d'onda dipendono dalla temperatura. Ma queste vibrazioni più veloci sono sempre accompagnate da tutte le possibili vibrazioni più lente, il cui limite inferiore è sconosciuto. Abbiamo indicato come l'energia radiante emessa da un dato corpo, dipenda dalla temperatura dello stesso; questa dipendenza può essere chiamata normale. Ci sono però tutta una serie di eccezioni, che incontreremo più avanti, dove il corpo emette già, a temperatura normale, raggi visibili, cioè produce, nell'etere, vibrazioni molto rapide, che si ottengono di solito solo a una temperatura relativamente elevata.

5. Carica e scarica elettrica

Proviamo a spiegare come si possa ottenere energia radiante avente un'origine e un carattere certamente elettromagnetico, e tuttavia non differente in alcun modo nelle sue proprietà fondamentali da altre forme di energia radiante, ad esempio da quella che si produce a spese dell'energia dei movimenti molecolari di un corpo. Dobbiamo, a tal fine, spendere qualche parola sul fenomeno della scarica elettrica, basandoci in parte sull'insegnamento dei corsi elementari di Fisica.

Sappiamo che si può, con diversi procedimenti, portare un corpo nello stato particolare in cui si dice che sia elettrizzato: ci limiteremo al caso in cui il corpo sia formato da una sostanza conduttrice, ad esempio da un metallo. Si distinguono due diversi tipi di elettrizzazione, chiamati elettrizzazione positiva e negativa. Anticamente si riteneva che la causa fondamentale dell'elettrizzazione risiedesse nella presenza, sulla superficie di corpi elettrizzati, di sostanze di particolare natura, dette *elettricità*, e alle quali venivano attribuite tutte le proprietà indicate nei corsi elementari, grande mobilità, capacità agire le une sulle altre, ecc. La scienza contemporanea riduce i fenomeni di elettrizzazione a modificazioni la cui sede è l'etere che circonda i corpi elettrizzati. In questo etere si producono tensioni lungo *linee di forza* dello spazio considerato, che si chiama campo elettrostatico. *La superficie di un conduttore elettrizzato non è altro che il luogo geometrico delle estremità delle linee di forza che riposano su quella superficie.* Siano A e B (fig. 1) due conduttori carichi di elettricità di nomi opposti, come si dice di solito; ciò significa che linee di tensione o linee di forza si sono formate nel mezzo che circonda i corpi A e B, partendo da un corpo per andare verso l'altro.



La quantità totale di elettricità presente sul corpo o la sua *carica* è determinata dalla densità delle linee di forza che poggiano sulla sua superficie o dal grado di tensione lungo queste linee.

Un corpo solido, liquido o gassoso che riempie lo spazio tra A e B è chiamato *dielettrico*; è ciò che veniva chiamato, nella vecchia teoria, un corpo non *conduttore*. È solo all'interno dei dielettrici che sono possibili linee di forza immobili; esse terminano sulla superficie dei conduttori, senza penetrare al loro interno.

Se la tensione nel dielettrico è molto forte, può verificarsi una *rottura*, la riserva di energia potenziale contenuta nell'etere deformato viene poi trasformata in altre forme di energia, parte, ad esempio, in energia termica o energia dei moti molecolari del dielettrico stesso, la cui temperatura aumenta notevolmente nel punto in cui avviene la rottura. Una parte dell'energia, probabilmente in modo immediato, di potenziale diventa cinetica e radiante, e inoltre appare parzialmente sotto forma di luce visibile. Si chiama *scarica elettrica*, questa trasformazione dell'energia potenziale delle deformazioni dell'etere in altre forme di energia.

6. Costante dielettrica

Consideriamo due piastre metalliche A e A_1 (fig. 2) unite tra loro da un filo D e dall'altra parte ad una sorgente di elettricità, ad esempio al conduttore di una macchina elettrica. Parallelamente a queste piastre se ne trovano altri due B e B_1 , anch'essi uniti tra loro e con la Terra F. Ammettiamo anzitutto che i due sistemi AB e A_1B_1 , siano in tutto e per tutto identici e che tra A e B, come tra A_1 e B_1 ci sia l'aria. In queste condizioni, A e A_1 si caricano con un'elettricità, B e B_1 con l'altra, le cariche su A e A_1 e su B e B_1 , essendo rispettivamente uguali tra loro. La tensione nel dielettrico (aria) tra A e B sarà esattamente la stessa di quella tra A_1 e B_1 . Ogni coppia di piastre è chiamata un *condensatore*, e in questo caso, un *condensatore ad aria*, perché tra le piastre si trova una lamina d'aria.

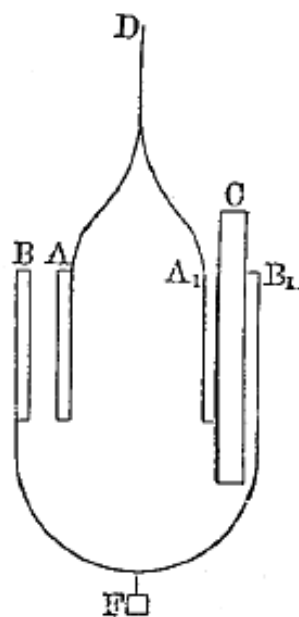


Fig. 2.

Diremo che i condensatori AB e A_1B_1 hanno la stessa *capacità*, intendendo semplicemente con ciò che prendono le stesse cariche, quando sono uniti dalla stessa sorgente di elettricità. Poniamo ora tra A_1 e B_1 una lastra C di un altro dielettrico, per esempio una lastra di vetro, o di zolfo, di stearina, di gomma, di mica, ecc.; troviamo allora che una *quantità di elettricità* molto maggiore passa da D su A_1 che su A; parimenti la carica su B_1 è molto maggiore che su B. Questo mostra che il dielettrico C ha agito sulle tensioni nell'etere tra A_1 e B_1 ; sarebbe singolare, inoltre, che la sostanza del dielettrico, che è nel campo elettrico, non agisca sulle tensioni dell'etere, poiché queste sono probabilmente trasmesse anche alla sostanza del dielettrico stesso. Supponiamo

che su A_1 e B_1 vi siano cariche due volte maggiori che su A e B, supponendo ovviamente le piastre delle due coppie equidistanti; si dice allora che la capacità del condensatore A_1B_1 è stata raddoppiata, sostituendo il dielettrico C con l'aria.

Il numero K , che indica quante volte la capacità di un condensatore, le cui armature (piastre) sono separate da un dato dielettrico è maggiore della capacità di un condensatore a con lamina d'aria della stessa forma, è chiamato la COSTANTE DIELETTRICA o il POTERE DI INDUZIONE SPECIFICA di questo dielettrico. La grandezza K caratterizza una determinata proprietà di una data sostanza, e rappresenta una delle quantità più importanti con cui la fisica ha a che fare. Vedremo più avanti il suo significato nei fenomeni dell'energia radiante. I valori di K sono compresi tra 2 e 3 per molti liquidi e corpi solidi; salgono a 5 e anche a 9, per alcuni tipi di bicchieri. *Per l'acqua, K è circa 80, per l'alcol etilico circa 25.*

Possiamo ancora dare un'altra definizione della quantità K . Consideriamo due corpi elettrizzati A e B, ed sia f l'intensità della loro reciproca azione (attrazione o repulsione), quando sono nell'aria, e f' , quando sono in un dielettrico, rimanendo le loro cariche invariate così come la loro distanza; si ha allora $f : f' = K$, oppure $f = f' \div K$. *Il potere induttivo specifico K di un dato dielettrico è uguale al numero che indica quante volte l'azione reciproca di due corpi elettrizzati, posti in questo dielettrico, è minore che nell'aria.*

7. Scarica oscillante.

La teoria mostra, e l'esperimento conferma, che la scarica elettrica tra due corpi A e B ha un carattere oscillante, quando sono soddisfatte determinate condizioni. Non indicheremo qui quali sono queste condizioni, che sono soddisfatte ogniquale volta A e B sono due piastre o due sfere. Una scarica si dice oscillante quando è composta da una serie di scariche successive in direzioni opposte. Se il corpo A viene dapprima elettrizzato positivamente e B negativamente, troviamo che dopo la prima scarica la carica di A è diventata negativa, quella di B positiva; dopo la seconda scarica, A viene nuovamente elettrizzato positivamente, B negativamente, ecc. Inoltre, il grado di elettrizzazione diminuisce a poco a poco; le oscillazioni elettriche sono smorzate. Solitamente il numero totale delle oscillazioni, di cui è composta la scarica, non è molto grande; possono esserci, ad esempio, una o più decine di oscillazioni.

La durata dell'oscillazione T può essere determinata mediante calcolo; essa dipende soprattutto dalla forma geometrica, dalla posizione, dalle dimensioni, ma anche dalla sostanza dei corpi A e B e dal mezzo in cui si trovano. Se, ad esempio, i corpi A e B hanno la forma di sfere, dello stesso diametro, pari a 30 cm, che sono unite tra loro con un filo di 5 mm di diametro e 1 m di lunghezza tagliato al centro, la durata dell'oscillazione (in aria) è $T = 1,8 \cdot 10^{-8}$ sec. (circa un sessanta milionesimo di secondo). Se sostituiamo le sfere con piastre quadrate di 40 cm² di superficie, abbiamo $T = 1,4 \cdot 10^{-8}$ s. Se si considera la carica come uno stato di tensione prodotto nell'etere, dobbiamo dire che questa tensione non scompare improvvisamente, ma che, simile a una deformazione elastica in un corpo solido, cambia prima più volte di segno, per poi indebolirsi gradualmente.

Un'oscillazione elettrica può prodursi non solo tra due corpi, ma anche nello stesso corpo, più esattamente nell'etere che circonda un corpo. Supponiamo che questo corpo abbia una forma allungata, che sia, ad esempio, un filo rettilineo. Oscillazioni elettriche possono essere prodotte in questo filo, nelle quali le sue estremità sono caricate alternativamente con elettricità positiva e negativa. Se c'è un'interruzione nel mezzo del filo, lì apparirà una scintilla. *Se al filo viene data la forma di un cerchio quasi chiuso o di un quadrato, allora sono possibili vibrazioni elettriche che si manifestano con la produzione di scintille nel punto di taglio.* La durata dell'oscillazione T dipende, in questo caso, soprattutto dalle dimensioni del filo.

Resta ancora da indicare un caso di oscillazioni elettriche. Si sa come è costruita la bobina di Ruhmkorf; essa è costituita da un conduttore primario, cioè da un filo relativamente corto e

spesso, nel quale viene inviata una corrente che viene continuamente chiusa e aperta tramite un particolare meccanismo, l'interruttore. Il conduttore secondario esterno è costituito da un filo lungo e sottile, le cui estremità sono munite di due sferette poste a breve distanza l'una dall'altra. Una volta interrotta la corrente nel circuito primario, una corrente di breve durata è indotta nel circuito secondario, che produce una scarica sotto forma di una scintilla tra le piccole sfere. Anche questa scarica oscilla, ma le oscillazioni qui avvengono molto lentamente. Così, ad esempio, se prendiamo una bobina di dimensioni medie, la durata di ogni oscillazione della scarica è dell'ordine di $0,0001\text{ s}$; queste oscillazioni sono quindi effettuate 6000 volte più lentamente di quelle di cui era composta la scarica tra le sfere o le piastre nel caso precedente.

8. Produzione dei raggi elettrici di Hertz.

Dopo aver trattato negli ultimi tre paragrafi alcune questioni relative all'energia potenziale delle deformazioni dell'etere e alla sua trasformazione in altre forme di energia, possiamo arrivare all'esposizione del procedimento con cui Hertz riesce a produrre raggi elettrici, che rappresentano un caso particolare di energia radiante, e appartengono di conseguenza allo stesso gruppo di fenomeni, come i raggi visibili e invisibili che si producono a spese dell'energia termica delle molecole di un corpo.

Per ottenere una qualsiasi forma di energia radiante, dobbiamo produrre in un dato luogo dello spazio uno scuotimento periodico dell'etere, cioè un movimento vibratorio, che si propaga da questo luogo sotto forma di raggi, con la velocità $v = 300000\text{ km/s}$ data dalla (1). Se T è la durata di questa oscillazione, la lunghezza d'onda λ è

$$\lambda = vT \quad (1.0.5)$$

A causa dell'estrema grandezza di v (300.000 km), T deve essere molto piccolo, per ottenere un valore di λ che si presti alla misura. Per $T = 0^{sec},0001$, abbiamo $\lambda = 30\text{ km}$, e anche per $T = 10^{-6}\text{ s}$ (un milionesimo di secondo), abbiamo ancora $\lambda = 300\text{ m}$.

L'apparato di Hertz, che produce raggi elettrici e che è chiamato *eccitatore* o *oscillatore* di Hertz, è rappresentato schematicamente in figura 3.

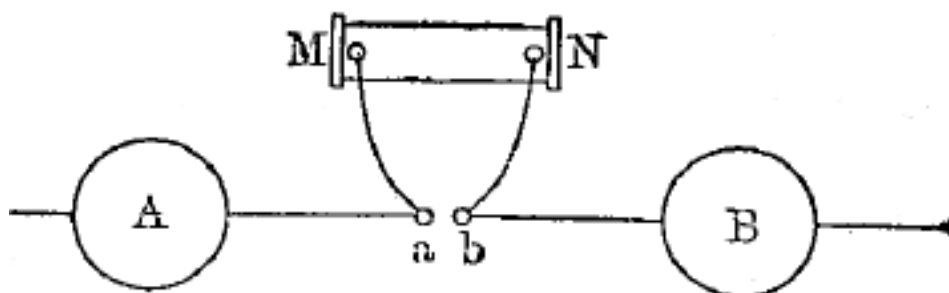


Fig. 3

È costituito da due sfere metalliche identiche A e B, cave per comodità ed aventi un diametro di 30 cm ; Aa e Bb sono fili di 5 mm di diametro, a e b due palline poste a una distanza di 7 mm ; la distanza delle sfere A e B è di circa 1 m . Vicino alle palline a e b sono fissati due fili che li collegano al circuito secondario di una bobina di Ruhmkorff MN.

Quando la corrente viene interrotta nel circuito primario della bobina, si produce una corrente indotta nel circuito secondario e questa corrente carica i due conduttori Aa e Bb, la cui differenza di potenziale aumenta man mano che si aziona la bobina. Ad un certo momento, questa differenza di potenziale è abbastanza grande da consentire ai conduttori di scaricarsi sotto forma di scintille,

che scoppiano tra a e b . Questa scarica è oscillante e rappresenta una perturbazione dell'etere, che si produce lungo il filo del circuito secondario e tra le palline a e b . Tuttavia, la durata T , di un periodo di questa vibrazione è relativamente molto ampia; può raggiungere, ad esempio, $0,0001\text{ s}$ e, di conseguenza, la lunghezza d'onda dell'energia radiante della scintilla di scarica della corrente indotta è pari a 30 km . Su raggi che hanno una lunghezza d'onda così considerevole, non si può studiare convenientemente alcuna loro proprietà caratteristica. Ma si nota che ogni oscillazione isolata della scarica della bobina è ancora accompagnata da una particolare scarica oscillante di brevissima durata T , che avviene nel modo seguente. Prima di ogni scarica della corrente di induzione avviene un'elettrizzazione dei capi del circuito secondario e le cariche che si accumulano sulle sfere A e B hanno valori opposti. Al momento della comparsa di una delle scintille della scarica lenta e oscillante della bobina, *si produce tra le sfere A e B una scarica* ugualmente oscillante, il cui periodo è pari a circa $1,8 \cdot 10^{-8}\text{ s}$, che si spegne molto rapidamente. Hertz paragona le oscillazioni isolate della scarica della bobina alle scosse distanziate del battacchio di una campana, e ciascuna delle scariche oscillanti tra A e B ai suoni che muoiono rapidamente emessi da quella campana. La lunghezza d'onda $\lambda = vT$ dei raggi prodotti dalle scariche oscillanti delle sfere A e B è pari a $3 \cdot 10^{10} \times 1,8 \cdot 10^{-8}\text{ cm}$, cioè circa 5 m . La perturbazione nell'eccitatore appare quindi come la fonte dell'energia radiante. Considereremo semplicemente la parte dello spazio che è in prossimità del piano perpendicolare alla retta AB , passante per il suo centro. I raggi si propagano in questo spazio perpendicolarmente ad AB e le perturbazioni o oscillazioni trasversali si verificano nell'etere parallelamente alla retta AB .

Hertz ha talvolta sostituito le sfere A e B con piastre quadrate (con una superficie di 40 cm^2), per le quali si aveva $T = 1,4 \cdot 10^{-8}\text{ s}$, e di conseguenza $\lambda = 4,5\text{ m}$. Per ottenere raggi di lunghezze d'onda ancora più basse, Hertz costruì anche un eccitatore costituito da due cilindri metallici del diametro di 3 cm e lungo 13 cm , disposti uno accanto all'altro con i loro assi su una stessa retta. Le estremità opposte erano arrotondate a forma sferica e poste in comunicazione tramite fili con la bobina di Ruhmkorff. Per ragioni che verranno spiegate in seguito, l'asse di questi cilindri era disposto lungo l'asse principale di uno specchio metallico avente la forma di un cilindro parabolico. La durata T di un'oscillazione, nella scarica tra questi cilindri, era pari a $2,2 \cdot 10^{-9}\text{ s}$, e quindi la lunghezza d'onda era $\lambda = 66\text{ cm}$.

Dopo Hertz, molti scienziati hanno costruito eccitatori di varie forme, per ottenere raggi elettrici. L'idea fondamentale in tutti questi apparati è la stessa dell'eccitatore Hertz; l'energia radiante è prodotta dalla scarica oscillante tra due corpi A e B , che si caricano di elettricità opposta nell'istante immediatamente precedente al momento in cui avviene tra loro una scarica della corrente di induzione del circuito secondario della bobina di Ruhmkorff. Noteremo qui in generale, *la durata T delle oscillazioni e di conseguenza anche la lunghezza d'onda diminuisce contemporaneamente alle dimensioni dei corpi A e B .*

9. Metodi di osservazione dei raggi elettrici di Hertz

Abbiamo già indicato due sorgenti di energia radiante: l'energia termica dei corpi e la scarica elettrica. Si noti che la prima di queste sorgenti fornisce raggi la cui lunghezza d'onda più lunga osservata (raggi infrarossi estremi) è circa 60 volte più piccola della lunghezza d'onda più corta dei raggi elettrici finora ottenuti (1905). Si spera che in seguito otterremo e studieremo anche i raggi corrispondenti a questo intervallo.

Per determinare le proprietà dell'energia radiante, è necessario essere in grado di studiare completamente un raggio e osservarne i cambiamenti di direzione, ampiezza, ecc.. Consideriamo dapprima i *due metodi* con l'aiuto dei quali possiamo arrivare a questo risultato, per i raggi elettrici. Hertz utilizzò, a questo scopo, un dispositivo molto semplice che chiamò *risuonatore*. La figura 4 rappresenta questo dispositivo: si tratta di un filo metallico attorcigliato a forma di cerchio che presenta un piccolissimo taglio tra a e b . Abbiamo già visto che un'oscillazione

elettrica, la cui durata T' dipende dalle dimensioni del filo, si può verificare in quest'ultimo. Una scintilla appare in B, quando avviene, intorno ad A, il movimento di maggiore intensità dell'etere, perché le maggiori differenze di elettrizzazione degli estremi a e b sono prodotte da un movimento di questa natura. Quindi uno spostamento, nella direzione della freccia P, corrisponde ad una corrente nella direzione DAC; questa corrente è accompagnata da un'elettrizzazione positiva dell'estremità a e da un'elettrizzazione negativa dell'estremità b .

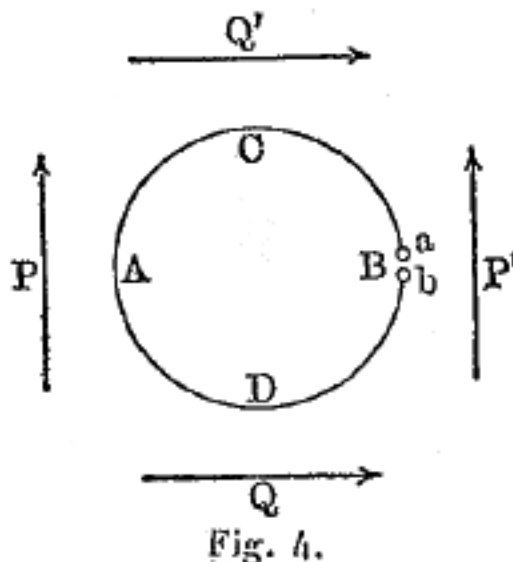


Fig. 4.

Se un tale risuonatore è collocato in uno spazio attraversato da una corrente di energia radiante, la cui durata dell'oscillazione T è uguale alla durata T' di un'oscillazione elettrica nel risuonatore, può verificarsi una scintilla in B, purché l'oscillazione nel raggio sia effettuata nella direzione delle frecce PP' , cioè nel piano del risuonatore, perpendicolare al diametro passante per B. Le oscillazioni dell'etere in questo caso non producono oscillazione nella metà destra CBD, perché il taglio in B vi si oppone; al contrario, avviene un'oscillazione nella metà sinistra, ed è ciò che dà origine ad una scintilla in B. Ma se il risuonatore è posto in una posizione tale che le oscillazioni nel raggio avvengano parallelamente al diametro passante per B, cioè nella direzione delle frecce QQ' , non si produce alcuna scintilla in B, perché le oscillazioni elettriche nelle metà di ACB e ADB, avendo la stessa direzione, danno ad ogni istante elettrizzazioni dello stesso segno, positive o negative, alle estremità a e b .

Ne consegue da quanto appena detto che con l'ausilio di un risuonatore opportunamente scelto, soddisfacente la condizione $T = T'$, si può rilevare la presenza in un dato luogo di energia elettrica radiante, determinare la direzione delle oscillazioni, ed anche ottenere un'idea dell'energia relativa di queste oscillazioni, secondo la lunghezza della scintilla che compare in B. La denominazione di *risuonatore* è stata quindi scelta molto fortunatamente; le oscillazioni dovute all'eccitatore producono oscillazioni nel risuonatore, quando i due apparati sono *accordati*, cioè quando le loro oscillazioni elettriche hanno la stessa durata. Si tratta qui di un fenomeno di *risonanza elettrica*, del tutto analogo alla risonanza acustica considerata in precedenza.

È su questa proprietà della limatura metallica che si basa la costruzione di un dispositivo chiamato *coherer* o *radio-conduttore*, rappresentato schematicamente in figura 5. Un dispositivo K (galvanoscopio, suoneria elettrico, ecc.) è interposto nel circuito di una batteria E, che serve ad indicare la comparsa di una corrente più intensa in un dato momento, e il coherer AB. Quest'ultimo è costituito da un tubo di vetro, che contiene una limatura metallica compattato tra due piastre metalliche a e b , unite con E e K. Non appena un raggio elettrico raggiunge il coherer AB, l'apparecchio K indica improvvisamente un aumento molto significativo dell'intensità della corrente.

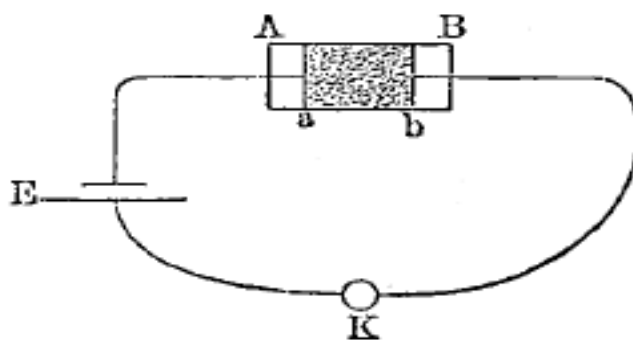


Fig. 5

10. Metodi di osservazione dell'energia radiante, quando il numero di oscillazioni è grande

L'energia radiante emessa dai corpi luminosi fornisce uno spettro che si è potuto studiare da $\lambda = 0,1\mu = 0^{mm},0001$ ($\mu = 0^{mm},001$) fino a $\lambda = 0^{mm},05$, che corrisponde a un numero di oscillazioni da 6 trilioni a 3000 trilioni ($1 \text{ trilion} = 10^{12}$) al secondo. In questa lunga serie di raggi, che abbraccia quasi 9 ottave, solo una piccola parte agisce sull'occhio come luce visibile; essa forma meno di un'ottava e si estende approssimativamente da $\lambda = 0,4\mu$ fino a $\lambda = 0,76\mu$.

A. - Per l'osservazione dei raggi appartenenti a questo ristretto dominio dei raggi visibili, il nostro occhio rende inutile l'applicazione dei metodi che indicheremo più avanti, sebbene siano pure usati in alcuni casi. Tuttavia, se l'occhio viene utilizzato come strumento per lo studio dei raggi visibili, è necessario preventivamente rendersi conto delle proprietà di questo strumento, delle sue particolarità e dei suoi difetti, e analizzare tutte le fasi, fisiologiche e psicologiche, attraverso le quali le impressioni luminose ricevute dalla retina si trasformano in una sensazione. Parleremo di uno degli aspetti di questo argomento nel Capitolo successivo, e tratteremo alcune questioni di Ottica Fisiologica nel Capitolo XI, ma già qui insisteremo su un punto relativo al modo in cui l'occhio osserva gli oggetti. Sebbene daremo la descrizione anatomica dell'occhio nel capitolo XI, assumeremo di sapere che si vede un oggetto, quando l'immagine di questo oggetto si forma sulla retina dell'occhio. È anche noto che non si possono vedere corpi molto piccoli (microscopici) semplicemente con l'occhio, che quindi esiste, per le dimensioni dei corpi visibili, un limite inferiore. Né possiamo vedere un corpo la cui *grandezza angolare* è inferiore a circa $30''$. Ma dobbiamo distinguere tra *vedere* e *percepire*. *Vediamo* un corpo, quando possiamo conoscerne appieno la forma, e forse altri dettagli. Tuttavia, ci sono casi in cui la grandezza angolare di un corpo è ben al di sotto del limite di $30''$, ed è solo una piccolissima parte di secondo, e dove tuttavia apprendiamo, con l'aiuto dell'occhio, il corpo esiste. Tale è il caso quando il corpo emette raggi visibili di grandissima intensità, perché esso stesso è molto fortemente illuminato o luminoso. Possiamo considerare un corpo, invisibile per la sua piccolezza, come un punto geometrico. I raggi provenienti da questo punto e penetranti nell'occhio danno origine sulla retina ad un piccolissimo cerchio illuminato (diffrazione). Se l'intensità dei raggi è sufficientemente grande, l'osservatore percepisce al posto del corpo un punto luminoso. Il corpo quindi *non si vede* in questo caso, poiché è troppo piccolo o troppo lontano; ma la sua presenza è comunque *percepita*. Abbiamo un eccellente esempio di questo nelle *stelle fisse*. L'espressione "vediamo le stelle" non è corretta, perché le stelle, come i corpi, possiedono una grandezza angolare troppo piccola per poterle vedere. Ma possiamo *percepire* le stelle, perché i raggi che emettono producono sulla retina un'immagine di diffrazione sufficientemente intensa. Nel Capitolo X, § 6, faremo conoscere un metodo basato su quanto detto, che permette di percepire corpi ultramicroscopici.

B. - È con l'aiuto della fotografia che si osservano al meglio i raggi *ultravioletti*, facendoli agire su una lastra fotosensibile. Un altro metodo di osservazione si basa sui fenomeni di fluorescenza

che studieremo in seguito. Hagen e Rubens (1902), Pflüger (1903) e Ladenburg (1904) hanno mostrato che i raggi ultravioletti possono essere rilevati in base alla loro *azione calorifica* e impiegando il metodo termoelettrico che verrà descritto più avanti.

C. - La presenza dei raggi *infrarossi* può essere osservata con diversi metodi, alcuni dei quali consistono nel far cadere i raggi sulla superficie di un corpo annerito con nerofumo; questa superficie assorbe l'energia radiante e la trasforma in energia termica. Quando si raggiunge l'equilibrio termico, l'innalzamento della temperatura del corpo indica la presenza di energia radiante e nello stesso tempo ne funge da misura. Per osservare e misurare questo innalzamento di temperatura, ci sono tre metodi che spiegheremo brevemente.

I. METODO TERMOMETRICO. - L'energia radiante viene fatta cadere sulla superficie annerita del serbatoio di un termometro a mercurio o differenziale molto sensibile. Questo metodo, tuttavia, non è in grado di offrire un'elevata precisione.

II. METODO TERMOELETTRICO. - Se due fili o due aste di metalli diversi sono saldati ad una delle loro estremità mentre le altre estremità sono collegate a un galvanometro per mezzo di fili, quest'ultimo non mostra alcuna corrente elettrica, quando tutti i punti vicini di saldatura dei due metalli sono alla stessa temperatura. Ma se la saldatura viene riscaldata o raffreddata, si osserva una deviazione dell'ago magnetico del galvanometro, che può servire come misura della variazione di temperatura della saldatura. L'insieme di due fili o barre metalliche così saldate forma quello che viene chiamato un elemento o una *coppia termoelettrica*. Deviazioni maggiori dell'ago magnetico si ottengono saldando insieme una serie di barre, come mostrato in figura 6, dove le righe nere rappresentano le barre che sono fatte di uno dei due metalli, le linee chiare quelle dell'altro. In questo modo le saldature pari (la seconda, la quarta, ecc.) sono disposte dallo stesso lato, le saldature dispari dall'altro. Unendo tra loro più di queste serie di barre si ottiene una *pila termoelettrica* (fig. 7).



Fig. 6

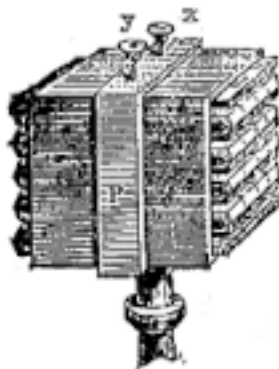


Fig. 7

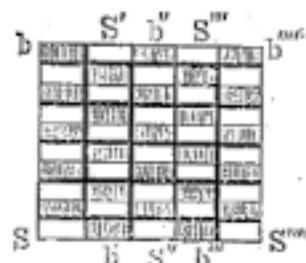


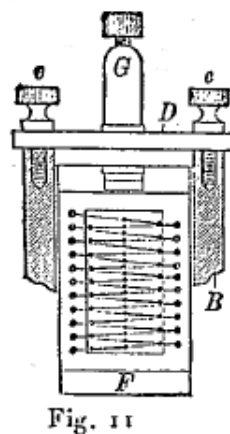
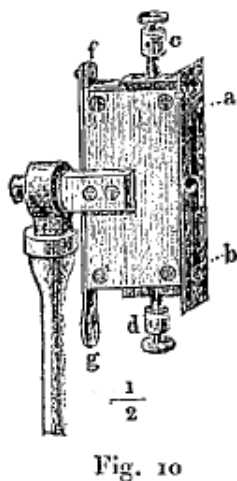
Fig. 8

Le estremità dei nomi opposti della catena totale sono collegate ai terminali in x e y . Questa catena è piegata in modo da dare alla batteria la forma di un parallelepipedo, le cui basi opposte sono costituite ciascuna dalle saldature, della stessa parità. La figura 8 rappresenta schematicamente una di queste basi. Le estremità delle aste b e S , realizzate in metalli diversi, sono disposte come i quadrati di una scacchiera. Le due basi sono ricoperte da uno strato di nerofumo, e l'intera pila è disposta in modo tale che i raggi da studiare cadano normalmente su una delle basi. La figura 9 rappresenta la vista esterna della pila completa appoggiata su un supporto P . Le barre estreme della pila sono collegate rispettivamente alle viti di pressione S e R , dalle quali i fili conducono ad un galvanometro sensibile. Una delle basi della pila, quella lasciata scoperta nella figura, è chiusa con un coperchio; l'altra è fornita di un cono metallico F , la cui superficie interna riflette, su questa base della pila, una parte dei raggi che cadono sul cono. La quantità di raggi riflessi dal cono può variare con la natura di questi raggi; non

dobbiamo perdere di vista questa circostanza, quando confrontiamo l'energia radiante emessa da diverse sorgenti.



Si ruota l'apertura del cono cavo rivolgendola verso il lato da cui proviene il flusso di energia radiante. Il riscaldamento delle saldature che poi si produce, sulla base corrispondente al cono, determina una corrente elettrica, la cui intensità è indicata dal galvanometro e che può servire come misura dell'energia radiante. Per studiare la distribuzione dell'energia radiante nello spettro, ci si serve di una pila termoelettrica allungata (fig. 10), in cui le saldature formano una fascia stretta che funge da base della pila. I raggi cadono su di essa attraverso la fenditura *ab*; l'altra base è chiusa da un opercolo Rubens (1898) ha costruito una batteria molto sensibile formata da 20 coppie di fili di ferro e costantana (lega). Una parte di questa apparecchiatura è mostrata in figura 11; i fili di ferro sono rappresentati da linee sottili, i fili di costantana da linee più forti. Il sistema di cavi è disposto a zigzag e fissato a un telaio a *F* in avorio, utilizzando due serie di perni in ottone. Tutte le saldature dispari sono disposte al centro del telaio, lungo una linea verticale di 18 *mm* di lunghezza; le saldature uniformi sono a destra e a sinistra, ad una distanza di 5 *mm* dal lato destro. Un cono appiattito, non mostrato, consente ai raggi di arrivare solo alla fila centrale delle saldature.



Lebedeff (1902) dimostrò che la sensibilità di una coppia termoelettrica annerita (platino-costantana) era resa cinque volte maggiore, e non annerita, venticinque volte, quando collocata in uno spazio (vaso di vetro) dove si è fatto il vuoto, fino a quando non abbiamo avuto solo una pressione di $0^{mm},001$.

Boys ha costruito un radio-micrometro molto sensibile; questo dispositivo è in grado di rilevare la presenza di energia radiante, anche se il flusso di questa energia è 150000 volte inferiore a quello che arriva dalla Luna alla superficie della Terra, al momento della luna piena. Senza fermarci a descrivere questo dispositivo, ci limiteremo a dire che Paschen (1893) e Nichols (1901) sono riusciti ad aumentarne ulteriormente la sensibilità.

III. BOLOMETRO. - La costruzione di questo importante apparecchio si basa sulla seguente circostanza: la resistenza elettrica dei fili o delle barre metalliche aumenta all'aumentare della temperatura. Per comprendere la costruzione del bolometro, i cui primi miglioramenti si devono principalmente a S. Langley, è necessario prima conoscere la teoria del *ponte* di Wheatstone.

È noto che una corrente elettrica si ottiene unendo tra loro mediante un filo i poli opposti di un elemento della pila (ad esempio, di un elemento di Daniell, di Bunsen, di Leclanché, ecc.) o di più elementi uniti in una batteria; si presume inoltre che la corrente scorra da un polo all'altro, lungo il conduttore. Tuttavia, molto spesso vengono utilizzate derivazioni, la cui teoria considereremo in dettaglio in T. IV. Indicheremo qui solo un importante teorema, che riguarda un caso particolare di derivazione di corrente e che trova applicazione nel ponte di Wheatstone. Quest'ultimo è mostrato schematicamente in figura 12.

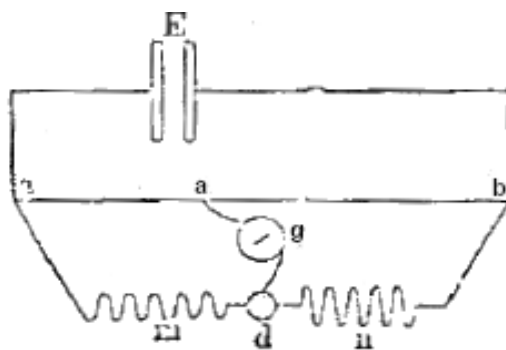


Fig. 12

E indica un elemento o una batteria, da cui partono dei fili che si dividono nei punti a e b , in modo che la corrente sia condotta da a a b attraverso c e d . Due punti c e d dei due conduttori che vanno da a a b sono uniti da un filo cd , nel quale è inserito un galvanometro sensibile g ; questo filo costituisce in senso stretto il ponte. Indichiamo per abbreviazione con i simboli (ac) , (cb) , (ad) , (db) le resistenze dei quattro rami ac , cb , ad , db . Si ha il seguente teorema: *l'intensità della corrente nel ponte di Wheatstone è nulla, quando i quattro resistori soddisfano la proporzione*

$$ac : cb = ad : db \quad (1.0.6)$$

Il *bolometro* è costituito da un filo o barra di metallo molto sottile e annerito, che viene inserito in uno dei rami del ponte di Wheatstone e che è esposto al flusso di energia radiante. Supponiamo che prima di tutto i raggi non cadano sul bolometro, e che le resistenze dei rami siano scelte in modo tale che la proporzione (5) sia soddisfatta; il galvanometro g indica quindi che non passa corrente attraverso il ponte. Se poi i raggi vengono fatti cadere sul bolometro, la sua superficie annerita assorbe l'energia radiante e si riscalda. Aumentando la resistenza di quest'ultimo per riscaldamento, le resistenze dei rami cessano di soddisfare la proporzione (5); di conseguenza, l'intensità della corrente nel ponte non sarà più zero e l'ago del galvanometro subirà una certa deviazione, che viene misurata con il metodo speculare di Poggendorf. Dal

valore di tale deviazione si deduce la variazione della resistenza del bolometro, ovvero il suo grado di riscaldamento, e di conseguenza la quantità di energia radiante caduta su di esso.

La prima applicazione del bolometro si deve a Svanberg, Langley, Baur, R. V. Helmholtz, Schneedeni, Ångström vi hanno apportato vari miglioramenti; in particolare, Lummer e Kurlbaum hanno studiato, teoricamente e praticamente, in quali condizioni il suo funzionamento è migliore. La figura 13 rappresenta un bolometro piatto, costruito secondo il metodo di Lummer e Kurlbaum.



Fig. 13

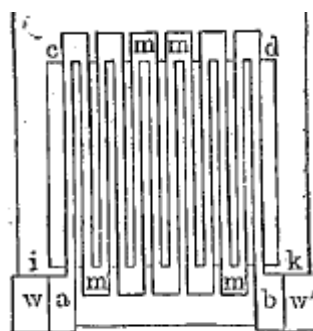


Fig. 14

Una sottile lastra di platino è posta su una lastra d'argento 10 volte più spessa; vengono entrambe riscaldate al rosso e appiattite in modo tale che lo spessore del foglio di platino sia ridotto a $0,3\mu = 0^{mm},0003..$ Viene quindi tagliata una striscia a zigzag lunga circa 30 mm e larga 1 mm , utilizzando una macchina divisoria, rappresentata dalla figura 13; questa striscia viene quindi posizionata su una cornice *cdki* in ardesia (fig. 14). Le estremità *a* e *b* vengono saldate a piccole lastre di rame *w* e *w'*, quindi l'argento viene sciolto in acido nitrico e la superficie del platino viene ricoperta di nerofumo o platino. I rami del ponte di Wheatstone sono formati con quattro bande simili.

IV. RADIOMETRO. - Il radiometro può essere utilizzato sia per l'osservazione che per la misura della radiazione infrarossa. Questo apparato è stato costruito da Crookes (1873) e la figura 15 rappresenta la sua forma più semplice. È un palloncino di vetro in cui creiamo il vuoto più perfetto possibile. All'interno di questo palloncino, è posto su un punto verticale un cappello di vetro lucido, al quale sono fissate, mediante fili trasversali, quattro strisce verticali di mica o alluminio estremamente leggere. Queste lamelle o alette sono annerite su un lato. Sotto l'azione di un flusso di energia radiante, si mettono a ruotare, e in questo movimento le facce non annerite vanno in avanti, come se i raggi esercitassero sulle superfici annerite una pressione particolare o almeno una pressione maggiore che su quelle non annerite. Crookes ha trovato che la rotazione più veloce avviene quando il gas residuo ha una certa pressione (circa $0^{atm},0004$).

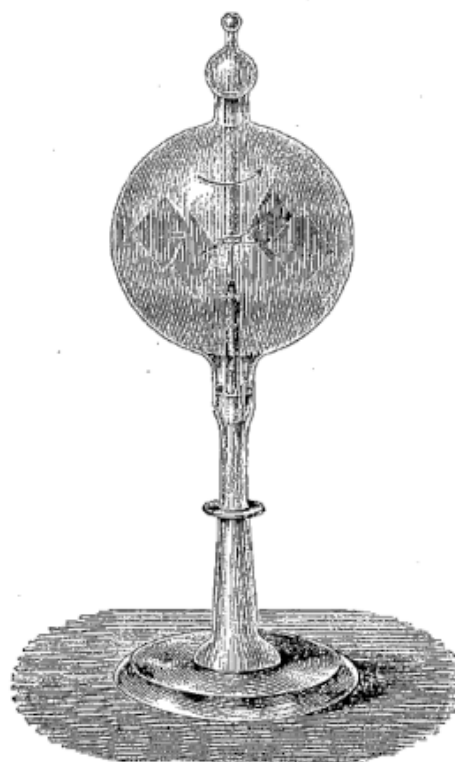


Fig. 15

La scoperta di Crookes ha stimolato molte ricerche e tutta una serie di vari tentativi per spiegare il movimento delle alette del radiometro. Torneremo più in dettaglio su questo argomento in T. III. Allo stato attuale si può ritenere accertato che la rotazione delle alette del radiometro è causata dalla pressione del gas rimasto all'interno del pallone; questo gas infatti si riscalda a contatto con le facce annerite delle alette, quando queste assorbono l'energia radiante. Donle ha misurato l'entità della pressione che agisce sulle alette del radiometro, quando un flusso di energia radiante cade su di esse. La pressione dell'aria rimasta nel radiometro era approssimativamente uguale a quella di una colonna di mercurio di $0^{atm},003$. Le sorgenti di energia erano poste a 50 cm di distanza dalle alette, che erano mobili attorno ad una sospensione bifilare. L'entità della pressione per centimetro quadrato è stata trovata, in questi esperimenti, pari a $k \cdot 10^{-8}\text{ dyne}$, avendo k i seguenti valori: da $k = 7$ a 8 per un bruciatore Hefner, da $k = 10$ a 14 per una candela, $k = 40$ a 50 per un bruciatore Auer, ecc. Riecke ha confermato questi risultati.

Pringsheim (1883) fu il primo ad utilizzare il radiometro per studiare i raggi infrarossi; sospese le alette su un filo e misurò la torsione di queste ultime, cioè l'angolo della loro rotazione, quando i raggi cadevano sulle loro facce annerite. Nichols e Rubens (1897) perfezionarono l'apparato di Pringsheim, dandogli la forma rappresentata dalla figura 16. All'interno di un vaso di metallo AA, in cui è stato creato il vuoto alla pressione di $0^{mm},05$, sono sospesi a un filo di quarzo due fogli di mica annerita aa ; sotto questi fogli, e sopra c , si trova uno specchietto s , la cui superficie riflettente è rivolta verso la finestrella C , chiusa da una lastra di vetro. La figura 17 mostra una sezione dell'apparecchiatura realizzata perpendicolarmente alle piastre aa . Nella parete dello strumento è incastrato un tubo r chiuso ad una estremità da una lastra di fluorite P e in k da una lastra di $AgCl$ (spessore $2^{mm},5$).

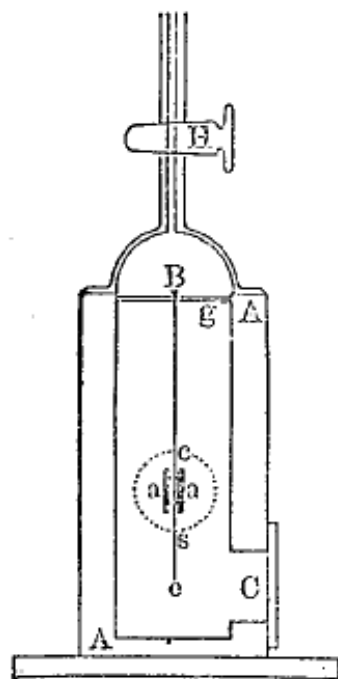


Fig. 16

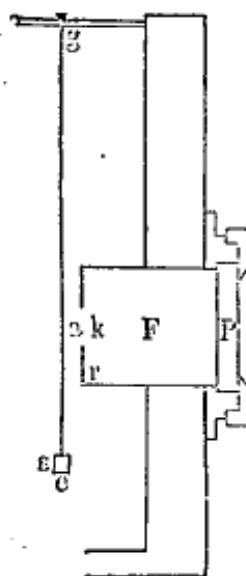


Fig. 17

Queste due placche sono molto trasparenti ai raggi infrarossi. La presenza della seconda piastra in k è necessaria, perché Stoney e Moss hanno dimostrato che la sensibilità del radiometro aumenta quando la parete del vaso è in prossimità delle alette. I raggi attraversano P e k prima di arrivare ad una delle alette; si osserva la rotazione dello specchietto s , attraverso la finestra C , per mezzo di un cannocchiale e di una scala graduata (metodo dello specchio di Poggendorf).

V. METODO DI COMPENSAZIONE DI ANGSTRÖM E KURLBAUM. — Due bande metalliche assolutamente identiche, annerite su un lato, sono poste una fianco all'altra. Su una di esse cade il flusso di energia radiante da misurare; l'altra è riscaldata da una corrente elettrica, la cui intensità è regolata in modo tale che le due piastre abbiano la stessa temperatura, al raggiungimento dell'equilibrio calorifico. In questo caso, entrambe le bande ricevono e perdono evidentemente uguali quantità di energia q . Ma si può facilmente calcolare la quantità di energia ricevuta nell'unità di tempo dalla seconda banda, conoscendo l'intensità della corrente i (in ampere) e la resistenza w (in ohm) della piccola piastra; si ha

$$q = 0,24wi^2$$

in piccole calorie (calo-grammo). Torneremo su questo metodo quando parleremo della misura dell'energia radiante.

VI. Esiste anche un metodo di osservazione dei raggi infrarossi, basato sulla proprietà che questi raggi hanno di distruggere la *fosforescenza*; lo considereremo più avanti.

11. Alcune proprietà fondamentali dell'energia radiante.

Tratteremo in dettaglio, nei capitoli seguenti, le diverse proprietà dell'energia radiante, che si manifestano nella sua produzione, nella sua propagazione e nella sua trasformazione in altre forme di energia. Indicheremo tuttavia qui brevemente alcune proprietà fondamentali dell'energia radiante, sulle quali torneremo nel prossimo capitolo.

Abbiamo mostrato nel § 3, perché non era ancora venuto il momento di introdurre fin dall'inizio, nei trattati di Fisica, la teoria elettromagnetica dell'energia radiante, e abbiamo detto che dovevamo quindi limitarci a considerare l'energia radiante come un moto vibratorio armonico,

che si propaga in un particolare mezzo, l'etere. Partendo da questo punto di vista, possiamo applicare ai fenomeni dell'energia radiante, tutto ciò che abbiamo stabilito in precedenza, sulla propagazione di tutto il moto vibratorio in generale, e utilizzato già nello studio dei fenomeni sonori.

Il *punto radiante*, cioè l'elemento (una piccolissima parte) di un corpo fisico radiante è il centro da cui le vibrazioni si propagano in tutte le parti dell'etere. In un mezzo isotropo si forma così una superficie d'onda sferica. Basandoci sul principio di Huygens, abbiamo spiegato la propagazione apparentemente rettilinea dei raggi in un mezzo indefinito, ed i fenomeni di diffrazione che si verificano, quando una parte della superficie dell'onda è in qualche modo tagliata da uno schermo.

L'energia radiante può propagarsi non solo in ciò che viene chiamato vuoto, cioè in uno spazio riempito solo di etere, ma anche in certi corpi solidi, liquidi o gassosi, più esattamente nell'etere che riempie gli intervalli tra le molecole di questi corpi. Si dice che questi corpi sono *trasparenti all'energia radiante di una data natura*; questa natura dell'energia essendo determinata dalla lunghezza d'onda λ o dalla durata della vibrazione T . Che l'energia radiante possa passare attraverso certi corpi, senza assorbimento o quasi, cioè senza trasformazione in un'altra forma di energia, solitamente in energia termica, ne conseguono, per i raggi visibili, proprietà note dei corpi trasparenti in senso ordinario della parola (vetro, acqua, salemma, cristallo di rocca, ecc.). Prévost ha dimostrato che i raggi infrarossi attraversano, almeno in parte, uno strato d'acqua, senza cederle la propria energia, ponendo su un lato di un filo d'acqua continuo un corpo molto caldo, e dall'altro lato un termometro sensibile, la cui temperatura aumentava. Infine i raggi elettrici attraversano liberamente tutti i dielettrici; non sono fermati dalle mura di una casa, dal legno, ecc., che appaiono così come corpi trasparenti per queste radiazioni, mentre avviene il contrario per tutti i metalli.

La quantità di energia, che nell'unità di tempo passa attraverso l'unità di superficie normale ai raggi, è chiamata l'*intensità della radiazione* nel luogo in cui trova questa unità di superficie. Indichiamo con J questa intensità di irraggiamento, e siano J_1 e J_2 i suoi valori particolari in due luoghi distanti R_1 e R_2 dalla sorgente radiante, le cui dimensioni si assumono piccole rispetto alle grandezze R_1 e R_2 . Costruiamo, con la sorgente come centro, due superfici sferiche di raggi R_1 e R_2 . Infine, supponiamo che tra questi due superfici non vi sia assorbimento di energia radiante, cioè nessuna trasformazione di quest'ultima in altre forme di energia; avremo ovviamente la seguente relazione: $4\pi R_1^2 J_1 = 4\pi R_2^2 J_2$ da cui si deduce

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad (1.0.7)$$

o, in generale

$$J = \frac{J_0}{R^2} \quad (1.0.8)$$

essendo J_0 l'intensità corrispondente a $R = 1$.

L'*intensità dell'energia radiante è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente radiante, purché le dimensioni di quest'ultima siano piccole rispetto alla distanza*. Per raggi visibili, questa intensità, in un dato luogo, è ciò che si chiama l'intensità della luce questo posto.

Se il flusso di intensità J incontra la superficie s (fig. 18), sotto un angolo di incidenza α (angolo compreso tra i raggi e la normale cN alla superficie), *la quantità di energia che arriva, nell'unità di tempo, sull'area unitaria di superficie s , è proporzionale a $\cos \alpha$* .

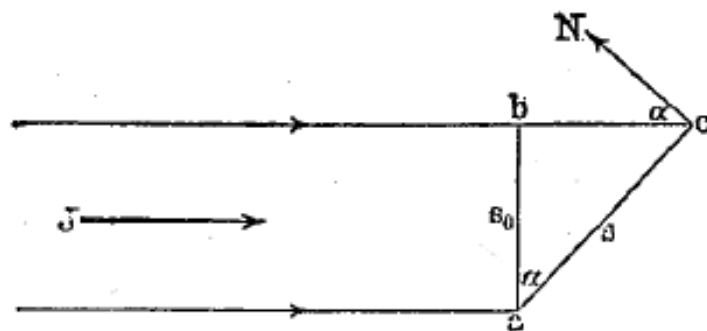


Fig. 18

Sia i_0 il valore corrispondente ad $\alpha = 0$, cioè alla superficie $s_0 = ab$; ovviamente si ha $i_0 = J$. D'altra parte, si ha $i = J s_0 / s = J \cos \alpha$, cioè

$$i = i_0 \cos \alpha \quad (1.0.9)$$

La *riflessione* dell'energia radiante si spiega molto semplicemente con la di Huygens. Supponiamo fatto lo studio elementare della riflessione su gli specchi piani e sferici; considereremo le particolarità nel capitolo IV.

La *rifrazione* dell'energia radiante segue una legge, che abbiamo stabilito teoricamente, utilizzando una costruzione basata sul principio di Huygens. Se v denota la velocità di propagazione nel primo mezzo, v_1 nel secondo, φ l'angolo di incidenza, ψ l'angolo di rifrazione, e infine n l'indice di rifrazione relativo, si ha

$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v}{v_1} = \text{cost} \quad (1.0.10)$$

Qui diremo alcune parole sulla *teoria delle emissioni* di Newton, benché l'abbia applicata solo all'energia radiante visibile.

La riflessione era spiegata, in questa teoria, dall'ipotesi che le particelle materiali luminose, avvicinandosi alla superficie di un corpo (uno specchio), subissero una repulsione, in virtù della quale la componente della velocità normale alla superficie cambiava segno, restando la componente parallela a questa superficie, al contrario, invariata. Nella figura 19, AB è la superficie riflettente, PQ una superficie molto vicina e parallela ad essa. Sia CD la traiettoria di una particella luminosa; a partire da D , questa particella subisce l'azione del mezzo riflettente che la respinge e la traiettoria CD rettilinea diviene, di conseguenza, curva e convessa. In G , la componente della velocità perpendicolare ad AB si annulla; la molecola, continuando il suo percorso, subisce sempre la stessa repulsione e percorre allora un arco GE , simmetrico a GD rispetto alla normale in G alla superficie; nello stesso tempo, la componente normale della velocità riprende valori uguali e contrari a quelli che possedeva nei punti corrispondenti; in E , riprende il suo valore iniziale, ma cambiato di segno; la molecola lascia quindi il campo d'azione del mezzo riflettente, dopo essere stata riflesso in una direzione simmetrico alla direzione di incidenza, rispetto alla normale nel punto di incidenza G .

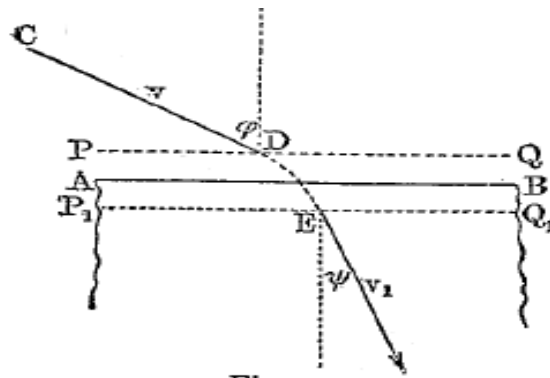


Fig. 20

Per immaginare la rifrazione dei raggi, nella teoria dell'emissione, essa doveva ammettere che la sostanza del secondo ambiente, limitata dalla superficie AB , esercitasse sulla particella luminosa un'attrazione, che agiva nello spazio tra le superfici PQ e P_1Q_1 molto vicine ad AB (fig. 20).

La componente normale ad AB della velocità della particella *aumenta* in questo spazio, e, di conseguenza, la traiettoria rettilinea CD diventa curva; in E , ridiventa nuovamente rettilinea, ma si è avvicinata alla normale, poiché la componente della velocità è aumentata: la sua direzione è indicata dal freccia. La componente della velocità, parallela alla superficie AB , non cambia, perché c'è nessuna forza tangenziale; quindi abbiamo la relazione $v \sin \varphi = v_1 \sin \psi$, da cui deduciamo, per l'indice di rifrazione n , la seguente espressione:

$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v} \quad (1.0.11)$$

Se si ha $\psi < \varphi$, si dice che il secondo mezzo ha una *densità ottica* maggiore di quella del primo, o è più *refrangente*.

Non ci fermeremo a questa difficoltà che deve essere ammessa, per spiegare la riflessione, che la particella di luce avverte una repulsione, e che subisce al contrario un'attrazione, quando si vuole rendere conto della rifrazione. *Newton* l'aveva sollevata facendo una nuova ipotesi. Il confronto delle formule (7) e (8) porta al seguente risultato: *Secondo la teoria dell'emissione, la velocità di propagazione dei raggi è maggiore in un mezzo più rifrangente; secondo la teoria delle ondulazioni, questa velocità è al contrario minore*. La verifica sperimentale può quindi consentire di decidere tra entrambe le teorie.

Si conoscono, dalla fisica elementare, le proprietà fondamentali delle lenti, che riaffermeremo nel capitolo V; noi concluderemo questo paragrafo dimostrando un importante teorema, che si applica pure al caso della riflessione su specchi sferici come a quello della rifrazione attraverso le lenti. Con gli specchi, come con le lenti, si sa che si può trasformare un *fascio divergente di raggi* in un *fascio convergente*; il punto di incontro dei raggi del fascio convergono si chiama l'*immagine reale*. Sia O (fig. 21) un punto radiante; in un istante dato t , si è formato attorno ad esso una superficie d'onda MN , che è il luogo geometrico dei punti che iniziano simultaneamente i loro movimenti. Quando questa superficie d'onda incontra sul suo cammino uno specchio sferico o una lente, la sua curvatura cambia in generale dopo riflessione o rifrazione, ma l'onda rimane quasi sferica (almeno nei limiti in cui possiamo trascurare la cosiddetta aberrazione sferica e l'astigmatismo; si vedano i Cap IV e V). Se la superficie d'onda è concava dalla parte verso la quale si propaga il moto vibratorio, il fascio di raggi corrispondenti è convergente.

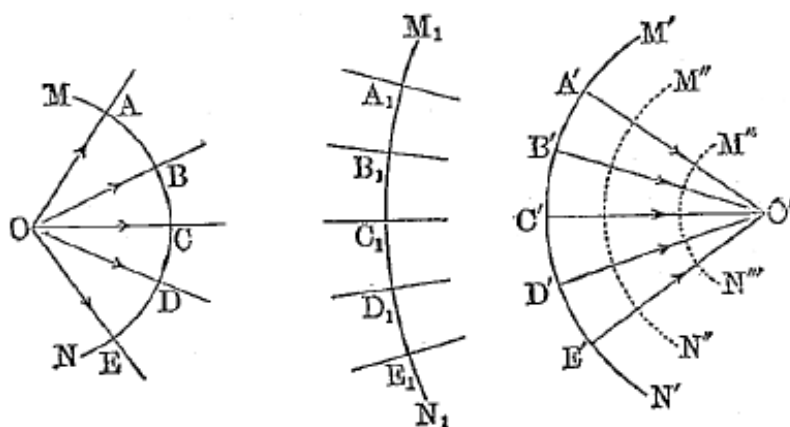


Fig. 21

Sia M_1N_1 ciò che è diventata la superficie d'onda MN all'istante t_1 , dopo un numero qualsiasi di riflessioni e rifrazioni, e siano A_1, B_1, C_1, \dots i punti attraverso i quali passano i raggi OA, OB, OC, \dots . Risulta dalla definizione stessa di superficie dell'onda, che il moto vibratorio si è propagato durante lo stesso tempo $t_1 - t$ lungo i raggi AA_1, BB_1, CC_1, \dots che rappresentano linee spezzate di varie forme. Per quanto diversi siano i mezzi in cui questi raggi si propagano, ciascuno di essi, dopo un intervallo di tempo T (durata di una vibrazione), è aumentato di una lunghezza d'onda, che può non essere la stessa, per i diversi raggi, se la propagazione è avvenuta, nel tempo considerato, in mezzi diversi. Tuttavia, il numero totale di lunghezze d'onda sfalsate sui raggi AA_1, BB_1, \dots è lo stesso per tutti questi raggi; è uguale a $t-t_1/T$. Ne consegue che i punti A e A_1, B e B_1 , ecc., hanno la stessa differenza di fase.

Poiché le superfici d'onda MN e M_1N_1 sono state scelte arbitrariamente, si può prendere da una parte la superficie MN a una distanza infinitamente piccola dal punto radiante O , e d'altra parte sostituire la superficie M_1N_1 con la superficie concava $M'N'$, che corrisponde al fascio di raggi convergenti nel punto O' (immagine). Possiamo quindi sostituire $M'N'$ con le superfici $M''N'', M'''N'''$, ecc., e pure con una superficie infinitamente vicina al punto O' . Ancora le durate delle propagazioni dei raggi sono uguali e le differenze di fase dei punti, che si corrispondono, sono costanti.

Tutti i raggi di provenienza contemporanea dal punto radiante alla sua immagine, o da una superficie d'onda a un'altra, o infine da qualsiasi superficie d'onda all'immagine. Il cambiamento di fase corrispondente a tali percorsi è lo stesso per tutti i raggi, e di conseguenza questi percorsi non possono produrre nessuna differenza di fase dei raggi.

Abbiamo visto, nello studio della propagazione dei moti vibratorii, che la nozione di raggio scompare in qualche modo, quando si prende come punto di partenza il principio di Huygens, che spiega il modo di propagazione delle superfici d'onda. Ciò vale in particolare nel caso in cui la propagazione delle vibrazioni non avviene liberamente, ad esempio, ai fenomeni di diffrazione, nei quali la nozione puramente geometrica di raggio cessa di avere un significato determinato. Ma quando non si verifica alcun fenomeno di diffrazione, o quando si possono trascurare questi fenomeni, l'introduzione del raggio, sotto forma di una linea geometrica, è di grande interesse perché semplifica notevolmente lo studio della propagazione dell'energia radiante, nei casi complicati. Si può designare sotto il nome di *teoria geometrica dell'energia radiante*, e, in particolare, quando si tratta di raggi visibili, sotto il nome di *ottica geometrica*, la parte dello studio dell'energia radiante, nella quale si fa uso, per trattare certe questioni e per risolvere determinati problemi, di semplici considerazioni geometriche, senza ricorrere ad alcuna ipotesi sulla natura della luce.

12. Terminologia.

Siccome vogliamo introdurre, in questa parte del nostro Trattato, le attuali idee sull'energia radiante, non possiamo più conservare la vecchia terminologia che supposeva, da un lato, una differenza essenziale tra luce e calore radiante e, dall'altra, una completa identità tra il calore, nel senso ordinario della parola, e la forma di energia che si propaga per irraggiamento nell'etere. Il significato di termini antichi *calore radiante*, *raggi calorici*, per esempio, implicano il credere in questa identità. Quindi *non li useremo*, perché riposano su idee imprecise e può portare a malintesi.

Dall'unico punto di vista che possiamo considerare corretto, noi dobbiamo determinare nel modo seguente: l'energia cinetica si incontra in natura sotto diverse forme, come ad esempio l'energia dei *moti di traslazione e rotazione dei corpi*, l'energia dei moti molecolari detta anche *calore*, e infine l'energia dei moti dell'etere, che probabilmente si presenta sotto varie apparenze, tra le quali distingueremo l'*energia radiante*; quest'ultima è un moto periodico caratterizzato da diverse proprietà. Esistono infinite forme di energia radiante, che differiscono tra loro per la durata del loro periodo T e per la lunghezza d'onda λ e che costituiscono una serie continua di cui attualmente conosciamo due parti: la parte che si estende da $\lambda 0^{mm}, 0001$ fino a $\lambda = 0^{mm}, 06$ (approssimativamente) e quella che va da un valore di λ di pochi millimetri ad un valore pari a dieci metri e oltre. *Tutti questi casi di energia radiante non sono altro che casi di energia radiante; nessuno di loro corrisponde al calore*. Essi possono provenire dall'energia termica o da un'altra forma di energia, e anche trasformarsi in energia termica o in un'altra forma energia; non abbiamo ancora, tuttavia, un motivo per pensare casi specifici di energia radiante come il calore, neanche come calore *radiante*. Possiamo, è vero, misurare l'energia radiante in calorie, ma solo perché tutte le forme di energia sono equivalenti tra loro e quindi possono essere misurate con unità equivalenti, a cui diamo per comodità le stesse denominazioni. Potremmo, volendo, anche misurare in calorie l'energia di un moto di rotazione, così come potremmo prendere, come unità di quantità di calore, l'erg, o il mega erg, o il joule. *L'energia di un corpo in movimento di rotazione può provenire dall'energia termica (volendo di un motore a vapore) e di nuovo si può cambiare in calore (ad esempio per attrito): tuttavia non chiamiamo calore l'energia del movimento di un corpo che ruota, ed esattamente lo stesso, non siamo autorizzati a considerare energia radiante -energia sui generis - come calore*.

Non dobbiamo dire un *corpo irradia calore*, perché se un corpo perde calore, non è il calore stesso che emette, ma solo l'energia radiante. In modo simile, il vapore, perdendo calore nel cilindro di una macchina a vapore, trasmette al pistone, al volano, ecc., non calore, ma energia di movimento, che di nuovo, come energia radiante, può poi essere trasformata in parte in calore.

Il punto di vista che adottiamo priva la questione seguente di ogni significato in diversi opere: è possibile separare, nella parte visibile dello spettro, i raggi luminosi dei raggi calorici, dove passano attraverso i mezzi, sia assorbiti, riflessi, rifratti, ecc., sempre simultaneamente e invariabilmente legati tra loro? La genesi di questa domanda è certamente istruttiva, ma, come abbiamo detto, non sorge più, perché l'impressione di luce sul nostro occhio e la trasformazione in calore sono solo *manifestazioni esterne diverse* della stessa realtà esistente, l'energia radiante. *Il calore, la luce e l'energia chimica sono tre proprietà inseparabili della stessa radiazione*; coesistono sempre ed è impossibile sopprimerne una, senza che le altre due scompaiano contemporaneamente.

Potrebbe sembrare che tutto ciò che abbiamo appena detto sia solo un gioco di parole, e ci si potrà chiedere se non sia possibile mantenere convenzionalmente i vecchi termini, con alcune restrizioni. La risposta è assolutamente negativa, per i seguenti motivi. Conosciamo i raggi elettrici (di Hertz), i raggi luminosi visibili e i raggi infrarossi e ultravioletti invisibili. Quale di loro dovremmo oggi chiamare raggi calorici? Tutti i raggi sono invisibili? Ma, da un lato, il limite tra i raggi visibili e i raggi invisibili è del tutto indeterminato, di modo che gli stessi raggi, in determinate condizioni o per un certo occhio, sarebbero raggi calorici, e non lo sarebbero più, in altre circostanze o per un altro occhio; dall'altra parte, sarebbe difficile chiamare i raggi calorici,

i raggi ultravioletti. Sarebbe inoltre inammissibile mantenere la denominazione di raggi calorici, per i soli raggi infrarossi, dapprima per l'indeterminazione dei limiti di questi raggi, poi perché questa denominazione mancherebbe di significato, potendo avere i raggi visibili e i raggi ultravioletti come origine l'energia termica e trasformarsi in essa, così come in raggi infrarossi. Quindi dobbiamo ripeterlo: le espressioni di *calore radiante*, *raggi calorici*, *irraggiamento calorico*, ecc. non possono trovare posto in uno studio attuale dell'energia radiante.

Ci atterremo rigorosamente alla seguente terminologia. I diversi gruppi di raggi sono caratterizzati dai valori limite della lunghezza d'onda λ e dal numero N di vibrazioni al secondo. Le grandezze λ e N sono legate dall'equazione (3), $v = N\lambda$, dove abbiamo $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s.

L'energia radiante si scompone in:

1° *Raggi elettrici* (di Hertz): attualmente (1905) λ assume valori qualsiasi maggiore di $\lambda = 3$ mm e il numero di vibrazioni N , tutti i valori inferiori a $N = 10^{11}$;

2° *Intervallo ancora sconosciuto*: da $\lambda = 3$ mm fino a $\lambda = 0^{mm}, 06 = 60\mu$ circa, comprendendo circa 5 ottave e mezzo, e da $N = 10^{11}$ fino a $N = 5 \cdot 10^{12}$ circa;

3° *Raggi infrarossi invisibili o oscuri*: da $\lambda = 60\mu$ fino a $\lambda = 0,76\mu$, comprendendo circa 6 ottave e mezzo, e da $N = 5 \cdot 10^{12}$ a $N = 4 \cdot 10^{14}$;

4° *Raggi visibili o raggi luminosi*: da $\lambda = 0,76\mu$ a $\lambda = 0,4\mu$, quasi 1 ottava; da $N = 4 \cdot 10^{14}$ a $N = 7,5 \cdot 10^{14}$;

5° *Raggi ultravioletti oscuri o invisibili*: da $\lambda = 0,4\mu$ a $\lambda = 0,1\mu$, solo 2 ottave; da $N = 7,5 \cdot 10^{14}$ a $N = 3 \cdot 10^{15}$.

Le diverse forme di energia radiante non sono chiaramente separate l'una dall'altra; questo non è, del resto, un grande inconveniente, e si comprende che, a seconda delle circostanze, quelle che sono invisibili possono diventare visibili e viceversa.

13. Metodi per ottenere raggi omogenei.

Ci sono tre metodi diversi per ottenere raggi più o meno omogenei (singoli o *monocromatici*), per i quali la lunghezza d'onda λ è tra limiti molto stretti. Questi sono i seguenti:

1. *Metodo spettrale*. - Si scompongono i raggi di una sorgente luminosa qualsiasi, mediante uno dei metodi noti (prisma, reticolo), e si ottiene uno spettro dal quale si separa, utilizzando una fenditura forata in uno schermo opaco, la parte che vogliamo studiare. In alcuni casi, il problema può essere semplificato, se si prendono come fonte di luce i vapori o gas portati ad incandescenza. Quindi, per esempio, una fiamma di alcol o del beccuccio di un gas, di per sé poco illuminante, emette raggi *visibili* quasi monocromatici, quando i vapori sono portati all'incandescenza; emette raggi gialli quasi omogenei, quando vi si introduce un sale di soda, che si dissocia per il calore e dà il vapore del sodio. I vapori di altri metalli danno ad alta temperatura spettri costituiti da molte righe luminose. Se una delle righe viene separata da tale spettro, si ottiene una luce estremamente omogenea. Fabry e Perot hanno mostrato (1900) come procedere per ottenere raggi di una omogeneità la più perfetta possibile.

2. *Metodo di assorbimento*. - Alcune sostanze sono trasparenti solo per un determinato gruppo di raggi *visibili* quasi omogenei, in modo che lo spettro dei raggi che sono passati attraverso una lastra di tale sostanza si presenta sotto forma di una stretta banda. Così, il rubino, per esempio, lascia passare solo una parte dello spettro rosso, i cui raggi hanno approssimativamente la stessa lunghezza d'onda.

3. *Metodo delle riflessioni successive*. - Si fanno riflettere i raggi di una sorgente qualsiasi in successione sulle superfici di una serie di corpi formati da una stessa sostanza. Si ottengono così, in certi casi, fasci di raggi molto omogenei appartenenti ad una certa regione dello spettro. Ad esempio, Rubens e Nichols trovarono (1897) che un fascio di raggi infrarossi contiene, dopo quattro riflessioni sulla fluorite, solo raggi la cui lunghezza d'onda è vicina a $\lambda = 31,6\mu$. Ricerche successive di Rubens (1899) hanno mostrato, tuttavia, che l'intensità dei raggi riflessi ha due

massimi: per $\lambda = 24,0\mu$ e $\lambda = 23,7\mu$, e che i raggi intermedi sono pure in gran parte riflessi, in modo che l'omogeneità dei raggi ottenuti non è molto grande. Rubens e Aschkinass hanno inoltre osservato che dopo cinque riflessioni sul *salgemma* e sulla silvite rimangono raggi la cui lunghezza d'onda è rispettivamente $\lambda = 51,2\mu$ e $\lambda = 61,1\mu$. Questi raggi sono chiamati i *raggi restanti*.

14. Nuovi raggi

La fine dell'anno 1895 e l'anno 1896 sono stati contrassegnati dalla scoperta di tutta una serie di fenomeni apparentemente differenti che appartengono ai fenomeni di radiazione. Tali sono i raggi di Röntgen, i raggi di Becquerel e molti altri scoperti da diversi osservatori. Qual è la natura intima di questi fenomeni, che uniremo, per il momento, sotto il nome comune *nuovi raggi*; rappresentano casi speciali di energia radiante; possiamo assegnare loro un posto nello spettro? Tutte queste domande non sono ancora risolte. Quindi non possiamo ancora studiare questi nuovi fenomeni contemporaneamente alle altre forme di energia radiante. Li descriveremo nel volume IV.

2 Trasformazione dell'energia termica in radiante e viceversa

1. Irraggiamento calorico e luminescenza

Abbiamo che al crescere della temperatura di un corpo dato, il numero di molecole, che effettuano vibrazioni sempre di più rapide, aumenta gradualmente e, allo stesso tempo, l'energia di queste vibrazioni. Ad una certa temperatura compaiono i primi raggi che agiscono sui nostri occhi; il corpo inizia a emettere luce, diventa illuminante.

Sono stati fatti molti esperimenti per determinare la temperatura alla quale i corpi solidi iniziano a emettere raggi visibili. La storia di questo problema è di particolare interesse, perché da quasi cinquant'anni, l'interpretazione imprecisa di alcuni esperimenti ha portato a conclusioni errate. Draper (1847) cercò per primo di determinare la temperatura in questione. A questo scopo fece scaldare pezzetti di calce, di marmo, di fluorite, metalli vari e carbone, all'interno di un tubo di ferro chiuso ad un'estremità. Trovò che tutti i metalli e il carbone iniziavano, *in queste condizioni*, ad emettere contemporaneamente a 525° luce rossa. La calce, il marmo e la fluorite cominciarono a diventare luminose un po' prima. Senza dare molta importanza a questo ultimo fatto, Draper concluse dai suoi esperimenti, che tutti i corpi iniziano a emettere raggi rossi visibili alla stessa temperatura (525°). Sotto il nome di legge di Draper, questa conclusione fu considerata indiscutibile per quasi mezzo secolo. Quarant'anni dopo Draper, H.F. Weber (1887) riprese la questione. Trovò che i corpi iniziano già a circa 400° a emettere una luce grigio scura e instabile, che scompariva ogni volta che si cercava di fissarla con l'occhio. Stenger, Emden, Violle e altri hanno confermato le osservazioni di H.F. Weber; inoltre, lo stesso Draper aveva già riconosciuto e persino studiato quel grigio bagliore. S. Téréchine osservò per primo la comparsa della luce già a 358° ; Gray (1894), che studiò questo problema in dettaglio, trovò 370° come temperatura della prima luce; Pettinelli trovò una temperatura più alta, 404° . Il fenomeno fu chiarito solo quando lavori più recenti, in particolare quelli di Lummer, hanno reso nota l'intima natura dei fatti e hanno mostrato che la legge di Draper *non corrisponde alla realtà*. Torneremo su questa questione importante, in proposito della legge di Kirchhoff.

È necessario distinguere chiaramente *due tipi di emissione di energia radiante*. Il primo è la *radiazione calorica*. Proviene esclusivamente dall'energia termica di un corpo radiante.

Esiste, tuttavia, tutta una serie di casi in cui i corpi emettono energia radiante visibile, cioè luce, in condizioni in cui non si può ammettere l'esistenza di una temperatura elevata. Questi sono casi anormali dove l'energia radiante probabilmente visibile si forma direttamente a spese di una forma di energia diversa dal calore. E. Wiedemann ha felicemente designato con il nome di *luminescenza* tutti i modi di produzione analoghi della luce. Si possono distinguere i seguenti casi di luminescenza.

I. FOTOLUMINESCENZA O FOSFORESCENZA. - Certi corpi, dopo essere stati esposti alla luce, emettono per qualche tempo, bagliori nell'oscurità. Studieremo in dettaglio questo fenomeno in seguito, al quale alcuni scienziati, forse a torto, attribuiscono la fluorescenza.

II. — TERMOLUMINESCENZA. - Certi corpi leggermente riscaldati diventano luminosi; tali sono il diamante, il marmo, il fosforo e la fluorite. Quest'ultima brilla già nella paraffina fusa. Tutti i corpi termoluminescenti perdono le loro proprietà se esposti a un calore prolungato, cioè dopo il raffreddamento, non brillano più quando li riscaldano nuovamente. Questi corpi recuperano la

proprietà persa sotto l'azione di alcuni *eccitatori*, come i raggi luminosi, i raggi catodici, eccetera. E. Wiedemann scoprì (1895) che il ruolo eccitante può essere svolto da raggi di particolare natura emessi dalla scintilla elettrica e che sono detti *raggi di scarica* (Entladungsstrahlen). W. Hoffmann ha studiato in dettaglio (1897) il ristabilimento della termoluminescenza da parte di questi raggi, nonché varie proprietà di questi ultimi. I corpi che danno origine ai fenomeni in questione sono, ad esempio, $CaSO^4 + xMnSO^4$, $Na^2SO^4 + xMnSO^4$ e $CaCO^3 + xMnCO^3$, dove x indica una piccola frazione, in modo che la seconda sostanza venga aggiunta solo in piccole quantità alla prima. E. Wiedemann e G. C. Schmidt si riferiscono a questi corpi con il nome di dissoluzioni solide. Anche J. J. Borgmann si occupò (1897) di questi fenomeni.

Alcune sostanze brillano quando vengono raffreddate a temperature molto basse. Tali sono il suberone, il fencone, e in alcuni altri corpi che diventano luminosi se immersi in aria liquida. È difficile d'altronde decidere se questo fenomeno appartiene alla termoluminescenza o ad altri casi, ad esempio alla cristallo luminescenza, per esempio. L'azotato di uranio brilla pure nell'aria liquida, mentre si raffredda, e poi, quando viene estratto, quando si riscalda.

III. TRIBOLUMINESCENZA. - Un gran numero di sostanze possono diventare luminose a temperatura ordinaria, per sforzi meccanici: attrito, rottura, frantumazione, ecc.; lo zucchero brilla al buio; quando lo si schiaccia; lo stesso, quando si rompono cristalli di azotato di uranio, durante la macinazione del gesso, del cloruro di calcio, ecc. o quando si spacca la mica.

La saccarina (Pope), il salofene (Richarz), il chinino valerianato, la cumarina, il cloridrato di anilina, ecc., possiedono una triboluminescenza molto forte. L. Tschugaeff ha studiato 510 sostanze e, tra queste, ne ha trovate 127 che emettono bagliori. Brugnatelli e Andreocci hanno indicato una relazione tra la forma cristallina di una sostanza e la sua capacità di triboluminescenza. D. Gernez ha recentemente indicato (1905) che la triboluminescenza non è particolarmente specifica dei composti organici, come si potrebbe dedurre dalla ricerca di L. Tschugaeff.

IV. CRISTALLO LUMINESCENZA. - Alcuni corpi diventano luminosi quando si cristallizzano. Si producono bagliori e persino scintille (Rose e Berzelius) nella cristallizzazione di acido arsenico, fluoruro di sodio, solfati di soda e potassa. L'argento liquido inizia a brillare con più lucentezza nel momento in cui si solidifica (Phipson). Se si versa acido cloridrico o alcol in una soluzione satura di $NaCl$ in acqua, il sale si separa e talvolta vediamo una luce molto brillante (Bandrowski).

V. LUMINESCENZA CHIMICA. - Gli organismi viventi e le materie organiche in putrefazione a volte emettono bagliori. Allo stesso modo il fosforo brilla ossidandosi lentamente nell'aria (in ossigeno puro brilla solo a basse pressioni) e potassio e sodio tagliati in presenza di ossigeno (aria) diventano luminosi. Dubois ha trovato che molte materie organiche, ad esempio l'escolina, brillano quando vengono riscaldate in una soluzione di potassa caustica in alcool; questo fenomeno deve essere spiegato per lenta ossidazione.

VI. - ELETTROLUMINESCENZA. - I gas rarefatti si illuminano quando sono attraversati da scariche elettriche. In alcuni casi (ad es. in aria rarefatta con tracce di SO^3), il bagliore continua, allorché le scariche sono cessate.

L'enumerazione precedente dei vari modi di luminescenza non può essere vista come rigorosamente sistematica; è anche molto probabile che la causa fondamentale sia identica in molti dei casi che sono stati segnalati. E. Wiedemann (1901) ha distinto 14 diversi casi di luminescenza.

2. L'energia radiante in funzione della direzione dell'irraggiamento

Da ogni elemento superficiale di un corpo radiante partono flussi di energia radiante in tutte le direzioni possibili. Abbiamo chiamato in modo generale *intensità del flusso di energia radiante*, la quantità di energia che attraversa, nell'unità di tempo, l'unità di area perpendicolare ai raggi. Sia J la quantità *totale* di energia emessa, nell'unità di tempo, dagli elementi s di superficie di un corpo normalmente a quest'ultima, e J_φ quella emessa in una direzione che forma l'angolo φ

con la normale. *La legge di Lambert dà:*

$$J_{\varphi} = J \cos \varphi \quad (2.0.1)$$

cioè che *la quantità di energia radiante emessa nell'unità di tempo, da un elemento di superficie di un corpo, in una data direzione, è proporzionale al coseno dell'angolo formato da questa direzione e dalla normale sulla superficie del corpo radiante.* Questa legge non si applica agli organismi che sono leggermente trasparenti alle specie di raggi date. Si dimostra empiricamente, per i raggi luminosi, a partire dal fatto che una sfera luminosa (ad esempio una sfera di metallo portata al rosso) sembra avere lo stesso splendore al centro e sui bordi. Ne consegue infatti che le intensità dei flussi paralleli di energia A e B (fig. 22) sono uguali tra loro.

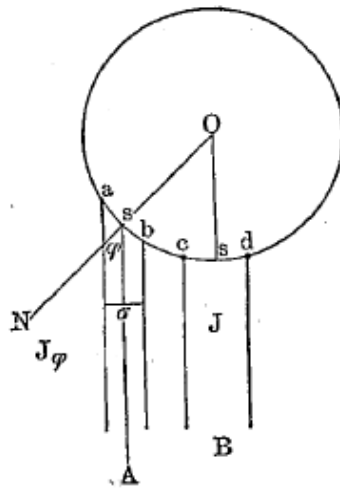


Fig. 22

Se si pone $ab = cd = s$ e $NsA = \varphi$, si ha

$$\frac{J_{\varphi}}{\sigma} = \frac{J}{s}$$

dove σ indica la sezione trasversale del flusso A ; ma si ha $\sigma = s \cos \varphi$ e si deduce, di conseguenza, la formula (1). Inversamente, dalla legge di Lambert che *i flussi di energia emessi da un elemento della superficie di un corpo, in tutte le direzioni possibili, hanno la stessa intensità.* La correttezza di questa legge è stata dimostrata, per i raggi scuri, di Leslie, usando l'apparato mostrato in Figura 23.

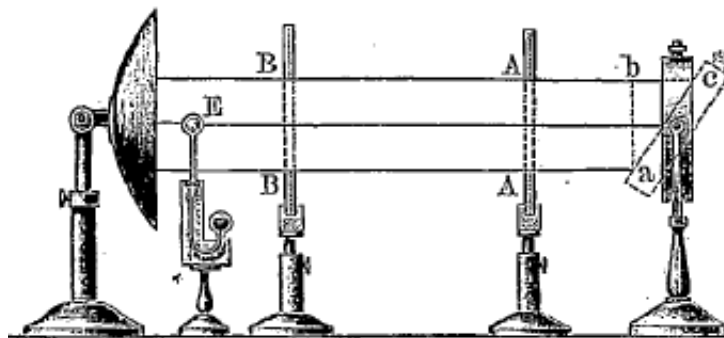


Fig. 23

Un vaso *ac* metallico riempito con acqua bollente è mobile attorno ad un asse orizzontale; *AA* e *BB* sono schermi forati con fori tondi, *E* il serbatoio di un termometro differenziale posto nel fuoco di uno specchio concavo. Noi troviamo che anche *E* si scalda ugualmente sia che il vaso *ac* sia in posizione verticale o in qualsiasi posizione inclinata, e ne consegue che l'intensità del flusso di energia radiante, che attraversa *AA* e *BB*, è la stessa in tutti i casi. Melloni, Ångström e Godard verificarono anche la legge di Lambert, per i raggi invisibili, Möller (1885) per i raggi che il platino emette al rosso.

Fourier ha dato la seguente spiegazione della legge di Lambert. Ammettiamo che non solo le particelle che si trovano sulla superficie del corpo prendano parte all'irraggiamento, ma anche quelle che si trovano a una certa profondità, e che sia ρ il piccolissimo percorso che un raggio può percorrere all'interno della sostanza, senza essere completamente assorbito. Descriviamo, attorno ad un punto *O* posto sulla superficie *MN* del corpo (fig. 24), una semi sfera di raggio ρ , e disegniamo due cilindri *AB* e *CD* della stessa sezione σ , i cui assi passano per *O*. Nelle direzioni *OB* e *OD* si propagano quindi uguali quantità di energia, poiché queste quantità provengono da cilindretti identici *OA* e *OC*. Ne consegue che le intensità del flusso di energia, nelle direzioni *OB*, e *OD*, sono uguali, e questo è ciò che la legge di Lambert dice, come noi l'abbiamo visto. La spiegazione precedente non è non soddisfacente, e possiamo rivolgerle più di una obiezione. È corretto che le particelle di superficie non partecipano da sole all'irraggiamento, come mostra l'esperimento con cui Melloni ha confrontato le intensità dei flussi emessi dalle quattro facce di un cubo di rame riempito di acqua bollente, le quali erano uniformemente ricoperte con sottili strati di vernice applicata una sopra l'altra. L'ago del galvanometro è stato deviato di $9,3^\circ$, quando il lato rivolto verso il termo moltiplicatore è stato ricoperto da un unico strato vernice; Melloni ha ottenuto i seguenti risultati:

Numero di strati	1	2	3	4	5	6	7...	16
Deviazione	$9,3^\circ$	$13,9^\circ$	$17,8^\circ$	$21,3^\circ$	$24,5^\circ$	$27,4^\circ$	$29,9^\circ \dots$	$40,9^\circ$

Continuando ad aumentare il numero di strati, non si agisce più sull'intensità del flusso di energia radiante; lo spessore totale dei 16 strati era solo di $0^m,0435$.

Poisson, Zöllner e Lommel cercarono anche di stabilire teoricamente la legge di Lambert. W. A. Oulianin (1897) dimostrò per la prima volta rigorosamente che questa legge può valere solo per corpi solidi con superficie assolutamente verniciata, cioè non riflettente, secondo le leggi ordinarie della riflessione.

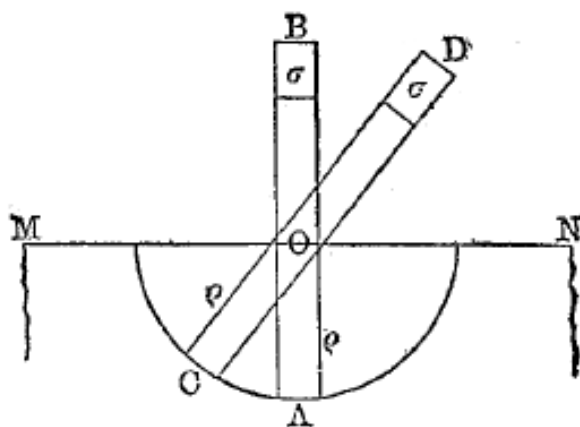


Fig. 24

Se invece la superficie di un corpo è levigata, la formula di Lambert (1) deve essere sostituita da una espressione più complicata. Torneremo più avanti sul lavoro di W. A. Oulianin relativo a

questa domanda. La legge di Lambert non si applica affatto ai vapori incandescenti o ai corpi che sono circondati da un involucro di vapori che assorbono parzialmente i raggi. Così è il Sole riguardo a una sfera metallica incandescente. Infatti Bouguer, Cuacornac, Pickering e Strange, H.C. Vogel, Frost (1892) e altri hanno dimostrato che l'intensità dell'energia radiante diminuisce rapidamente dal centro ai bordi del Sole. Se si indica con 100 l'intensità del flusso al centro del Sole, questa intensità è solo 37 per i raggi visibili ai bordi, ed è pari solo a 13,5 per i raggi che agiscono sulla carta sensibile.

3. Radiazione totale (integrale) a seconda della natura e lo stato della superficie dei corpi.

Il flusso di energia emesso da un corpo contiene a una data temperatura T raggi di lunghezza d'onda λ molto diversi. La fisica moderna si è posta la domanda di sapere *quali sono le parti costitutive di un flusso*, cioè, ha cercato di determinare l'irraggiamento in funzione di λ e T , per ciascuna specie di raggio separatamente. Questo modo di porre la domanda risale già all'apparizione dei lavori di W. A. Michelson (Mosca) e H. F. Weber nel 1887 e 1888. Fino ad allora era stato studiato solo il *flusso totale* di energia radiante, che si può anche chiamare *flusso integrale*. Seguiremo l'ordine storico nell'esposizione di questa domanda, e considereremo prima i lavori che avevano per oggetto il flusso integrale.

L'esperienza mostra che l'intensità del flusso di energia radiante a una data temperatura dipende dalla natura e dallo stato fisico della superficie del corpo radiante. Questa intensità serve come misura di ciò che viene chiamato il *potere emissivo* della superficie data, che indicheremo con E . Leslie (1804) ha determinato i valori relativi della grandezza E per differenti sostanze, utilizzando l'apparato rappresentato dalla figura 23, nel quale si sostituisce il vaso *ac* con un cubo di rame riempito di acqua bollente. Le facce del cubo erano ricoperte di diverse sostanze e, a loro volta, ruotate verso lo specchio e il serbatoio del termometro differenziale. Trovò così i seguenti valori di E :

	E		E		E
Nero fumo	100	Ghiaccio	85	Mercurio	20
Carta	98	Mica	80	Ferro (lucido)	15
Vetro	90	Grafite	75	Sn, Ag, Au	12

Melloni ha ripreso queste ricerche, utilizzando una pila termoelettrica, e trovò:

$E =$	Nero fumo	Bianca	Inchiostro di china	Gomma lacca	Metalli
	100	100	85	72	12

In entrambe le tabelle, al nerofumo è stato assegnato il valore arbitrario $E = 100$. De la Provostaye e Desains hanno indicato alcune fonti di errore negli esperimenti di Leslie e Melloni; hanno trovato per i metalli valori molto più piccoli, compresi tra 2,2 e 10,8, sempre ponendo $E = 100$ per il nerofumo.

Ogni aumento della densità dello strato superficiale di un corpo diminuisce il suo potere emissivo, ogni diminuzione al contrario lo aumenta. Opacizzando la superficie dell'argento forgiato, si aumenta E ; se si lucida al contrario dell'argento molle, con carta smerigliata, ciò aumenta la sua densità, E diminuisce. Per la paglietta di platino, E è 7 volte più grande di un normale foglio di platino.

Masson e altri ancora credevano che E fosse la stessa per tutti i corpi polverosi. Tuttavia, i risultati degli esperimenti di Tyndall non concordano con questa ipotesi; Tyndall ha riscontrato

che E varia entro limiti piuttosto ampi per le varie polveri; è così che ha ottenuto $E = 84,0$ (in unità arbitrarie) per il nerofumo ed $E = 35,3$ per il salgemma in polvere.

I valori relativi del potere emissivo E qui citati, e trovati da Leslie, Melloni, Tyndall, ecc., si applicano solo ai campioni sottoposti agli esperimenti, e nelle condizioni particolari di questi ultimi. Non solo qualsiasi cambiamento nelle proprietà della superficie influisce sul valore di E , ma anche le condizioni di temperatura in cui avviene la trasformazione dell'energia termica in energia radiante. Otterremmo, in esperimenti simili a quelli che sono stati descritti (Leslie, Melloni), altri valori per E e, di conseguenza, un diverso ordine dei corpi secondo i valori decrescenti di E , se si scegliesse un'altra temperatura per la superficie radiante. Ciò è confermato dagli esperimenti diretti di De la Provostaye e Desains.

Tra i lavori più recenti, citeremo anzitutto le ricerche di Wiedeburg (1898), che ha confrontato il *flusso integrale* di diversi metalli e leghe a 100° . Una lastra sottile era riscaldata da un lato con acqua bollente a 100° ; l'intensità del flusso era misurata da una pila termoelettrica. Tutte le piastre erano confrontate con la stessa piastra d'argento, per la quale l'intensità del flusso era presa come unità. I risultati ottenuti sono registrati nella tabella seguente (il packfung è una lega contenente il 53% di Cu, il 17% di Zn, il 25% percento di Ni e il 4% di Fe; la lega Mn - Cu conteneva il 30% percento di Mn):

	E		E		E
Ag	1,00	Ni	1,16	Ottone	1,09
Cu	1,01	Sn	1,22	Palladio	1,25
Au	1,06	Pt	1,23	Acciaio	1,31
Al	1,07	Pb	1,36	Manganese	1,32
Zn	1,08	Sb	2,27	Packfung	1,38
Cd	1,10	Bi	2,78	Lega Mn-Cu	1,62

Si vede da quanto precede, che *per tutti i metalli puri, ad eccezione del nichel, i valori di E aumentano nello stesso ordine della resistenza elettrica delle stesse sostanze, o, in altre parole, nell'ordine inverso della conducibilità elettrica e calorica*. Per il nichel e le leghe, non si nota un simile parallelo. Una semplice legge, relativa all'irraggiamento integrale alla conducibilità elettrica, non si può dedurre da queste ricerche.

Ma recentemente (1903) Rubens e Hagen sono giunti a risultati molto interessanti, confrontando la conducibilità elettrica dei metalli al potere emissivo, per le onde lunghe. Essi hanno trovato in questo caso la semplice legge seguente: *Il potere emissivo dei metalli, per le onde lunghe, è inversamente proporzionale alla radice quadrata della conducibilità elettrica*.

La questione del potere emissivo dei gas è di grande interesse, soprattutto per la meteorologia. Fr. Very (1900) ha fatto alcune ricerche estese; misurò il potere emissivo E di strati d'aria, di strati di acido carbonico e vapore acqueo, variando lo spessore dello strato (da 25 a 125 cm), così come la pressione e la temperatura gas (da 10° a 100°). Per l'aria, E è, entro i limiti indicati, proporzionale allo spessore d dello strato; per l'acido carbonico e il vapore acqueo al contrario, E cresce molto più velocemente di quanto indicherebbe la proporzionalità. Indicheremo i risultati di queste esperienze al § 6.

4. Osservazioni generali su come varia, in funzione della temperatura, la velocità di trasformazione dell'energia termica in energia radiante.

Abbiamo detto che il fenomeno *osservato*, nella trasformazione dell'energia termica in energia radiante, era complesso; osserviamo infatti che il risultato di due flussi che hanno luogo dal corpo dato nel mezzo che lo circonda e inversamente da questo mezzo nel corpo considerato. L'intensità del primo flusso è, per un determinato corpo e per date proprietà della sua superficie, una funzione

della temperatura del corpo T ; l'intensità del secondo il flusso è generalmente considerata come una funzione della *temperatura Θ del mezzo circostante*. Va comunque precisato che il concetto di temperatura del mezzo circostante non è dei più chiari. È solo nel caso particolare in cui il dato corpo è circondato su tutti i lati da un involucro mantenuto ad una determinata temperatura Θ , che si può dire che Θ rappresenta anche la temperatura del mezzo circostante, da cui dipende l'intensità del flusso di energia radiante diretta verso il corpo. La quantità di calore Q persa dal corpo, in un dato tempo, è quindi uguale alla differenza dei valori di una *stessa* funzione, cioè si ha

$$Q = F(T) - F(\Theta) \quad (2.0.2)$$

La funzione deve essere la stessa in entrambi i termini, perché per $T = \Theta$ si deve sempre avere $Q = 0$, qualunque sia T .

In tutti gli altri casi, la nozione della grandezza Θ , come abbiamo detto, non è chiara. Supponiamo, ad esempio, che il corpo sia all'aria aperta. Il temperatura Θ , deve determinare l'intensità del flusso di energia radiante diretta dall'esterno verso il corpo, rappresenta la temperatura dello strato d'aria che circonda immediatamente quest'ultimo, o quella degli oggetti che si trovano a diverse distanze (compresa la Terra) e che emettono anche energia radiante verso di esso? E cosa rappresenta il mezzo circostante, verso l'alto, nel caso di cielo aperto? In uno spazio chiuso, ad esempio in una stanza, si potrebbe intendere per Θ la temperatura più o meno uniforme dell'aria nella camera e delle pareti. Esamineremo nel seguito solo i casi in cui Θ ha un valore ben determinato, che le osservazioni posso dare.

È improbabile che si giunga mai a determinare il vero valore dei flussi separati $F(T)$ e $F(\Theta)$; ma, d'altra parte, si può trovare la loro differenza Q , osservando il *raffreddamento* dei corpi.

Il fenomeno della trasformazione dell'energia termica in energia radiante, di cui ci occupiamo, può evidentemente trovare spazio tanto nello studio del calore quanto in quello dell'energia radiante. Si potrebbe quindi considerare anche qui il raffreddamento dei corpi. Ma poiché la trasformazione dell'energia termica in energia radiante è quasi sempre accompagnata da altri fenomeni, che appartengono completamente allo studio del calore, ad esempio i fenomeni di conducibilità termica, tratteremo nel dettaglio il tema del raffreddamento solo nel T. III (Parte Nona).

5 Legge dell'irraggiamento integrale

Consideriamo alcune delle formule che sono state proposte per determinare la grandezza E del flusso integrale di energia radiante, emesso dall'unità di superficie di un corpo e formato a spese dell'energia termica di questo corpo. Sia Q la quantità di calore persa dal corpo, durante il piccolo intervallo di tempo T , e S la superficie totale del corpo; si ha evidentemente in questo caso

$$\begin{cases} E &= f(T, \Theta) \\ Q &= SE\tau \end{cases} \quad (2.0.3)$$

E dipende qui da T, Θ e dalle proprietà della superficie del corpo radiante; deve essere della forma (2).

I. Legge di Newton - La quantità di energia radiante E è proporzionale alla differenza delle temperature T del corpo e Θ del mezzo circostante

$$\begin{cases} E &= h(T - \Theta) \\ Q &= Sh(T - \Theta) \end{cases} \quad (2.0.4)$$

Il fattore h dipende in queste formule dalle proprietà della superficie del corpo. È numericamente uguale alla quantità di calore che si trasforma in energia radiante, sull'unità di superficie ($S = 1$), durante l'unità di tempo ($\tau = 1$), quando la differenza $T - \Theta = 1^\circ$. Il fattore h è talvolta chiamato *coefficiente di conducibilità calorica esterna* della superficie data.

La legge di Newton è esatta solo entro limiti molto ristretti; Q ed E sono proporzionali alla differenza di temperatura $T - \Theta$ solo quando quest'ultima non supera qualche grado; per differenze di temperatura superiori a 5° , le differenze sono già significative. Inoltre il fattore h dipende ancora dai valori delle temperature T e Θ ; cresce, per superfici ricoperte con nerofumo, di oltre l'1%, quando le temperature T e Θ aumentano di 1° ; a 100° il potere emissivo del nerofumo è di circa due volte più grande che a 0° .

II. La legge di Dulong e Petit - Questi scienziati hanno dedotto dalle loro osservazioni le seguenti formule, per l'irraggiamento del nerofumo *nel vuoto*,

$$\begin{cases} E = m(a^T - a^\Theta) \\ a = 1,0077 \\ Q = mS(a^T - a^\Theta) \end{cases} \quad (2.0.5)$$

m qui rappresenta un fattore di proporzionalità. Uno studio critico di Stefan e gli esperimenti di Gratz hanno dimostrato che questa legge non era molto esatta. Dà, per il potere emissivo a 100° ($\Theta = 100^\circ$, $T = 101^\circ$), un valore 2,15 volte maggiore che a 0° ($\Theta = 0^\circ$, $T = 1^\circ$). Torneremo nel volume III sulla legge di Dulong e Petit.

III. Legge di Stefan - *Il potere emissivo di una superficie è proporzionale alla differenza delle quarte potenze delle temperature assolute del corpo e del mezzo circostante*

$$\begin{cases} E = \sigma[(T + 273)^4 - (\Theta + 273)^4] \\ Q = S[(T + 273)^4 - (\Theta + 273)^4] \tau \end{cases} \quad (2.0.6)$$

σ è un fattore di proporzionalità. Boltzmann (1884) ha mostrato teoricamente l'esattezza di questa legge, per quello che lui chiama un *corpo assolutamente nero*. Torneremo su questa domanda più avanti.

IV. Altre leggi - Ferrel ha sostituito l'esponente 4 delle formule di Stefan con un esponente indeterminato n . i cui valori oscillavano, secondo i suoi esperimenti, tra 3,6 e 3,83 (alcuni esperimenti hanno dato $n = 4,2$). Violle, Rosetti, S. Ia. Téreschine e altri hanno proposto formule diverse per la legge in questione. Le considereremo in T. III, nel capitolo sul raffreddamento dei corpi.

6. Grandezza assoluta dell'irraggiamento integrale

Le formule del § 5, che collegano la grandezza E alle temperature T e Θ , contengono alcuni fattori di proporzionalità, di cui indicheremo i valori numerici. Gli esperimenti di Stefan e Christiansen hanno portato allo stesso risultato facile da ricordare: *per il nerofumo*,

$$E_{100} - E_0 = 1 \text{ cal gr } (cm^2 \text{ min}) \quad (2.0.7)$$

in altre parole, *ogni centimetro quadrato della superficie di un corpo ricoperto di nerofumo perde ogni minuto un grammo-caloria, se la temperatura del corpo è 100° , quello dell'involucro che lo racchiude 0° , e se l'aria, all'interno dell'involucro, è il più possibile rarefatta.*

Le formule (4), (5), e (6) danno con queste unità (ponendo $T = 100$ e $\Theta = 0$)

$$h = 0,01 \quad m = 0,8670 \quad \sigma = 7,26 \cdot 10^{-11} \quad (2.0.8)$$

da cui si deduce la quantità E , per tutti i valori di T e Θ . Esperimenti più recenti di Kurlbaum (1898) hanno dimostrato che, per un corpo *assolutamente nero* (vedi sotto), si ha:

$$\begin{cases} E_{100} - E_0 = 1,056 \text{ cal gr } (cm^2 \text{ min}) \\ \sigma = 7,68 \cdot 10^{-11} \end{cases} \quad (2.0.9)$$

Se si esprime E in joule (0,24 grammo-caloria) e se si sceglie la secondo come unità di tempo, otteniamo

$$E_{100} - E_0 = 0,0731 \frac{\text{joule}}{\text{scm}^2} \quad (2.0.10)$$

o

$$E_{100} - E_0 = 0,0731 \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2} \quad (2.0.11)$$

Determinazioni dirette del valore assoluto del potere emissivo del *vetro*, fatte da Gratz, Lenebach e altri, hanno dato valori compresi tra 0,88 e 0,917, essendo il potere emissivo del nerofumo uguale a 1.

Non va dimenticato che tutti gli esperimenti, per determinare E e Q sono stati realizzati, non nel vuoto assoluto, ma in aria rarefatta. Considereremo, nello studio del calore, l'influenza che un residuo d'aria esercita sulla velocità di raffreddamento. Very ha dedotto dalle sue esperienze, ricordate nel § 2, che 1 cm^3 di aria emette per minuto, su ciascuno delle sue facce, 0,0000036 grammo-calorie, quando la differenza di temperatura tra quest'aria e di quella che la circonda è pari a 1° . La radiazione di acido carbonico e vapore acqueo è molto più intensa (circa tre o quattro volte).

Tumlirz e K. Angström hanno misurato l'irraggiamento integrale di alcune *fiamme*, in particolare quella del bruciatore Hefner, che descriveremo in dettaglio nel Capitolo IX, § 2. Ci limiteremo a sottolineare che nella lampada costruita da Hefner - Alteneck, l'acetato di amile brucia con una fiamma libera alta 40 millimetri. Sia E l'energia radiante espressa in erg, che cade in un secondo su un centimetro quadrato, posto a 1 metro di distanza dalla fiamma, normalmente orizzontale passante per il centro della fiamma. In una serie di ricerche (1888-1889) Tumlirz ha trovato $E = 618 \text{ erg}$. K. Angström (1902) ha trovato il grande valore $E = 896 \text{ erg}$. Infine, nel un nuovo lavoro (1903), Tumlirz ottenne, per il bruciatore Hefner, $E = 677 \text{ erg}$.

Si deduce che la fiamma manda al secondo, in tutte le direzioni, 2,04 calorie sotto forma di *energia radiante*, ovvero 9,56% dell'energia totale liberata nella combustione. Per la *fiamma dell'idrogeno*, Tumlirz (go4) ha riscontrato che questo rapporto è uguale al 6,15%.

7. Osservazioni generali sulla trasformazione dell'energia radiante in energia termica

Quando un flusso di energia radiante raggiunge la superficie di un qualsiasi corpo, una parte di questo flusso è *riflessa*, un'altra penetra all'interno del corpo. Quest'ultima parte subisce, nel corpo, ciò che viene chiamato *assorbimento*, o *indebolimento*, cioè, si trasforma in altre forme di energia. Non considereremo per il momento che il caso più ordinario, in cui l'energia radiante si trasforma in energia termica. Il flusso di energia radiante che non viene assorbito può attraversare il corpo e, avendo tutta la sua faccia opposta, può continuare a diffondersi ulteriormente; è l'energia radiante che il corpo ha *lasciato passare* o che l'ha *attraversato*.

Siano r , a e b numeri che indicano rispettivamente quale frazione dell'energia *incidente* è stata riflessa (r), assorbita (a) o ha attraversato il corpo (b); si ha evidentemente:

$$r + a + b = 1 \quad (2.0.12)$$

r , a , b dipendono da molte grandezze, tra le altre dalla sostanza e dallo stato fisico del corpo, così come dalla natura dell'energia radiante, cioè della lunghezza d'onda λ . Quest'ultima dipendenza presenta una particolare importanza. Inoltre, a , b dipendono dallo spessore dello strato che i raggi devono attraversare. Nel caso particolare in cui, essendo a piccolo, b è invece relativamente grande, diremo che il corpo è *trasparente* per i raggi considerati (generalizzando un'espressione che, in senso stretto, si applica solo ai raggi visibili). Se, al contrario, b è molto piccolo o nullo, il corpo si dice *opaco* per i raggi dati. Quando $b = 0$, si ha

$$r = 1 - a \quad (2.0.13)$$

La frazione a è chiamata, in questo caso, il *potere assorbente* della superficie del corpo per i raggi considerati. A rigor di termini, l'assorbimento non si verifica alla superficie geometrica del corpo, ma all'interno di un sottile strato superficiale.

Se il corpo è più o meno trasparente, per i raggi dati, porremo

$$a + b = 1 \quad (2.0.14)$$

cioè, *prenderemo come unità l'energia dei raggi che penetrano nel corpo, e non l'energia di quelli arrivano sulla sua superficie*. Sia δ lo spessore dello strato attraversato dai raggi, e a_1, b_1 i valori particolari delle frazioni a, b per $\delta = 1$. La grandezza

$$\beta = -\ln b_1 \quad (2.0.15)$$

si chiama il *coefficiente di assorbimento della sostanza data, per i raggi omogenei considerati*. Maggiore è l'energia b_1 , che ha attraversato lo strato $\delta = 1$, cioè più b_1 è vicino all'unità, minore è β . Si ha

$$b_1 = e^{-\beta} \quad a_1 = 1 - e^{-\beta}$$

Se l'intensità dei raggi che penetrano nel corpo è J_0 , l'intensità che rimane, dopo che lo strato di spessore $\delta = 1$ è stato attraversato, è $J_1 = J_0 e^{-\beta}$. I raggi, penetrando poi in un secondo strato, escono con l'intensità $J_2 = J_1 e^{-\beta} = J_0 e^{-2\beta}$. Quando hanno attraversato un terzo strato, l'intensità è $J_3 = J_2 e^{-\beta} = J_0 e^{-3\beta}$, ecc. Se quindi lo spessore dello strato è uguale a x , l'intensità J in uscita sarà

$$J = J_0 e^{-\beta x} \quad (2.0.16)$$

Stabiliremo quest'ultima formula in modo più rigoroso. Sia $J = f(x)$ l'intensità del flusso, dopo il suo passaggio attraverso uno strato di spessore x ; quando attraversa lo strato successivo infinitamente sottile dx , si verifica un'ulteriore *diminuzione* di intensità dJ , che è proporzionale alla grandezza J e allo spessore dx dello strato. Poiché dJ è una grandezza negativa, indicheremo il coefficiente di proporzionalità con $-\beta$, e si ottiene allora

$$dJ = -\beta J dx \quad (2.0.17)$$

o

$$\frac{dJ}{J} = -\beta dx \quad (2.0.18)$$

Si deduce da questa formula $d(\ln J) = -\beta dx$; $\ln J = -\beta x + C$. Per $x = 0$, l'intensità è J_0 , quindi $\ln J_0 = C$; introducendo questo valore, si ha $\ln J - \ln J_0 = -\beta x$, o $\frac{J}{J_0} = e^{-\beta x}$ da cui infine la formula (14). La formula (16) mostra che il coefficiente di assorbimento β è la misura dell'attenuazione relativa infinitamente piccola dJ/J dell'intensità, prodotto da un strato infinitamente sottile di spessore dx .

Il potere assorbente a della superficie, la grandezza r della formula (11) e il coefficiente di assorbimento β nella (14), dipendono, come dicevamo, non solo dalla sostanza e dallo stato fisico del corpo, ma anche dalla *natura dei raggi*, cioè da λ . Uno stesso corpo può essere trasparente per certi raggi (β piccolo), opaco per altri (β grande). Così il rapporto r : a dipende, si veda la (11), dalla lunghezza d'onda λ , anche nel caso in cui il corpo è trasparente per tutti i raggi considerati.

Aggiungiamo un'altra importante osservazione, relativa alla grandezza r . Si distinguono due tipi di riflessioni, la riflessione *regolare* (o speculare) e la riflessione *diffusa* o *diffusione*. La prima si osserva su superfici speculari, vale a dire su superfici ben levigate; avviene secondo le leggi note della riflessione, e il valore di r dipende dall'angolo di incidenza φ ; studieremo questa dipendenza in dettaglio nel seguito. La riflessione diffusa si verifica su superfici non lisce, che restituiscono in tutte le direzioni una parte di luce incidente. Le superfici dei corpi incontrati

nella natura riflettono quasi sempre una parte dei raggi incidenti in un modo regolare, un'altra parte in modo irregolare. Chiameremo superficie *perfettamente irregolare*, una superficie che non produce alcuna riflessione regolare e che restituisce i raggi uniformemente in tutte le direzioni.

Per una superficie perfettamente irregolare, il coefficiente di riflessione r è indipendente dall'angolo di incidenza φ ; per una superficie a riflessione regolare (sebbene solo in parte), r è una funzione di φ ; in ogni caso, r dipende dalla lunghezza dell'onda λ .

8. Assorbimento dei raggi elettrici.

Tutti i dielettrici sono trasparenti ai raggi elettrici; questi ultimi attraversano liberamente legno, pietra o mattoni, zolfo, paraffina, ebanite, ecc. Un tramezzo in legno o una parete in muratura risultano quindi trasparenti per i raggi elettrici, così come il vetro per i raggi luminosi. Se c'è una parete di questa natura o qualsiasi schermo formato da una sostanza dielettrica tra un eccitatore e un risuonatore, la produzione di scintille in quest'ultimo non ne è influenzata.

I conduttori, e in particolare i metalli, sono opachi ai raggi elettrici. Una parte dell'energia di questi raggi è riflessa sulla superficie dei metalli: vedremo più avanti con quali esperimenti possiamo evidenziare questa riflessione. Il resto dell'energia radiante viene assorbita dal conduttore e si trasforma in energia termica; si osserva un assorbimento di questo genere in qualsiasi risuonatore.

Ne consegue che i *non conduttori di elettricità* sono conduttori di energia elettrica radiante e, al contrario, i *conduttori di elettricità* sono non conduttori di energia elettrica radiante. Tutto ciò concorda perfettamente con la teoria di Fraday-Maxwell, che riduce, come abbiamo detto, i fenomeni elettrici a deformazioni o a perturbazioni nell'etere libero o nei dielettrici; tali deformazioni o disturbi non possono propagarsi nei conduttori.

9. Assorbimento di superfici di diverse sostanze.

A rigor di termini, non vi è alcuna differenza essenziale tra il potere assorbente a di una superficie che entra nella formula (11), che scriveremo di nuovo.

$$r + a = 1 \quad (2.0.19)$$

e l'assorbimento interno, per la cui misura abbiamo preso la grandezza $\beta = -\ln b_1 = -\ln(1 - a_1)$, da cui $a_1 = e^{-\beta}$ indica la parte dell'energia radiante che *entra* nel corpo, che viene trattenuta da uno strato di spessore $\delta = 1$. Quando consideriamo il potere assorbente a di una superficie, dobbiamo prendere $b = 0$ o $\beta = \infty$. Ma è evidente che β non è mai infinitamente grande, cioè che strati molto sottili sono trasparenti per tutti i raggi; se invece β è molto grande, e se lo strato della sostanza non è molto sottile, si può ammettere che l'assorbimento avvenga alla superficie del corpo, e si deve allora considerare le due frazioni r e a legate dall'equazione (17). Se, al contrario, si tratta di raggi per i quali il corpo dato è più o meno trasparente, spesso si trascura la frazione r e si prende, come unità, la quantità di energia che è penetrata nel corpo. Noi esamineremo questo caso più da vicino nel § 10, ma per il momento dobbiamo considerare il caso in cui l'assorbimento avvenga sulla superficie del corpo.

Solitamente si ammette che, per il *nerofumo* e per il nero di platino, soprattutto se è ancora ricoperto da uno strato di nerofumo, si può prendere $a = 1$, indipendentemente dalla lunghezza dell'onda dei raggi (non considereremo qui i raggi elettrici). Esperienze dirette di K. Angström (1885) hanno mostrato per la prima volta che il nerofumo assorbe il 97,6% dei raggi incidenti, ovvero $a = 0,976$, e che i diversi tipi di nerofumo non hanno lo stesso potere assorbente. I raggi che cadono sotto una grande incidenza sono meno assorbiti di quelli che cadono normalmente.

Esperimenti successivi di K. Angström (1898), Crova e Compan (1898), Kurlbaum (1899) e altri hanno mostrato che la grandezza a dipende molto da come viene preparata la superficie

annerita e dalla lunghezza d'onda, in particolare per i raggi infrarossi. Crova e Compan hanno trovato che la quantità di raggi diffusi dalla superficie dello strato non può essere resa inferiore al 2% dei raggi incidenti. K. Angström tuttavia è riuscito a raggiungere lo 0,82%. Kurlbaum e altri hanno mostrato che il nerofumo assorbe completamente i raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 8\mu$; per valori molto maggiori di λ , il nerofumo e il nero platino sono molto trasparenti.

La grandezza a dipende dalla natura dei raggi; come le diverse sorgenti emettono energia radiante di natura diversa, almeno secondo la loro temperatura, è chiaro che anche il potere assorbente deve dipendere dalla sorgente che emette i raggi che cadono sul corpo. Ciò è confermato dagli esperimenti di Melloni, che ricopriva una delle due facce di un piatto di rame con nerofumo, l'altra con la sostanza da testare. il lato annerito è rivolto verso l'apertura del cono di una pila termoelettrica, l'altro verso una sorgente costante di energia radiante. Più il potere assorbente della sostanza studiata era grande, e più scaldavano il piatto di rame e la pila termoelettrica.

Melloni ottenne, nelle sue misure, i seguenti valori relativi:

Designazione	Lampada di Locatelli	Platino incandescente	Rame a 400°	Rame a 100° (cubo di Leslie)
Nero fumo	100	100	100	100
Inchiostro di china	96	95	87	100
Biacca	53	56	89	85
Colla di pesce	52	54	64	100
Gomma lacca	43	47	70	91
Metalli	14	13,5	13	13

Il potere assorbente del nerofumo è stato preso pari a 100, per tutte le sorgenti, come mostrato nella tabella. Spicca la lampada Locatelli per la sua temperatura molto alta. I valori trovati confermano che il potere assorbente dipende dalla sorgente di energia radiante, ma si limitano a ordinare corpi secondo questo potere. Il valore assoluto dei valori precedenti non ha alcun significato, perché il riscaldamento della piastra di rame dipende non solo dal potere assorbente della sua superficie per i raggi incidenti, ma anche dal potere emissivo delle due facce della piastra per i raggi corrispondenti alla sua temperatura.

10. Assorbimento dell'energia radiante nel suo passaggio attraverso i corpi.

La formula (14) $J = J_0 e^{-\beta x}$ esprime la legge seguente, secondo la quale varia l'intensità del flusso di energia radiante, durante il suo passaggio attraverso qualsiasi sostanza. Il coefficiente β dipende dalla natura e dallo stato fisico di questa sostanza, nonché dalla lunghezza d'onda λ del flusso considerato. Per studiare in modo completo il passaggio del flusso attraverso una data sostanza, occorre scomporre questo flusso nelle sue parti elementari, e determinare per ciascuna di esse, cioè per ogni lunghezza d'onda λ , il valore corrispondente di β . Il lavoro degli scienziati, che hanno studiato l'*assorbimento integrale* di energia radiante, analogo all'irraggiamento integrale sopra menzionato, conservano comunque un grande interesse storico.

Per i raggi *visibili*, l'occhio giudica il grado di trasparenza di un corpo, almeno approssimativamente, e le misure *fotometriche*, che considereremo dopo, permettono di farlo più esattamente. Quando un corpo ha coefficienti di assorbimento diseguali, per raggi visibili diversi, appare *colorato* dalla luce che lo attraversa e, in certi casi di colorazione intensa, si può vedere immediatamente quali raggi vengono assorbiti dal mezzo dato. Possiamo indicare, a titolo di esempio, il vetro rosso scuro e verde scuro. Nella maggior parte dei casi, la colorazione di un corpo, per la luce che lo attraversa, dipende dall'insieme di tutti i raggi che attraversano il corpo e i cui coefficienti di assorbimento sono del tutto diversi. Solo l'*analisi spettrale* può fornire informazioni precise su questo argomento.

L'assorbimento della *totalità dei raggi visibili* è stato misurato raramente. Tuttavia si può citare la ricerca molto interessante di Houllevigue (1905) sull'assorbimento dei raggi visibili in strati sottili di ferro. I suoi risultati sono riportati nella tabella seguente dove, secondo la formula (14), x è lo spessore dello strato in $\mu\mu$. ($10^{-6} mm$), J : J_0 la quantità di luce che lascia passare, β il coefficiente di assorbimento.

$x = 31$	34	55	$72\mu\mu$
$\frac{J}{J_0} = 0,114$	0,095	0,036	0,0093
$\frac{1}{\beta} = 33$	33	38	35

Il *colore della superficie* dei corpi è una conseguenza dell'assorbimento di alcuni raggi determinati, dallo strato superficiale, e della riflessione, da questo stesso strato, di altri raggi che non sono assorbiti.

L'interessante questione del passaggio dei *raggi invisibili attraverso le diverse sostanze* ha dato luogo a una grande quantità di ricerche. Non si può ancora rispondervi in modo preciso, per qualsiasi sostanza, che scomponendo in uno spettro il flusso di energia radiante che attraversa questa sostanza, e studiando attentamente tutte le parti di questo spettro, usando un bolometro per esempio. Parleremo più avanti ricerca delle ricerche di questo tipo. In passato, l'assorbimento integrale subito da un flusso di energia radiante emesso da una qualsiasi sorgente A, durante il suo passaggio attraverso un corpo B. I risultati di tali esperimenti hanno portato all'introduzione di tutta una serie di termini, che non dovrebbero più essere mantenuti oggi. Una sostanza che lascia passare più o meno raggi infrarossi era chiamata sostanza *diatermica*; è chiaro che non possiamo più usare questa denominazione. Notiamo anche che i corpi lasciano passare i raggi scuri in modo disuguale emessi da diverse fonti. Questa circostanza, che si spiega con il fatto che la costituzione dell'energia radiante dipende dalla sorgente, ha portato Melloni ad introdurre la nozione di termocromi o *colori calorici* per le sorgenti e i mezzi, analoghi ai colori delle sorgenti luminose e dei mezzi trasparenti. In realtà, non si può dire che vi sono due fenomeni analoghi. Si tratta piuttosto di un unico fenomeno, che si presenta come conseguenza di due fatti: in primo luogo, il flusso di energia radiante che raggiunge il corpo può avere una composizione estremamente variabile con la sorgente di energia e i cambiamenti che il flusso subisce sul suo cammino; in secondo luogo, anche la sostanza data non è trasparente per i diversi raggi di cui è composto il flusso. È chiaro che la composizione finale del flusso, che ha attraversato il dato corpo, dipende sia della composizione del flusso che ha raggiunto il corpo che dalle proprietà di questi ultimi. Il caso in cui nella composizione della radiazione entrano anche raggi invisibili, e dove il corpo è allo stesso tempo trasparente, non sarebbe ciò che alcuni di essi non possono logicamente essere considerati come un caso a parte.

Per la ricerca della trasparenza integrale dei vari mezzi, si può utilizzare l'apparato di Melloni rappresentato dalla figura 25. Si compone di una sorgente di energia radiante L , un tavolo destinato a sostenere la sostanza da testare B, da una pila termoelettrica D e da tre schermi A, C, E. Tutte queste parti del dispositivo sono sostenute da piccole colonne, che possono essere fissate per mezzo di viti di fermo su un righello orizzontale graduato MN.

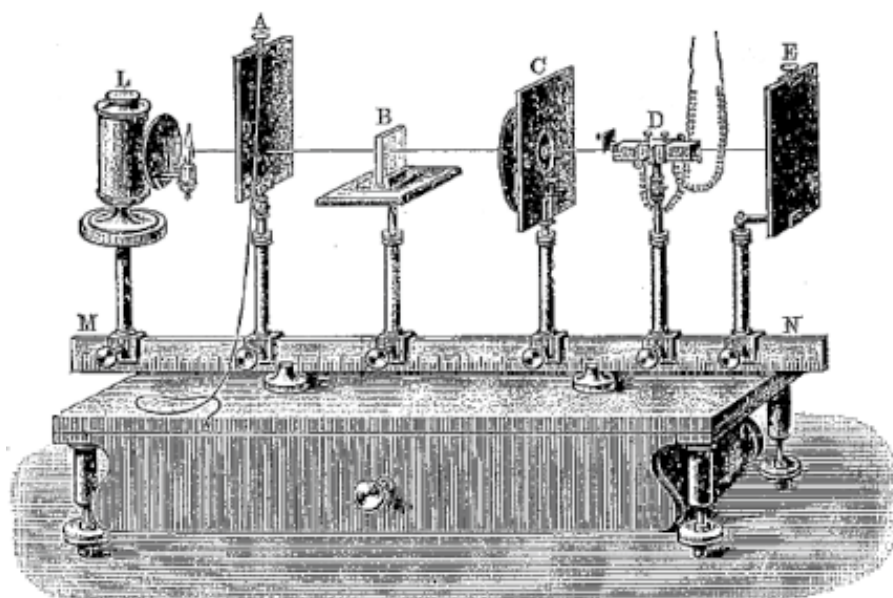


Fig. 25

In *L* è rappresentato in figura una lampada di Locatelli, con doppia presa d'aria; la sua fiamma non è avvolta, come in lampade ordinarie, da un camino di vetro, che modificherebbe in modo essenziale la composizione della parte oscura dell'energia radiante emessa. Lo schermo *E* protegge il lato destro della batteria dal surriscaldamento accidentale; lo schermo *A* può ruotare attorno ad un asse orizzontale posizionato nel mezzo della sua base inferiore ed essere sfilato di lato; questo movimento si effettua ad una certa distanza, con una corda.

La Figura 26 mostra altre sorgenti di energia radiante, di cui si è servito Melloni: una piccola spirale di platino portata ad incandescenza da una lampada ad alcool; una lastra di rame annerito riscaldata pure da una lampada ad alcool ad una temperatura di circa 400°; infine un cubo di ottone, chiamato cubo di Leslie, nel quale si manteneva dell'acqua in ebollizione. La lampada di Locatelli e la spirale sono sorgenti di *calore luminoso*, la piastra di rame e il cubo di ottone delle sorgenti di *calore scuro*.

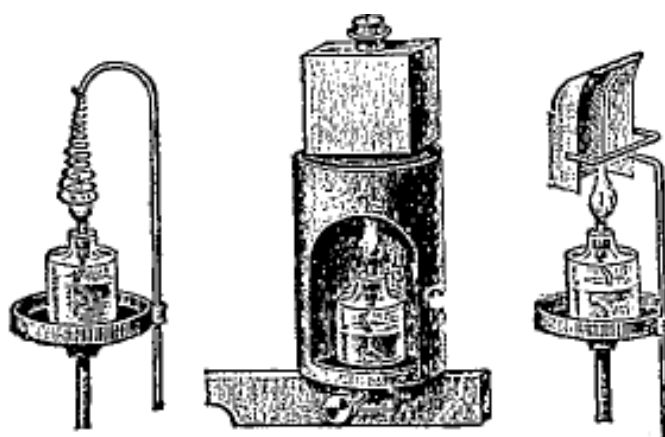


Fig. 26

So osserva la deviazione dell'ago magnetico di un galvanometro sensibile collegato con *D*, dopo aver rimosso lo schermo *A*, in assenza di un corpo posto tra la lampada e la batteria, poi dopo aver posizionato la sostanza da analizzare sul percorso dei raggi. La differenza nelle deviazioni osservate determina quale parte della radiazione totale (integrale) è stata trattenuta dalla piastra *B*, a seguito delle riflessioni esterne ed interne sulle due facce della piastra e come

risultato dell'assorbimento all'interno della sua massa. Melloni si è servito di quattro diverse sorgenti di energia radiante e ha collocato in B una serie di placche delle sostanze da studiare, a cui ha dato uno spessore comune di 2^{mm} , 6. Ha assegnato il valore 100 all'intensità di ciascuno dei quattro flussi, in assenza di alcuna sostanza assorbente; ottenne così i seguenti risultati per le intensità dei flussi, dopo aver attraversato le piastre:

Designazione	Lampada di Locatelli	Spirale di latino incandescente	Rame a 400°	Rame a 100°
Salgemma	92	92	92	92
Fluorite	78	69	42	33
Feldspato d'Islanda	39	28	6	0
Vetro	39	24	6	0
Cristallo di rocca	28	28	6	0
Ametista	21	9	2	0
Tormalina verde	18	16	3	0
Acido citrico	11	2	0	0
Allume	9	2	0	0
Ghiaccio	6	0,5	0	0

Questa tabella mostra come il flusso che ha attraversato un corpo, dipende sia della sorgente radiante che dalla sostanza assorbente. Il salgemma presenta una trasparenza uguale per tutti i tipi di energia radiante. Si è trovato, invece, che sotto incidenza normale, l'energia radiante riflessa da uno strato di salgemma è l'8% dell'energia incidente, e che l'energia trasmessa è pari al 92% di quest'ultima. Si vede che il salgemma è assolutamente trasparente a tutti i raggi che lo attraversano e che la perdita dell'8% subita da un flusso di energia radiante, nel suo passaggio attraverso una lastra di salgemma, è dovuta solo alla riflessione di una parte di questo flusso.

Daremo ancora una tabella comparativa molto istruttiva data da Melloni, che la ottenne nel modo seguente; i raggi della lampada di Locatelli dovevano prima passare attraverso una lastra A di una qualche sostanza, cosa che cambiava la loro composizione come se si fosse presa un'altra sorgente di energia radiante. Si determinava quindi quale parte del flusso, trasmessa dalla prima lastra, passava attraverso una seconda piastra B.

Piastra B	Irraggiamento diretto della Lampada di Locatelli	Piastra A			
		Allume	Gesso	Vetro verde	Vetro nero
Salgemma	92	92	92	92	92
Feldspato d'Islanda	39	91	89	59	55
Vetro ($1/2mm$)	54	90	85	87	80
Cristallo di rocca	28	91	85	78	54
Mica nera ($0,09mm$)	20	0,4	12	38	43
Tormalina verde	18	1	10	24	30
Gesso cristallizzato	14	59	54	9	15
Allume	9	90	47	0,5	0,3

L'intensità del flusso che giungeva alla piastra B è stata presa ogni volta uguale a 100. È un fatto interessante e facilmente comprensibile che l'allume che trasmette totalmente solo il 9% dell'irraggiamento della lampada, cioè una piccola porzione dell'intero spettro molto allungato

corrispondente a questa energia radiante, quindi lascia passare il 90% dei raggi che hanno già incrociato la prima piastra; questi includono solo raggi in grado di passare attraverso l'allume, e la perdita del 10% è probabilmente dovuta in gran parte alla riflessione. Inoltre, è evidente che la porzione di spettro che attraversa il gesso si fonde quasi per metà con quella che attraversa l'allume; al contrario, la mica e l'allume, la tormalina e l'allume, il gesso e il vetro trasmettono diverse porzioni dello spettro.

I liquidi consentono inoltre all'energia radiante di diverse sorgenti di passare in modo disuguale e l'intensità del flusso trasmesso dipende dalla natura del liquido. Schultz-Sellack, Friedel e Zsigmondy hanno studiato il passaggio dei raggi infrarossi attraverso diversi *liquidi organici* e indicato come il potere assorbente della sostanza dipende dalla sua composizione chimica.

Tutti i valori sopra riportati si riferiscono alla radiazione integrale. Come è stato detto, è solo da uno studio di tutte le parti dello spettro che si può avere un'idea precisa della costituzione dell'energia emessa dalle varie sorgenti e degli assorbimenti ai quali è sottoposto quando attraversa diverse sostanze. Torneremo su questa questione, nello studio degli spettri di assorbimento; tuttavia, citeremo ancora qui alcuni lavori correlati.

K. Angström ha studiato il passaggio dei raggi infrarossi attraverso strati di sostanze, nelle quali si produceva una *diffusione interna* dei raggi: attraverso strati di nerofumo (fino a $\lambda = 8,9\mu$), di magnesio (fino a $\lambda = 13,65\mu$), e di ossido di zinco (fino a $\lambda = 8,9\mu$). Noi citeremo qui alcuni valori trovati per il nerofumo; questi dati indicano la quantità di energia trasmessa, l'energia incidente presa uguale a 100; d è lo spessore dello strato:

millimetri	$\lambda = 0,90\mu$	$\lambda = 1,70\mu$	$\lambda = 4,00\mu$	$\lambda = 6,50\mu$	$\lambda = 8,90\mu$
$d = 0,009$	19,1	44,3	64,4	68,8	67,9
$d = 0,023$	3,1	16,8	34,5	42,5	44,0
$d = 0,038$	—	3,9	17,4	26,2	32,0

Le tabelle precedenti mostrano che vi sono molti di corpi che sono completamente trasparenti nel senso ordinario del termine, cioè trasparenti ai raggi visibili, ma molto poco trasparenti (vetro), o quasi completamente opachi (allume, ghiaccio), ai raggi infrarossi. Tuttavia, esistono al contrario corpi opachi per la luce e molto trasparenti ai raggi oscuri. Tali sono l'ebanite e una soluzione di iodio in CS^2 . R. Arno (1893) studiò l'ebanite a questo proposito e scoprì che una lastra di ebanite lascia passare una proporzione dell'energia radiante che è tanto maggiore quanto λ è minore, cioè che i raggi oscuri si trovano più vicini ai raggi rossi; una lastra di ebanite molto sottile permette anche il passaggio di un po' di luce rossa. Bianchi (1898) ha confermato l'accuratezza di questi risultati.

Il solfuro di carbonio puro è trasparente ai raggi visibili e ai raggi scuri; una dissoluzione dello iodio in CS^2 assorbe invece completamente i raggi visibili e non trasmette i raggi scuri; è anche un fatto degno di memoria, che la relativa perdita di energia, che si verifica in questo assorbimento, è molto piccola; comprende solo $1/24$ dell'energia emessa da un filo di platino portato al bianco rosso. La tabella seguente permette di confrontare le energie dei raggi visibili e scuri emessi da diverse sorgenti radianti:

Sorgenti radianti	Energia dei raggi visibili %	Energia dei raggi oscuri %
Platino scaldato al rosso	0 impercettibile	100
Fiamma d'idrogeno	0	100
Fiamma di olio	3	97
Fiamma di gas	4	96
Filo di platino scaldato al rosso bianco	4, 6	95, 4
Lampada Edison (filo di carbone)	6	94
Arco elettrico	10, 4	89, 6
Fiamma di acetilene	10, 5	89, 5
Tubo di Geissler	32	68
Lampada a mercurio	da 40, 9 a 47, 9	da 52, 1 a 59, 1

La lampada al mercurio, che descriveremo nel Capitolo VII, § 8, è stata studiata da Geer (1903).

Nichols ha scoperto che il quarzo era opaco ai raggi con lunghezze d'onda comprese tra 8μ e 9μ .

I raggi oscuri ultravioletti sono assorbiti da molte sostanze, che sono completamente trasparenti ai raggi visibili. Tali sono i vetri, la mica e anche l'aria, che assorbe energicamente i raggi delle più piccole lunghezze d'onda (da $\lambda = 0,18\mu$). Tra i corpi trasparenti per raggi ultravioletti, si può citare un sottile strato di argento; ma esso blocca i raggi visibili.

Abbiamo visto che l'intensità J dei raggi di una data natura, avendo attraversato uno strato di spessore x , è espresso dalla formula $J = J_0 e^{-\beta x}$. Confrontando le quantità di luce di rifrangibilità data, avendo attraversato strati di liquidi colorati di diverso spessore, molti scienziati (ad esempio: Jamin, Masson, Béer, Hagen, Bernard) hanno pienamente confermato l'accuratezza di questa formula. Va da sé che la formula precedente non è applicabile nel caso in cui si consideri l'assorbimento totale di un flusso di energia radiante composta. Abbiamo allora

$$J = \sum J_0 e^{-\beta x} \quad (2.0.20)$$

dove J_0 e β sono diversi per raggi di natura diversa. Si trova che l'assorbimento è relativamente molto grande nel primo strato, perché esso considera tutti i raggi per i quali la sostanza studiata è poco trasparente, cioè, per i quali β è grande.

Quando l'assorbimento di energia radiante di una natura particolare è prodotto da una sostanza disciolta e il solvente stesso non assorbe i raggi dati, l'assorbimento dipende solo dalla quantità di sostanza disciolta, che si trova nello strato attraversato. Secondo ciò, l'assorbimento in uno strato di una soluzione concentrata è lo stesso di uno strato di doppio spessore di una soluzione due volte meno concentrata.

Ciò è stato dimostrato dagli esperimenti di Vierordt, Béer, Zöllner e Glan.

L'assorbimento di energia radiante da parte di gas e vapori è stato oggetto di molte ricerche. Dovremo tornare più tardi su questa questione, e abbiamo già parlato dell'assorbimento dei raggi ultravioletti da parte dell'aria. Particolarmente interessanti sono i lavori di Magnus e Tyndall. Magnus si serviva come sorgente di energia radiante, di vetri riscaldati a 100° . Egli constatò che alcuni gas assorbivano questa energia molto fortemente, come emerge dai valori seguenti, che indicano le quantità trasmesse da strati di gas dello stesso spessore, a pressione atmosferica ordinaria:

Vuoto	100	CO^2	80, 2	C^2Az^2	72, 2
Aria e O	88, 9	CO	79, 0	C^2H^4	46, 3
H	85, 8	CH^4	72, 2	AzH^3	38, 9

Magnus ha scoperto che anche l'aria secca e l'aria umida assorbono i raggi oscuri. Gli esperimenti di Tyndall sembrano contraddire questo risultato, ma Magnus ha indicato le fonti di errore in questi esperimenti, in modo che i suoi risultati possono generalmente essere considerati accurati. Ricerche posteriori di Hoorweg e Haga hanno, tuttavia, mostrato che si avviene realmente, sebbene in modo molto debole, un assorbimento dei raggi oscurato dal vapore acqueo. Successivamente Röntgen studiò anche l'assorbimento dei raggi infrarossi da aria umida, Heine da miscele di aria e CO^2 , H^2 e CO^2 . Angström, J. Koch, Kurlbaum, Arrhenius e altri hanno misurato l'assorbimento di questi raggi da parte della CO^2 e del vapore acqueo usando il bolometro. Torneremo su questo lavoro più tardi.

Strutt (1903) ha trovato che il *vapore di mercurio* assorbe molto poco i raggi visibili; il mercurio li assorbe almeno $2 \cdot 10^7$ volte di più del vapore, a parità di peso.

Nello studio della trasparenza delle sostanze, per i diversi raggi, ci si serve di vari metodi di misurazione dell'energia radiante, a seconda che si tratti dei raggi visibili o dei raggi oscuri. Se si tratta di raggi visibili, possiamo anche misurarne l'energia a vista, cioè sia con il metodo fotometrico, che con la pila termoelettrica, ed è chiaro che, in questo caso, i risultati forniti dai due metodi devono concordare. È quanto è stato confermato dagli esperimenti di Masson, Jamin e Franz. Ma sarebbe un errore cercare di attingere da queste esperienze la conclusione che, nella parte visibile dello spettro, i raggi luminosi e i raggi calorici sono sempre invariabilmente legati e soggetti agli stessi assorbimenti relativi. In realtà è solo una grandezza, l'energia radiante, e si misura secondo due metodi: dalla sua azione sulla retina, oppure dalla misura di un intervallo di energia termica equivalente, in cui si trasforma, per assorbimento in una superficie ricoperta di nerofumo.

11. La legge di Kirchhoff sulla relazione tra il potere emissivo e quello assorbente dei corpi

Studieremo in dettaglio questa legge molto importante della fisica moderna, il cui significato non è stato visto chiaramente colto se non negli ultimi anni, e allo stesso tempo mostreremo le numerose conseguenze che ne derivano. Queste ultime hanno gettato una luce molto brillante su tutta una serie di fenomeni, in parte noti da molto tempo, e hanno permesso di cogliere il vero significato di alcune altre leggi (leggi di Lambert, di Draper), nello stesso tempo che ha reso noto a quali condizioni possono essere ammesse. La storia della legge di Kirchhoff mostra che molti errori sono stati commessi nella deduzione delle sue varie conseguenze, che hanno prodotto malintesi e portato a idee sbagliate o interpretazioni errate della legge stessa.

Si noti innanzitutto che *la legge di Kirchhoff, nel suo pieno significato, si riferisce esclusivamente all'emissione e all'assorbimento calorico*, ovvero al caso in cui viene utilizzata solo energia termica come fonte di energia radiante e dove, al contrario, l'energia radiante si trasforma, interamente nell'assorbimento, in energia termica. Indicheremo, ancora una volta, le grandezze già note che incontreremo qui.

Il potere assorbente (calorico) a di un corpo alla temperatura T , per raggi di lunghezza d'onda λ , dipende dalla sostanza del corpo, talvolta anche dalle sue dimensioni (vedi sotto); è una certa funzione di λ e T , che scriveremo nella forma seguente:

$$a = a(\lambda, T) \quad (2.0.21)$$

La *sorgente radiante*, che emette i raggi di lunghezza d'onda λ , così come la sua temperatura non hanno alcun ruolo ed non esercitano alcuna influenza sulla grandezza a .

Se l'energia b del flusso, che ha attraversato il corpo assegnato, può essere presa uguale a zero (il corpo è quindi opaco per raggi di lunghezza d'onda λ), abbiamo, vedi formula (11),

$$a = 1 - r \quad (2.0.22)$$

dove r indica l'energia del flusso riflesso. Ma, al contrario, b non è una grandezza trascurabile, bisogna intendere con a la grandezza (10),

$$a = 1 - r - b \quad (2.0.23)$$

Pertanto, la grandezza a non può essere correlata a una determinata sostanza, ma dobbiamo parlare di un *corpo particolare*, le cui dimensioni, per esempio, lo spessore, devono essere considerate.

Per quanto riguarda la grandezza r , abbiamo già detto che è indipendente dall'angolo di incidenza φ , per una superficie perfettamente opaca; per qualsiasi altra superficie, anche quando la riflessione non avviene del tutto regolarmente, la grandezza r è una funzione dell'angolo φ .

Il *potere emissivo (calorico)* e di un dato corpo è pure una funzione di λ e T , che indicheremo con

$$e = e(\lambda, T) \quad (2.0.24)$$

La grandezza e è misurata dall'energia dei raggi di lunghezza d'onda λ , emessi dall'unità di superficie, nell'unità di tempo; essa dipende dalla *sostanza* del corpo e dalle sue *dimensioni* (spessore dello strato), quando questa sostanza è più o meno trasparente ai raggi emessi.

Diremo che un corpo è *assolutamente nero* quando si ha, per questo corpo, $a = 1$, qualunque siano i valori di λ e T . Denotando, per un corpo assolutamente nero, le grandezze a ed e con A ed E , abbiamo, per tutti i valori di λ e T , la relazione

$$A = 1 \quad (2.0.25)$$

Il corpo assolutamente nero deve soddisfare le condizioni $r = 0$ e $b = 0$, cioè che la sua superficie non deve riflettere e che il corpo stesso deve avere uno spessore sufficiente in modo da poter rendere $b = 0$. Abbiamo visto che, per il nerofumo e per il nero di platino, la grandezza r è quasi uguale a zero; di conseguenza, uno strato sufficientemente spesso di nerofumo o di platino si avvicina nelle sue proprietà al corpo assolutamente nero. In accordo con la formula (22), avremo, per il *corpo assolutamente nero*,

$$E = E(\lambda, T) \quad (2.0.26)$$

Viene riconosciuta l'esistenza di un flusso e (nel caso particolare, E), e la sua l'energia viene misurata, con uno dei metodi che abbiamo indicato nel Capitolo precedente (visuale, dispositivo termoelettrico, bolometro, radiometro, lastra fotografica, ecc.). Ma perché un flusso si manifesti, è necessario che la sua energia e non scenda al di sotto di un certo valore minimo che indicheremo con e_0 . Se $e < e_0$, la presenza della radiazione non può più essere manifestata, il che è equivalente per noi alla sua inesistenza; diremo, in questo caso, che abbiamo praticamente $e = 0$. Possiamo rappresentare questo caso simbolicamente come segue:

$$\begin{cases} e < e_0 \\ e = 0 \end{cases} \quad (2.0.27)$$

Va da sé che qui si tratta solo dei flussi di energia radiante corrispondenti a valori di λ che possiamo, in generale, osservare e misurare, e non di radiazioni che sono ancora inaccessibili alla nostra ricerca ($60\mu < \lambda < 3mm$).

Se $e < e_0$ è *minore di un valore* e_0 , e è *praticamente nullo*.

Per essere completi, dobbiamo ancora dire qualche parola di una questione che sarà discussa in dettaglio nel Capitolo XV. Un flusso di energia radiante non è solo caratterizzata dalla lunghezza d'onda λ dei suoi raggi in un dato mezzo (o dal numero di vibrazioni N nell'unità di tempo) e per la sua intensità, ma anche per la natura speciale del moto che è l'essenza stessa dell'energia

radiante. Se si assume il punto di vista della *teoria meccanica* (teoria non elettromagnetica), possiamo caratterizzare come segue, i diversi casi che sono presentati qui:

1. - *Raggi polarizzati rettilineamente.* — Tutte le particelle dell'etere eseguono moti vibratori armonici perpendicolari al raggio, *sullo stesso piano*. Se, ad esempio, il raggio ha una direzione orizzontale, tutte le particelle vibrano in direzione verticale o in direzioni perpendicolari al raggio formando lo stesso angolo α con il piano orizzontale.

2. *Raggi naturali o non polarizzati.* — Le vibrazioni sono rettilinee, ma in ogni punto del raggio la loro direzione cambia un numero estremamente elevato di volte, anche per brevissimo tempo; l'angolo α prende inoltre tutti i valori possibili in un tempo altrettanto breve.

3. *Raggi polarizzati ellitticamente.* — Le particelle si muovono secondo ellissi disposte su piani perpendicolari al raggio. Il movimento può essere fatto *in verso orario o antiorario*, supponendo che il raggio sia diretto verso l'osservatore.

4. *Raggi polarizzati circolarmente:* questo è un caso particolare del precedente, in cui gli assi delle ellissi sono uguali. Dobbiamo ancora distinguere qui due possibili direzioni di moto circolare.

Dopo aver dato questa panoramica delle grandezze e delle nozioni che giocano un ruolo nella questione che ci occuperà, possiamo esporre una prima ipotesi, la più semplice, della legge di Kirchhoff.

Si considerino due corpi M e M_1 , che sono alla stessa temperatura T ; supponiamo che l'emissione e l'assorbimento di calore, per i raggi di lunghezza d'onda λ , siano rispettivamente uguali ad a e ad e per il corpo M , e ad a_1 e e_1 per il corpo M_1 . La legge di Kirchhoff è allora espressa dalla seguente formula:

$$\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = \frac{e_1(\lambda, T)}{a_1(\lambda, T)} \quad (2.0.28)$$

o, semplificando

$$\frac{e}{a} = \frac{e_1}{a_1} \quad (2.0.29)$$

Legge di Kirchhoff (parzialmente formulata). — *Il rapporto tra l'emissione calorica e l'assorbimento calorico è, per tutti i corpi, una stessa grandezza, che dipende dalla temperatura del corpo e dalla lunghezza d'onda dell'energia radiante, a cui si riferiscono l'emissione e l'assorbimento considerati.*

Questa legge vale quindi per corpi aventi la stessa temperatura T , e per flussi di energia radiante di data lunghezza d'onda λ . Se la temperatura cambia, o se si considerano raggi di altra lunghezza d'onda λ , il rapporto e/a cambia, ma nello stesso modo per tutti i corpi incontrati in natura.

Applichiamo la formula (26) a due corpi assolutamente neri; otteniamo

$$\frac{E}{A} = \frac{E_1}{A_1}$$

ma si ha $A = A_1 = 1$, e di conseguenza

$$E(\lambda, T) = E_1(\lambda, T)$$

L'emissione calorica E è una stessa funzione di λ e di T , per tutti i corpi assolutamente neri. — Si ottiene così la nozione di una funzione di λ e di T avente un *significato universale*; questa funzione è completamente determinata, unica e uguale per tutti i corpi assolutamente neri; la indicheremo con il simbolo $E(\lambda, T)$.

Se si suppone che il secondo dei corpi M e M_1 sia assolutamente nero, la (26) dà

$$\frac{e}{a} = \frac{E}{A} \quad (2.0.30)$$

ma si ha $A = 1$, per cui

$$\frac{e}{a} = E \quad (2.0.31)$$

o più semplicemente

$$\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = E(\lambda, T) \quad (2.0.32)$$

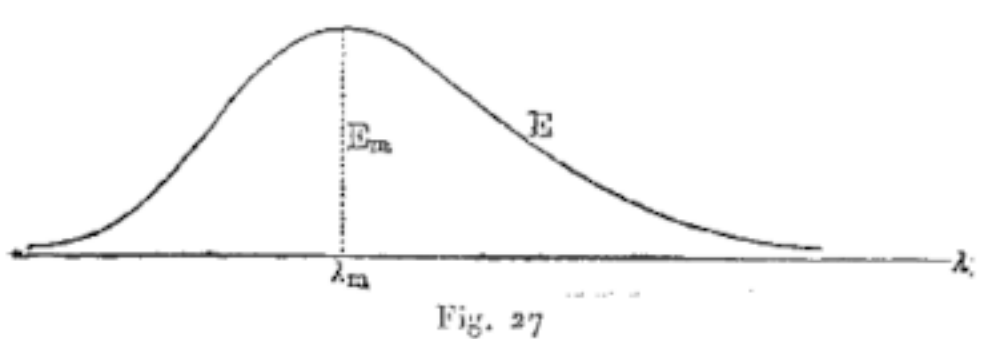
Legge di Kirchhoff (formulata in modo più completo) — *Il rapporto tra l'emissione calorica e l'assorbimento calorico è, per tutti i corpi, la stessa funzione di λ e di T , che è uguale all'emissione calorica di un corpo assolutamente nero.*

La formula (30) dà quindi

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) E(\lambda, T) \quad (2.0.33)$$

Questa importantissima formula mostra il ruolo della funzione universale $E(\lambda, T)$, nell'espressione dell'emissione calorica $e(\lambda, T)$, per tutti i corpi in natura. La quantità $e(\lambda, T)$ è uguale al prodotto di due fattori, uno dei quali è proprio la funzione universale $E(\lambda, T)$, mentre l'altro è uguale all'assorbimento calorico $a(\lambda, T)$ del corpo considerato.

Faremo conoscere più avanti le diverse esperienze che sono state intraprese allo scopo di determinare la forma della funzione $E = E(\lambda, T)$. Ma dobbiamo dire ora che, per un valore dato di T , la grandezza E , in quanto funzione di λ , è rappresentata da una curva, di cui la figura 27 indica il carattere generale. Essa ha un massimo E_m , per un certo valore $\lambda = \lambda_m$ e decresce asintoticamente nei due versi. È una curva alquanto regolare, cioè che non presenta alcuna variazione brusca (si veda, al contrario, la curva e della figura 28). *La funzione E non si annulla per alcun valore finito delle variabili T e λ .* Ciò significa che *un corpo assolutamente nero emette ad ogni temperatura tutti i raggi possibili*; ma fisicamente non è così, poiché ogni volta che si ha $E < e_0$, si deve porre in pratica $E = 0$, si veda la (25).



L'assorbimento $a(\lambda, T)$ può essere nullo in due casi: in primo luogo, quando $r = 1$, cioè quando tutto il flusso di lunghezza d'onda λ data è riflesso, e in secondo luogo, quando $r + b = 1$, cioè quando tutti i raggi non riflessi attraversano il corpo, che è assolutamente trasparente. Ma si può affermare, in tutta certezza, che questo secondo caso non si verifica in natura e che c'è sempre un assorbimento interno, per quanto piccolo. Allo stesso modo, sembra difficile ammettere che il primo caso sia, in natura, pienamente soddisfatto, dal punto di vista matematico, sebbene, ad esempio per alcuni metalli, r differisca molto poco dell'unità, per i raggi infrarossi di grande lunghezza d'onda. Attenendosi alla realtà, possiamo quindi ammettere che, in certi casi, si ha praticamente $r = 1$, oppure $r + b = 1$, e quindi $a = 0$.

Se quindi E e a probabilmente non sono mai esattamente zero, dal punto di vista matematica, segue dalla (31) che $e(\lambda, T)$ non è mai zero, cioè che *ogni corpo emette a qualsiasi temperatura raggi di qualsiasi possibile lunghezza d'onda λ* . Ma in pratica, dobbiamo porre $e = 0$ o $E = 0$, quando si ha $e < e_0$ o $E < e_0$; dobbiamo porre inoltre $a = 0$, quando r o $r + b$ non differiscono in alcun modo osservabile dall'unità.

A proposito della storia della scoperta della legge di Kirchhoff, espressa dalla formula (27), A. Angström, De la Provostaye e Desains, Stewart e altri possono essere considerati predecessori di Kirchhof.

Non riprodurremo qui la dimostrazione rigorosa, ma estremamente complicata, che Kirchhof ha dato dalla formula (27). Voigt (1899) e Pringsheim (1900) hanno fornito altre dimostrazioni.

12. Conseguenze della legge di Kirchhoff

Faremo ora uno studio più dettagliato della formula fondamentale, vedi (28) e (31),

$$e = aE \quad (2.0.34)$$

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) E(\lambda, T) \quad (2.0.35)$$

Non va dimenticato che la quantità $a(\lambda, T)$ è una reale frazione, per sua stessa natura, e che è uguale all'unità solo al limite. Ne consegue che $e(\lambda, T)$ non può mai essere maggiore di $E(\lambda, T)$; si ha quindi

$$\begin{cases} a(\lambda, T) \leq 1 \\ e(\lambda, T) \leq E(\lambda, T) \end{cases} \quad (2.0.36)$$

Il potere emissivo del corpo assolutamente nero è il massimo potere emissivo possibile. Per un dato valore di T , la curva $e = f(\lambda)$ deve trovarsi interamente all'interno della curva $E = E(\lambda)$, vedi figura 28. La formula (32), mostra inoltre che si ha

$$a > 0 \text{ se } e > 0 \quad (2.0.37)$$

La disuguaglianza $e > 0$ esprime sostanzialmente che si ha $e > e_0$; poiché si ha $a \leq 1$, è chiaro che si ha anche, in questo caso, $E > e_0$.

La formula (35) porta a una proposizione fondamentale, che non formuleremo completamente, per il momento.

PROPOSIZIONE 1. (formulata parzialmente). - *Ogni corpo assorbe i raggi, che emette a una data temperatura.*

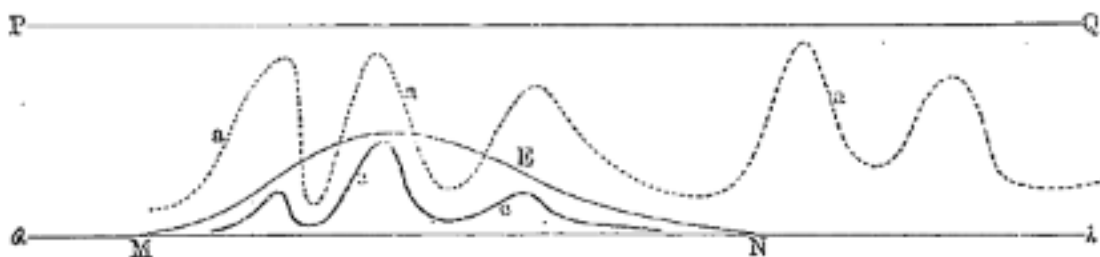
Non si può affermare la proposizione inversa, per due ragioni; dapprima può succedere di avere $E > 0$ e $a > 0$, e tuttavia $e = 0$. In effetti $E > 0$ significa che si ha $E > e_0$. Sia, ad esempio, $E = 2e_0$ e $a = 1/3$, o $E = 200e_0$ e $a = 0,001$; allora si ha $e < e_0$, cioè praticamente $e = 0$.

PROPOSIZIONE II — Può succedere di avere $E > 0$, cioè che E sia una grandezza osservabile, e che $e = 0$, cioè che e non è osservabile, sebbene si abbia $a > 0$.

In secondo luogo, il fatto che $a > 0$ e anche vicino all'unità non implica la disuguaglianza $e > 0$, perché si può avere $E = 0$.

La proposizione I quindi non ha inversa; un corpo può assorbire raggi che non emette, a patto solo che il corpo assolutamente nero non emetta questi raggi alla temperatura data. Quindi, per esempio, il vetro rosso, a temperatura normale, assorbe i raggi verdi (a è quasi uguale all'unità), ma, come il corpo assolutamente nero alla temperatura ordinaria, non ne emette.

La Figura 28 rappresenta una curva E che ha ordinate osservabili tra M e N, per un valore dato di T , quindi una curva e giacente interamente al di sotto di E ; si è anche tracciata una curva tratteggiata a , posta al di sotto della linea PQ che è ad una distanza uguale a l'unità dell'asse delle ascisse (MN). Nella regione MN, a ogni aumento della grandezza e , corrisponde un aumento della grandezza a , e *viceversa*.



Ma, al di fuori di questa regione, la grandezza a può assumere valori qualsiasi; può avvicinarsi quanto si vuole all'unità, mentre in pratica e rimane uguale a zero. Possiamo, secondo ciò, formulare la proposizione I più precisamente:

PROPOSIZIONE I (in forma più precisa, ma non definitiva). - *Ogni corpo assorbe i raggi che emette a una data temperatura. Può ancora assorbire altri raggi, ma solo tra quelli che il corpo assolutamente il nero non emette alla temperatura indicata.*

Vediamo, da quanto precede, con quale riserva è necessario formulare l'inverso della Proposizione I:

PROPOSIZIONE III. - *Un corpo qualunque assorbe, tra i raggi che il corpo assolutamente nero emette a una data temperatura, i raggi emette egli stesso, e emette i raggi che assorbe (purché aE non sia $< e_0$).*

Se $E > 0$, si ha

per	$e > 0$	$a > 0$		per	$a = 0$	$e = 0$
per	$a > 0$	$e > 0$		per	$e = 0$	$a = 0$

Se $E = 0$, si ha $e = 0$, ma a può essere > 0 .

Il fosfato di sodio offre un buon esempio confermando che $e = 0$, se $a = 0$; un pezzo riscaldato alla temperatura del rosso-bianco si trasforma in una goccia assolutamente trasparente ($a = 0$), e allo stesso tempo non luminosa ($e = 0$).

Ricorderemo ancora una volta che tutto ciò che è stato appena detto si riferisce esclusivamente all'emissione calorica.

Torneremo ancora una volta alla proposizione I e le daremo un enunciato definitivo. Supponiamo che un corpo emetta, ad una data temperatura T , raggi di lunghezza d'onda λ , polarizzati in un certo modo. Il carattere di questa polarizzazione può dipendere dalla direzione della radiazione, o da particolari circostanze esterne (ad esempio, dall'azione delle forze magnetiche). Lasciamo da parte qui la questione se esistano in generale casi, dove circostanze esterne agiscono sul carattere della polarizzazione di una radiazione calorica (è del tutto possibile che i casi osservati finora si riferiscano solo alla radiazione con luminescenza). Introduciamo quindi ancora un'altra indicazione sul carattere delle vibrazioni, e potremo dare alla proposizione I la sua forma definitiva.

PROPOSIZIONE 1. — *Ogni corpo che emette, ad una temperatura data ed in date condizioni, in una data direzione (a un dato angolo con il normale), raggi di lunghezza d'onda λ e di un tipo di vibrazione definita (carattere di polarizzazione), assorbe, alla stessa temperatura e nella stessa condizioni, i raggi della stessa lunghezza d'onda e dello stesso tipo di vibrazione, che le giungono nella stessa direzione.*

Incontreremo, nel volume IV, qualche fenomeno che conferma questa affermazione.

Come risultato dell'estensione data alla nozione di energia radiante, introducendo il carattere particolare delle vibrazioni (polarizzazione), possiamo completare l'enunciato della stessa legge di Kirchhoff.

In primo luogo, la formula fondamentale (27), che riguardava *due corpi diversi*, rimane esatto, se non è applicato solo a λ e T dati, ma anche a un dato tipo di vibrazione.

PROPOSIZIONE IV. — *Il rapporto e/a , che è lo stesso per tutti i corpi, per dati valori di T e di λ , non dipende dal tipo di vibrazione, cioè del carattere della polarizzazione dei raggi emessi e assorbiti.*

Supponiamo, in secondo luogo, che lo stesso corpo emetta, alla temperatura T e nella stessa direzione, due tipi di raggi della stessa lunghezza d'onda, ma il cui tipo di vibrazione è diverso. I due tipi di raggi possono, ad esempio, essere polarizzati rettilineamente, ma le loro vibrazioni avvenire su piani perpendicolari; $a(\lambda)$ e $e(\lambda)$ si riferiscono a uno dei tipi, $a'(\lambda)$ e $e'(\lambda)$ all'altro. Per il corpo assolutamente nero, le corrispondenti quantità $E(\lambda)$ e $E'(\lambda)$ sono tra loro uguali, perché un tale corpo emette raggi naturali (non polarizzati), ciò che significa, come vedremo, che emette ugualmente raggi di tutti i tipi possibili di polarizzazione. Noi abbiamo

$$\frac{e(\lambda)}{a(\lambda)} = E(\lambda) \quad \frac{e'(\lambda)}{a'(\lambda)} = E'(\lambda)$$

ma $E(\lambda) = E'(\lambda)$; di conseguenza

$$\frac{e(\lambda)}{e'(\lambda)} = \frac{a(\lambda)}{a'(\lambda)} \quad (2.0.38)$$

dove tutte le quantità si riferiscono allo stesso corpo, alla stessa direzione e agli stessi valori di T e λ . Vedremo che una piastra di tormalina, le cui facce sono parallele all'asse cristallografico, assorbe in modo disuguale raggi, le cui vibrazioni si effettuano parallelamente (a) o perpendicolarmente (a') a questo asse; si trova che $a' > a$. La formula (36) mostra che si deve avere $e' > e$, cioè che una piastra di tormalina deve emettere più raggi, le cui vibrazioni sono perpendicolari all'asse, che raggi, le cui vibrazioni sono parallele a questo asse. Già Kirchhoff, e dopo di lui Stewart, si sono assicurati con l'esperienza che $e' > e$. A. Pflüger (1902), ha trovato, per una piastra di tormalina scaldata sulla fiamma di un becco Bunsen, un perfetto accordo tra le osservazioni e la formula (36). Ha ottenuto ad esempio per la lunghezza d'onda $\lambda = 0,610\mu$ i seguenti risultati

$$\frac{e(\lambda)}{e'(\lambda)} = 0,438 \quad \frac{a(\lambda)}{a'(\lambda)} = 0,439$$

In un solo caso, la differenza cresce fino a 1,8%.

PROPOSIZIONE V. — *Se un stesso corpo emette, ad una data temperatura, due tipi di raggi della stessa lunghezza d'onda, ma dove il tipo di vibrazione è diverso, il rapporto delle emissioni (e/e') è, per questi raggi, uguale al rapporto degli assorbimenti (a/a').*

Combinando la formula (36) con (20) o (21), otteniamo, per un corpo opaco e per una data vibrazione, la relazione

$$\frac{e}{1-r} = \frac{e'}{1-r'} \quad (2.0.39)$$

Si ha, per un corpo trasparente,

$$\frac{e}{1-r-b} = \frac{e'}{1-r'-b'} \quad (2.0.40)$$

Abbiamo visto che un corpo può assorbire i raggi ma non può emettere, ad esempio quando la sua temperatura è troppo bassa (vetro rosso a temperatura normale e raggi verdi). È interessante sapere se un tale corpo non comincia ad emettere abbondantemente, quando riscaldato, i raggi che assorbe ad una temperatura inferiore. È ovvio che sarà così, se il corpo conserva, durante il riscaldamento, la facoltà di assorbire questi raggi. Possiamo citare a tal proposito gli esperimenti di Magnus, secondo il quale il salgemma, molto trasparente per i raggi infrarossi, trasmette solo la metà del flusso di energia emesso dallo stesso sale riscaldato; trovò lo stesso risultato per silvite (KCl). Rubens e Nichols, così come Abramczyk, hanno confermato i risultati precedenti. Tuttavia, queste esperienze non possono essere considerate come una conferma diretta della legge di Kirchhoff, dal momento che il corpo che emetteva l'energia radiante e quello che l'assorbiva non erano alla stessa temperatura.

Si può considerare che la facoltà che possiede un corpo di assorbire in aggiunta un gran numero di raggi che emette, come un fenomeno analogo alla risonanza acustica. A. Angström (1853) aveva già indicato questa analogia; essa esiste, ma è difficile perseguirla in dettaglio, come ha mostrato Cotone (1899).

13. La legge di Kirchhoff per i flussi di energia composti.

La formula (26), che esprime la legge di Kirchhoff si applica, come abbiamo visto, solo ai flussi *omogenei*, cioè ai raggi di una lunghezza di determinata onda λ . Ma è molto importante sapere con quali riserve la stessa formula si applica a un flusso composto, contenente raggi la cui lunghezza d'onda varia da $\lambda = \lambda_1$ fino a $\lambda = \lambda_2$. Chiameremo *irraggiamento totale (integrale)* la grandezza

$$\eta = \int e(\lambda) d\lambda \quad (2.0.41)$$

Sia inoltre $\sigma(\lambda) d\lambda$ l'intensità dei raggi, di cui è composto il flusso che raggiunge la superficie di un corpo, e le cui lunghezze d'onda sono comprese tra i limiti λ e $\lambda + d\lambda$. La funzione $\sigma(\lambda)$ dipende dalla sorgente radiante. Chiameremo *assorbimento totale (integrale)* la grandezza

$$\sigma(\lambda) = \frac{\int a(\lambda) \sigma(\lambda) d\lambda}{\int \sigma(\lambda) d\lambda} \quad (2.0.42)$$

I limiti di tutti gli integrali sono λ_1 e λ_2 ; tuttavia, possiamo anche prendere come limiti 0 e ∞ , perché si deve fare, al di fuori del dominio dei raggi considerato, $e(\lambda) = 0$ e $\sigma(\lambda) = 0$. Per un secondo corpo si può indicare le grandezze corrispondenti con $e_1, a_1, \sigma_1, \eta_1, \alpha_1$.

Ora dobbiamo risolvere il problema di sapere con quali riserve la relazione

$$\frac{\eta}{\alpha} = \frac{\eta_1}{\alpha_1} \quad (2.0.43)$$

sussiste, cioè a quali condizioni si applica la legge di Kirchhoff ai *flussi di energia composti*.

A tal fine, considereremo la seguente espressione:

$$\Omega = \frac{\frac{\eta}{\alpha}}{\frac{\eta_1}{\alpha_1}} \quad (2.0.44)$$

La legge di Kirchhoff si applica evidentemente al caso in cui $\Omega = 1$. Se si sostituisce la (39) e la (40) nella (42), si ottiene

$$\Omega = \frac{\frac{\eta}{\alpha}}{\frac{\eta_1}{\alpha_1}} = \frac{\int e d\lambda}{\int e_1 d\lambda} \cdot \frac{\int a_1 \sigma_1 d\lambda}{\int a \sigma d\lambda} \cdot \frac{\int \sigma d\lambda}{\int \sigma_1 d\lambda} \quad (2.0.45)$$

Se i flussi che raggiungono i due corpi sono uguali tra loro, se provengono ad esempio dalla stessa sorgente radiante, abbiamo $\sigma = \sigma_1$, e otteniamo

$$\Omega = \frac{\frac{\eta}{\alpha}}{\frac{\eta_1}{\alpha_1}} = \frac{\int e d\lambda}{\int e_1 d\lambda} \cdot \frac{\int a_1 \sigma_1 d\lambda}{\int a \sigma d\lambda} \quad (2.0.46)$$

Ω non è evidentemente uguale a 1, se σ e σ_1 sono scelti arbitrariamente, o se $\sigma = \sigma_1$, essendo il loro valore arbitrario.

La legge di Kirchhoff non si applica, in generale, ai flussi composti; essa inoltre non è, in generale, applicabile al caso in cui gli assorbimenti integrali, per corpi diversi, si riferiscono alla stessa sorgente radiante.

Ma supponiamo che il corpo assolutamente nero serva come sorgente del flusso composto, di cui misuriamo l'assorbimento integrale e anche questo corpo così come quelli sui quali proietta i suoi raggi sono alla stessa temperatura. Si ha, in questo caso, $\sigma = E$, e (44) ci dà

$$\Omega = \frac{\frac{\eta}{\alpha}}{\frac{\eta_1}{\alpha_1}} = \frac{\int e d\lambda}{\int e_1 d\lambda} \cdot \frac{\int a_1 E d\lambda}{\int a E d\lambda}$$

Si ha, dalla legge di Kirchhoff, $aE = e$, $a_1 E = e_1$, e, di conseguenza, $\Omega = 1$, di modo che si ottiene, poiché $\alpha_1 = 1$, per il corpo assolutamente nero, l'espressione

$$\frac{\eta}{\alpha} = \frac{\eta_1}{\alpha_1} = \int E d\lambda \quad (2.0.47)$$

La legge di Kirchhoff si applica a tutti i flussi composti (dove le lunghezze di onda sono compresi tra i limiti arbitrari λ_1 e λ_2), se si riporta l'assorbimento integrale a un flusso, la cui sorgente è il corpo assolutamente nero, preso alla stessa temperatura dei corpi da confrontare tra loro.

Torniamo ora alla formula (43), e supponiamo che ciascuno dei due corpi che sono alla stessa temperatura fungano da sorgente radiante all'altro, che, di conseguenza, gli assorbimenti integrali α e α_1 siano misurati da flussi *differenti*. Si ha, in questo caso, $\sigma = e_1$ e $\sigma_1 = e$; si deduce dalla formula (43),

$$\Omega = \frac{\frac{\eta}{\alpha}}{\frac{\eta_1}{\alpha_1}} = \frac{\int e d\lambda}{\int e_1 d\lambda} \cdot \frac{\int a_1 e d\lambda}{\int a e_1 d\lambda} \cdot \frac{\int e_1 d\lambda}{\int e d\lambda}$$

ma dalla legge di Kirchhoff, si ha, si veda la (26), $ae = ae_1$ e di conseguenza $\Omega = 1$. Otteniamo di nuovo la formula (45).

La legge di Kirchhoff rimane vera per i flussi composti, quando i due corpi dati sono alla stessa temperatura e quando ciascuno di essi funge da sorgente per il flusso che misura l'assorbimento integrale dell'altro.

14. Radiazione reciproca di due corpi. Teoria dell'esperienza di Ritchie.

Consideriamo due corpi P e P_1 , le cui superfici hanno ciascuna una parte piana S e S_1 ; queste due parti piane si trovano a breve distanza l'una dall'altra, sono parallele tra loro e su di esse avviene l'irraggiamento reciproco dei corpi. I due corpi sono *alla stessa temperatura t* . Il flusso totale emesso da S raggiunge l'altra parte piana S_1 , e viceversa; quindi trascuriamo il flusso perso sulle parti di superficie esterne ai piani S e S_1 . Indichiamo con e, a e $r = 1 - a$ l'emissione, l'assorbimento e la riflessione per il corpo P , con e_1, a_1 e $r_1 = 1 - a_1$, le stesse quantità per il corpo P_1 . Si verifica evidentemente tra i piani S e S_1 , un numero infinito di riflessioni. Siano η e η_1 gli *irraggiamenti definitivi* dei piani S e S_1 ; sono costituiti da emissioni e ed e_1 e dalla totalità dei raggi riflessi dai piani. Siano infine q e q_1 gli *assorbimenti definitivi* dei piani S e S_1 , cioè l'aumento di energia che i corpi subiscono, a causa dell'irraggiamento dai piani S e S_1 . Siccome le temperature dei corpi sono uguali, possiamo affermare in anticipo, così ci insegna l'osservazione giornaliera, che il loro reciproco irraggiamento non produce alcun cambiamento nella loro riserva di energia. Si deve quindi avere

$$q = q_1 = 0 \quad (2.0.48)$$

Calcoleremo ora η, η_1, q_1 , partendo dal caso semplice in cui il corpo P_1 è *assolutamente nero*. Si ha allora $e_1 = E$, $a_1 = A = 1$, $r_1 = 0$. Non c'è alcuna riflessione sul corpo P_1 e se ne produce una sola sul corpo P .

1. *Il corpo P è assolutamente nero.* Si ha, evidentemente, per esso,

$$\eta_1 = e_1 = E$$

Inoltre

$$q_1 = Ae + rE = e + rE - R$$

poiché il corpo P_1 assorbe completamente il flusso e e il flusso rE riflesso verso di esso. Siccome $r = 1 - a$, si ha

$$q_1 = e + (1 - a)E - E = e - aE = 0$$

così come previsto, vedere (46).

2. Il corpo P non è nero. Si ha evidentemente

$$q = aE - e$$

cioè ancora $q = 0$. Si ha inoltre

$$\eta = e + rE = e + (1 - a)E = e - Ea + E = E \quad (2.0.49)$$

L'irraggiamento definitivo del corpo non nero risulta quindi identico, nelle circostanze date, all'emissione del corpo assolutamente nero.

Passiamo ora al caso generale in cui nessuno dei corpi P e P_1 è assolutamente nero. Basta considerare uno dei due corpi. La grandezza q si compone, in primo luogo, dei raggi emessi dal corpo P_1 , e da quelli che sono assorbiti direttamente o dopo 2, 4, 6, ... riflessioni; ciò dà la serie

$$e_1a + e_1rr_1a + e_1r^2r_1^2a + e_1r^3r_1^3a + \dots = \frac{ae_1}{1 - rr_1}$$

In secondo luogo, q comprende i raggi emessi da P e assorbiti dopo 1, 3, 5, ... riflessioni, ciò che dà la serie

$$er_1a + er_1^2ra + er_1^3r_1a + \dots = \frac{aer_1}{1 - rr_1}$$

Bisogna aggiungere la grandezza $-e$, come energia persa, di modo che si ha

$$q = \frac{ae_1 + aer_1}{1 - rr_1} - e$$

Ponendo $r = 1 - a$, $r_1 = 1 - a_1$, si ottiene

$$q = \frac{ae_1 - a_1e}{a - aa_1 + a_1} = 0 \quad (2.0.50)$$

poiché si ha $ae_1 = a_1e$. La (46) è quindi ancora verificata nel caso generale. Si ha naturalmente anche $q_1 = 0$.

L'irraggiamento definitivo η consiste dapprima nell'emissione diretta e , poi da raggi emessi da P e provenienti da esso, dopo 2, 4, 6, ... riflessioni; queste due parti della radiazione, insieme danno

$$e + err_1 + er^2r_1^2 + er^3r_1^3 + \dots = \frac{e}{1 - rr_1}$$

In terzo luogo, si aggiungono i raggi emessi da P_1 e rinviati da P , dopo 1, 3, 5, ... riflessioni, ciò che dà

$$e_1r + e_1r^2r_1 + e_1r^3r_1^2 + \dots = \frac{e_1r}{1 - rr_1}$$

Si ha quindi

$$\begin{cases} \eta &= \frac{e+e_1r}{1-rr_1} = \frac{e+e_1(1-a)}{1-(1-a)(1-a_1)} \\ &= \frac{Ea+Ea_1(1-a)}{a-aa_1+a_1} = E \frac{a-aa_1+a_1}{a-aa_1+a_1} = E \end{cases} \quad (2.0.51)$$

Otteniamo anche $\eta_1 = E$. Questo è un risultato notevole e molto importante.

Quando le porzioni di superficie S e S_1 , una di fronte all'altra, di due corpi qualsiasi alla stessa temperatura, irradiano l'uno sull'altro, l'irraggiamento definitivo delle superfici S e S_1 è identico all'emissione di un corpo assolutamente nero.

Supponiamo ora che le temperature dei corpi P e P_1 siano t e T . L'espressione (46, b)

$$q = \frac{ae_1 - a_1e}{a - aa_1 + a_1}$$

si applica evidentemente anche qui a ogni specie di flusso. Ma ora a e e si riferiscono alla temperatura t , a_1 e e_1 alla temperatura T . Si ha

$$e = aE(t) \quad e_1 = a_1E(T)$$

Viene quindi

$$q = \frac{aa_1}{a - aa_1 + a_1} [E(T) - E(t)] \quad (2.0.52)$$

Permutando le grandezze a e a_1 , t e T , otteniamo, per il corpo P_1 la grandezza $q_1 = -q$. Quando le due superfici sono assolutamente nere, si ha l'espressione

$$q = -q_1 = E(T) - E(t) \quad (2.0.53)$$

che si comprende da sé.

Quando le due superfici sono della stessa natura, molto spesso è possibile porre $a_1 = a$, perché l'assorbimento varia poco con la temperatura. Otteniamo, sotto questa riserva, *per l'irraggiamento reciproco di due superfici della stessa natura* (sempre nelle condizioni geometriche definite all'inizio), la formula approssimativa

$$q = -q_1 = \frac{a}{2 - a} [E(T) - E(t)] \quad (2.0.54)$$

Per $a = 1/n$, si ha $a/2-a = 1/2n-1$.

Si ritiene generalmente che la correttezza della legge di Kirchhoff possa essere dimostrata con l'ausilio dell'apparato di Ritchie, rappresentato in figura 29. È un tipo di termometro differenziale ABCA', dove le due bocce di vetro sono sostituite da due serbatoi cilindrici in metallo A e A'; tra essi se ne trova un terzo EE' sempre di metallo, poggiante su un supporto mobile D', in modo che questo terzo serbatoio EE' possa essere posto ad una distanza uguale tra A ed A'. Questi ultimi contengono aria e sono uniti tra loro da un tubo vetro ricurvato due volte ad angolo retto, in cui è presente un liquido colorato. Questo sale a circa metà della altezza dei rami verticali, quando viene raggiunto l'equilibrio delle temperature. Le basi A ed E sono ricoperte da una certa sostanza (ad esempio, nerofumo), e le basi A' ed E' con un'altra sostanza qualunque. Quando il serbatoio EE' è a uguale distanza da A e A', se è riempito di acqua calda (attraverso un tubo), l'equilibrio di temperatura non è disturbato: il liquido rimane a riposo in entrambi i rami. Si pensava di poter dedurre da questa circostanza la legge di Kirchhoff.

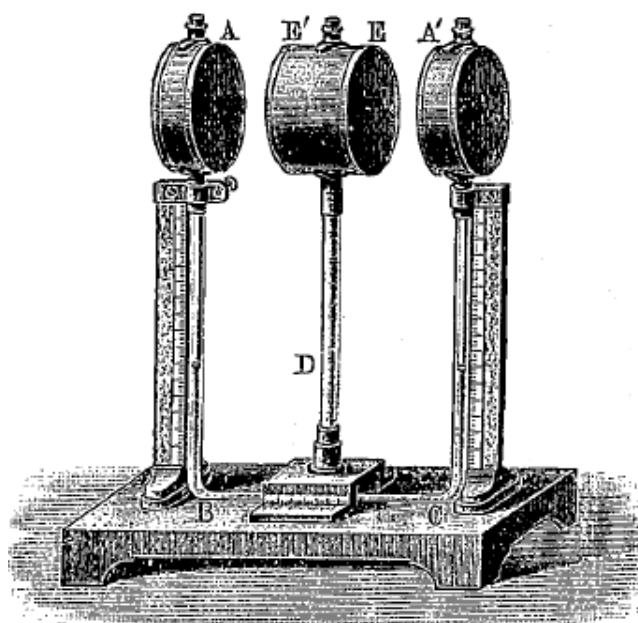


Fig. 29

Si consideri, per meglio comprendere le relazioni in gioco, la figura 30. N rappresenta il serbatoio intermedio riempito di acqua calda a T° , P e Q i serbatoi del termometro la cui temperatura è uguale a t . Le facce I, I sono ricoperte di una certa sostanza (a, e), le facce II, II di un'altra sostanza (a_1, e_1). Quindi generalmente si ragiona come segue: al corpo Q perviene un flusso la cui energia è e ; questo corpo assorbe l'energia $q_1 = ea_1$; allo stesso modo il corpo P assorbe l'energia $q_2 = e_1a$. Poiché il liquido nel termometro rimane a riposo, è chiaro che i due corpi P e Q assorbono uguali quantità di energia; se ne deduce $ea_1 = e_1a$, o

$$\frac{e}{a} = \frac{e_1}{a_1}$$

ciò che esattamente dimostrerebbe l'accuratezza della legge di Kirchhoff.

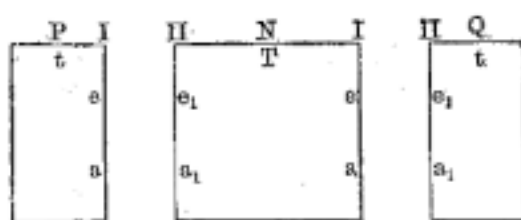


Fig. 30

Ma questo ragionamento è insufficiente perché:

1. Non si è tenuto conto del fatto che N si trova ad una temperatura diversa da P e Q; ora, la legge di Kirchhoff si applica solo ai corpi che sono alla stessa temperatura;
2. Non si è nemmeno tenuto conto del fatto che i corpi P e Q non solo ricevono energia, ma ne inviano anche a N, e inoltre in quantità disuguali, poiché i loro poteri emissivi e e e_1 sono disuguali;
3. Non si è tenuto conto del fatto che si può verificare un numero infinito di riflessioni, tra le superfici, rivolte l'una verso l'altra, dei tre corpi;
4. I tre corpi emettono flussi composti, e in generale, come abbiamo visto, la legge di Kirchhoff non si applica a tali flussi: invece di semplici fattori, si dovrebbero prendere gli integrali corrispondenti.

Non si deve attribuire grande importanza a quest'ultima obiezione, poiché, come abbiamo spiegato, la legge di Kirchhoff resta valida nel caso in cui l'assorbimento in ciascuno dei due corpi sia misurato dal flusso integrale dell'altro, alla condizione naturalmente dell'uguaglianza di temperatura dei due corpi. Per mostrare ora quanto la conclusione sia discutibile per il resto, supporremo di avere $T = t$, e che tutte le parti del dispositivo siano alla stessa temperatura. Ciò non pregiudica in alcun modo il risultato precedente, e possiamo quindi, dire ora che P assorbe l'energia $q_1 = ea_1$ e Q, l'energia $q_2 = e_1a$. Ma in realtà, per $T = t$, si ha, come abbiamo visto, $q_1 = q_2 = 0$, e il flusso definitivo dei due corpi è lo stesso, e per di più identico al flusso di un corpo assolutamente nero. Deriviamo dalla (47) i veri valori di q_1 e q_2 , cioè

$$q_1 = \frac{a(t) a_1(T)}{a(t) - a(t) a_1(T) + a_1(T)} [E(T) - E(t)]$$

$$q_2 = \frac{a(T) a_1(t)}{a(T) - a(T) a_1(t) + a_1(t)} [E(T) - E(t)]$$

Se si può ammettere che due delle quattro superfici sono assolutamente nere ($a = 1$), si ottiene

$$\begin{cases} q_1 &= a(t) [E(T) - E(t)] \\ q_2 &= a(T) [E(T) - E(t)] \end{cases} \quad (2.0.55)$$

Le quantità di energia ricevute dai due serbatoi sono quindi, in realtà, disuguali. Che l'esperimento abbia comunque successo può essere dovuto, tra l'altro, a ciò che si può fare, come abbiamo già ipotizzato sopra, $a(t) = a(T)$. Se si capovolge il serbatoio centrale, si ha un riscaldamento maggiore del serbatoio nero, ciò che si spiega perfettamente con le formule (47, a) e (47, b).

Se si insiste nell'usare il dispositivo di Ritchie, per verificare la legge di Kirchhoff, bisogna ragionare nel modo seguente. Supponiamo che due superfici siano nere. Il serbatoio nero riceve la quantità di energia

$$q_1 = e(T) + E(T) r(T) - E(t) = e(T) + E(T) [1 - a(T)] - E(t) = e(T) - a(T) E(t)$$

Il serbatoio nero riceve

$$q_2 = a(t) E(T) - e(t)$$

Le quantità q_1, q_2 sono disuguali, perché sono identiche a (47, c); ma l'esperienza dà $q_1 = q_2$; dobbiamo quindi ammettere che si ha $a(t) = a(T)$, quindi che si può scrivere

$$q_1 = e(T) - a(t) E(T)$$

$$q_2 = a(T) E(T) - e(t)$$

Abbiamo quindi

$$e(T) - a(t) E(T) = a(T) E(T) - e(t)$$

o

$$e(T) - a(T) E(T) = a(t) E(T) - e(t)$$

Poiché questa uguaglianza deve valere qualunque sia T e t , e di conseguenza per $T = t$, i due membri sono nulli, e si ha

$$\frac{e(t)}{a(t)} = E(t)$$

Il corpo non nero, così come il corpo nero, possono essere scelti arbitrariamente; ne consegue che si ha $e/a = e_1/a_1$ e che, per tutti i corpi assolutamente neri, $E(t)$ ha lo stesso valore.

15. Determinazione sperimentale dell'emissione del corpo assoluto nero.

Abbiamo visto che l'emissione $e(\lambda, T)$ di un corpo qualsiasi era legata alla radiazione $E(\lambda, T)$ del corpo assolutamente nero, dalla formula (31),

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T)E(\lambda, T) \quad (2.0.56)$$

La grande importanza della funzione $E(\lambda, T)$ ha portato alla ricerca di metodi per determinarla. Possono essercene due: il primo, comportante lo *studio sperimentale* della radiazione di un corpo che ha le proprietà del corpo assolutamente nero, e il secondo, la *determinazione teorica* della forma della funzione E .

Occupiamoci del primo di questi metodi: potremmo sostituirlo con la ricerca sperimentale, cioè con la misura, per un corpo qualunque, delle grandezze e e a , per tutti i possibili valori di λ e T . Finora ci sono solo Bouman (per il vetro) e Rosenthal (per quarzo e mica) che hanno operato così. Hanno confrontato le grandezze e/a , per le sostanze indicate, al potere emissivo di un corpo (ossido di rame, ecc.), che ritenevano avvicinarsi al corpo assolutamente nero.

Ma si è riconosciuto che si poteva trovare sperimentalmente la funzione $E(\lambda, T)$, senza ricorrere all'uso di corpi neri nel senso ordinario del termine, vale a dire di corpi neri per i raggi visibili, e in realtà non assolutamente neri. Kirchhoff aveva già nel 1860 segnalato la possibilità di risolvere la questione così posta; tuttavia le sue idee furono messe in pratica solo molto più tardi, nel 1895.

Immaginiamo uno spazio chiuso, il cui involucro è opaco ($b = 0$) per l'energia radiante; all'interno di questo spazio possono esserci dei corpi qualsiasi. L'involucro e i corpi che esso contiene hanno la stessa temperatura. I raggi emessi dall'involucro e da questi corpi subiscono, in generale, un gran numero di successive riflessioni e assorbimenti interni, prima che la loro energia abbia raggiunto un valore che può essere praticamente uguale a zero. Dobbiamo distinguere la *vera emissione di calorica* $e(\lambda)$ dell'elemento di superficie σ dell'involucro o dei corpi interni, dal flusso di energia $\eta(\lambda)$, che è *infine emesso* dall'elemento σ e che è costituito da due parti:

$$\eta(\lambda) = e(\lambda) + g(\lambda) \quad (2.0.57)$$

dove $g(\lambda)$ è l'energia dei flussi riflessi da σ o attraversanti l'intero corpo e che raggiungono l'esterno, uscendo da σ . La grandezza $e(\lambda)$ dipende dalla natura del corpo e può non essere la stessa nei diversi elementi di superficie dell'involucro e dei corpi interni. Kirchhoff indicò per primo, come abbiamo detto, quale fosse la natura dell'involucro e dei corpi interni, uguaglianza

$$\eta(\lambda) = e(\lambda) + g(\lambda) = E(\lambda) \quad (2.0.58)$$

rimane vera per tutti gli elementi di superficie, cioè che l'emissione reale è uguale a quello del corpo assolutamente nero, per la quale abbiamo $g(\lambda) = 0$.

In uno spazio chiuso, le cui parti sono tutte alla stessa temperatura, tutti i corpi interni e l'involucro producono un irraggiamento definitivo identico all'irraggiamento del corpo assolutamente nero.

Se c'è una piccola apertura nell'involucro, il flusso di energia radiante, che acquista così l'esterno, è identico, nella sua composizione, a ciò che viene emesso alla stessa temperatura dal corpo assolutamente nero.

Per il caso semplice considerato nel § 14, abbiamo direttamente dimostrato l'uguaglianza (50); si veda (46, a) e (46, c).

Kirchhoff si accontentò, per stabilire le proposizioni precedenti, di notare che ogni raggio, che penetra dall'esterno nello spazio considerato, viene infine assorbito completamente e che, di conseguenza, la superficie interna di questo spazio si comporta come se, per essa, si avesse $A = 1$. Pringsheim (1900) ha dato una dimostrazione più completa.

Christiansen (1884) e Boltzmann (1884) furono i primi a costruire un tale corpo *assolutamente nero*, ma per così dire incidentalmente e per caso. Dopo di loro, St-John (1895) e Reid (1895) non erano certo lontani dal mettere in pratica la proprietà sopra indicata di uno spazio chiuso. Ma in realtà, sono Lummer e Wien che, nel 1895, utilizzarono uno spazio chiuso, per il prima volta, come un corpo *assolutamente nero*, al fine di studiare direttamente il flusso di energia radiante uscente attraverso una piccola apertura. Lummer e Kurlbaum poi diedero, nel 1898, una succinta descrizione, poi, nel 1901, più dettagliata, del *corpo assolutamente nero portato al rosso elettricamente*. Nel 1897, Lummer e Pringsheim avevano anche descritto una delle forme di questo corpo. Inizialmente usarono contenitori di forma sferica o cubica, circondati da acqua bollente, salnitro fuso, ecc., a seconda della temperatura T per la quale volevano studiare la funzione $E(\lambda)$. Ma trovarono che il più conveniente era un cilindro a doppia parete, in materiale refrattario. Essi collocarono, nell'intervallo che separava le due pareti, un cilindro di platino, che una corrente elettrica scaldava alla temperatura voluta, e misurarono quest'ultimo, utilizzando una coppia termoelettrica posta nel cilindro interno. Una delle basi di quest'ultimo cilindro presentava una piccola apertura; una serie di diaframmi trasversali erano disposti all'interno, in modo tale che all'apertura giungessero solo i raggi emessi dalla parte centrale del cilindro, la più uniformemente riscaldata. Non aggiungeremo ulteriori dettagli a questa descrizione.

16. Legge della radiazione di corpo assolutamente nero. Leggi di Stefan e da Wien

Veniamo ora a una delle questioni più interessanti della fisica moderna, quella dell'irraggiamento del corpo assolutamente nero, ovvero la forma e le proprietà della funzione $E(\lambda, T)$. Considereremo in questo paragrafo alcune proprietà di quest'ultima, che si può ritenere fermamente stabilito e verificata dalle esperienze; esse sono espresse dalle leggi di Stefan e Wien.

La legge di Stefan è già stata menzionata. Stefan credette che essa si applicasse a tutti i corpi, ma Bartoli dimostrò teoricamente che si riferiva solo al corpo assolutamente nero e alla radiazione integrale, cioè alla grandezza

$$E_T = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda \quad (2.0.59)$$

Nella forma che gli diede Bartoli, questa legge è enunciata nel modo seguente:

I. LEGGE DI STEFAN. - *L'irraggiamento integrale del corpo assolutamente nero è proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta di questo corpo.*

Se si hanno due corpi assolutamente neri le cui temperature sono T_1 e T_2 , la quantità Q di energia radiante, persa nell'unità di tempo dal primo è

$$Q = C (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.0.60)$$

dove C è un fattore costante. Se ne deduce

$$\frac{Q}{T_1^4 - T_2^4} = C = \text{cost} \quad (2.0.61)$$

Planck ha pure stabilito teoricamente poco dopo (1900) la legge di Stefan.

Sono state effettuate numerose verifiche sperimentali di questa legge, ma facendo uso a questo scopo di corpi diversi e il più delle volte di platino, di modo che il controllo della legge non era su un corpo assolutamente nero. Non ci si dovrebbe quindi stupire se Grätz, Rivière, W. Siemens, Abney e Festing, Bottomley, Edler e Schleiermacher trovarono che la legge di Stefan non è vera del tutto o che essa è vera solo in determinate condizioni - particolare (Grätz, per le

basse temperature, Schleiermacher, per l'ossido di rame). Gli esperimenti di Schneebeli sono state un'eccezione, poiché egli trovò che la legge valeva entro ampi limiti. Oggi questo risultato è molto facile da capire: se si considera il metodo di cui servì Schneebeli, si trova che, senza dubbio, egli ha misurato con precisione la radiazione del corpo assolutamente nero che abbiamo imparato a conoscere nel §15.

Lummer e Pringsheim (1897, con l'introduzione di una correzione nel 1900) trovarono, il primo, che, per il corpo assolutamente nero, la legge di Stefan è abbastanza precisa entro ampi limiti, tra $T = 290^\circ$ ($17^\circ C$) e $T = 1535^\circ$. Lummer e Kurlbaum hanno ottenuto lo stesso risultato (1898). La legge di Stefan è stata verificata anche a basse temperature, fino a $-18^\circ C$ (temperatura dell'aria liquida), come lo ricorda Lummer, senza dare ulteriori spiegazioni sugli esperimenti corrispondenti. Infine, il solo Kurlbaum (1898) trovò la legge abbastanza esatta tra 0° e $100^\circ C$. *Quindi non possiamo avere il minimo dubbio sulla correttezza della legge di Stefan.* Ma si applica solo all'irraggiamento integrale del corpo assolutamente nero, e non ad altri corpi. Mostriamo nel volume III come si possa stabilire teoricamente la legge di Stefan.

A questo proposito, il *platino*, la cui radiazione è stata studiata da molti studiosi, è di particolare interesse. Lummer e Kurlbaum (1898) hanno confrontato la sua radiazione con quella del corpo assolutamente nero; hanno espresso la grandezza Q , che entra nella (53), in unità arbitrarie, e hanno trovato, per il corpo assolutamente nero, C costante e approssimativamente uguale a 109; per il platino, invece, tra i limiti di temperatura $T_1 = 490^\circ$ e $T_1 = 1760^\circ$ (per $T_2 = 290^\circ$), C oscilla tra 4,28 e 19,64. Questi valori mostrano quanto l'emissione del platino sia inferiore a quella del corpo assolutamente nero e quanto la prima si discosti dalla legge di Stefan. *Si trova che l'irraggiamento integrale del platino è approssimativamente proporzionale alla quinta potenza della temperatura assoluta.* Pashen (1896-1897) trovò come esponente di questa potenza addirittura il numero 5,425, mentre Goldhammer (1901) ha dimostrato che la proporzionalità dell'irraggiamento del platino alla quinta potenza della temperatura assoluta non può esprimere una legge vera, ma rappresenta semplicemente una formula empirica.

11. Leggi di W. Wien. — Fu nel 1894 che W. Wien pubblicò la sua straordinaria ricerca sui fenomeni dell'irraggiamento. Non possiamo affrontare qui lo studio del suo lavoro e dobbiamo limitarci a indicare, alcuni risultati molto importanti che ha ottenuto. Questi risultati, nel numero di tre, sono strettamente correlati tra loro.

Sia λ_m la lunghezza d'onda, per la quale la funzione $E(\lambda, T)$ assume il massimo valore possibile E_m corrispondente alla temperatura T . Wien ha stabilito la seguente legge:

La lunghezza d'onda, che corrisponde al massimo dell'emissione del corpo assolutamente nero è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta di quest'ultimo.

Quindi abbiamo

$$\lambda_m T = A \quad (2.0.62)$$

dove A è una costante. Quando la temperatura aumenta, non solo le ordinate della curva $E = f(\lambda)$ crescono, ma allo stesso tempo il massimo della funzione si sposta verso i raggi di lunghezza d'onda più corta. Già Langley (1886) aveva osservato questo spostamento, ma Wien trovò per primo la legge in base alla quale avviene. Thiesen (1901) e Lorentz (1901) hanno dato anche nuove dimostrazioni della formula (54). H. F. Weber aveva già mostrato, prima di Wien, che la formula che proponeva come espressione generale della funzione generale $E(\lambda, T)$ corrisponde all'uguaglianza (54); ma non aveva stabilito la necessità di una relazione di questa natura tra λ_m e T .

Le ricerche di Wien hanno portato inoltre all'espressione generale seguente:

$$E(\lambda, T) = T^5 f(\lambda T) \quad (2.0.63)$$

dove il secondo fattore di destra rappresenta una funzione del prodotto λT . Si può evidentemente scrivere anche la (55) nella forma

$$E(\lambda, T) = \lambda^{-5} F(\lambda T) \quad (2.0.64)$$

dove $F(\lambda T) = (\lambda T)^5 f(\lambda T)$. Da questa forma della funzione E deriva il risultato seguente, che è evidente:

La funzione $E(\lambda, T)$, che rappresenta l'irraggiamento del corpo assolutamente nero, è completamente nota, quando sono noti i suoi valori per tutte le lunghezze dell'onda λ alla stessa temperatura qualsiasi T , o i suoi valori a tutte le temperature T per qualsiasi lunghezza d'onda λ .

Se si aggiungono i risultati di Wien alla legge di Stefan, si ottiene la formula

$$E_m T^{-5} = B \quad (2.0.65)$$

dove B è una costante; E_m è il massimo della funzione $E(\lambda, T)$ per un dato valore di T , cioè il valore di questa funzione per $\lambda = \lambda_m$.

Ad una data temperatura assoluta T , il massimo della funzione $E(\lambda, T)$ è proporzionale alla quinta potenza di questa temperatura assoluta.

La ricerca di Lummer e Pringsheim (1899), oltre a quella di Paschen, hanno mostrato che le formule (54) e (56) sono le espressioni di leggi valide. Diamo di seguito una tabella, secondo le osservazioni di Lummer e Pringsheim; la grandezza E_m è espressa in unità arbitrarie:

T	λ_m	E_m	$A = \lambda_m T$	$B = E_m T^{-5}$
1646°	1,78 μ	270,6	2928	2246 · 10 ⁻¹⁷
1460,4	2,04	145,0	2979	2184
1259	2,35	68,8	2959	2176
1094,5	2,71	34,0	2966	2164
998,5	2,96	21,50	2956	2166
908,5	3,28	13,66	2980	2208
723	4,08	4,28	2950	2166
621,2	4,53	2,026	2814	2190
			2940 (media)	

Lummer e Pringsheim hanno trovato

$$\lambda_m T = A = 2940 \quad (2.0.66)$$

Rubens e Kurlbaum hanno ammesso il seguente valore

$$\lambda_m T = A = 2890 \quad (2.0.67)$$

Le formule (54) e (56) si riferiscono al corpo assolutamente nero; tuttavia (54) sembra applicabile anche ad altri corpi; Lummer e Pringsheim hanno trovato, ad esempio, per il platino,

$$\lambda_m T = 2626$$

Ma la formula (56) non è applicabile; E_m è approssimativamente proporzionale alla *sesta* potenza di T , per il platino.

17. Irraggiamento dal corpo assolutamente nero, in funzione della temperatura e della lunghezza d'onda.

Occupiamoci adesso dei lavori volti a determinare la forma della funzione $E(\lambda, T)$, la quale, come già sappiamo, deve soddisfare, in ogni caso, a determinate condizioni.

Consideriamo innanzitutto i lavori precedenti l'anno 1896, quando Wien pubblicò la sua formula. Il primo che ha cercato di determinare la forma della funzione $E(\lambda, T)$ fu W. A.

Michelson (Mosca); egli rese così un servizio capitale e diede il primo impulso allo studio di una delle espressioni più importanti della fisica moderna. La sua formula è il seguente:

$$E(\lambda, T) = CT^{\frac{3}{2}}\lambda^{-6}e^{-\frac{c}{T\lambda^2}} \quad (2.0.68)$$

essa dà

$$\lambda_m^2 T = \frac{c}{3} = \text{cost}$$

$$E_m T^{-\frac{9}{2}} = \text{cost}$$

e non corrisponde quindi alle formule (54) e (56), che si devono considerare ora come esatte. Koeveslighety dette la formula

$$E(\lambda, T) = CT^6 \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 T^2 + a^2)^2} \quad (2.0.69)$$

essa soddisfa alla (54), poiché dà

$$\lambda_m T = a$$

ma non corrisponde alla legge di Stefan, poiché, invece della (56), fornisce l'espressione

$$E_m T^{-2} = \text{cost}$$

F. Weber propose la formula

$$E(\lambda, T) = C\lambda^{-2}e^{aT - \frac{1}{b^2 T^2 \lambda^2}} \quad (2.0.70)$$

dove a è uguale a 0,0043 per tutti i corpi e dove b cambia con questi ultimi (così come C , in tutte le formule); questa formula dà

$$\lambda_m T = \frac{1}{b}$$

analoga alla (54), ma, d'altra parte

$$E_m = Cb^2 T^2 e^{aT-1}$$

Paschen (1896), che studiò l'irraggiamento di corpi differenti, propose, per la funzione $e(\lambda, T)$, una formula, che, secondo lui, deve assumere, per il corpo assolutamente nero, la forma seguente:

$$E(\lambda, T) = C\lambda^{-\alpha}e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad (2.0.71)$$

questa formula dà

$$\lambda_m T = \frac{c}{\alpha}$$

ma soddisfa alla legge di Stefan solo per $\alpha = 5$.

Passiamo ora alle espressioni che sono state proposte a partire dal 1896 per la funzione E e che soddisfano tutte le leggi di Stefan e Wien, cioè danno le formule (52), (54), (55) e (56). Notiamo ancora che abbiamo più motivi per aspettarci, per $T = \infty$, al valore $E = \infty$, che a ogni altro valore limite finito. Le espressioni citate sono le seguenti:

1. Formula di Wien (1896):

$$E = C\lambda^{-5}e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad (2.0.72)$$

2. Formula di Thiesen (1900):

$$E = C\lambda^{-5}\sqrt{\lambda T}e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad (2.0.73)$$

3. Formula di Lord Rayleigh (1900):

$$E = C\lambda^{-5}\lambda T e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad (2.0.74)$$

4. Formula di Lummer e Jahnke (1900) modificata:

$$E = C\lambda^{-5}\lambda T e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{1,3}}} \quad (2.0.75)$$

5. Formula di Planck (1900):

$$E = C \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1} \quad (2.0.76)$$

Il numero c si trova legato molto semplicemente alla costante $\lambda_m T$.

$$\begin{aligned} \text{La formula (62) dà} \quad & c = 5\lambda_m T \\ \text{La formula (63) dà} \quad & c = 4,55\lambda_m T \\ \text{La formula (64) dà} \quad & c = 4\lambda_m T \\ \text{La formula (65) dà} \quad & c = \frac{4}{1,3}\lambda_m T \\ \text{La formula (66) dà} \quad & c = 4,965\lambda_m T \end{aligned}$$

Per diversi anni, la formula di Wien ha svolto un ruolo importante. Solo essa dà, per $T = \infty$, un valore limite finito per E , mentre le altre danno $E = \infty$.

Chiameremo isocromatiche le curve che esprimono la relazione che lega E e T , per un dato valore di λ . La formula di Wien dà per il $\ln E$ un'espressione della forma

$$\ln E = \gamma_1 - \gamma_2 \frac{1}{T} \quad (2.0.77)$$

dove $\gamma_1 = L(C\lambda^{-5})$ e $\gamma_2 = c/\lambda$ sono grandezze costanti, cioè indipendenti da T . *La formula di Wien porta a questo risultato che le curve isocromatiche $\ln E = f\left(\frac{1}{T}\right)$ sono linee rette.*

Come attualmente si può affermare con certezza che la formula di Wien non esprime la vera legge della radiazione di corpo assolutamente nero, possiamo limitarci ad indicare molto sommariamente i lavori nei quali diversi studiosi si sono espressi a favore o contro questa formula.

Per qualche tempo i risultati di molte ricerche furono favorevoli alla formula Wien; Planck (1900) lo stabilì anche teoricamente. Paschen e Wanner ne hanno confermato l'esattezza, insieme e separatamente, in tutta una serie di lavori, e Wien (1900) si è difeso contro varie obiezioni. Lummer e Pringsheim (1899) hanno mostrato, per la prima volta, che questa formula non può essere l'espressione della vera legge della dipendenza $E(\lambda, T)$. Usando il corpo assolutamente nero, hanno cercato la relazione che lega λ a T per diverse temperature comprese tra $T = 620^\circ$ e $T = 1653^\circ$; hanno trovato che le curve isocromatiche non erano esattamente linee rette e, una cosa capitale, che la quantità c , calcolata dalla formula $c = \gamma_2 \lambda$, non era la stessa per le diverse curve, cioè per i diversi valori di λ . Quando λ aumenta da $1,21\mu$ a $8,3\mu$, c varia da 13510 a 18500. In un lavoro successivo (1900), Lummer e Pringsheim hanno considerato i raggi tra $\lambda = 12,3\mu$ e $\lambda = 17,9\mu$ per temperature che si estendevano da $T = 85^\circ$ (aria liquida) a $T = 1800^\circ$. Essi hanno constatato che le linee $LE = f(1/T)$ differivano in modo molto significativo dalle linee rette, e hanno ottenuto per c valori variabili da $c = 24800$, per $\lambda = 12,3\mu$, a $c = 31700$, per $\lambda = 17,9\mu$. Si potrebbe quindi considerare come perfettamente dimostrato che la formula Wien non rappresenta la forma reale della funzione $E(\lambda, T)$. Lummer e Pringsheim hanno trovato che è con la formula (65) di Lummer e Janke, in cui hanno sostituito l'esponente iniziale 1,2 con 1,3, che le loro osservazioni concordano meglio; la formula (63) di Thiesen concorda meno bene; la formula (64) di Lord Rayleigh, secondo loro, non è affatto adatta.

Bechmann (1898) ha anche scoperto che la formula di Wien non può essere esatta. Infine, anche il suo più ardente difensore, Paschen (1901), la abbandonò, quando Rubens e Kurlbaum

mostrarono, in un lavoro su cui torneremo, che la formula di Wien non corrisponde affatto all'andamento osservato della funzione $E(\lambda, T)$, per grandi valori di λ , tra le temperature -188° e $1500^\circ C$. Inoltre, Paschen si rese conto che la formula di Wien non è applicabile per valori elevati di λ . La sistemazione teorica di questa formula è stata pure oggetto di un esame critico da parte di di Janke, Lummer e Pringsheim in collaborazione, e allo stesso tempo con Planck.

Faremo alcune ulteriori osservazioni sull'argomento delle altre quattro formule da (63) a (66). La formula di Lord Rayleigh (64) non è corretta per piccole lunghezze d'onda. La formula (65) di Lummer e Janke, è solo un caso particolare di una formula più generale proposta dagli stessi autori:

$$E = CT^5 (\lambda T)^{-\mu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}} \quad (2.0.78)$$

nella quale μ e ν sono due costanti; si ha

$$c = \frac{\mu}{\nu} (\lambda_m T)^\nu$$

Il valore più probabile di μ è 4; Lummer e Pringsheim danno, nel loro ultimo lavoro (1901), come valore più probabile di ν $1,3 > \nu > 1,2$. Planck ha recentemente dato (1901) alla sua formula l'espressione seguente:

$$E = 8\pi\nu h \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{\nu h}{k\lambda T}} - 1} \quad (2.0.79)$$

dove ν indica la velocità della luce, h e k sono due costanti naturali, i cui valori numerici dipendono solo dalla scelta delle unità. Per determinare questi valori, nel sistema C.G.S., Planck si è servito dapprima delle esperienze di Kurlbaum, secondo le quali si ha

$$E_{100} - E_0 = 0,0731 \frac{joule}{cm^2} = 731000 \frac{erg}{cm^2}$$

dove E_T è l'irraggiamento integrale, cioè

$$E_T = \int_0^\infty E(\lambda, T) d\lambda$$

in secondo luogo, ha utilizzato il valore $\lambda_m T = 2940$, si veda (57), dove λ è espressa in micron. Se ne deduce, nel sistema CGS, $\lambda_m T = 0,294$. Infine Planck è arrivato al seguente risultato: Se $E d\lambda$ è la quantità di energia emessa in un secondo da un centimetro quadrato della superficie del corpo assolutamente nero, essendo E espressa in erg, λ in centimetri, E è dato dalla formula (69), dove dobbiamo porre $\nu = 3 \cdot 10^{10}$ e esprimere λ in centimetri; si ha inoltre

$$\begin{cases} h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg s} \\ k = 1,346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{1^\circ C} \end{cases} \quad (2.0.80)$$

Paschen (1901) trova, nel suo lavoro sopra citato, che è la formula di PLANCK che è meglio in accordo con le osservazioni. Tra i più recenti lavori intrapresi per confrontare le diverse formule con i risultati degli esperimenti, le ricerche notevoli di Rubens e Kurlbaum sono di particolare interesse. Hanno studiato le curve isocromatiche della forma

$$E = f(T)$$

per tre valori di λ :

$$\lambda = 8,85\mu \quad 24,0\mu \quad 51,2\mu$$

cioè per i raggi rimanenti di quarzo, fluorite e salgemma; hanno variato le temperature da $-188^\circ C$ (aria liquida) a $1500^\circ C$. Hanno confrontato i risultati delle loro osservazioni con le

formule di Wien, Lord Rayleigh, Lummer e Janke, Thiesen e Planck. Le formule di Wien e di Lord Rayleigh non erano in accordo, per nessuna delle tre lunghezze d'onda menzionate, con gli esperimenti. La formula di Thiesen deve pure essere scartata, in quanto non mostra alcun accordo con gli esperimenti, per $\lambda = 51,2\mu$. La formula di Lummer e Janke rappresenta molto bene le osservazioni e offre deviazioni significative solo per $\lambda = 51,2\mu$ e a temperature molto basse. La formula di Planck concorda perfettamente per $\lambda = 24,0\mu$ e $\lambda = 51,2\mu$, e presenta una piccola differenza solo per $\lambda = 8,85\mu$.

Oggi si considerano le formule di Lummer e Janke e di Planck come le migliori espressioni della legge dell'irraggiamento, per il corpo nero assoluto. La seconda, tuttavia, ha un vantaggio sulla prima, che contiene un carattere alquanto empirico ($\nu = 1,3$).

18. La legge di Lambert. Luminescenza. La legge di Draper. Intensità della radiazione visibile.

I lavori degli ultimi anni non solo hanno chiarito il vero significato della legge di Kirchhoff e portato al relativo studio del corpo assolutamente nero; ma hanno anche permesso di riconoscere, per mezzo della legge di Kirchhoff, il vero significato delle leggi di Lambert e Draper, di cui abbiamo già parlato.

La legge di Lambert non è, come abbiamo visto, assolutamente esatta; la formula, che indica come l'emissione dipende dalla sua direzione, deve essere più complicata. W. A. Oulianine (1897) ha mostrato per primo l'esistenza di una relazione tra la legge dell'irraggiamento obliquo e la legge di Kirchhoff. Si consideri, sulla superficie di un corpo, l'unità di area, e sia $J(\varphi, \lambda)$ l'intensità del fascio di raggi di lunghezza d'onda λ , che è emesso, in una direzione formante l'angolo φ con la normale alla superficie, da questa unità di area. La sezione trasversale del fascio è uguale a $\cos \varphi$. Supponiamo che il fascio sia limitato da una serie di diaframmi paralleli, attraverso i quali passa e che un altro fascio raggio di raggi di lunghezza d'onda λ può pure attraversare, in direzione opposta. Applichiamo a questi due fasci la legge di Kirchhoff

$$e(\lambda) = a(\lambda) E(\lambda)$$

dove $e(\lambda)$ è qui l'intensità del flusso, e di conseguenza, si ha

$$J(\varphi, \lambda) = e(\lambda) \cos \varphi \quad (2.0.81)$$

Se si suppone che il corpo è opaco ($b = 0$), si può scrivere, dalla formula (20)

$$J(\varphi, \lambda) = E(\lambda) [1 - r(\lambda)] \cos \varphi \quad (2.0.82)$$

Per una superficie assolutamente opaca, r non dipende da φ e, di conseguenza, $J(\varphi, \lambda)$ è proporzionale a $\cos \varphi$.

La legge di Lambert vale solo per superfici assolutamente opache (dove la riflessione r è indipendente dalla direzione dei raggi).

Per superfici che non sono assolutamente opache, r è una funzione di φ , e si ha

$$J(\varphi, \lambda) = E(\lambda) [1 - r(\lambda, \varphi)] \cos \varphi \quad (2.0.83)$$

La formula (73) rappresenta la legge di Lambert generalizzata.

Per superfici perfettamente levigate, è possibile calcolare la funzione $r(\lambda, \varphi)$ può essere calcolata dalle formule, che apprenderemo nello studio della polarizzazione dei raggi. Per il corpo assolutamente nero, si ha $r = 0$, e, quindi, $E(\lambda)$ è indipendente da φ . Se si introduce nuovamente la dipendenza rispetto alla temperatura T , si ottiene la seguente formula più generale

$$J(\varphi, \lambda) = E(\lambda, T) [1 - r(\lambda, \varphi, T)] \cos \varphi \quad (2.0.84)$$

Prima di passare a quella che viene chiamata la legge di Draper, ci occuperemo della *relazione che lega il fenomeno della luminescenza alla legge di Kirchhoff*.

Questa legge

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) E(\lambda, T) \quad (2.0.85)$$

questa legge si applica solo ai fenomeni di radiazione puramente calorica. *Non è applicabile ai fenomeni di luminescenza*. Qui il corpo emette raggi (visibili) di lunghezza d'onda corta, a temperatura relativamente bassa, cioè vedi (25), che si ha $e > e_0$, benché $E < e_0$, o praticamente $e > 0$, sebbene $E = 0$, che non potrebbe essere secondo la legge di Kirchhoff, perché a non è maggiore dell'unità.

A prescindere da quanto detto, però, abbiamo tuttavia buoni motivi di pensare che, se la legge di Kirchhoff non si applica per i fenomeni di luminescenza, non è così per la proposizione I che ne deriva. Questa proposizione, non possedendo il carattere di una legge quantitativa e non avendo nessun riferimento al corpo assolutamente nero, si limita a stabilire una certa relazione qualitativa tra l'emissione e l'assorbimento. Sembra quindi lecito pensare che *un corpo luminescente assorbe, tra l'altro, in modo del tutto particolare i raggi che emette*.

I seguenti fenomeni contribuiscono a confermare questa idea. Burke ha scoperto che il vetro di uranio luminescente assorbe i raggi della stessa lunghezza d'onda di quelli che emette; questo assorbimento cessa nello stesso tempo della luminescenza. Tuttavia, la nuova ricerca di Camichel (1905) non conferma questa osservazione. Ma ciò che segue è più sorprendente. I lavori di Pringsheim hanno dimostrato che l'incandescenza di gas e vapori è un fenomeno di luminescenza, al quale di conseguenza non si applica la legge di Kirchhoff. Tuttavia, la notevole importanza che questa legge ha assunto, ad esempio in astrofisica, si basa interamente sulla sua applicazione a vapori e gas incandescenti. E anche il primo fenomeno ad essa correlato (inversione dello spettro) è stato scoperto da Kirchhoff, con vapori di sali di litio portati all'incandescenza nella fiamma di un becco Bunsen. Così, quindi, una scienza intera, l'astrofisica, si basa sull'applicazione della legge di Kirchhoff a un caso per la quale non è certamente valida, come legge quantitativa. Ma il lato qualitativo della stessa legge, che esprime una delle conseguenze che ne derivano, è applicabile, anche se finora (1905) non abbiamo saputo dare una spiegazione teorica di questo fatto. *È quindi legittimo ammettere che il lato qualitativo della legge di Kirchhoff, cioè la proposizione 1, è applicabile anche a fenomeni di luminescenza*. Resta ancora da risolvere la questione interessante di sapere se è lo stesso per i gas, che diventano luminosi sotto l'effetto delle scariche elettriche. Liveing e Dewar (1883) pensavano di poterlo affermare, secondo i loro esperimenti, mentre Hittorf (1879) e Cantor (1900) hanno ottenuto un risultato negativo.

Trattiamo ora quella che viene chiamata legge di Draper. Questa legge è stata enunciata come segue: *tutti i corpi iniziano, a una stessa temperatura, ad emettere luce visibile, e questa luce è rossa*. Abbiamo descritto gli esperimenti di Draper, con i quali ha trovato che la calce, il marmo e la fluorite iniziavano a brillare prima di altre sostanze. Abbiamo anche menzionato il singolare fenomeno dei bagliori grigi. Lummer ha spiegato completamente tutti i fenomeni luminosi che si osservano con un graduale aumento della temperatura. È necessario distinguere due tipi di fenomeni: un *fenomeno oggettivo*, prodotto dall'irraggiamento reale e un *fenomeno soggettivo*, dovuto alle proprietà particolari dei nostri occhi.

Esaminiamo dapprima il *fenomeno oggettivo*. Considerando le esperienze di Draper, si vede che tutti i corpi da lui studiati si trovavano in condizioni tali che il loro irraggiamento fosse identico a quello del corpo assolutamente nero; quindi non c'è da meravigliarsi se iniziavano tutti ad emettere alla stessa temperatura dei raggi visibili. Ma la calce, il marmo e la fluorite sono luminescenti; devono quindi cominciare a brillare prima delle altre sostanze. Gli esperimenti di Draper quindi non dimostrano in alcun modo la sua legge.

Kirchhoff pensava che si potesse considerare la legge di Draper come una conseguenza necessaria della sua legge

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) E(\lambda, T)$$

Quando il corpo assolutamente nero comincia ad emettere certi raggi, per esempio raggi rossi, si ha allora $E > 0$ e di conseguenza $e > 0$, cioè che un altro corpo deve cominciare a emettere raggi rossi. Ma questa conclusione è inesatta, come già espresso nella proposizione II. Può capitare che si abbia $E > e_0$, cioè che E sia percepibile, mentre $e < e_0$, cioè non valutabile. Poiché si ha $a < 1$, le uguaglianze $E(\lambda, T) = 0$ e $e(\lambda, T) = e_0$ sono possibili solo per $T_1 > T$; non tutti i corpi quindi iniziano ad emettere raggi visibili solo ad una temperatura più elevata del corpo assolutamente nero, e questa temperatura è tanto più alta quanto a è più piccolo. Ne consegue che,

Non esiste alcuna legge avente la forma di quella enunciata da Draper. Le esperienze di Draper non dimostrano nulla, e la sua legge non può essere dedotta da quella di Kirchhoff. I vari corpi iniziano ad emettere quantità sensibili di energia radiante di lunghezza d'onda λ a diverse temperature, tanto più elevate quanto meno i corpi assorbono i raggi corrispondenti, cioè che li riflettano e li trasmettano meglio.

Per comprendere il lato *soggettivo* del fenomeno, è necessario, come mostrato da Lummer, tenere conto di due proprietà del nostro occhio.

Innanzitutto, la nostra retina è più sensibile ai raggi della parte media dello spettro visibile che ai raggi rossi estremi, quindi che, nel caso di una piccola quantità di energia radiante, noi percepiamo di più facilmente i raggi gialli e verdi che i rossi.

In secondo luogo, la seguente circostanza gioca un ruolo importante. La retina del nostro occhio contiene due tipi di elementi microscopici: i bastoncelli e i coni. I bastoncelli non esistono affatto nella parte centrale della retina, che è chiamata *macchia gialla*. A. König e soprattutto J. Kries, dopo di lui, hanno mostrato che questi due tipi di elementi hanno proprietà completamente diverse: i bastoncelli sono più sensibili alla luce dei coni, ma sono assolutamente insensibili ai colori. Una luce molto debole si percepisce con i bastoncelli piuttosto che con i coni, ma sembra incolore, grigia. Per l'eccitazione dei coni occorre a luce più intensa, ma sono sensibili al colore. Siccome non vi sono bastoncelli nella macchia gialla, non vediamo una luce molto debole se non per visione indiretta, e questa luce tende a scomparire, quando cerchiamo di fissarla, cioè di portarla sulla macchia gialla. Si spiega così pienamente il fenomeno della luce grigia scura e instabile, di cui abbiamo parlato in precedenza. A una temperatura più alta anche la macchia gialla comincia a percepire luce, ma per il motivo sopra esposto i primi barlumi di questa luce non appartengono al rosso, ma al giallo e al verde.

L'intensità della radiazione visibile, o quella che viene chiamata la *chiarezza fotometrica* H di un corpo aumenta in modo estremamente rapido quando la temperatura cresce. La dipendenza nella quale si trovano la grandezza H e la temperatura *assoluta* è stata determinata per la prima volta da Lummer e Kurlbaum (1900), per l'irraggiamento totale, e da Le Chatelier e Boudouard, per una luce di lunghezza d'onda determinata. Lummer e Kurlbaum hanno stabilito, per il platino, la formula empirica

$$H = eT^x \quad (2.0.86)$$

ma è valida solo quando x rimane costante e solo *per piccole variazioni di temperatura*. Per differenti temperature T , hanno trovato i valori seguenti di x :

$T = 900$	1000	1100	1200	1400	1600	1900
$x = 30$	25	21	19	18	15	14

Questi valori mostrano con quale rapidità aumenta la luminosità, in particolare per il rosso, quando la temperatura cresce. A 820° , è il doppio di quella a 800° . William (1901) e Lummer stimarono che, quando T aumenta, la grandezza x tende verso il valore limite 12, in modo che raddoppiando la temperatura assoluta, la luminosità aumenterebbe di 2^{12} o circa 4000

volte. Come abbiamo indicato, la formula (75) è puramente empirica e dà dare in generale solo un'immagine del modo in cui H dipende da T . Rasch (1904) ha stabilito teoricamente la formula

$$\ln H = C - \frac{k}{T} \quad (2.0.87)$$

dove C e k sono costanti. La si può riscrivere nella forma

$$H = H_1 e^{\alpha(1-\frac{\vartheta}{T})} \quad (2.0.88)$$

Qui ϑ indica la temperatura per la quale $H = H_1$. Se si suppone che H_1 è uguale alla luminosità di un becco Bunsen, si ha per millimetro quadrato della superficie del corpo nero

$$\begin{cases} \alpha = 12,943 \\ \vartheta = 2068^\circ, 4 \text{ abs } (1795^\circ \text{C}) \end{cases} \quad (2.0.89)$$

Per piccole variazioni di temperatura, (77) porta alla formula (75), se si pone $xT = \text{cost.}$ I valori trovati da Lummer e Kurlbaum danno il valore medio $xT = 25.000$; ma questo valore portava, per $T = \infty$, non al valore limite $x = 12$, ma a $x = 0$; $x = 12$ corrisponderebbe a circa $T = 2080^\circ$.

Le Chatelier e Boudouard hanno determinato la luminosità H dell'ossido di ferro portato al rosso, per diversi valori di T e per i raggi *rossi*; essi hanno trovato

$$H = 10^{6,7} e^{-\frac{3210}{T}} \quad (2.0.90)$$

essendo presa la luminosità di una candela come un'unità. Si può quindi calcolare il corrispondente valore della grandezza α nella (77); si ottiene $\alpha = 13,02$, ciò che è molto approssimativamente il valore (77,a). Per $T = \infty$, la formula (77) dà il valore limite $H = 446700H_1$. Nuove ricerche sono state fatte da Guillame (1901), Nernst, Eisler e Jablonski (1904). Infine Lucas (1905) ha indicato che la formula (76) risulta direttamente dalla formula di Wien, per la luce monocromatica. La dipendenza rispetto a T trovata da Rasch per l'irraggiamento visibile totale è quantitativamente la stessa che risulta dalla formula di Wien per $\lambda = 0,542\mu$; questa lunghezza d'onda corrisponde abbastanza bene al massimo della sensibilità per la luce dell'occhio umano ($\lambda = 0,535\mu$).

19. Influenza del mezzo circostante sulla trasformazione di energia termica in energia luminosa

Kirchhoff (1860), e dopo di lui Clausius (1864), dimostrò che il potere emissivo dei corpi varia con la natura del mezzo circostante ed è proporzionale, per i corpi neri, al quadrato della velocità di propagazione dell'energia radiante in questo mezzo. Sia E il potere emissivo di un corpo assolutamente nero nel vuoto, e il suo valore in un mezzo qualunque, V e v le velocità dei raggi nel vuoto e nel mezzo considerato. Si ha allora $e/E = v^2/V^2$; ma si ha $V/v = n$, dove n indica l'indice di rifrazione del mezzo, e di conseguenza

$$e = n^2 E \quad (2.0.91)$$

Il potere emissivo dei corpi assolutamente neri è proporzionale al quadrato dell'indice di rifrazione del mezzo circostante. Questa legge di solito porta il nome di Clausius; la chiameremo legge Kirchhoff-Clausius.

Quintus Icilius ha verificato la legge Kirchhoff-Clausius, confrontando tra loro gli irraggiamenti del rame riscaldato nella CO^2 e in H ; i risultati delle sue esperienze confermano la legge.

Smoluchowski de Smolan ha pure effettuato una verifica sperimentale. Pose l'una sull'altra, a uguale distanza, tre lastre orizzontali, mantenendo la piastra inferiore a 0° , la piastra superiore

a 36° e determinò la temperatura della piastra intermedia, a seconda che ci sia aria tra le piastre o CS^2 . Introducendo tutte le correzioni necessarie, ottenne una soddisfacente concordanza con la legge Kirchhoff-Clausius. Smoluchowski de Smolan, Bartoli, il principe B. Galitzine, Planck (1900), W. A. Oulianine, W. A. Michelson e altri stabilirono di nuovo questa legge teoricamente. Mach ne ha dato una dimostrazione relativamente molto semplice, ma che non è assolutamente rigorosa.

20. Pressione dell'energia radiante

La teoria elettromagnetica dell'energia radiante elaborata da Maxwell porta a questo risultato notevole che la superficie di un corpo, raggiunto normalmente da un flusso di energia radiante, subisce una certa pressione *numericamente* uguale, per superficie unitaria, alla quantità totale di energia radiante contenuta nell'unità di volume, quando la superficie del corpo è *assolutamente nera*, cioè assorbe tutto il flusso di energia (riflessione $r = 0$). Sia F la pressione subita dalla superficie S , ed E la quantità di energia radiante nel volume V ; abbiamo allora

$$\frac{F}{S} = \frac{E}{V} \quad (2.0.92)$$

I due membri della relazione (80) hanno le stesse dimensioni, poiché si ha

$$[F] = \frac{ML}{T^2} \quad [S] = L^2 \quad [E] = \frac{ML^2}{T^2} \quad [V] = L^3$$

La pressione in dine per centimetro quadrato è uguale al numero di erg in un centimetro cubo di volume.

Se i raggi cadono normalmente sulla superficie del corpo e se sono completamente riflessi ($r = 1$), la pressione F è doppia rispetto a quella data dalla formula (80).

Si ottiene, per una superficie qualunque, l'espressione seguente della pressione f per unità di area

$$f = \frac{F}{S} = \frac{E}{V} (1 + r) \quad (2.0.93)$$

dove il coefficiente di riflessione r è compreso tra zero e uno. Bartoli è arrivato, indipendentemente da MAXwell, allo stesso risultato (80), nel 1883. Altre ricerche teoriche sono state fatte sulla stessa questione da Boltzmann (1884), Fitzgerald (1884), Guillaume, Heaveside, Galitzine (1892), D. Glghammer (1901), Hull (1901), Poynting (1904), Abraham (1904), etc. Alcuni di questi studi si basano sui principi fondamentali della Termodinamica.

Se i raggi non cadono normalmente sulla superficie del corpo, ma formano con la normale un angolo φ , la pressione f sull'unità di area è allora

$$f = e (1 + r) \cos^2 \varphi \quad (2.0.94)$$

Poynting (1904) ha mostrato che i raggi esercitano anche sul corpo una *forza tangenziale*, se si ha $\varphi > 0$. L'intensità di questa forza, riferita all'unità di area, è

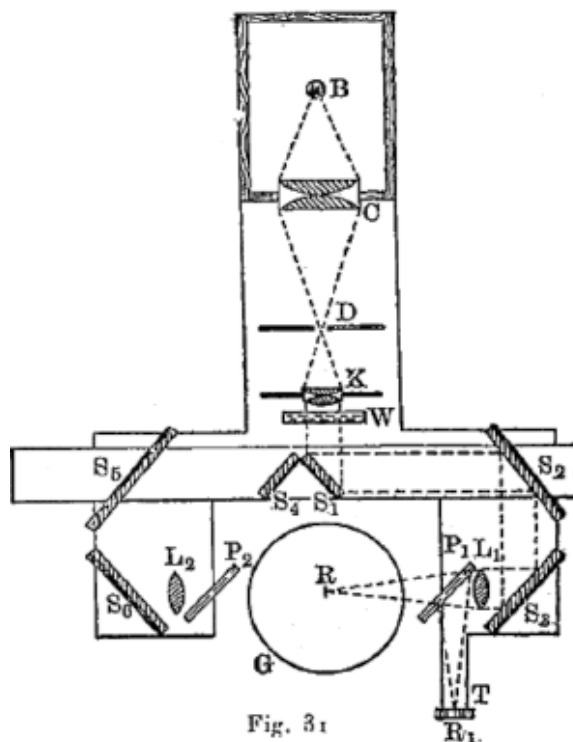
$$f_1 = \frac{e}{2} (1 - r) \sin 2\varphi \quad (2.0.95)$$

Si ha $f = 0$, quando $r = 1$, e ovviamente anche quando $\varphi = 0$. L'assorbimento dei raggi è quindi una condizione necessaria per la realizzazione della forza tangenziale, il cui massimo si verifica per $\varphi = 45^\circ$, se r è supposto indipendente da φ , anche se avviene con una superficie annerita ($r = 0$).

È interessante notare che già Kepler (1619) aveva pensato ad una pressione della luce, partendo, è vero, dalla teoria dell'emissione; cercò di spiegare, con questa pressione, la produzione della

coda delle comete, ruotata all'opposto dal Sole. La sua idea fu sostenuta da Longomontanus (1622) e anche Euler (1746) vi ritornò.

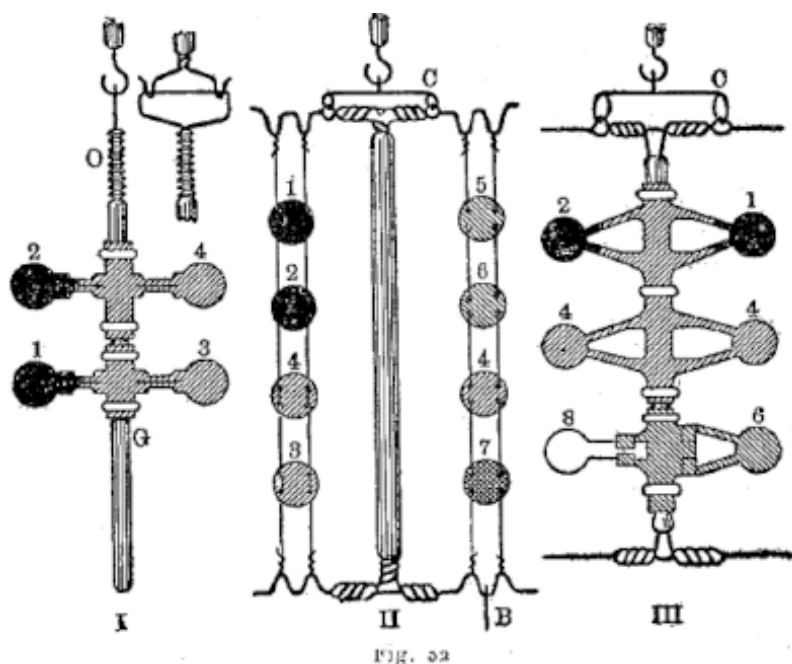
I primi esperimenti fatti allo scopo di accertare l'esistenza della pressione dei raggi luminosi furono intrapresi da De Mairan e Du Fay (1754) ma non poterono arrivare a nessun risultato molto chiaro; lo stesso vale per gli esperimenti di Fresnel (1825), Zollner, Bartoli e Grookes; le ricerche di quest'ultimo hanno portato alla scoperta di fenomeni radiometrici.



P. N. Lébédoff (1900) ha dimostrato sperimentalmente per primo l'esistenza della pressione Maxwell-Bartoli. La disposizione generale dei suoi strumenti è data in sezione orizzontale dalla figura 31; la figura 32 rappresenta la parte principale, che è mobile. Quest'ultima è composta da un dispositivo, sospeso verticalmente e dotato di palette circolari (5 millimetri di diametro), sulla superficie delle quali viene esercitata la pressione del flusso di energia radiante. La figura 32 rappresenta tre apparati di questo tipo; i valori iscritti indicano la sostanza con cui sono realizzate le palette, così come lo stato della loro superficie:

1. Platino, platinato con uno strato spesso
2. Platino, platinato con uno strato cinque volte meno spesso
3. Platino, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,10 mm
4. Platino, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,02 mm
5. Alluminio, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,10 mm
6. Alluminio, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,02 mm
7. Nickel, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,02 mm
8. Mica, con una superficie brillante come uno specchio, spessore 0,01 mm

Ognuno di questi piccoli apparecchi poteva essere sospeso in R (fig. 31), all'interno della palla di vetro G, in modo che le palette fossero su un piano verticale passante per RB. Un fascio di raggi poteva essere diretto su una delle palette, normalmente sulla sua superficie, e alternativamente su una faccia e sull'altra (destra e sinistra nella Figura 31).



La luce di una lampada ad arco B era concentrata dal sistema di lenti G, nell'apertura del diaframma D, e quindi usciva dalla lente K, sotto forma di un fascio di raggi paralleli. Un vaso di vetro W a pareti piane parallele era riempito d'acqua, per trattenere i raggi infrarossi ($\lambda > 1,2\mu$), mentre i raggi ultravioletti venivano assorbiti dai vetri che dovevano attraversare i raggi. $S_1, S_2, \dots S_6$, S_2, \dots sono specchi; S_1 e S_4 potevano essere spostati dalla posizione che occupano in Fig. 31, assai lontano verso destra perché i raggi finissero per cadere su S_4 . Quando i raggi cadevano su S_1 , erano riflessi da S_1, S_2, S_3 e concentrati, per mezzo della lente L_1 in R, su una faccia (destra) di una delle palette. Quando S_1 e S_4 erano spostati a destra, i raggi seguivano il cammino S_4, S_5, S_6 ed erano concentrati, tramite la lente L_2 , sull'altra faccia (sinistra) della paletta.

Per poter seguire le variazioni relative dell'energia radiante, una parte determinata del fascio di raggi incidenti era riflessa dalla piastra di vetro P_1 , verso la pila termoelettrica, in ferro e costantana, richiamando con la sua costruzione l'apparato di Rubens descritto nella fig. 11.

Nella boccia di vetro G si creava il vuoto, fino a una pressione inferiore a $0,0001 \text{ mmHg}$.

Per misurare la grandezza assoluta dell'energia del flusso, ci si serviva di un calorimetro che non descriveremo qui. Si trova che su ciascuna delle palette (5 millimetri di diametro) cadeva, al minuto, da 1,2 a 1,8 grammo-calorie. Il coefficiente di riflessione r delle palette era determinato separatamente. Osservando le oscillazioni dei dispositivi sospesi nella sfera G, Lébédéff determinava la loro posizione di equilibrio (come si fa nell'osservazione delle oscillazioni di un giogo di bilancia), quando erano illuminate prima da un lato, poi dall'altro. Queste posizioni di equilibrio si spostavano e, dalla grandezza di questi spostamenti, si poteva determinare la pressione esercitata dal flusso di energia radiante. Questa pressione fu trovata nei limiti degli errori di osservazione, sufficientemente vicina alla grandezza che dà, con il calcolo, la formula (81).

Questo calcolo si effettua come segue. Sia q l'energia, espressa in erg, del flusso che cade su un centimetro quadrato di superficie, in un secondo. Ci si può immaginare questa energia come distribuita all'interno di un cilindro di 1 centimetro quadrato di sezione e di lunghezza uguale alla velocità della luce, cioè $3 \cdot 10^{10} \text{ cm}$. Ne consegue che si ha, per la grandezza E/v che entra nella formula (81)

$$\frac{E}{V} = \frac{q}{3 \cdot 10^{10}} \text{ erg}$$

e, di conseguenza,

$$f = \frac{q}{3 \cdot 10^{10}} (1 + r) \text{ dyne} \quad (2.0.96)$$

Lébédeff si è assicurato che le deviazioni delle palette osservate non potessero essere prodotte da azioni radiometriche ordinarie.

Vedremo più avanti che, su una superficie di 1 cm^2 disposta normalmente ai raggi del Sole e al di fuori dei limiti dell'atmosfera terrestre, che assorbe una parte significativa dell'energia solare, cade, in un minuto, una quantità di energia radiante, che è approssimativamente uguale a 3 grammo-calorie o 126 megaerg. Se ne deduce

$$q = 3 \cdot 10^6 \text{ erg}$$

Se riportiamo questo valore nella (84) e se poniamo $r = 0$, otteniamo *una pressione di $\frac{2}{3}$ di dyne per metro quadrato di superficie nera*. Per una superficie perfettamente riflettente ($r = 1$), la pressione sarebbe doppia. Se parte dell'energia passa attraverso il corpo, la si deve sottrarre da q , perché non esercita alcuna pressione.

Nichols e Hull (1901) hanno anche misurato la pressione f e ottenuto risultati coerenti con la teoria.

Poynting (1904) è anche riuscito a misurare la forza tangenziale espressa dalla (83). Un'asta di vetro orizzontale lunga 5 centimetri, sospesa a un filo di quarzo, portava alle sue estremità due placche di vetro rotonde di superficie $2,75 \text{ cm}^2$, i cui piani erano perpendicolari all'asse dell'asta. La superficie esterna di una delle placche era argentea, l'altra annerita. Se i raggi cadessero orizzontalmente su quest'ultima, con un angolo di 45° , si verificherebbe una rotazione dell'asta. Per mezzo dell'intensità della forza di rotazione, si trovò, secondo la formula (83), $e = 5,8 \cdot 10^{-6}$ dyne per cm^3 . Una misura diretta ha dato $e = 6,5 \cdot 10^{-6}$, quindi un valore molto vicino a quello fornito dal calcolo.

Sulla base di questi risultati positivi dell'esperienza, si è ripresa di recente l'idea di Keplero, relativa all'influenza che può avere la pressione della luce in alcuni fenomeni cosmici, ad esempio nella formazione della coda delle comete. Lébédeff (1892) paragonò per primo l'azione repulsiva della luce all'attrazione newtoniana; mostrò che, per corpi di piccole dimensioni, la prima potrebbe essere più grande della seconda. Infatti, l'attrazione diminuisce proporzionalmente al cubo, la repulsione in modo proporzionale al quadrato delle dimensioni lineari. Inoltre, va notato che, in prossimità della superficie del Sole, l'intensità dell'energia radiante è 46520 volte maggiore che in prossimità della Terra, mentre l'attrazione Newtoniana è solo 27,5 volte più grande.

Anche Arrhenius (1900) e Schwarzschild (1901) hanno sviluppato una teoria delle comete basata sull'azione repulsiva dei raggi solari e hanno collegato questa teoria a quella ben nota di Brédichine. Arrhenius trovò che, nelle vicinanze del Sole, per una particella sferica avente la densità di acqua e un diametro di $1,5\mu$, la repulsione dei raggi solari è esattamente uguale all'attrazione newtoniana. Per particelle ancora più piccole, la repulsione supera l'attrazione. Schwarzschild ha apportato una correzione essenziale alle conclusioni di Arrhenius, mostrando che il rapporto tra la pressione dell'energia radiante e l'attrazione newtoniana ha un massimo, quando il diametro delle particelle sferiche è approssimativamente uguale a $\lambda^{1/3}$, indicando λ la lunghezza d'onda; riducendo ulteriormente le particelle, questo rapporto si abbassa rapidamente. La teoria permette di spiegare le forme che osserviamo nella coda delle comete. Nuove ricerche sul ruolo che può svolgere la pressione dell'energia radiante nei fenomeni cosmici sono state realizzate da Nichols e Hull e da Poynting (1904).

3 Velocità di propagazione dell'energia radiante

1. Osservazioni generali

Energia radiante, che è una forma di movimento dell'etere, si propaga con una certa velocità determinata, che generalmente dipende dallo stato dell'etere stesso e dalla natura dei raggi, vale a dire dal loro periodo T . Lo stato dell'etere, nello spazio libero, è diverso dello stato dell'etere che si trova tra le molecole della materia allo stato solido, liquido o gassoso. Quindi, dobbiamo ammettere, ad esempio, che, nella materia anisotropa, anche l'etere stesso è un mezzo anisotropo e ha proprietà che differiscono con la direzione. Successivamente, la velocità di propagazione dell'energia radiante dipende dalla direzione, secondo la quale avviene questa propagazione.

Se consideriamo l'energia radiante come un moto vibratorio semplice armonico trasversale, che si propaga nell'etere, si può assumere, per la velocità V , formula (17)

$$V = \sqrt{\frac{e}{d}} \quad (3.0.1)$$

in cui d indica la densità dell'etere, e la misura dell'elasticità *nella direzione delle vibrazioni*, identica, per significato fisico, al modulo di taglio N . Partendo dalla moderna teoria elettromagnetica dell'energia radiante, otteniamo per la velocità V dei raggi, *la cui lunghezza d'onda λ è molto grande*, una formula che esprime la dipendenza della quantità V dalle proprietà elettriche e magnetiche del mezzo. Ci limiteremo alla considerazione dei dielettrici, che non possiedono proprietà magnetiche diverse dalle proprietà corrispondenti dell'etere. Per questi corpi, la teoria precedente fornisce il seguente formula:

$$n^2 = K \quad (3.0.2)$$

nella quale K indica la costante dielettrica del mezzo, n l'indice di rifrazione per raggi di lunghezza d'onda λ molto grande. Deriva dalla (2) e dalla $n = v/v_1$, che si ha

$$V = \frac{C}{\sqrt{K}} \quad (3.0.3)$$

se si pone $v = C$, dove C è uguale alla velocità di propagazione nell'etere libero (velocità nel vuoto), per il quale si ha $K = 1$, e $v_1 = V$ (velocità nel secondo mezzo).

La velocità di propagazione dell'energia radiante nel vuoto non dipende dalla natura dei raggi, cioè dal periodo T . Ciò è dimostrato dalle osservazioni del colore delle stelle variabili. Queste stelle probabilmente sono probabilmente nascoste a intervalli periodici da oscuri satelliti. Se la velocità dei raggi dipendesse dal periodo, i raggi luminosi di diversi colori si propagherebbero con velocità diseguali, e si osserverebbe un determinato ordine di successione nella colorazione delle stelle al loro apparire (aumento luminosità) e l'ordine inverso alla loro scomparsa (riduzione della luminosità). Le osservazioni di Arago sulla stella variabile Algol (nella costellazione di Perseo) hanno mostrato che questo cambiamento di colore non si verificava.

La velocità di propagazione dell'energia radiante non dipende dall'intensità del flusso, come hanno dimostrato gli esperimenti di Lippich (1870), Ebert (1887) e Doubt (1904). Ebert ha

trovato che, per una variazione di intensità di 250 volte il valore originario, la velocità V non varia nemmeno di un milionesimo del suo valore. Doubt, che ha utilizzato il metodo di interferenza di Michelson, è andato anche oltre. Ha potuto dimostrare, per un cambiamento di intensità

nell'aria, di $1/290000$, V non cambia più di 57 cm al secondo

nell'acqua, di $1/43000$, V non cambia più di 42 cm al secondo

nella CS^2 , di $1/43000$, V non cambia più di 80 cm al secondo

In generale, in acqua, una variazione di intensità di $1/40000$ non variare v solo di $1/10^{19}$. Lord Rayleigh ha mostrato che bisognava distinguere la velocità V di un gruppo di onde, dalla velocità U di un'onda isolata nell'etere. Queste due velocità sono legate dalla relazione

$$V = U - \lambda \frac{dU}{d\lambda} \quad (3.0.4)$$

Poiché alcuni metodi di determinazione della velocità della luce danno il valore V , altri il valore U , dovrebbe manifestarsi, secondo Lord Rayleigh, notevoli differenze nel risultato, se la velocità di propagazione nell'etere libero dipendesse da λ . Lamb ha proposto la formula (2, b) per le onde sulla superficie dei liquidi.

Vediamo, secondo la formula generale che dà la lunghezza d'onda λ ,

$$\lambda = VT \quad (3.0.5)$$

che, nel vuoto, la lunghezza d'onda è proporzionale alla durata T di una vibrazione. *In uno spazio che contiene materia, oltre all'etere, la velocità V dipende non solo dalle proprietà del mezzo, ma anche dal periodo T di vibrazione.* Raggi di diverse lunghezze d'onda si propagano in questo mezzo con velocità disuguali e la lunghezza d'onda λ non è più proporzionale alla durata T di una vibrazione. In un mezzo anisotropo, la velocità dipende anche dalla direzione nella quale le vibrazioni sono trasmesse.

La velocità di propagazione dell'energia radiante è stata determinata sia per i raggi visibili (velocità della luce) che per quelli elettrici. Considereremo prima i metodi per la determinazione la *velocità della luce*.

2. Metodo di Röhmer (1675)

L'astronomo danese Olaf Röhmer osservò che le eclissi dei satelliti di Giove non si osservano a intervalli di tempo uguali. Quando la Terra si allontana da Giove, le eclissi ritardano; quando si avvicina, si verificano al contrario, prima. Röhmer diede come spiegazione di questo fenomeno che i raggi luminosi emessi da un satellite di Giove devono, nel primo caso, percorrere traiettorie sempre più lunghe, negli eclissi successivi, prima di raggiungere la Terra. Nel secondo caso, la Terra che si muove all'incontro dei raggi, l'intervallo di tempo che separa le osservazioni di due eclissi successive, è minore a parità di distanza tra la Terra e Giove. Se indichiamo con $2t$ la somma dei ritardi di tutte le eclissi, queste avvengono mentre la Terra si allontana da Giove, cioè dal momento della congiunzione di questi astri fino al momento in cui sono in opposizione, $2t$ rappresenta il tempo impiegato dalla luce per percorrere l'aumento della distanza dalla Terra a Giove. Questo aumento è uguale a $2R$, indicando R il raggio medio dell'orbita terrestre. Se si pone $R = r/\tan \alpha$, dove r è il raggio della Terra, α la parallasse solare, si ha

$$V = \frac{R}{t} = \frac{r}{t \tan \alpha} \quad (3.0.6)$$

Röhmer trovò $t = 8^m 18^s, 2$. Le ricerche più recenti, quelle di S. von Glasenapp hanno dato $t = 8^m 20^s, 8$. Se si pone $\alpha = 8''$, 85, si ottiene

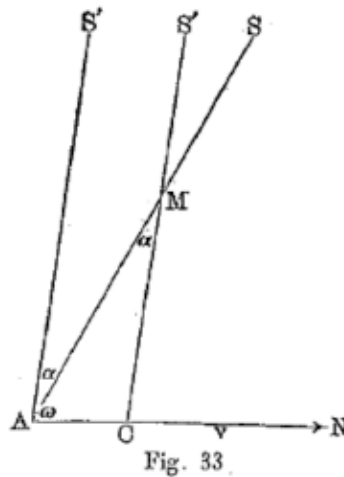
$$V = 297100 \frac{km}{s} = 2,971 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \quad (3.0.7)$$

Bouquet de la Grye (1899) ha preso come valore più probabile $\alpha = 8'',80$ ottenendo

$$V = 298800 \frac{km}{s} = 2,988 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \quad (3.0.8)$$

3. Metodo di Bradley (1727). Aberrazione della luce

Il fenomeno dell'aberrazione della luce è stato scoperto dall'astronomo inglese Bradley. Questo fenomeno consiste nella variazione della posizione apparente delle stelle nel cielo, prodotta dal movimento dell'osservatore risultante dalla rotazione della Terra attorno al proprio asse e attorno al Sole. La posizione di una stella è determinata dalla distanza angolare di due rette, una delle quali è invariabilmente legata alla Terra e l'altra passa per l'immagine della stella sulla retina dell'occhio dell'osservatore e per un punto determinato situato sull'asse ottico del dispositivo utilizzato per misurare l'angolo in esame (ad esempio, dal punto di incrocio di due fili dell'oculare micrometrico di un telescopio astronomico); questa seconda retta determina la direzione secondo la quale l'osservatore vede la stella.



Sia AN (fig. 33) la direzione del moto dell'osservatore, v la velocità di questo movimento. Prendiamo il piano passante per AN e per la stella come piano della figura; conteremo le grandezze angolari determinanti la posizione della stella, a partire dalla retta AN. Suolo $S'A$ la direzione dei raggi in uscita dalla stella verso l'osservatore; poniamo $S'AN = \omega$. Se l'osservatore è rimasto immobile in A, dovrebbe dirigere l'asse del suo cannocchiale nella direzione AS' , per vedere l'immagine della stella nel punto di incrocio dei fili dall'oculare micrometrico. Ma, in realtà, l'osservatore non rimane fermo e si muove con la velocità v nella direzione AN. Se dirige l'asse del suo cannocchiale lungo AS' , non vede, a causa del suo moto proprio, l'immagine della stella nel punto di incrocio dei fili, cioè sull'asse del cannocchiale, ma un poco di lato e *spostata nella direzione AN del suo moto proprio*. Per vedere la stella, cioè per riportare la sua immagine a coprire il punto di incrocio dei fili, bisogna far ruotare il cannocchiale nel piano $S'AN$ di un certo angolo $\alpha = S'AS$ mantenere l'asse lungo la direzione AS , poiché è in questa direzione che sembra trovarsi la stella. L'angolo α si determina dalla formula

$$\sin \alpha = \frac{v}{V} \sin \omega \quad (3.0.9)$$

dove V indica la velocità della luce. Dimostriamo solo quanto detto. La stella coinciderà ovviamente con il punto di intersezione dei fili, se il raggio che va dalla stella a questo punto incontra al di là di esso il centro della pupilla dell'occhio dell'osservatore posta nell'oculare. Sia M il punto di incrocio dei fili e A il luogo in cui si trova l'occhio dell'osservatore, nel momento in

cui il raggio S'M raggiunge il punto M. Sia t il tempo che il raggio inizia a percorrere la distanza che separa il punto di intersezione dei fili dall'occhio. Essendo l'angolo α estremamente piccolo, possiamo porre $MAN = \omega$ e $MC = MA$; abbiamo quindi, nel triangolo AMC,

$$\frac{AC}{CM} = \frac{\sin \alpha}{\sin \omega}$$

Se si sostituisce CM con Vt e si introduce il valore (6) di $\sin \alpha$, si ottiene

$$AC = \frac{v \sin \alpha}{V \sin \omega} Vt = vt$$

Ma vt è il cammino percorso dall'occhio dell'osservatore, nella direzione AN, durante il tempo t impiegato dal raggio per andare da M a C. Ne risulta che il raggio S'M raggiunge effettivamente l'occhio dell'osservatore e che, di conseguenza, quest'ultimo vede la stella S', dando all'asse del suo telescopio la direzione AS. In altre parole:

L'osservatore vede la stella S' in direzione AS, cioè spostata, lungo la direzione AN del suo moto, di un angolo α determinato dalla formula (6).

L'angolo α è chiamato l'aberrazione della stella. Il suo valore massimo α si ha per $\omega = 90^\circ$; si ha allora

$$\sin \alpha_m = \frac{v}{V} \quad (3.0.10)$$

Per $\omega = 0$, l'aberrazione è nulla. Se la stella giace nel piano dell'eclittica, oscilla, nel corso di un anno, attorno a una posizione media e descrive una retta i cui estremi hanno una distanza angolare uguale a $2\alpha_m$. Una stella che si trova a uno dei poli dell'eclittica descrive, nel corso dell'anno, un cerchio il cui raggio è determinato dall'arco α_m . Infine, tutte le stelle che non sono né ai poli dell'eclittica né nel suo piano, sembrano descrivere ellissi, i cui assi maggiori sono paralleli all'eclittica e uguali all'arco α_m . L'angolo α_m comune a tutte le stelle è chiamato *costante di aberrazione*. W. Struve ha trovato, dalle sue osservazioni (1842), il valore $\alpha_m = 20'', 445$; ottenne più tardi (1853) $\alpha_m = 20'', 463$. Nel 1885, Küstner a Berlino trovò $\alpha_m = 20'', 313$ e Nyren $\alpha_m = 20'', 517$. Le ultime ricerche di Loewy e Puiseux (1891) hanno dato un valore, che coincide esattamente con il primo di Struve,

$$\alpha_m = 20'', 445 \quad (3.0.11)$$

È questo valore che attualmente deve essere considerato il più probabile. Differisce poco dal numero trovato da Gill (1881) $\alpha_m = 20'', 496$. La formula (7) dà

$$V = \frac{v}{\sin \alpha_m} \quad (3.0.12)$$

Sia T la durata di un anno siderale in secondi e R il raggio medio dell'orbita terrestre; si ha

$$V = \frac{2\pi R}{T \sin \alpha_m}$$

Se ne deduce, per la velocità V della luce, ponendo $\alpha_m = 20'', 5$, il seguente valore

$$V = 298200 \frac{km}{s} = 2,982 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \quad (3.0.13)$$

L'accordo dei valori (5) e (10) è molto soddisfacente. La questione interessante dell'influenza del mezzo, che riempie lo spazio tra M e A (Fig. 33), sarà considerato in seguito. Notiamo solo, come era stato previsto dalla teoria, che le determinazioni dirette dell'aberrazione con l'aiuto di un cannocchiale riempito d'acqua hanno confermato, che *la grandezza dell'aberrazione non dipende dalla natura del mezzo in cui la luce si propaga*.

4. Metodo di Fizeau (1849)

La figura schematica 34 permette di comprendere il principio di questo metodo. Due cannocchiali astronomici L e L' sono disposti in modo tale che si possa vedere chiaramente, in ognuno di essi, l'obiettivo dell'altro; la loro distanza è di 8633 metri. La circonferenza di una ruota dentata rr penetra, attraverso un'asola laterale, all'interno di L , proprio nel punto in cui si trova il fuoco f dell'obiettivo. Dentro L vi è una lastra di vetro s a facce parallele, inclinata di 45° sull'asse del cannocchiale. Infine L è provvisto lateralmente di un tubo corto che racchiude una lente.

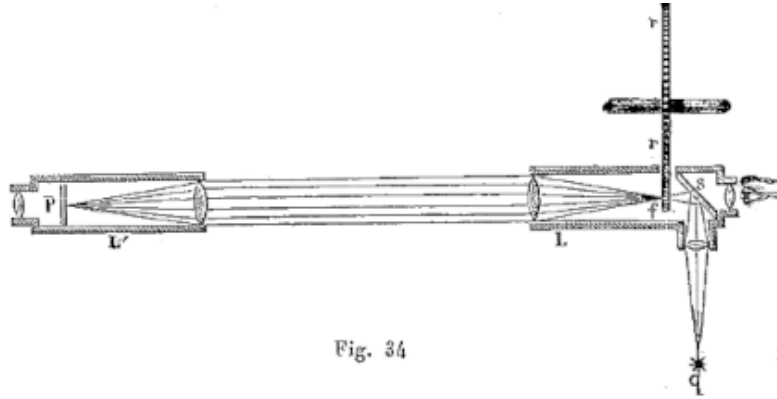


Fig. 34

All'interno di L' c'è uno specchio piano p perpendicolare all'asse del telescopio, e sulla cui superficie c'è il fuoco dell'obiettivo. I raggi di una sorgente luminosa molto brillante q sono concentrati dalla lente laterale e lo specchio piano s in f , e trasformato in un fascio di raggi paralleli all'obiettivo di L . La lente di L' concentra i raggi sulla superficie dello specchio. Questi raggi ritornano, per riflessione, seguendo lo stesso percorso, e, dopo essere stati concentrati in f , una parte viene riflessa dalla lastra di vetro s , mentre un'altra parte la attraversa. L'osservatore può quindi vedere chiaramente, nell'oculare del cannocchiale L , il fuoco luminoso f . Se la ruota dentata rr gira abbastanza lentamente, in modo da non passare più di dieci denti al secondo nel luogo dove si forma l'immagine del punto luminoso, l'osservatore percepisce una dopo l'altra le sparizioni (quando un dente si trova sulla traiettoria dei raggi) e le ricomparsa di questa immagine. Per una maggiore velocità di rotazione, l'osservatore vede continuamente un punto luminoso, perché le impressioni luce ricevuta, durante il passaggio degli intervalli dei denti, si confondono. Ma, per una velocità di rotazione ben determinata, il punto brillante scompare del tutto. Ciò avviene nel caso in cui i raggi che sono passati fra due denti, dirigendosi da f a p , incontrino un dente al loro ritorno da p a s ; quindi, il tempo t , che i raggi impiegano a percorrere, in entrambi i versi, la distanza che separa la ruota rr dallo specchio p , è uguale al tempo impiegato dalla ruota per girare di un angolo $2\pi/2n = \pi/n$, cioè per compiere la seconda parte di un rivoluzione completa (essendo n il numero dei denti della ruota).

Indichiamo la distanza fp con l e il numero di giri della ruota, in un secondo, con N ; il tempo t è da un lato uguale a $2l/V$, essendo V la velocità della luce, e dall'altro a $1/2nN$, perché la ruota compie un giro completo in $1/N$ secondi. Dall'uguaglianza

$$\frac{2l}{V} = \frac{1}{2nN}$$

si deduce

$$V = 4nNl \quad (3.0.14)$$

Se si raddoppia la velocità di rotazione, l'osservatore vede di nuovo una luce continua: i raggi che sono passati tra due denti incontrano al loro ritorno l'intervallo successivo. Indicando, in questo caso, con N_1 il numero di giri della ruota al secondo, abbiamo $l = 1/N_1n$, e, di

conseguenza, $V = 4\pi l \frac{N_1}{2}$. Questo ragionamento semplice, ma non assolutamente rigoroso, porta all'uguaglianza $N_1 = 2N$. Quando il numero di giri diventa uguale a $N_2 = 3N$ il punto luminoso scompare nuovamente, poi riappare per $N_3 = 4N$, ecc. Si ha, in generale, la formula

$$V = 4n \frac{N_k}{k} l \quad (3.0.15)$$

Negli esperimenti di Fizeau, la distanza fp era pari a $8,633 \text{ km}$, e il numero dei denti della ruota era $n = 720$. La prima scomparsa del punto luminoso si è verificata con una velocità di rotazione relativamente bassa, per $N = 12,6$. Quindi la formula (11) dà

$$V = 313300 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Cornu (1872-1874) ha determinato la velocità della luce, secondo il metodo di Fizeau, utilizzando modalità di osservazione più precise, e registrando elettricamente da un lato, le velocità di rotazione della ruota, e dall'altra parte, le apparizioni e le sparizioni della luce di ritorno; ha così eliminato quasi completamente l'influenza errori personali. Nei suoi primi esperimenti, la distanza l era pari a 10310 m ; nelle seguenti, a 22910 m . La ruota dentata effettuava 1600 giri al secondo, in modo che si poteva andare fino alla ventunesima comparsa e scomparsa del punto brillante. Il suo risultato finale fu

$$V = 300400 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Cornu ha pure fornito una teoria matematica completa del metodo di Fizeau.

Young e Forbes hanno modificato il metodo di Fizeau, posizionando due specchi a diverse distanze l_1 e l_2 della ruota dentata; questi due specchi erano quasi nella stessa direzione rispetto a s , quindi l'osservatore vedeva simultaneamente le due immagini del punto luminoso a circa $0,25 \text{ mm}$ l'una dall'altra. Le apparizioni e le sparizioni di queste immagini si sono verificate per diverse velocità di rotazione della ruota. Sono state determinate le velocità di rotazione, per le quali i due punti avevano lo stesso splendore; un aumento della velocità di rotazione produceva una diminuzione della luminosità per uno dei punti, un aumento per l'altro. Il rapporto l_1/l_2 era pari a $12/13$. Senza entrare nella teoria di questo metodo, ci limiteremo ad indicare il risultato:

$$V = 301382 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

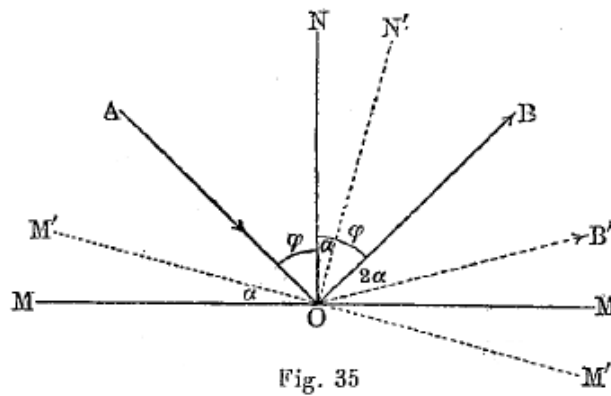
Cornu (1900) ha sottoposto il lavoro di Young e Forbes a una critica molto rigorosa. Recentemente, Perrotin aveva intrapreso a Nizza un lavoro, per il quale aveva ancora potuto ricevere consigli da Cornu (1902). Alla fine dell'anno 1902 è apparsa una prima comunicazione, in cui mostra che Perrotin era riuscito a mettere in relazione i suoi esperimenti sulla distanza $l = 46 \text{ km}$. Dava per V il valore

$$V = 299880 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

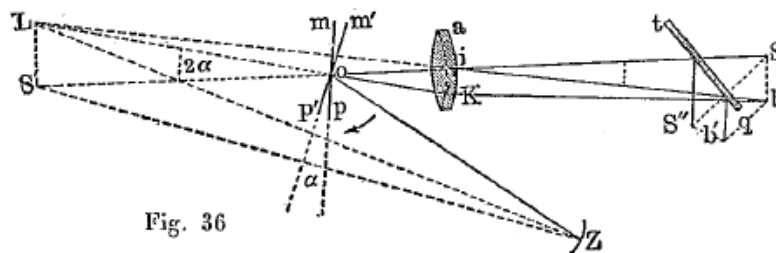
Sfortunatamente Perrotin è morto nel 1904, e non sappiamo se le sue ricerche saranno pubblicate.

5. Metodo di Foucault (1849-1862)

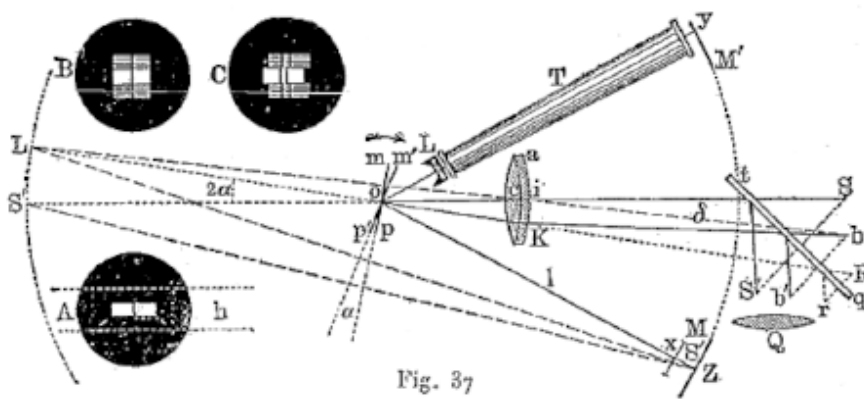
Come risulta da una nota storica molto interessante di Cornu, sarebbe più corretto chiamare questo metodo, metodo di Foucault-Fizeau. Prima di darne una descrizione, mostriamo l'influenza della rotazione di uno specchio sulla direzione di un raggio da esso riflesso.



Sia MOM (fig. 35) uno specchio piano, AO il raggio incidente, ON la normale al punto di incidenza, OB il raggio riflesso, in modo da avere $BON = NOA = \varphi$. Se lo specchio ruota di un angolo α , intorno a un asse perpendicolare al piano di incidenza (piano della figura) passando per O, e assume la posizione MM', ON' diventa la normale al punto di incidenza e si ha $N'ON = \alpha$. L'angolo di incidenza è allora $AON' = \varphi + \alpha$, e di conseguenza, il raggio riflesso OB' forma con ON' l'angolo $B'ON' = \varphi + \alpha$. Poiché si ha $BON' = \varphi - \alpha$, si vede che $B'OB = B'ON' - BON = \varphi + \alpha - (\varphi - \alpha) = 2\alpha$. Una rotazione dello specchio dell'angolo α produce quindi una rotazione del raggio riflesso dell'angolo 2α .



La figura 36 rappresenta la disposizione (su un piano orizzontale) dell'apparato utilizzato da Foucault nel suo metodo. Vediamo, in figura 37, la disposizione degli strumenti che ci permette di confrontare la velocità della luce nell'aria a quella nell'acqua; noi parleremo più avanti di questo confronto. In entrambe le figure le stesse parti sono designate dalle stesse lettere.



Lo specchio mp rappresenta la parte importante del dispositivo; questo specchio può essere ruotato molto rapidamente attorno ad un asse verticale passante per il punto o. In S c'è una linea verticale brillante (una fenditura molto illuminata). La lente aK ne darebbe un'immagine in S', se lo specchio non fosse posizionato sul percorso dei raggi; ma questi sono riflessi e si

forma un'immagine che, per la rotazione dello specchio, ruota con grande velocità seguendo un cerchio di raggio oS' e descrive in particolare, ad ogni giro, l'arco $S'Z$. In Z si trova uno specchio sferico concavo, che rinvia i raggi nella direzione ZoS . Il ghiaccio unidirezionale tq riflette parte dei raggi, in modo da formare in S'' un'immagine reale di S , che si osserva con una lente d'ingrandimento Q . Lo specchio mp arriva a $m'p'$ e ruota di un angolo α , mentre la luce percorre la distanza oZ in entrambe le direzioni, e il raggio viene quindi riflesso nella direzione ob , che forma l'angolo 2α con la direzione oS . Si forma un'immagine della linea illuminata in b e un'altra in b' . Quando la velocità di rotazione dello specchio è abbastanza grande, c'è uno spostamento sensibile $\delta = S''b' = Sb$. Se la distanza $oS = r$, e se $oZ = l$, si ha $2\alpha = S_b/S_o = \delta/r$, da cui si ricava $\alpha = \delta/2r$. Sia N il numero di giri dello specchio in ogni secondo. Durante il tempo t , che impiega la luce a percorrere il cammino $oZ + Zo = 2l$, tempo che è evidentemente uguale a $2l/v$, lo specchio ruota di un angolo α ; ma, siccome ruota di 2π nel tempo $1/N$, si ha $t = \alpha/2\pi N$. Dall'uguaglianza

$$\frac{2l}{V} = \frac{\alpha}{2\pi N} = \frac{\delta}{4\pi Nr}$$

risulta

$$V = \frac{8\pi Nlr}{\delta} \quad (3.0.16)$$

Negli esperimenti di Foucault, il numero di giri dello specchio era fino a 800 al secondo; l era uguale a 4 m . Per poter aumentare la distanza l , Foucault in seguito inclinò lo specchio Z su oZ , lasciandolo cadere i raggi riflessi da Z su un secondo specchio, da questo su un terzo, ecc., e dava solo al quinto specchio un'inclinazione tale che la normale coincidesse con la direzione dei raggi incidenti. Questi raggi erano rimandati al quarto specchio, da questo al terzo, ecc., e infine tornati allo specchio pm , seguendo la direzione Zo . Si aveva così $l = 20\text{ m}$ e Foucault ottenne uno spostamento $S''b' = \delta = 0,7\text{ mm}$. Ne dedusse, usando la formula (12),

$$V = 298000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Velocità della luce nell'acqua. - Foucault è riuscito a confrontare tra loro le velocità della luce nell'aria e nell'acqua, ponendo così fine alle discussioni secolari tra i sostenitori della teoria dell'emissione e quelli della teoria dell'ondulazione dell'etere. Abbiamo visto che la prima teoria porta al risultato che la velocità della luce è proporzionale all'indice di rifrazione n del mezzo considerato, e di conseguenza deve essere maggiore nell'acqua che nell'aria; secondo la teoria dell'ondulazione, invece, la velocità della luce è inversamente proporzionale all'indice di rifrazione, e deve quindi essere minore nell'acqua che nell'aria. Per confrontare le velocità della luce nell'acqua (V') e nell'aria (V), Foucault pose un secondo specchio yM' , e, tra questo specchio e pm , un tubo T pieno d'acqua, chiuso da lastre di vetro a facce parallele. La lente concava L annullava l'influenza acqua sulla convergenza del fascio di raggi oy , che sarebbe diventato, senza questa lente, ancora più convergente, per effetto della rifrazione all'ingresso nella colonna d'acqua, e non avrebbe dato un'immagine della linea S non in y , ma a una certa distanza da questo specchio. A ogni rivoluzione dello specchio pm apparve una volta un raggio giungendo allo specchio e ritornando. Se la velocità di rotazione di pm è bassa, vediamo in S'' due immagini sovrapposte della linea S , di cui una prodotta dai raggi oZo , l'altra dai raggi oyo . Per una rotazione molto rapida dello specchio pm , le due immagini si separano. Se si indica con δ lo spostamento della prima immagine, e con δ' quella della seconda, si ottiene, dalla (12),

$$\delta = \frac{8\pi Nlr}{V} \quad \delta' = \frac{8\pi Nlr}{V'} \quad (3.0.17)$$

e si deduce

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{V'}{V} \begin{cases} \frac{1}{n} < 1 & \text{nella teoria ondulatoria} \\ n > 1 & \text{nella teoria dell'emissione} \end{cases}$$

Per distinguere tra loro le due immagini fornite dagli specchi Z e y, Foucault pose in S un filo verticale molto sottile teso in un'apertura rettangolare; davanti allo specchio Z era disposto uno schermo opaco con una fenditura orizzontale, in modo che ci fosse solo il centro dell'immagine dell'apertura S in grado di cadere sullo specchio Z. L'osservatore vedeva quindi, nel mezzo della lente d'ingrandimento Q, una riga brillante, come quella che è raffigurata in Ah, in assenza dello specchio y. Quest'ultimo specchio dava un rettangolo completo, in modo che installando i due specchi, l'osservatore vedeva, nel campo visuale della lente d'ingrandimento, tre righe rappresentate in B; le due righe estreme, prodotte dai raggi che attraversavano la colonna d'acqua, avevano una sfumatura verdastra. Il filo dell'oculare Q era portato a coincidere con l'immagine del filo in S. Quando lo specchio *pm* ruotava molto rapidamente, si produceva uno spostamento laterale delle righe e l'immagine del filo, *la riga mediana si spostava meno di quelle estreme* (vedi Fig. 37, C). Ne consegue che si ha $\delta' > \delta$ e di conseguenza $V' < V$, cioè che *la luce si propaga meno velocemente nell'acqua che nell'aria, come indicato dalla teoria ondulatoria*. Il rapporto δ'/δ trovato è circa uguale a $4/3$, cioè l'indice di rifrazione n dell'acqua.

Gli esperimenti di Michelson e Newcomb. - Michelson (Stati Uniti) ha apportato miglioramenti essenziali al metodo di Foucault. il miglioramento più importante risiede nel fatto di essere riuscito ad aumentare notevolmente la distanza l' tra lo specchio fisso e quello ruotante; nei suoi esperimenti l' era pari a 605 m . Una lente a distanza focale molto grande (45 m) era disposta tra questi specchi, per rendere i raggi paralleli, dopo la loro riflessione sullo specchio rotante. Il numero di giri dello specchio era $n = 257$; lo spostamento δ delle righe luminose era pari a 133 mm , cioè 200 volte maggiore di quello delle esperienze di Foucault. Il risultato trovato da Michelson nell'anno 1880 fu

$$V = 299940 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

e nel 1885

$$V = 299850 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Newcomb (1885) introdusse ulteriori nuovi miglioramenti; egli sostituì tra gli altri lo specchio rotante, con un prisma a quattro settori, con superfici speculari, ruotanti attorno al suo proprio asse geometrico; portò inoltre la distanza l' a 3720 m e trovò

$$V = 299860 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Cornu (1900) sottopose a esame critico tutti i lavori effettuati secondo le modalità di Fizeau e Foucault, e contestualmente indicò nuovi miglioramenti al metodo di Foucault. Giunse al risultato che il *valore più probabile della velocità della luce nel vuoto è*

$$V = 300130 \pm 270 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (3.0.18)$$

B. Weinberg ha anche svolto uno studio critico molto completo di tutti i lavori intrapresi per la determinazione di V , ai quali si collegavano molte ricerche sulla velocità di propagazione delle onde elettriche. Il risultato di una comunicazione preliminare che Weinberg considerava già nel 1898, come il valore più probabile di V ,

$$V = 299848 \pm 51 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (3.0.19)$$

Questo valore è molto vicino al risultato pubblicato molto più tardi da A. Michelson (1902), cioè

$$V = 299890 \pm 60 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (3.0.20)$$

Nel 1903 apparve la grande opera di Weinberg in due volumi (in russo), dove passa in rassegna tutte le ricerche (oltre 200) utilizzabili per la determinazione di V . Trova, come valore più probabile,

$$V = 299856,8 \frac{km}{s} \quad (3.0.21)$$

Si può prendere quindi, con una sufficiente approssimazione, come valore vero

$$V = 300000 \frac{km}{s} = 3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \quad (3.0.22)$$

A. Michelson ha anche confrontato le velocità della luce nell'acqua (V') e nell'aria (V) e trovò $V/V' = 1,33$, che corrisponde esattamente all'indice di rifrazione dell'acqua. Per CS^2 , la concordanza è stata un po' meno buona (1,77 invece di 1,63).

H. Lorentz (1901) fece uno studio teorico molto completo del metodo dello specchio rotante, e dimostrò che conteneva alcune fonti di errore, ma che gli errori corrispondenti potevano essere trascurati.

A. Michelson (1902) propose un nuovo metodo molto interessante per misurare la velocità della luce. È una specie di combinazione dei metodi della ruota dentata e dello specchio rotante. Ma, dal momento che non ha ancora effettuato le misure utilizzando questo metodo, non lo descriveremo.

6. Determinazione della velocità dei raggi elettrici

Se si produce un raggio elettrico, con l'aiuto dell'eccitatore che è rappresentato dalla figura 3, e se si dispone una lastra di metallo perpendicolare alla direzione in cui si propaga, questo raggio viene riflesso. Si formano, in questo caso, onde stazionarie che presentano ventri e nodi, essendo la distanza tra due nodi o tra due ventri consecutivi uguale a $\lambda/2$. La formula $\lambda = VT$ dà

$$V = \frac{\lambda}{T} \quad (3.0.23)$$

Senza entrare più nel dettaglio, diremo solo che si può, utilizzando un risonatore (fig. 4), determinare le posizioni dei nodi e dei ventri, e, di conseguenza, trovare la lunghezza d'onda λ . La durata T di vibrazione può essere calcolata, conoscendo le dimensioni del risonatore, o essere determinata sperimentalmente, considerando, in uno specchio rotante ad alta velocità, l'immagine della scintilla, che permette di osservare le diverse parti della scarica oscillante. Si trova così che la *velocità di propagazione dei raggi elettrici è la stessa di quella di la luce*.

7. Influenza del moto del mezzo sulla propagazione dell'energia radiante in questo mezzo.

La questione dell'influenza del movimento dei corpi, su un flusso di energia radiante che vi si propaga, non può ritenersi definitivamente risolto. Le diverse teorie ed esperienze relative all'influenza hanno portato a risultati contrastanti. Fresnel (1818) diede la formula

$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} v \quad (3.0.24)$$

in cui v indica la velocità del movimento del mezzo, u la velocità con cui il flusso di energia radiante viene trasportata nella direzione del moto del mezzo. Potier e Foussereau hanno stabilito direttamente questa formula. Daremo una dimostrazione indiretta basata sul fatto che *la grandezza dell'aberrazione della luce non dipende dal mezzo che si trova sul percorso dei raggi*. Infatti, le osservazioni di Airy in Inghilterra, con telescopi astronomici *riempiti d'acqua*, diedero,

per il costante di aberrazione α_m , lo stesso valore delle osservazioni ordinarie, cioè $\alpha_m = 20''$, 5 circa, vedi (4-8). Immaginiamo che un mezzo, il cui indice di rifrazione è n , sia delimitato dai piani PQ e RS, fig. 38 e 39. Supponiamo dapprima che il raggio di luce ZM proveniente da una stella Z sia perpendicolare a PQ (fig. 38). Mentre si propaga da PQ a RS, il mezzo, che riempie lo spazio tra PQ e RS, si sposta, così come l'osservatore posto oltre il piano RS, con la velocità v , da sinistra verso destra.

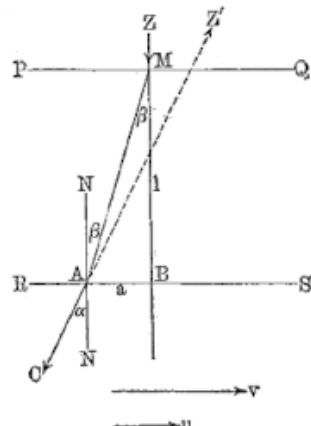


Fig. 38

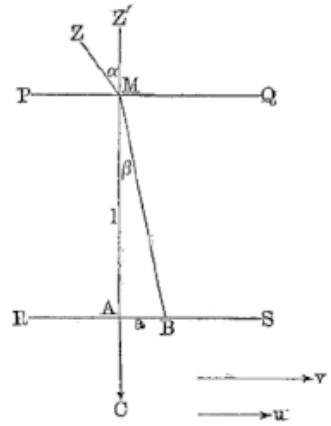


Fig. 39

Se si assume che il flusso di energia radiante sia parzialmente trasportato e si sposti anche verso destra, con una velocità u , si vede che il mezzo PQRS e l'osservatore si sono spostati, verso destra, con la velocità $v - u$, rispetto al raggio, che incontra RS in un certo punto A. Alla sua uscita dal mezzo PQRS, questo raggio viene rifratto e raggiunge, lungo la direzione AC, l'occhio dell'osservatore, che vede la stella Z in Z'. L'aberrazione α è uguale all'angolo tra AZ' e MZ, cioè si ha $\alpha = CAN$, dove $NN \perp RS$. Sia inoltre $AB = a$, e l la distanza tra PQ e RS.

La figura 39 rappresenta il caso in cui l'osservatore è in C e vede la stella Z, nella direzione CZ' che è normale a PQ e a RS. È piuttosto questo caso che si presenta nelle osservazioni reali. Qui ZM è il raggio incidente, che viene rifratto al suo ingresso nel mezzo e raggiungerebbe B, se il mezzo e l'osservatore rimassero immobili. Ma siccome si spostano, rispetto al raggio, con la velocità $v - u$, il raggio incontra l'occhio dell'osservatore nel punto C. L'aberrazione è $\alpha = ZMZ'$.

Il seguito della nostra dimostrazione si applica pure alla figura 38 e alla figura 39. Abbiamo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad \sin \beta = \frac{\alpha}{l}$$

Ma il cammino l è percorso con la velocità V_i nel mezzo PQRS, durante il tempo impiegato dal mezzo e il raggio a spostarsi della quantità a con la velocità $v - u$; si ha quindi

$$\sin \beta = \frac{\alpha}{l} = \frac{v - u}{V_i}$$

Se V indica la velocità della luce nel vuoto, si ha

$$V_i = \frac{1}{n} V$$

Se ne deduce

$$\sin \alpha = n \sin \beta = n \frac{\alpha}{l} = n \frac{v - u}{V_i}$$

e infine

$$\sin \alpha = \frac{v - u}{V} n^2 \quad (3.0.25)$$

Questa grandezza non deve dipendere dalla natura del mezzo e deve avere, qualunque sia n , lo stesso valore che nel caso dell'assenza di un mezzo materiale, dove $n = 1$, $u = 0$ e $\sin \alpha = v/V$. Se introduciamo quest'ultimo valore di $\sin \alpha$, si ottiene

$$(v - u) n^2 = V \sin \alpha = v$$

da cui si ricava

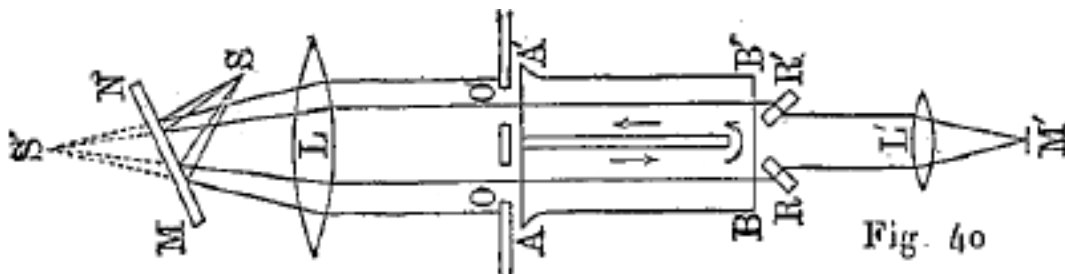
$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} v$$

cioè la formula di Fresnel. Hasenoeuhl (1904) ha stabilito un'espressione più sviluppata per u . La si può scrivere in modo approssimato nella forma

$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} \left(1 + \frac{v^2}{n^2 V^2} \right) v \quad (3.0.26)$$

dove V è la velocità della luce.

Fizeau ha verificato la formula di Fresnel, per mezzo della strumentazione rappresentata nella figura 40. Il tubo AA'BB', le cui basi sono chiuse da lastre di vetro, è divisa in due parti, da un tramezzo interno, che non va fino a BB'. È percorso, in direzione delle frecce, da un flusso d'acqua ad alta pressione. I raggi emessi da un punto luminoso S attraversano, come mostrato in figura, le due metà del tubo, sono condensate per mezzo delle piastre R e R', poi convergono in M', dove si osservano le righe di interferenza che si producono, essendo l'acqua dapprima immobile, poi in movimento. Non appena l'acqua scorre, la velocità della luce, e di conseguenza la lunghezza d'onda, aumentano nella metà sinistra, diminuendo nella metà di destra. La differenza di cammino dei raggi interferenti varia nei diversi punti del piano M', determinando uno spostamento laterale delle righe. Questo spostamento, misurato per una velocità della corrente di 7 m/s, è risultata coerente con la formula di Fresnel.



Michelson e Morley (1878) hanno ripetuto gli esperimenti di Fizeau e hanno anche trovato un accordo completo con la formula di Fresnel.

La questione dell'influenza del movimento di un corpo sulla propagazione di un raggio in questo corpo, si trova strettamente correlata a quella dell'*influenza del moto sull'etere* contenuto nel corpo. Molto è stato scritto su questo argomento, come si vedrà in seguito. Il problema si ricollega a quello della mobilità dell'etere in generale, e in particolare a quello dell'influenza del movimento della Terra sull'etere che la circonda. Nonostante i numerosi studi sperimentali e teorici intrapresi su questo argomento, la questione non può ancora oggi (1905) essere considerata risolta. Si potrebbe credere che la grandezza u della formula di Fresnel (16) sia la velocità con cui l'etere viene trascinato e, allo stesso tempo, pure il flusso di energia radiante. Ma Reiff, H. Lorentz e Wiechert hanno dimostrato che proprio l'esperienza di Fizeau e i fenomeni di aberrazione della luce fanno piuttosto concludere all'immobilità dell'etere.

Maxwell ha indicato per primo che la velocità della luce osservata sulla superficie della Terra deve essere più piccola, nella direzione del movimento terrestre che nella direzione che è perpendicolare a questo movimento, se l'etere è immobile. Michelson e Morley, in una serie di

esperimenti celebri (1887) si sono proposti di risolvere questa questione; ma hanno ottenuto un risultato negativo e non è stata notata alcuna differenza di velocità. Hicks (1902) ha sottoposto questi esperimenti ad un'analisi dettagliata che porta alla conclusione che non possono decidere se l'etere è immobile, o se partecipa al movimento della Terra.

Wien (1904) ha proposto di confrontare la velocità della luce nella direzione del movimento della Terra e nella direzione opposta, secondo i metodi Foucalt o Fizeau. Schweitzer e Michelson hanno sottoposto questa proposta ad uno studio critico; non è ancora stata eseguita. Oppolzer (1902) e Biske hanno indicato che la posizione visibile delle stelle debba subire un cambiamento (in ascensione retta), se l'etere partecipa al moto della Terra.

Fizeau aveva già dimostrato che l'intensità luminosa, a una distanza data da una sorgente luminosa, deve essere diversa, a seconda che la direzione dei raggi coincida con quella del moto della Terra o a quello opposto, se si ammette che l'etere non partecipa al moto terrestre. Questa questione è stata studiata teoricamente da Ketteler (1873), Eötvös (1874), Lorentz (1902) e Bucherer (1903), e sperimentalmente da Nordmeyer (1903). Quest'ultimo non ha riscontrato differenze di intensità in entrambe le direzioni.

Il risultato negativo degli esperimenti Michelson e Morley è stato spiegato da Lorentz e Fitzgerald ammettendo che tutti i corpi, nel loro moto attraverso l'etere, *subiscono un cambiamento di dimensione lineare*, nella direzione del movimento. Un esperimento, istituito da Morley e Miller (1904) per misurare questo cambiamento di dimensione, non ha dato alcun risultato. Lord Rayleigh (1902) ha osservato che, se l'ipotesi di Lorentz e Fitzgerald è corretto, i corpi isotropi devono diventare anisotropi, a causa del movimento della Terra, e che di conseguenza deve verificarsi il fenomeno della doppia rifrazione della luce. Le esperienze che ha fatto lui stesso con CS^2 , e quelle successivamente intraprese da Brace (1904) con acqua e vetro hanno dato un risultato negativo. Hasenoeuhl (1904) ha dimostrato da considerazioni termodinamiche che si è obbligati ad ammettere che a causa del suo moto attraverso l'etere le dimensioni della materia sono cambiate, o che il potere emissivo di un corpo nero è modificato.

I precedenti risultati sperimentali negativi sembrano contrari all'idea di un etere a riposo; ma le osservazioni astronomiche contraddicono l'ipotesi che l'etere partecipi al moto della Terra.

4 Riflessione dell'energia radiante

1. Introduzione. Lo specchio piano

Dobbiamo distinguere due parti nello studio della riflessione dei raggi (Catottrica): la parte geometrica e la parte puramente fisica. Nella prima, si considera la riflessione, supponendo note la direzione dei raggi incidenti, o la posizione delle onde incidenti, nonché la forma e la posizione dello specchio riflettente. Partendo dalle leggi puramente geometriche della riflessione, determiniamo la posizione e le proprietà delle onde riflesse o la direzione dei raggi riflessi. *La lunghezza d'onda dei raggi incidenti e la sostanza delle superfici speculari non giocano qui alcun ruolo.* Nella seconda parte si studia prima di tutto *come la riflessione dipenda dalla sostanza dello specchio, dalle proprietà fisiche della sua superficie e dalla natura dei raggi riflessi, cioè dalla loro lunghezza d'onda.*

Ci occuperemo dapprima della parte puramente geometrica della catottrica. Abbiamo visto, come vengono spiegate le leggi della riflessione insegnate dalla fisica elementare, con l'aiuto del principio di Huygens; abbiamo trovato che un'onda piana dopo la riflessione su una superficie riflettente piana (specchio piano), forma nuovamente un'onda piana. La costruzione è un po' cambiata, se consideriamo un'onda *sferica* che cade su uno specchio piano PQ (fig. 41), o, in altre parole, un fascio di raggi divergenti partenti da un punto luminoso S. La costruzione la geometria elementare mostra che i raggi incidenti SC, SH, SK formano dopo riflessione, un fascio divergente di raggi CM, HM e KM, che sembra provenire dal punto S_1 della retta SS_1 perpendicolare a PQ, tale che $CS_1 = CS$. Consideriamo le *superfici d'onda*, che si formano successivamente intorno al punto S, limitandoci alla metà della figura situata a destra della normale CS. La superficie d'onda AB arriva alla posizione CD e prenderebbe, in assenza dello specchio, le posizioni C_1D_1, C_2D_2, C_3D_3 , ecc.; ma in realtà, sussistono solo le parti HD_1, KD_2, FD_3 .

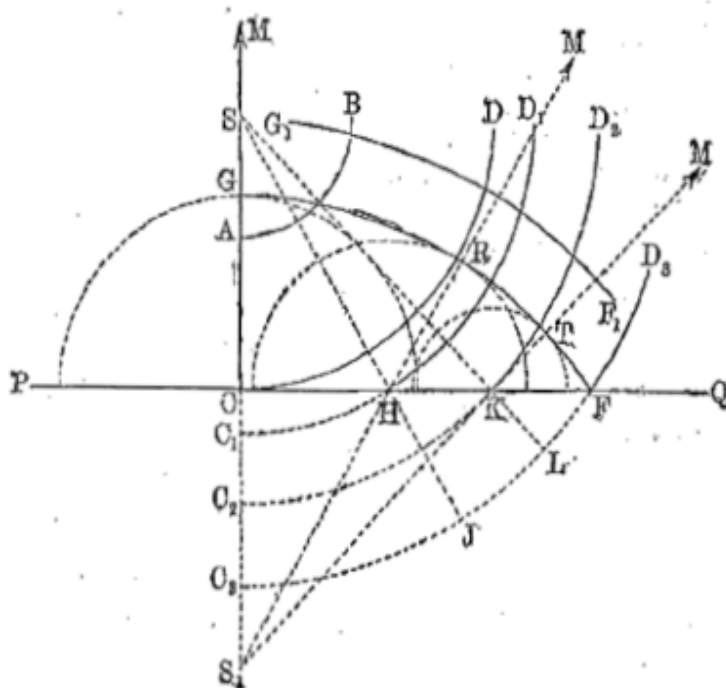
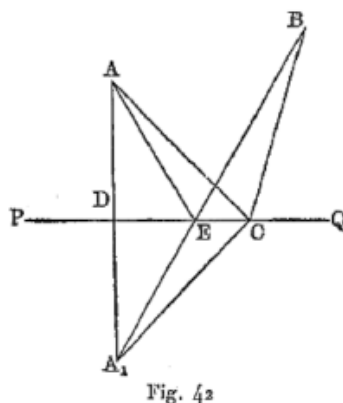


Fig. 41

I punti C, H, K diventano nuovi centri di vibrazioni, attorno ai quali si formano le superfici d'onda, che vengono tagliate lungo semicerchi dal piano della figura. Consideriamo le posizioni di questi semicerchi, nel momento in cui la superficie d'onda è arrivata in FD_3 e occuperebbe, quindi, la posizione C_3FD_3 , se lo specchio PQ non esistesse. Secondo il principio di Huygens, possiamo supporre che le vibrazioni sarebbero pervenute in C_3 ; J, L , partendo solo dagli elementi delle superfici d'onda posti in C, H, K . Segue che anche la superficie dell'onda riflessa ricercata deve trovarsi a distanze da C, H, K pari a CC_3 , HJ e KL. Se descriviamo, attorno a C, H e K, semicirconfereze aventi per raggi CC_3 , HJ e KL, e poste sul lato verso il quale avviene la riflessione, se uniamo anche i punti di contatto G, R, T dell'involuppo di queste semicirconfereze nei punti C, H e K, si ha $GC = GC_3$, $HR = HJ$ e $KT = KL$, e l'involuppo stesso è normale a CG, HR e KT, perché ha le stesse tangenti delle semicirconfereze in G, R e T. Ma anche le rette CC_3 , HJ e KL sono normali C_3F , da cui risulta che GR_{TF} è simmetrica, rispetto a PQ, di C_3JLF . Si vede da ciò che l'onda riflessa taglia il piano della figura lungo l'arco di cerchio GF, il cui centro è nel punto S_1 simmetrico a S rispetto a PQ. Più avanti si forma la superficie d'onda G_1F_1 , ecc.

I raggi riflessi sono le rette CM, HM, KM, che sembrano uscire dal punto S_1 . L'occhio dell'osservatore che incontra la superficie d'onda G_1F_1 riceve assolutamente la stessa impressione come se il punto luminoso si trovasse in S_1 . Come ci rappresentiamo il mondo esterno secondo le impressioni ricevute dai nostri sensi, l'osservatore vede un punto luminoso in S_1 . La nostra volontà è assolutamente impotente nel modificare le conclusioni della comprensione secondo la quale si svolge il passaggio da un'impressione alla nozione di esistenza di un oggetto esterno. Non possiamo quindi impedirci di vedere il punto S_1 , pur sapendo perfettamente che non esiste, in realtà, una sorgente luminosa in questo punto.

Supponiamo che intorno ad un certo punto S si sia formata una superficie d'onda sferica e che dopo riflessione di quest'ultima su uno specchio qualsiasi si sia ottenuta una nuova superficie d'onda sferica. Il centro S_1 di questa nuova superficie è chiamato l'*immagine* del punto S; i raggi riflessi, che hanno la direzione dei raggi della superficie d'onda riflessa, si intersecano in questa immagine. *Indicheremo solo ulteriormente il vero significato fisico di una tale immagine.* Si chiama *immagine virtuale*, il punto di intersezione dei raggi luminosi *geometricamente prolungati*; l'*immagine* è detta *reale* se, al contrario, lo sono i raggi stessi che si intersecano nel loro percorso. Pertanto, nella figura 41, il punto S_1 rappresenta un'immagine virtuale. Queste definizioni non si applicano solo alla riflessione, ma anche alla rifrazione di superfici d'onda (vedi capitolo V).



Dimostreremo ora che il cammino AEB (fig. 42). seguito da un raggio nel suo percorso dal punto luminoso A allo specchio PQ e all'osservatore B, è *minimo*, cioè, è più breve di qualsiasi altro percorso ACB. Se si traccia $AD \perp PD$, $DA_1 = DA$, e se si unisce E e C a A_1 , si ha

$$AE + EB = A_1E + EB = A_1B \quad AC + CB = A_1C + CB$$

ma si ha $A_1C + CB > A_1B_1$, poiché A_1B è una retta.

Il teorema che abbiamo appena dimostrato è solo un caso speciale della seguente proposizione molto più generale (teorema di Fermat generalizzato): Quando un raggio subisce, durante il suo percorso dal punto A al punto B, una serie di riflessioni e rifrazioni, segue un cammino la cui lunghezza ottica (cioè $\sum x_i/\lambda_i$, dove x_i è la lunghezza geometrica della porzione di raggio compresa nell' i -esimo mezzo, λ_i la lunghezza d'onda corrispondente) è un minimo o un massimo. Nel caso di una riflessione semplice, il raggio incidente e il raggio riflesso sono nello stesso mezzo; $x_1/\lambda = x_2/\lambda$ è un minimo o un massimo, così come la lunghezza geometrica $x_1 + x_2$. Nella riflessione su uno specchio *piano*, questa lunghezza è un minimo. La lunghezza ottica del raggio è uguale al numero di lunghezze d'onda contenute nell'intero percorso del raggio, da A fino a B; ma, poiché ogni lunghezza λ_i è percorsa durante la durata T di una vibrazione, la lunghezza ottica del raggio è proporzionale al tempo t impiegato dall'onda per propagarsi da A a B. Quindi possiamo enunciare il teorema generalizzato di Fermat, nella forma seguente : *Un raggio percorre da A a B il cammino più breve o (in alcuni casi) di durata maggiore.*

Non considereremo la costruzione delle immagini di oggetti in uno specchio piano, in specchi inclinati l'uno sull'altro e in specchi paralleli; questa questione appartiene alla Fisica Elementare.

2. Specchi sferici concavi

Lo studio degli specchi sferici concavi e convessi viene svolto in Fisica Elementare. Svilupperemo un poco questo studio, per mostrare, tra l'altro, come, partendo dalla nozione di superficie d'onda, si possono costruire le onde riflesse. Supponiamo che il punto luminoso S (fig. 43) sia sull'asse ottico principale ON di uno specchio concavo AOB; questo asse è la retta che unisce il *polo* o il *vertice* O della calotta sferica dello specchio al suo *centro* C. Supponiamo inoltre che l'apertura AOB dello specchio sia una frazione molto piccola della superficie totale della sfera, cioè che l'angolo ACO sia molto piccolo; facciamo la stessa ipotesi per l'angolo ASO.

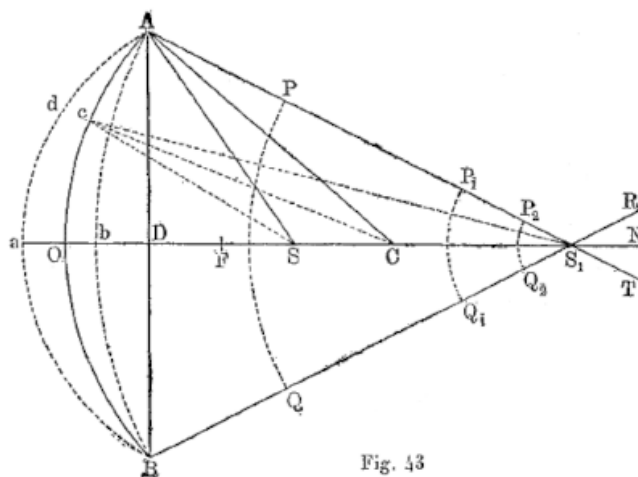


Fig. 43

Per costruire l'onda riflessa, nel momento in cui l'onda incidente ha raggiunto i punti estremi A, B e dove occuperebbe successivamente la posizione AaB, se lo specchio non esistesse, basta descrivere, di tutti i punti della superficie AOB che l'onda ha *già* raggiunto, delle semicirconferenze di raggi uguali a Oa , cd , etc. Il loro involuppo AbB fornisce la superficie d'onda riflessa, *che non è in alcun modo sferica*. Ma se AOB è una piccolissima parte di una circonferenza, l'arco AbB , che è molto vicino alla corda ADB, può quindi essere sostituito dall'arco di cerchio passante per i punti A, b, B, il cui centro è in un certo punto S_1 ; si ha, da quanto detto,

$$Ob = Oa \quad (4.0.1)$$

Continuando il suo cammino, l'onda AbB occupa successivamente le posizioni PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 , ecc., e si trasforma, *in senso geometrico*, nel punto S_1 per poi propagarsi, come se formasse una porzione di un'onda sferica di centro S_1 .

Se passiamo ai raggi, dobbiamo dire che dopo la riflessione sullo specchio, questi convergono tutti nel punto S_1 ; che è il *fuoco* o l'*immagine* di S ; è un'immagine reale; l'occhio dell'osservatore vede il punto S_1 , se è all'interno angolo solido RS_1T ; se si mette in S_1 un foglio di carta, una piastra di vetro opaco, ecc., il punto S_1 diventa visibile in tutte le direzioni, a causa della diffusione dei raggi da parte di queste superfici. Poniamo $SO = d$, $SO_1 = f$, $CA = CO = r$, si ha

$$\overline{AD}^2 = OD(2OC - OD) \quad \overline{AD}^2 = aD(2aS - aD) \quad \overline{AD}^2 = bD(2bS_1 - bD)$$

o, trascurando OD, aD, bD , rispettivamente rispetto a $2OC, 2aS, 2bS_1$

$$\overline{AD}^2 = 2OD \cdot OC \quad \overline{AD}^2 = 2aD \cdot aS \quad \overline{AD}^2 = 2bD \cdot bS_1$$

o

$$\overline{AD}^2 = 2OD \cdot r \quad \overline{AD}^2 = 2(OD + Oa)(d + Oa) \quad \overline{AD}^2 = 2(OD - Ob)(f - Ob)$$

Trascurando le grandezze Oa e Ob rispettivamente rispetto a d e f , si ottiene

$$\frac{1}{r} = \frac{2OD}{\overline{AD}^2} \quad \frac{1}{d} = \frac{2OD}{\overline{AD}^2} + \frac{2OA}{\overline{AD}^2} \quad \frac{1}{f} = \frac{2OD}{\overline{AD}^2} - \frac{2Ob}{\overline{AD}^2}$$

Se ne deduce, dalla (1)

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \quad (4.0.2)$$

La considerazione dell'onda riflessa porta quindi alla stessa formula di quella stabilita nella Fisica Elementare, basandosi sull'uguaglianza di angoli che i raggi Sc e cS_1 formano con cC .

La formula (2) mostra che d e f possono scambiare i loro ruoli; anche i punti S e S_1 sono chiamati *punti coniugati* e S può essere l'immagine del punto S_1 . La costruzione dell'onda riflessa è però diversa, in questo ultimo caso. Sia S (fig. 44) il punto luminoso situato oltre il centro, relativamente allo specchio. Il punto O sarà quindi l'ultimo punto raggiunto dall'onda partendo da S , nell'istante in cui si troverebbe nella posizione aOb in assenza dello specchio. Ragionando come prima, si costruirà l'onda riflessa cOd avente per centro S_1 , portando $Ac = Aa$ e $Bd = Bb$, e tracciando un arco di cerchio passante per i punti c, O e d .

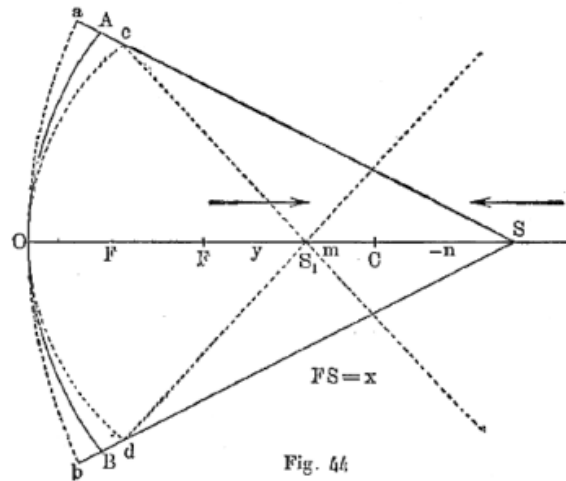


Fig. 44

La formula (2) dà $f = r/2$, per $d = \infty$; il punto F , per il quale si ha $OF = r/2$, si chiama il *fuoco principale* dello specchio e OF la sua *distanza focale principale*; tutti i raggi, che prima

della loro riflessione sono paralleli all'asse ottico principale, concorrono in F; in questo caso aOb (fig. 44) è una retta e il centro dell'arco cOd è in F. Quando si ha $d > r$, allora $f < r$; se $d = r$, si ha $f = r$ e i punti S e S_1 coincidono in C, aOb e cOd si confondono con AOB. Quando $d < r$, si ha $f > r$, e per $d = r/2$, si ha $f = \infty$; S coincide allora con F (fig. 43); inoltre $Oa = OD$ e l'arco AbB si confonde con ADB.

Quando $d < r/2$, f è negativo; le onde riflesse sono convesse ($Ob > OD$, fig. 43) e il loro centro, che forma l'*immagine virtuale*, si trova dietro lo specchio. Quando d è negativo, f è positivo e minore di $r/2$; in questo caso, un fascio di raggi convergenti cade sullo specchio; l'arco aOb (fig. 44) rivolge la sua concavità verso sinistra; l'onda riflessa cOd ha il suo centro in un punto compreso tra O e F.

Le grandezze d ed f sono le distanze dei punti S e S_1 dal vertice O dello specchio. Trasformiamo la formula (2), introducendo le distanze dai punti S e S_1 al centro di curvatura C dello specchio e contando positivamente queste distanze da C verso O. Assumiamo, in questo caso, $CS_1 = m$ e $CS = -n$, dove m e n sono le distanze dei punti S_1 e S dal centro C. Deriviamo da (2), $fr + dr = 2df$. Se si introduce qui

$$f = S_1O = CO - CS_1 = r - m$$

e

$$d = SO = CO + CS = r + (-n) = r - n$$

viene

$$(r - m)r + (r - n)r = 2(r - n)(r - m)$$

o, semplificando

$$nr + rm = 2mn$$

se si dividono i due membri per mnr , si ottiene la relazione

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2}{r} \quad (4.0.3)$$

che è del tutto analoga alla (2).

Si trova una formula ancora più interessante, introducendo le distanze $FS = x$, $FS_1 = y$ dei punti coniugati al fuoco principale F e indicando la distanza focale principale OF con F. Si ha allora

$$\begin{aligned} d &= OS = OF + FS = F + x \\ f &= OS_1 = OF + FS_1 = F + y \end{aligned}$$

Siccome si ha $F = r/2$, si ricava dalla (2)

$$Ff + Fd = fd$$

o

$$F(F + y) + F(F + x) = (F + y)(F + x)$$

o

$$xy = F^2 \quad (4.0.4)$$

Il prodotto delle distanze di due punti coniugati dal fuoco principale è una grandezza costante uguale al quadrato della distanza focale principale dello specchio.

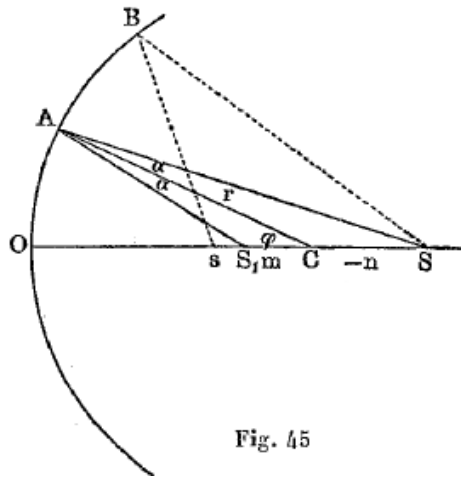


Fig. 45

In realtà, l'onda riflessa non è un'onda sferica e non converge geometricamente in uno punto; in altre parole, i raggi partenti da un punto dell'asse e riflessi da uno specchio concavo non si intersecano in uno stesso punto. Questo fenomeno è chiamato l'*aberrazione sferica*. Se si usano le notazioni della Figura 45, si ha

$$\frac{n}{m} = -\frac{SA}{S_1A} = -\frac{\sin AS_1O}{\sin ASS_1} = -\frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)}$$

Se ne deduce

$$\begin{aligned} \frac{n+m}{m} &= \frac{\sin(\varphi - \alpha) - \sin(\varphi + \alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)} = -2 \cos \varphi \frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)} = \\ &= -2 \cos \varphi \frac{\sin \alpha}{\sin ASS_1} = -2 \cos \varphi \frac{CS}{AC} \frac{2n \cos \varphi}{r} \end{aligned}$$

cioè

$$(n+m)r = 2mn \cos \varphi \quad (4.0.5)$$

Questa formula indica come la posizione del fuoco dipende dall'angolo φ ; se φ aumenta, anche m aumenta. Essa mostra che i raggi *marginali* come SB si intersecano, dopo riflessione, in punti s situati *più vicini allo specchio* rispetto ai punti di intersezione dei raggi *centrali* riflessi.

Se si introducono, nella formula (5), i valori $n = r - d$ e $m = r - f$, si ottiene

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} + \frac{2r}{fd} \cdot \frac{1 - \cos \varphi}{2 \cos \varphi - 1} = \frac{2}{r} \cdot \frac{\cos \varphi}{2 \cos \varphi - 1} \quad (4.0.6)$$

Quando φ è molto piccolo, e si può porre $\cos \varphi = 1$, si trova, invece delle formule esatte (5) e (5-a) le vecchie formule approssimate (3) e (2).

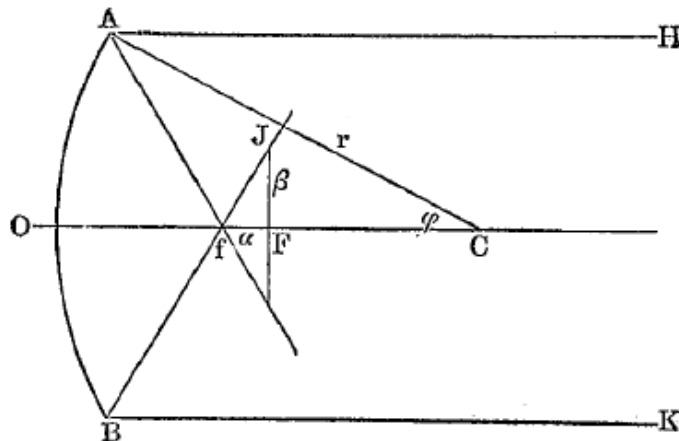


Fig. 46

Per raggi incidenti paralleli all'asse principale (fig. 46), si ha $n = \infty$ e, di conseguenza, $m = \frac{r}{2 \cos \varphi}$.

I raggi marginali come HA e KB incontrano questo asse, dopo la riflessione, nel punto f e si ha $cf = m = \frac{r}{2 \cos \varphi}$, se $\varphi = ACO$. I raggi centrali incontrano l'asse in F e $CF = r/2$. La distanza $\alpha = fF$ si chiama l'*aberrazione longitudinale principale* dello specchio. Sia $\sigma = AD = AB/2$ (fig. 43) il raggio dell'apertura dello specchio; si ha evidentemente

$$\alpha = Cf - CF = \frac{r}{2} \left(\frac{1}{\cos \varphi} - 1 \right) = r \frac{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi} = r \frac{\varphi^2}{4} = \frac{r}{4} \left(\frac{\sigma}{r} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{4r} \quad (4.0.7)$$

Se si pone $\varphi = 1$, sostituito $\sin \frac{\varphi}{2}$ con l'arco $\frac{\varphi}{2}$, e l'arco φ con il suo seno $\frac{\sigma}{r}$. La formula ottenuta fornisce il seguente teorema: *l'aberrazione longitudinale principale dello specchio è proporzionale al quadrato del raggio di apertura dello specchio e alla sua curvatura ($1/r$)*. Un piano tracciato da F, perpendicolare all'asse ottico principale OC, interseca i raggi riflessi lungo un certo *cerchio di aberrazione*, il cui raggio $\beta = FJ$ si chiama l'*aberrazione laterale principale* dello specchio. Si può porre $JfF = AfO = 2\varphi$, e si ha, di conseguenza

$$\beta = \alpha \tan 2\varphi = \alpha \varphi = 2\alpha \frac{\sigma}{r} = \frac{\sigma^2}{2r^2} \quad (4.0.8)$$

L'aberrazione laterale principale è proporzionale al cubo del raggio dell'apertura dello specchio e al quadrato della sua curvatura.

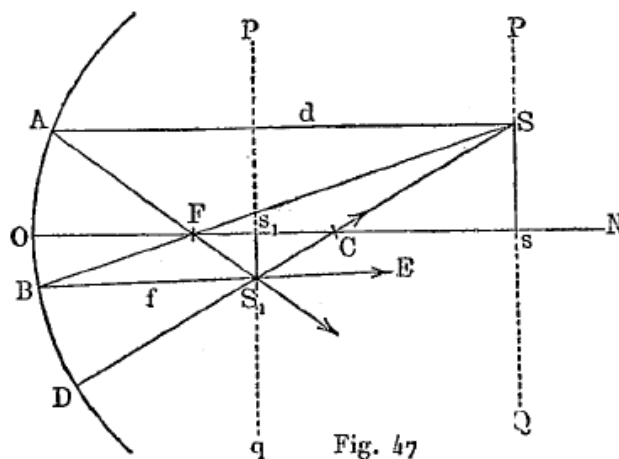
I raggi riflessi, non intersecandosi nello stesso punto, riempiono un certo spazio che delimitiamo in seguito.

Osserviamo solo da ora che il *raggio della sezione più piccola di questo spazio è uguale a $\sigma^2/8r^2$* , cioè a $1/4$ dell'aberrazione laterale, e che questa sezione è situata approssimativamente a $1/4$ dell'aberrazione longitudinale, verso il fuoco dei raggi marginali. Questa sezione, la cui brillantezza diminuisce rapidamente dal centro verso il bordi, è presa per l'immagine del punto luminoso.

I raggi che partono da un punto, che convergono di nuovo in un punto, sono detti *omocentrici*. Una superficie sferica non dà raggi omocentrici, salvo nel caso in cui il punto luminoso e la sua immagine si fondono con il centro dello specchio.

Per ottenere l'immagine di un punto luminoso situato *al di fuori dell'asse ottico principale*, è sufficiente determinare le direzioni di *due* raggi riflessi *qualsiasi*. Il più comodo è scegliere raggi, il cui percorso è noto in anticipo. Conosciamo tre di questi raggi (fig. 47): SC è riflesso lungo la propria gestione DCS, SA parallelo a ON passa dopo riflessione per F, e infine SF segue dopo la riflessione un percorso BE parallelo a ON. Questi raggi si intersecano in S_1 . Se si considera SD come l'asse ottico principale dello specchio, di cui esisterebbe solo una parte, si ottiene, dalla formula (2), la seguente relazione

$$\frac{1}{SD} + \frac{1}{S_1D} = \frac{2}{CD} = \frac{2}{r}$$



Si può, senza commettere un grande errore, porre $SD = SA = d$; e $S_1D = S_1B = f$. Si ha allora

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

Ne consegue che i fuochi di tutti i punti giacenti in un piano PQ perpendicolare all'asse ottico principale ON, sono anch'essi in un piano pq perpendicolare a ON. L'immagine della retta Ss è s_1S_1 .

Per *ingrandimento* di uno specchio si intende il rapporto tra le dimensioni lineari dell'immagine e le corrispondenti dimensioni lineari dell'oggetto. Questo rapporto g , tenendo conto del segno, è

$$g = -\frac{S_1 s_1}{S_s} = -\frac{C_{s_1}}{C_s} = \frac{C_{s_1}}{-C_s} = \frac{OC - Os_1}{OC - Os} = \frac{r - f}{r - d} = \frac{2F - f}{2F - d}$$

A seconda che si si introduca F , d o f , tratti dall'uguaglianza $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, si ottiene

$$g = -\frac{f}{d} = \frac{F}{F-d} = \frac{F-f}{F} \quad (4.0.9)$$

Se si ha $d > F$, g è negativo, l'immagine è capovolta. Per $d > 2F$, si ha $-g < 1$, cioè l'immagine è rimpicciolita; per $d < 2F$, è ingrandita.

Se si indica, come in precedenza, con x la distanza dell'oggetto dal fuoco principale, si ha $x = d - F$, e si deduce dalla (6) trascurando il segno,

$$g = \frac{F}{x} \quad (4.0.10)$$

L'immagine è più grande dell'oggetto tante volte quanto la distanza focale principale contiene la distanza dell'oggetto dal fuoco.

Sia h (fig. 48) l'oggetto, h_1 la sua immagine; si ha allora $d = Os$, $f = Os_1$, e si ottiene, dalla (6),

$$g = -\frac{O_{s_1}}{O_s} = -\frac{A_{s_1}}{A_s} = -\frac{p_1}{p}$$

dove p e p_1 si riferiscono a un punto arbitrario A dello specchio. Se $AsO = \alpha$, $As_1O = \beta$, si può porre $\text{arco } OA = p\alpha = p_1\beta$. Se ne deduce l'interessante formula

$$g = -\frac{\alpha}{\beta} \quad (4.0.11)$$

che si può sostituire con la seguente

$$g = -\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \quad (4.0.12)$$

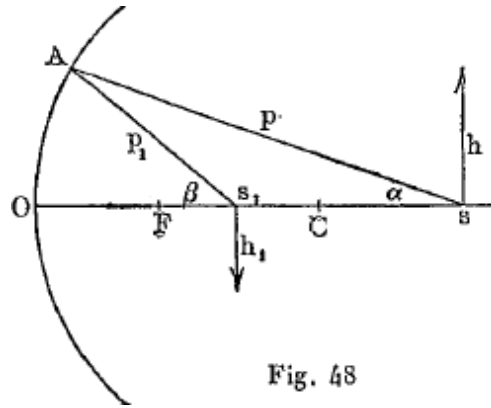


Fig. 48

3. Specchi sferici convessi

Nel momento in cui la superficie dell'onda DE (fig. 49). proveniente dal punto luminoso S, occuperebbe la posizione AaB, se lo specchio non esistesse, l'onda riflessa AbB si è già formata; la si costruisce geometricamente, ponendo $Ob = Oa$ e tracciando un arco di cerchio passante per A, b e B. Il centro S_1 delle onde riflesse AbB, TG, ecc. (del raggio divergente di raggi) è l'immagine virtuale (fuoco) del punto S. Sia $SO = d$, $OS_1 = f$, e $OC = r$; si ottiene, sostituendo nella (2) f e r con $-f$ e $-r$, la seguente relazione

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d} = \frac{2}{r} \quad (4.0.13)$$

Per $d = \infty$, si ha $f = F = r/2$; in questo caso, l'arco AaB è sostituito dalla corda AB, e il centro dell'arco AbB si trova in un punto F, tale che $OF = FC$. Se un fascio convergente cade su uno specchio convesso e se designiamo con S (punto luminoso virtuale) il suo centro geometrico, che si trova a sinistra di AOB (d è negativo), cioè dietro lo specchio, fig. 49 la sua immagine S_1 può essere reale o virtuale, a seconda della posizione del punto S. Le diverse posizioni possibili di S e S_1 virtuali corrispondono esattamente alle posizioni di S e S_1 reali, nello specchio concavo AOB. Se S si trova tra F e O, S_1 è allora un vero fuoco reale situato sulla riga OS.

Si ottiene l'ingrandimento secondo la formula (6), sostituendo F con $-F$:

$$g = \frac{F}{F + d} \quad (4.0.14)$$

g è maggiore di zero e minore di uno, quando $d > 0$, cioè quando l'immagine è in questo caso *diritta e più piccola* dell'oggetto.

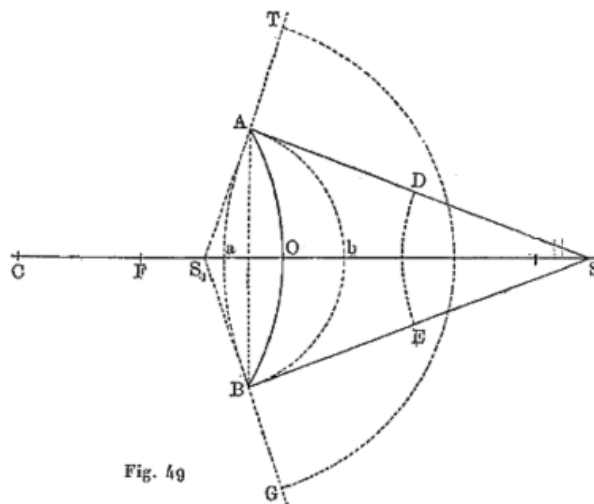
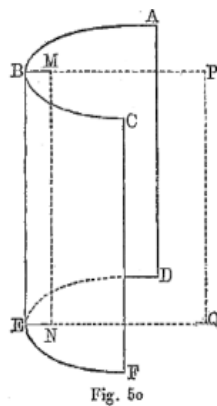


Fig. 49

4. Specchi non sferici

Uno specchio la cui superficie è parte di un ellissoide di rivoluzione non presenta alcuna aberrazione per un punto luce reale, quando coincide con uno dei fuochi geometrici dell'ellissoide. Tutti i raggi che escono da tale punto si intersecano, dopo riflessione, nell'altro fuoco, perché il raggio incidente e il raggio riflesso devono formare angoli uguali con la normale alla superficie dello specchio, e questa è una proprietà nota dei raggi vettori dell'ellisse. C'è solo lo specchio piano che non presenta mai aberrazioni, qualunque sia la posizione del punto luminoso. Se la superficie di uno specchio è un paraboloide di rivoluzione e il punto luminoso è nel suo fuoco geometrico, il fascio dei raggi riflessi è parallelo all'asse dello specchio. Uno specchio, la cui superficie è una parte di un iperboloide generato dalla rotazione di un'iperbole attorno al suo asse focale, dà un'immagine virtuale senza aberrazione, quando il punto luminoso si trova a uno dei fuochi; l'immagine si forma allora all'altro fuoco. Queste superfici si chiamano *aplanetiche*. Se si pone una linea luminosa lungo la linea focale MN (fig. 50) di uno specchio, la cui superficie è un cilindro parabolico $ABCDEF$, i raggi riflessi sono paralleli alla direzione degli assi BMP , ENQ delle basi paraboliche. In modo generale, ogni specchio aplanetico, cioè ogni specchio che dà di un punto un'immagine ridotta a un punto, è una superficie di rivoluzione attorno alla retta che unisce il punto luminoso alla sua immagine. Siccome il raggio incidente e quello riflesso devono formare angoli uguali con la normale, in tutti i punti della curva meridiana, questa necessariamente è una conica, ruotante attorno al suo asse focale.



5. Immagine di un punto nel senso della teoria ondulatoria. Fasci astigmatici

Abbiamo dapprima considerato le superfici d'onda incidente e riflessa dal punto di vista delle costruzioni geometriche; abbiamo poi costruito i raggi incidenti e riflessi, e abbiamo chiamato immagine di un punto luminoso S , il punto S_1 dove concorrevano tutti i raggi riflessi dallo specchio.

Abbiamo visto nel primo volume, come si effettua realmente, secondo la teoria di Huygens, la propagazione radiante di un moto all'interno di un mezzo elastico. Abbiamo pure dato una nozione del fenomeno di diffrazione, che abbiamo incontrato di nuovo nello studio del suono.

Sia S un punto luminoso (fig. 51), cioè una sorgente di impulsi che si propagano a partire da S simultaneamente in tutte le direzioni, o almeno in tutte quelle comprese all'interno di un cono ASB . In un certo istante, il moto si è propagato fino alla parte AB di una superficie d'onda sferica. Tutti i punti M di questa superficie si trovano nelle stesse fasi, e tutti questi punti devono essere considerati come nuove sorgenti di impulsi, che si propagano in tutte le direzioni. È chiaro che tutte queste vibrazioni possono interferire, poiché hanno come sorgente comune gli impulsi iniziali provenienti dal punto S .

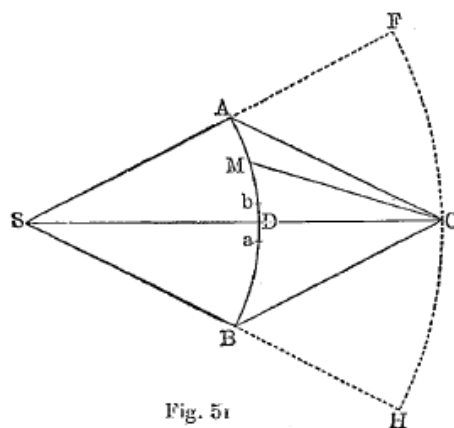


Fig. 51

Quando la superficie AB non è troppo piccola, quasi tutte le vibrazioni, emesse dai suoi diversi punti M, si distruggono reciprocamente per interferenza nel punto C. Rimangono indistrutte solo le vibrazioni che partono dalla piccolissima parte centrale ab della superficie AB, di modo che si può considerare la vibrazione in C, come prodotta dalle vibrazioni in ab . Siamo così portati a rappresentarci le vibrazioni come propagantesi lungo la retta SDC, che richiama la nozione di raggio nell'ottica geometrica. Se la superficie AB è molto piccola, si produce in C, come abbiamo visto, una macchia chiara o scura, circondata da una serie di anelli luminosi e scuri. In questo caso, la nozione di raggio e di propagazione rettilinea non ha più alcun significato. Non si può dunque parlare di raggi, nella teoria delle onde, se non all'interno di un cono di apertura abbastanza grande e a una distanza opportuna dai suoi bordi, e ancora ogni difficoltà, non è scomparsa. Se l'apertura del cono è molto piccola, l'analogia con un raggio geometrico scompare.

Supponiamo ora che la superficie d'onda sferica AB (fig. 52) abbia subito alcune modifiche e si sia trasformata nell'altrettanto sferica superficie d'onda CD, di centro S_1 . L'ottica geometrica, che non tiene conto della dimensione dell'apertura del cono CS_1D , ci insegna che tutti i raggi normali alla superficie CD convergono nel punto S_1 , che rappresenta l'immagine di S. In realtà, i fatti sono i seguenti: a partire da tutti i punti M della parte CD della superficie dell'onda sferica si propagano dei moti vibratorii capaci di interferire tra loro; se la parte del CD è delimitata da un cerchio, si nota, intorno a S_1 , un piccolo disco luminoso, nel quale l'intensità della luce diminuisce tanto più rapidamente dal centro verso i bordi, quanto l'angolo solido CS_1D è maggiore; se questo angolo è molto piccolo, c'è diffrazione, e in S_1 appare una figura complicata, formata da una serie di anelli scuri e luminosi. Se, al contrario, l'angolo è grande, il disco è piccolissimo, e *costituisce precisamente l'immagine del punto S, luminoso di per sé, nel senso della teoria ondulatoria.*

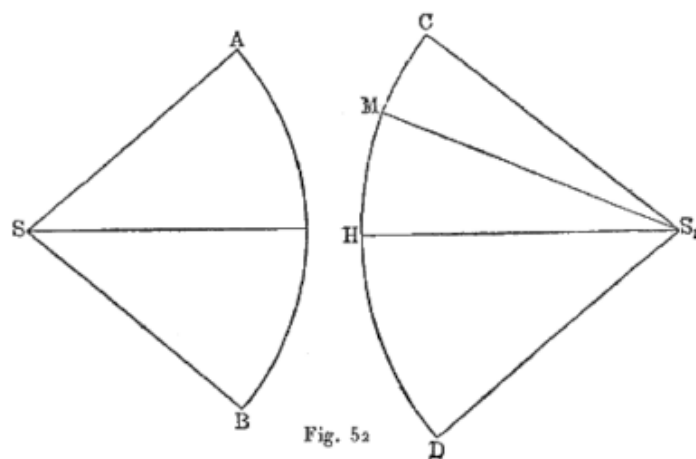


Fig. 52

Ne consegue che in realtà non può esserci un cammino rigorosamente omocentrico dei raggi; anche nei casi in cui la costruzione geometrica mostra che non c'è aberrazione, dove di conseguenza

la nuova superficie d'onda è rigorosamente sferica e dove i raggi geometrici si intersecano in uno stesso punto, l'immagine del punto luminoso non è un punto, ma un piccolo cerchio. Tuttavia, quando l'angolo solido CS_1D non è troppo piccolo, questo cerchio è, come abbiamo detto, molto piccolo, e i risultati delle costruzioni dell'Ottica Geometrica non differiscono sensibilmente dai fenomeni osservati nella realtà.

Da quanto detto, deriva ancora un risultato molto importante. Affinché nel punto S_1 possa formarsi il piccolo cerchio brillante di cui abbiamo parlato, serve che da tutti i punti M della superficie CD partano vibrazioni capaci di interferire tra loro. Occorre, per ciò, che abbiano per origine *gli stessi impulsi* uscenti dal punto S ; in altre parole, *il punto S deve essere di per sé luminoso*. Se S appartiene alla superficie diffondente di un oggetto illuminato, non si vede come, in generale, possa essere ottenuta un'immagine del punto S . Tuttavia, in effetti, tali immagini si producono. È il grande merito di Arbe aver spiegato la loro formazione e indicato le condizioni in cui si ottengono. Torneremo su questa questione nello studio del *microscopio*.

Consideriamo ora più in dettaglio il caso della superficie d'onda *non sferica*. L'esame di questo caso presenta notevoli difficoltà matematiche; è stato oggetto del lavoro di Airy, Lord Rayleigh e K. Strehl. Limitiamoci a considerazioni che sono puramente di dominio dell'ottica geometrica.

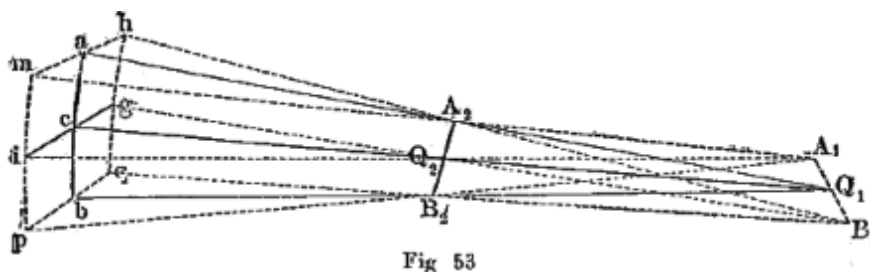


Fig. 53

Sia cQ_2Q_1 (fig. 53) la normale nel punto c a un elemento della superficie d'onda e siano acb, icg le linee di curvatura. Le normali in tutti i punti di acb si trovano in un piano, che contiene la normale principale cQ_2Q_1 , e si incontrano nel centro di curvatura Q_1 . Allo stesso modo, tutte le normali ai punti di icg si incontrano nell'altro centro di curvatura Q_2 . Tracciamo da a e b le linee di curvatura massima mah e pbq , che si possono considerare parallele a icg . Le normali ai punti della retta mah sono situate, con la normale aA_2Q_1 , in un piano $mahA_1B_1$, e si intersecano nel centro di curvatura A_2 della curva mah . La stessa cosa accade per le normali ai punti della curva pbq , che si intersecano nel punto B_2 . Poiché le normali in a, c, b si intersecano in Q_1 , è chiaro che i piani delle normali lungo le linee mab, icg, pbq devono passare per questo punto Q_1 . Ma poiché questi piani sono perpendicolari al piano aQ_1b , passano tutte per la stessa linea $A_1Q_1B_1$, che è parallela alla linea di massima curvatura icg . Tutte le normali, cioè tutti i raggi, si intersecano quindi nei diversi punti di questa linea $A_1Q_1B_1$, che si chiama *linea focale*. Tracciamo anche, attraverso i punti i e g , le rette mip e hgq di minima curvatura. I piani delle normali lungo mip, acb, hgq passano per Q_2 e sono perpendicolari al piano iQ_2g . Esse si intersecano lungo la linea comune $A_2Q_2B_2$, che è pure parallela alla linea di curvatura acb . Tutti le normali, cioè tutti i raggi, evidentemente si intersecano nei punti della retta $A_2Q_2B_2$, che è anche una *linea focale*.

Un fascio di raggi, normale a una porzione infinitamente piccola di una superficie non sferica, dà due linee focali rettilinee rettangolari infinitamente piccole, parallele agli elementi delle linee di curvatura di questa superficie. Tale raggio è chiamato *astigmatico*.

Torniamo ora alla riflessione su uno specchio concavo. Sia AMB (fig. 54) uno specchio, C il suo centro, S un punto luminoso. Consideriamolo fascio estremamente stretto aSb . Poiché la superficie d'onda non è sferica dopo la riflessione, è chiaro che il fascio riflesso è astigmatico. Una delle due linee di curvatura, la sezione meridiana, è nel piano aSb ; l'altra, la sezione equatoriale, è ad essa perpendicolare. Le sezioni equatoriali conducono, secondo il teorema precedente,

alla contraddizione, facilmente spiegabile, di una linea focale tracciata da S_1 , nel piano cSM , perpendicolare a S_1c , e *generalmente diversa dall'asse* MC.

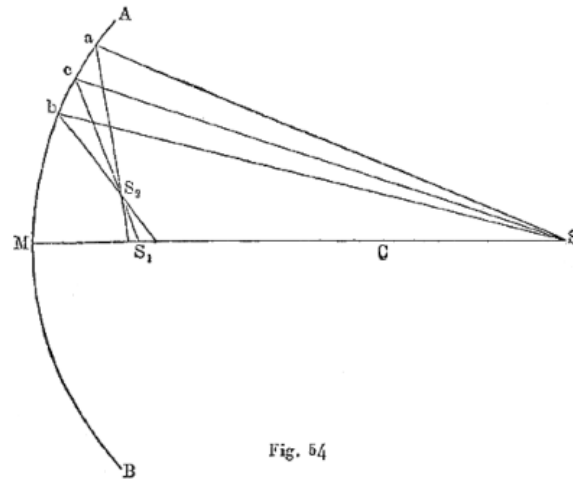


Fig. 54

Le sezioni meridiane (parallele a abc) danno invece una linea focale, che passa per un certo punto S_2 che è perpendicolare al piano cSM . C'è solo il fascio, che contiene l'asse SCM , che non è astigmatico; abbiamo visto, tuttavia, che la teoria ondulatoria non conduce, anche in questo caso, a un punto, ma a un macchia luminosa, il cui piano è perpendicolare alla retta SCM .

6. Superfici focali (Caustiche)

Si può notare, da quanto detto, che ad ogni elemento di una superficie d'onda non sferica corrispondono due fuochi, più esattamente due linee focali infinitamente piccole. Il luogo punti di intersezione di raggi infinitamente vicini relativi a una superficie d'onda non sferica data, è chiamato *superficie focale* o un *caustica*. Se la superficie d'onda si è formata per riflessione su uno specchio, questo luogo geometrico è chiamato una caustica per riflessione. In generale, una caustica si compone di due parti, corrispondenti alle due linee focali date da ciascun elemento della superficie d'onda.

Per uno specchio sferico, la caustica per riflessione è il luogo dei punti S_1 e S_2 (fig. 54). Siccome tutti i punti S_1 sono sulla retta MCS , parte della caustica diviene evidentemente una linea retta, passante per il punto luminoso S e il centro dello specchio C . L'altra parte è il luogo geometrico dei punti S_2 . Indicheremo soltanto la forma di questa superficie in qualche caso particolare. La fig. 55 corrisponde al caso in cui, sulla superficie emisferica KSK , di uno specchio, cade un fascio di raggi paralleli all'asse SM . La caustica si ottiene facendo ruotare la curva $KFQF_1K_1$, attorno all'asse SM . Questa curva è una epicicloide, descritta dal punto F della circonferenza $BFRB$ di raggio $r/4$ (r è il raggio dello specchio), ruotante sulla circonferenza $GRQH$ di raggio $r/2$.

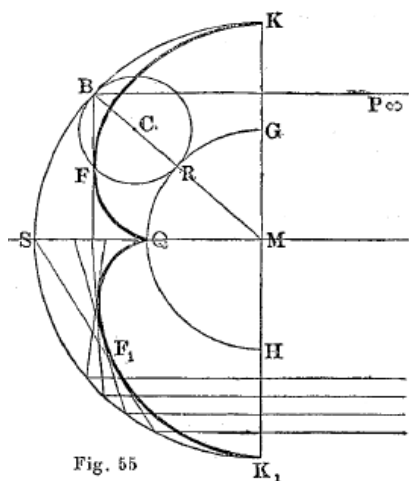


Fig. 55

Se il centro C si trova nel mezzo della retta GK , il punto F coincide con il punto K . In figura 56 è rappresentata la caustica relativa al caso in cui il punto luminoso P si trova sulla superficie stessa dello specchio sferico. La curva $PrCFQtP$ è descritta dal punto F della circonferenza $BFRB$, quando rotola sulla circonferenza RQM ; abbiamo quindi $MR = CR = MP/3$.

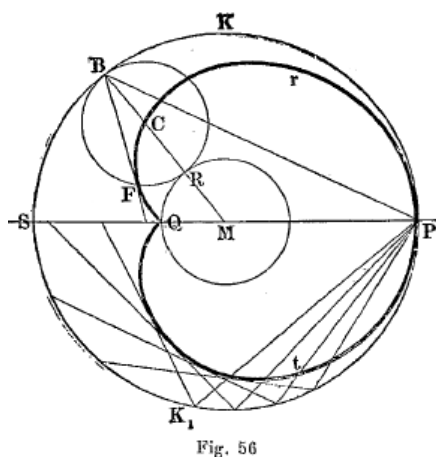
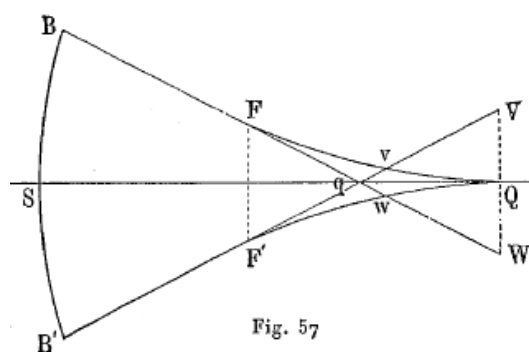


Fig. 56

Se la superficie riflettente è una piccola parte della superficie sferica totale, la caustica si riduce alla parte che è disposta attorno al punto Q . I raggi riflessi si intersecano in quello che viene chiamato *spazio focale*. Se ne vede la forma in figura 57. BFW e $B'F'V$ sono qui i raggi marginali, che intersecano in q ; Q è il fuoco dei raggi che sono molto vicini all'asse QS ; FvQ e $F'wQ$ è la curva caustica. I punti di intersezione v, w dei raggi marginali con la caustica determinano la *parte più stretta dello spazio focale* e che si prende, nell'osservazione, per l'immagine del punto luminoso dato.

Terminando qui la parte geometrica della Catottrica (vedi § 1), noteremo che essa può essere considerata come un caso particolare della Diottrica, cioè dello studio della rifrazione dei raggi (cfr. Capitolo V). Se prendiamo, per l'indice di rifrazione n , il valore particolare $n = -1$, si ottiene una riflessione invece di una rifrazione, e le formule della Diottrica si trasformano in quelle della Catottrica; quindi, le formule relative alla rifrazione dei raggi per superfici sferiche si cambiano nelle formule della riflessione su superfici sferiche.



7. Diffusione superficiale e diffusione interna dei raggi

Finora abbiamo supposto che gli specchi considerati abbiano una superficie perfettamente lucida e completamente pulita; in altre parole, che la loro superficie non si differenzia in nulla dalla superficie geometrica che è loro propria e non porta su di essa né polvere né altri piccoli corpi estranei. In questo caso, lo specchio è *invisibile*, quando è illuminato; sulla retina del nostro occhio si formano solo le immagini degli oggetti riflessi dallo specchio, più esattamente le immagini delle immagini date dallo specchio. Ma se la superficie dello specchio ha irregolarità o ha piccoli corpi estranei, le superfici d'onda elementari, che si formano attorno ad ogni punto dello specchio, dove cadono i raggi prodotti da una sorgente di luce, non danno più, secondo il principio di Huygens, una superficie d'onda di cui possiamo considerare una parte finita come sferica. In questo caso, si produce una diffusione superficiale dell'energia radiante; lo specchio diventa allora visibile quando riceve i raggi. Affinché la diffusione non sia sensibile, è necessario che l'altezza h delle disuguaglianze dello specchio sia molto piccola, rispetto alla lunghezza d'onda λ dell'energia radiante ricevuta, cioè, per i raggi luminosi, che sia molto piccola rispetto a $0,0005\text{ mm}$.

Raggi che formano un angolo φ con la normale nel punto di incidenza possono essere riflessi regolarmente, se $h \cos \varphi$ è piccolo rispetto a λ . Ciò mostra perché della carta liscia può quasi fungere da specchio e dare immagini, quando i raggi cadono su di essa con un'incidenza molto piccola. Queste immagini hanno una sfumatura rossastra, poiché i raggi che sono riflessi più regolarmente sono quelli che hanno una grande lunghezza d'onda, cioè i raggi rossi.

L'opposto di una superficie perfettamente riflettente è rappresentato da una superficie perfettamente opaca. Lambert (1760) diede la seguente formula, per la quantità J di energia radiante diffusa da un elemento s di una superficie opaca, in una direzione formante l'angolo α con la normale:

$$J = As \cos \varphi \cos \alpha \quad (4.0.15)$$

dove A è un fattore di proporzionalità, φ l'angolo di incidenza dei raggi che cadono sull'elemento di superficie. Il fattore $\cos \varphi$ esprime la legge nota, secondo cui l'illuminazione varia con la direzione φ dei raggi incidenti. Il secondo fattore $\cos \alpha$ dice che la superficie diffonde i raggi assolutamente allo stesso modo in tutte le direzioni, indipendentemente dalla direzione dei raggi incidenti, cioè l'intensità del flusso diffuso è lo stesso in tutte le direzioni. La formula di Lambert è stata verificata da Booguer, Kononowitch, Seeliger, Messerschmidt, Wiener, Lommel, Wright, Hutchins, Möller, K. Angström, Godard, Thaler e altri.

Quasi tutte le ricerche hanno riscontrato discrepanze con la formula di Lambert. Lommel l'ha sostituita con una più complicata. Wright ha osservato la diffusione dei raggi di lunghezza d'onda definita su lastre ottenute dalla compressione di varie polveri, colorate e non. Ha scoperto che, per un valore di φ dato, la quantità J è rigorosamente proporzionale a $\cos \alpha$; ma, per un valore dato di α , J non varia proporzionalmente a $\cos \varphi$. Wright ha quindi ammesso che la formula esatta non deve essere simmetrica rispetto agli angoli φ e α . Tuttavia Lord Rayleigh non è d'accordo su questo punto con Wright. Hutchins ha studiato il caso di $\varphi = 0$, per carta e

gesso; egli trovò che la diffusione non era completa, che vi era, inoltre, una riflessione regolare. Wiener ha mostrato per primo che J deve dipendere dall'angolo θ che forma il piano di incidenza (angolo φ) con il piano dell'angolo α . Thaler (1903) ha studiato l'influenza dell'azimut per il vetro opaco e il gesso; ha trovato che per φ e α dati, l'intensità J presenta sempre un massimo per $\theta = 180^\circ$, e di conseguenza una parte dei raggi viene riflessa regolarmente.

Ciò che si chiama *diffusione interna* dei raggi è un fenomeno di altro genere, che si verifica in mezzi contenenti un numero grandissimo di particelle molto piccole, le quali diffondono più o meno regolarmente, in tutte le direzioni, i raggi incidenti. La nostra atmosfera, per esempio, costituisce un mezzo di questo tipo; la diffusione vi è prodotta da una moltitudine di polvere molto fine e da piccole goccioline o bolle d'acqua.

La diffusione interna si manifesta chiaramente quando osserviamo lateralmente dei raggi luminosi in un mezzo *torbido*; il loro percorso è allora visibile; lo si può osservare anche nell'acqua. La distillazione e la filtrazione non eliminano la torbidità dell'acqua dovuta alla polvere dell'aria. Spring (1899) riuscì ad ottenere *acqua otticamente pura*, aggiungendo acqua di calce e mescolando; il precipitato portava con sé tutte le particelle che producevano il problema. Una corrente elettrica spinge queste particelle verso il catodo. I sali di metalli alcalini e alcalino-terrosi disciolti non sono presenti alcuna diffusione interna; il contrario avviene con i sali di Al, Cr, Fe, Cu, Hg e Pb e con i colloidi. Battelli e Pandolfi hanno ottenuto anche acqua e alcol otticamente puri, distillando questi liquidi al riparo dall'aria.

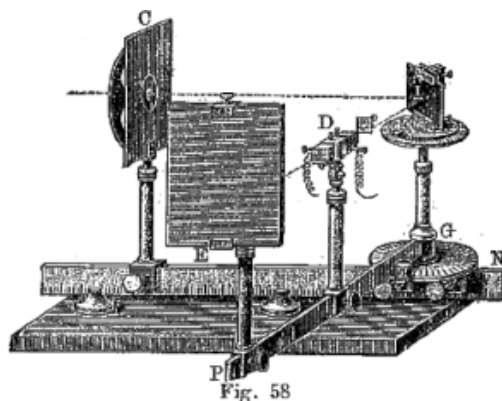
Clausius ha ammesso che l'entità della diffusione dipende dalla lunghezza d'onda λ ed è inversamente proporzionale a λ^2 . Più tardi, Strutt (oggi Lord Rayleigh) scoprì che l'intensità della diffusione doveva aumentare ancora più rapidamente, quando λ diminuisce, ed è inversamente proporzionale a λ^4 . Gli esperimenti di Abney e Festing, di Lampa, Hurion e Compan, sulla diffusione della luce in una emulsione di mastice, disciolto in alcool con aggiunta di acqua, hanno pienamente confermato il risultato di Lord Rayleigh. Ne consegue che la diffusione dei raggi violetto e blu scuro, nelle condizioni considerate, è circa 12 volte maggiore della diffusione dei raggi rossi. L'indebolimento dell'energia radiante, che accompagna il suo passaggio attraverso l'atmosfera terrestre, avviene in gran parte, per i raggi visibili, della loro diffusione, e, per i raggi infrarossi e ultravioletti, per il loro assorbimento. Il vetro opalino, sulle cui proprietà torneremo, presenta un tipico esempio di diffusione interna.

8 Ricerche sperimentali sulla quantità di energia radiante riflessa

Abbiamo già visto che si riconosce la presenza di raggi infrarossi utilizzando la pila termoelettrica, e abbiamo indicato, figura 35, la disposizione dei dispositivi utilizzati a questo scopo. La figura 58 mostra il dispositivo ausiliario che può servire allo studio delle leggi della riflessione dei raggi infrarossi. A destra dello schermo C, che rappresenta anche la figura 25, è collocata una tavoletta mobile G, alla quale è attaccato un righello GP, che può ruotare attorno all'asse verticale della tavoletta, indipendentemente da questa. Su questa tavoletta è posto il corpo riflettente I ; al regolo GP è fissata la pila termoelettrica D, oltre a un doppio schermo E, che protegge la superficie della pila ruotata verso questo schermo dalle radiazioni che potrebbero raggiungerla. Due cerchi graduati permettono di determinare gli angoli che la normale forma con le direzioni dei righelli N e GP, cioè con i raggi che cadono su I e con i raggi riflessi verso la pila. La misura di questi angoli ha pienamente confermato la correttezza della legge fondamentale della riflessione sulle superfici lucide per i raggi infrarossi. Specchi concavi sferici, parabolici, ecc. agiscono sui raggi infrarossi scuri così come sui raggi luminosi visibili.

Quando i raggi infrarossi cadono su una superficie nera non levigata, subiscono una *diffusione*, analoga a quella dei raggi luminosi. Questo può essere dimostrato con l'apparato rappresentato dalla figura 58; se la superficie di I non è lucida, si osserva un'azione sensibile sulla pila

termoelettrica D, qualsiasi sia l'angolo di incidenza dei raggi e la posizione del righello GP rispetto alla normale a I .



La quantità di raggi oscuri, riflessi da una superficie lucida o opaca, non dipende solo dalla natura della superficie (sostanza, stato fisico dello strato superficiale, ecc.), ma anche dalla natura dei raggi infrarossi che cadono su di essa; questi, come abbiamo visto, dipendono a loro volta dalla sorgente di energia radiante e dal mezzo attraversato dalle radiazioni. In altre parole, la riflessione e la diffusione dipendono dalla lunghezza d'onda dei raggi, che cadono sulla superficie considerata. Melloni, De la Provostaye e Desains, e soprattutto Knoblauch, si sono occupati di questa questione. Quest'ultimo ha mostrato che la composizione di un flusso di raggi oscuri cambia a causa della riflessione; ha riscontrato che la stessa lastra, ad esempio una lastra di vetro rosso, lascia passare quantità diseguali dei raggi emessi da una data sorgente (ad esempio da un ugello Argand), a seconda che i raggi la raggiungano direttamente o siano stati precedentemente riflessi su superfici diverse, che ovviamente ne modificano la composizione, e di conseguenza anche il rapporto dei raggi trasmessi dalla lastra con quelli che essa trattiene. Questa modifica dipende anche dalla sorgente radiante, ovvero cioè dalla composizione iniziale della radiazione.

Tutti gli esperimenti fatti dai precedenti scienziati, usando la pila termoelettrica, non poteva che portare alla determinazione del carattere generale dei cambiamenti che si verificano nella riflessione di un flusso di energia radiante. Uno studio dettagliato di questo fenomeno è infatti possibile solo a condizione di determinare la composizione del flusso prima e dopo la riflessione. A tal fine, il flusso deve essere scomposto, in entrambi i casi, nel suo spettro, di cui tutte le parti devono essere studiate il più minuziosamente possibile, ad esempio utilizzando il bolometro. È solo con questo metodo che possiamo sperare di ottenere un'idea esatta dell'azione esercitata da una superficie riflettente sui raggi scuri.

Prima di passare alle ricerche relative a questa questione, ricorderemo ancora una volta che la riflessione multipla di un fascio composto di raggi, su una stessa sostanza, può dare uno o più fasci di raggi quasi omogenei; questo è stato dimostrato dagli esperimenti di Rubens e Nichols. Raggi, che si sono riflessi più volte sul quarzo, hanno solo lunghezze d'onda vicine a $\lambda = 8,50\mu$, $\lambda = 9,02\mu$ e $\lambda = 20,75\mu$. La mica dà, dopo quattro riflessioni, raggi le cui lunghezze d'onda sono $\lambda = 9,20\mu$, $\lambda = 18,40\mu$ e $\lambda = 21,25\mu$. La fluorite, dopo quattro riflessioni, emette solo raggi per cui $\lambda = 23,7\mu$. Cinque riflessioni sul salgemma danno raggi la cui lunghezza d'onda è prossima a $\lambda = 51,2\mu$.

Aschinass (1900) ha mostrato che il marmo dà raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 6,69\mu$, $\lambda = 11,41\mu$ e $\lambda = 29,4\mu$; l'allume dà $\lambda = 9,05\mu$ e $\lambda = da 30 a 40\mu$; Kbr dà raggi per i quali $\lambda = da 60 a 70\mu$; KCl (silvina) dà $\lambda = 61,1\mu$.

La riflessione sui metalli e su alcuni altri corpi è stata studiata soprattutto da Rubens, da solo o in collaborazione, e anche da Nichols, Paschen, Trowbridge, ecc.

I primi lavori di Rubens risalgono all'anno 1889 (riflessione di raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 3,2\mu$ su Ag, Au, Cu, Fe e Ni). Più tardi, Nichols (1897) trovò che Ag riflette quasi il 100% di raggi da $\lambda = 4\mu$ a $\lambda = 9\mu$. Il quarzo riflette molto poco i raggi tra $\lambda = 4,2\mu$ e $\lambda = 7,8\mu$ (per $\lambda = 7,4\mu$, la riflessione è quasi zero); col crescere di λ , la riflessione aumenta fino al 76% per $\lambda = 8,42\mu$; è circa uguale al 50% per $\lambda = 9\mu$.

I raggi $\lambda = 23,7\mu$ sono totalmente riflessi (100%) dai metalli seguenti: Ag, Au, Pt, Cu, Fe, Ni, ottone e metallo degli specchi.

Indichiamo, per abbreviare, con R , la percentuale di raggi riflessi. Trowbridge (1898) determinò R per i seguenti metalli; Au, Cu, Fe, Ni, ottone e metallo degli specchi, tra i limiti $\lambda = 1\mu$ e $\lambda = 15\mu$, per un angolo di incidenza di 10° . Ha trovato che R non varia abbastanza regolarmente in funzione di λ . La maggior parte dei valori R sono maggiori di 90; per $\lambda > 4\mu$, tutte gli R sono > 90 ; per Au, tutti gli R sono $> 94,3$.

Paschen (1901) dà i seguenti valori, per l'argento puro (R) e per il palladio (R_1):

$\lambda =$	0,7786 μ	1,096	1,718	3,842	4,810	6,264	7,737
$R =$	94,43	94,45	97,70	98,18	98,23	98,40	98,69
$R_1 =$	70,80	76,16	85,05	91,80	92,53	93,17	94,03

Rubens e Askinass (1898) hanno studiato la riflessione dei raggi restanti del salgemma ($NaCl$) e della silvina (KCl) e hanno trovato per R i seguenti valori:

Sostanze	$NaCl$, $\lambda = 51,2\mu$	KCl , $\lambda = 61,1\mu$
NaCl	81,5	52,6
KCl	30,7	80,0
Quarzo	17,8	13,0
Vetro di specchio	15,7	11,3
Zolfo	9,5	—

Königsberger ha mostrato che si può determinare R in funzione di λ , quando si conosce la legge dell'irraggiamento.

Le ricerche di Rubens e Hagen (1898-1902), sulla riflessione dei raggi da $\lambda = 0,25\mu$ a $\lambda = 1,5\mu$, sono di grande interesse. Il loro metodo consiste in sostanza nello studiare specchi sferici concavi. Poco sopra il centro dello specchio, posero una piccola striscia di platino (con le sue facce laterali verticali e parallele allo specchio) portata al rosso da una corrente elettrica. Immediatamente al di sotto di questa banda si formò la sua immagine. I raggi emessi da questa banda e dalla sua immagine sono stati confrontati utilizzando uno spettrofotometro dotato della doppia fenditura Vierordt (vedi in seguito). Si è così studiata la riflessione dei raggi visibili (da $\lambda = 0,450\mu$ a $\lambda = 0,700\mu$). Hagen e Rubens hanno utilizzato, per lo studio dei raggi infrarossi e ultravioletti di un elemento termoelettrico lineare, sul quale potevano essere diretti, mediante un piccolo prisma a riflessione totale, mobile attorno ad un asse, i raggi emessi dalla banda di platino o dalla sua immagine. Ne consegue da questa descrizione che l'angolo di incidenza dei raggi studiati era quasi nulla. Hagen e Rubens hanno studiato in questo modo tutta una serie di metalli, oltre a diverse leghe. La tabella seguente riporta alcuni valori di R , per raggi la cui lunghezza l'onda è compresa tra $\lambda = 0,251\mu$ e $\lambda = 1,5\mu$.

λ	Ag	Pt	Ni	Au	Cu
0,251 μ	34,1	33,8	37,8	38,8	25,9
0,288 μ	21,2	38,8	42,7	34,0	24,3
0,305 μ	9,1	39,8	44,2	31,8	25,3
0,316 μ	4,2	—	—	—	—
0,326 μ	14,6	41,4	45,2	28,6	24,9
0,338 μ	55,5	—	46,5	—	—
0,357 μ	74,5	43,4	48,8	27,9	27,3
0,385 μ	81,4	45,4	49,6	27,1	28,6
0,420 μ	86,6	51,8	56,6	29,3	32,7
0,450 μ	90,5	54,7	59,4	33,1	37,0
0,500 μ	91,3	58,4	60,8	47,0	43,7
0,600 μ	92,6	64,2	64,9	84,4	71,8
0,700 μ	94,6	69,0	68,8	92,3	83,4
0,800 μ	96,3	70,3	69,6	94,9	88,6
1,000 μ	96,6	75,5	73,5	97,1	93,6
1,200 μ	—	77,7	76,5	97,6	95,1
1,500 μ	98,4	79,0	81,4	97,3	94,5

I valori relativi ad Ag e Au sono Interessanti; i valori minimi di R sono stampati in grassetto.

Nel 1903 è stato pubblicato un nuovo lavoro di Hagen e Rubens, nel quale questi scienziati confrontano la *riflessione sui metalli dei raggi che hanno a lunghezza d'onda lunga, con la conducibilità elettrica k di questi metalli*. Per $\lambda = 12\mu$, hanno trovato la formula puramente empirica

$$(100 - R) \sqrt{k} = C \quad (4.0.16)$$

dove R è l'intensità riflessa in centesimi dell'intensità incidente e dove C è una grandezza costante per tutti i metalli e le leghe. Ma hanno ulteriormente mostrato che la teoria elettromagnetica della luce dà, per buoni conduttori di elettricità, la formula

$$(100 - R) \sqrt{k} = 200\sqrt{n} \quad (4.0.17)$$

dove k è misurato in unità elettrostatiche e dove n è il *numero di vibrazioni* per i raggi considerati. Questa formula è stata stabilita per la prima volta da Drude (*Physik des Aethers*, p. 574) e poi da Planck e E. Cohn. Se introduciamo la lunghezza d'onda λ , si può mettere in generale la (11) nella forma

$$(100 - R) \sqrt{k} = C_\lambda - \frac{k}{\sqrt{\lambda}} \quad (4.0.18)$$

dove C_λ dipende solo da $m\lambda$ e dove K è una grandezza costante per tutti i buoni conduttori di elettricità e per tutte le λ . Esprimiamo ora λ in $\mu = 10^{-3} mm$, quindi

$$10^4 v = n\lambda \quad (4.0.19)$$

essendo $v = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$ la velocità della luce. Introduciamo inoltre per k le unità elettromagnetiche, k dovendo essere il valore reciproco della resistenza, misurata in ohm, posseduta da un filo lungo 1 m e di sezione 1 cm^2 . Si ha, in questo caso,

$$K = 2\sqrt{\frac{10^3}{v}} = 36,50 \quad (4.0.20)$$

Per $\lambda = 12\mu$, la formula (12) restituisce il valore teorico

$$C_{12} = 10,54$$

Hagen e Rubens hanno trovato nei loro esperimenti, come media delle misure sui vari metalli e leghe, $C_{12} = 11,0$, quindi un ottimo accordo con la teoria. Per $\lambda = 4\mu X$ e $\lambda = 8\mu X$, gli esperimenti hanno dato $C_4 = 19,4$ e $C_8 = 13,0$, mentre la (12) e la (13) forniscono i valori teorici $C_4 = 18,25$ e $C_8 = 12,9$. Maggiore è λ , minore è la differenza tra i valori di C_λ trovati per i vari metalli e leghe. Hagen e Rubens di conseguenza intrapresero una nuova serie di esperimenti, con i raggi rimanenti della fluorite, per la quale si ha $\lambda = 25,5$. Qui si è manifestato un accordo ancora più completo con la teoria. Per i metalli puri, C risulta essere uguale a 7,33; per leghe $C = 7,41$, mentre la teoria dà $C_{25,5} = 7,23$.

In seguito Hagen e Rubens (1904), hanno ancora studiato altre 16 leghe e trovato, per gli stessi raggi, come valore medio, $C_{25,5} = 7,29$, in accordo sempre più perfetto con il valore teorico.

La grandezza $100 - R$ è uguale all'energia *assorbita*, espressa in centesimi dell'energia incidente. Secondo la legge di Kirchhoff, $100 - R$ è quindi una misura del *potere emissivo*. Il potere emissivo dei metalli per lunghezze d'onda grandi è inversamente proporzionale alla radice quadrata della loro conducibilità elettrica. Hagen e Rubens hanno verificato l'esattezza di questa proposizione, determinando il potere emissivo del platino, per raggi $\lambda = 25,5\mu$, a *diverse temperature*. Poiché la conducibilità elettrica k varia fortemente con la temperatura, deve esserci una relazione tra questa e il potere emissivo. Confrontando l'emissione e con quella del corpo nero ($R = 0$), Hagen e Rubens hanno potuto evidenziare l'accordo dei risultati dell'esperienza con la formula (12), a diverse temperature, non solo per il valore relativo, ma anche per il valore *assoluto* dell'emissione e , come si vede dalla tabella seguente:

t	k	e calcolata	e osservata
170°	4,31	3,49	3,36
220	3,84	3,68	3,68
300	3,22	4,04	4,29
600	1,79	5,40	5,65
900	1,11	6,86	6,93
1200	0,751	8,34	8,32
1500	0,540	9,84	9,78

La formula (12) può quindi essere utilizzata per effettuare le determinazioni di resistenza *assoluta* mediante misure di irraggiamento.

L. Mach (1899) preparò una serie di nuove notevoli leghe di Al e Mg; ne ha fatte 17, partendo da $2Al + 1Mg$ e salendo fino a $1Al + 13Mg$. I metalli sono stati fusi insieme in assenza d'aria e raffreddati ad una pressione da 100 a 200 atmosfere. Le leghe ottenute si distinguevano per la loro bassa densità e la loro inalterabilità all'aria, nonché per la loro capacità di riflettere i raggi ultravioletti in maggiore quantità rispetto a qualsiasi altra sostanza nota. La riflessione dei raggi ultravioletti dai metalli e da alcuni altri corpi è stata pure studiata da Nutting (1901).

Incontreremo nuovamente, nel Capitolo sulla polarizzazione, le formule di Fresnel, che consentono di calcolare la quantità R per i corpi non metallici, soddisfacendo alla condizione di quella che viene chiamata dispersione normale.

K. Angström ha studiato, utilizzando il bolometro, la diffusione, nella riflessione su superfici non levigate.

9. Riflessione dei raggi elettrici

Per studiare le leggi della riflessione dei raggi elettrici, Hertz ha posizionato un eccitatore lungo l'asse focale di uno specchio parabolico di zinco; figura 40 rappresentava già uno specchio di questo tipo; nella figura 59, questo specchio è rappresentato con il suo eccitatore, che consiste

di due cilindri di ottone a e b , lunghi 13 cm ciascuno e con un diametro di 3 cm . Le estremità di fronte ai cilindri sono arrotondate a forma di semisfere; i cilindri sono fissati allo specchio parabolico e collegati a una bobina di Ruhmkorff mediante due fili isolati c e d , che attraversano il foglio di zinco, curvato lungo ABCDET. La lunghezza $BE = 2\text{ m}$, l'apertura dello specchio $= 1,2\text{ mm}$. Quando la bobina entra in azione, si generano scintille tra a e b ; si producono scariche oscillanti tra i cilindri, che si caricano di elettricità di segno contrario nell'istante che precede ciascuna scarica della bobina. Si origina uno scuotimento o una vibrazione dell'etere, lungo l'asse focale MN, essendo il numero N di tali vibrazioni (andata e ritorno) al secondo approssimativamente uguale a $0,46 \cdot 10^9$, molto grande di per sé, ma molto piccolo rispetto al numero di vibrazioni corrispondente ai raggi luminosi.

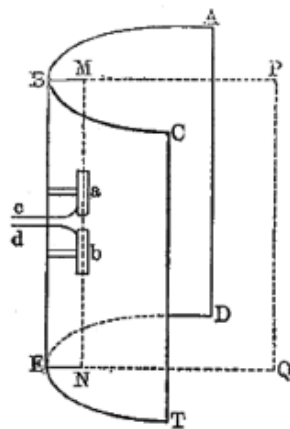


Fig. 59

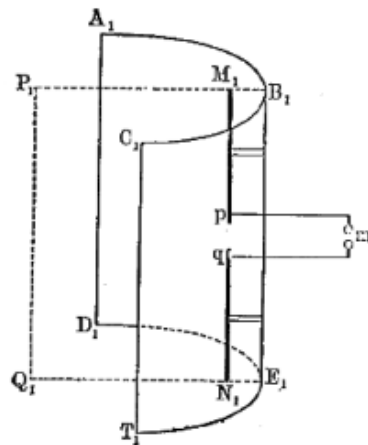
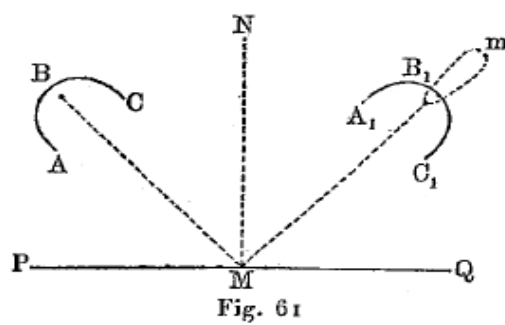


Fig. 60

A partire da ab si propaga dell'energia radiante, la cui lunghezza d'onda è $\lambda = v/N = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm} / 0,40 \cdot 10^9 = 66 \text{ cm}$. Questa energia radiante viene riflessa dallo specchio ABCDET, e si propaga parallelamente al piano BPQE, che è il luogo degli assi di tutte le parabole orizzontali. Le vibrazioni si svolgono, in queste radiazioni, parallelamente a PQ, vale a dire, nel caso in questione, verticalmente. Il dispositivo che riceve i raggi elettrici, il risuonatore, è rappresentato in figura 60. Vi è pure uno specchio parabolico $A_1B_1C_1D_1E_1T_1$, lungo l'asse focale dal quale sono posti due fili rettilinei di rame M_1p e N_1q . Le estremità p e q sono unite da fili con due piccole sfere m , molto vicine tra loro (micrometro a scintilla). Quando un flusso di energia elettrica radiante, parallelo al piano $B_1P_1Q_1E_1$, raggiunge la superficie dello specchio, converge, dopo riflessione, lungo la linea focale M_1N_1 , e produce, nei fili M_1p e qN_1 , vibrazioni elettriche, che si manifestano con la comparsa di piccole scintille in m . Se si mettono i due specchi, in posizione verticale e a grande distanza l'uno dall'altro, in modo tale che i piani PBEQ e $P_1B_1E_1Q_1$ coincidano, appare una scintilla in m , non appena l'eccitatore entra in azione, ma basta ruotare un poco il primo specchio, perché immediatamente le scintille scompaiano in m . Così avviene anche, se si fa ruotare il secondo specchio di un piccolo angolo attorno a B_1E_1 , o meglio di 90° attorno a un asse orizzontale in modo da rendere M_1N_1 orizzontale. Ciò mostra che le onde elettriche si riflettono, e tutte le leggi della riflessione possono così essere verificate per mezzo di questi due specchi ABC e $A_1B_1C_1$, che sono rappresentati nel piano della figura 61, e mediante uno specchio metallico piano PQ. Se si ha $BMN = NMB_1$, si produce una scintilla in m . Ma, non appena si distrugge l'uguaglianza di questi angoli, spostando uno degli specchi, le scintille scompaiono in m . Esperienze recenti, ancora più precise, hanno giustificato pienamente l'applicazione delle leggi della riflessione alle onde elettriche.



5 Rifrazione dell'energia radiante

1. Legge della rifrazione dei raggi

Abbiamo considerato, nello studio del moto vibratorio armonico, il fenomeno della rifrazione dei raggi, e abbiamo stabilito, basandoci sul principio di Huygens, che il rapporto n del seno dell'angolo di incidenza φ e il seno dell'angolo di rifrazione ψ è una costante. Questo rapporto è uguale al rapporto tra le velocità di propagazione delle onde nel primo mezzo (velocità v_1) e nel secondo mezzo (velocità v_2). Si chiama *indice di rifrazione*, e si ha:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = n \quad (5.0.1)$$

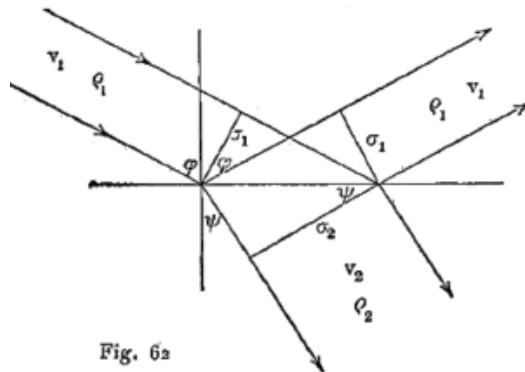
Questa legge si applica immediatamente all'energia radiante. Se il primo mezzo è il vuoto, n è detto indice di rifrazione *assoluto* del secondo mezzo. Se entrambi i mezzi contengono materia, n è l'indice di rifrazione del secondo mezzo, rispetto al primo; quest'ultimo indice è uguale al rapporto tra l'indice di rifrazione assoluto N_2 del secondo mezzo e l'indice assoluto di rifrazione N_1 del primo; essendo V è la velocità dei raggi nell'etere libero, si ha infatti $N_1 = V/v_1$ e $N_2 = V/v_2$, e di conseguenza

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (5.0.2)$$

Poiché l'indice di rifrazione dell'aria differisce molto poco dall'unità, si prende ordinariamente come indice di rifrazione quello che corrisponde al passaggio delle onde dall'aria nel mezzo dato. L'indice di rifrazione assoluto N si ottiene moltiplicando il rapporto n così determinato per l'indice di rifrazione assoluto dell'aria N_0 :

$$N = nN_0 \quad (5.0.3)$$

A 0° e a una pressione di 760 mm , N_0 è circa uguale a $1,000293$, per i raggi luminosi.



Se si indica con J la quantità totale di energia che, attraverso il primo mezzo, arriva, nell'unità di tempo, alla superficie di separazione dei due mezzi, con J_r la quantità di energia riflessa da questa superficie di separazione nel primo mezzo, infine da J_d la quantità di energia che entra nel secondo mezzo, otteniamo, secondo il principio di conservazione energia, la seguente relazione:

$$J = J_r + J_d \quad (5.0.4)$$

supponendo che sulla superficie di separazione stessa non si produca alcuna perdita di energia radiante, cioè nessuna trasformazione di questa energia in altra forma. Innanzitutto, le grandezze J, J_r, J_d sono proporzionali ai quadrati delle ampiezze a, a_r, a_d nei flussi incidente, riflesso e rifratto. Queste grandezze sono inoltre proporzionali alle densità ρ_1 e ρ_2 dell'etere nei due mezzi, dove i flussi si propagano, cioè proporzionali alle grandezze da cui dipende il deposito di energia cinetica dell'etere, astraendo dalle velocità dei suoi elementi. In terzo luogo, J, J_r, J_d sono proporzionali alle velocità di propagazione v_1 e v_2 dei flussi nei due mezzi, e infine sono proporzionali alle sezioni σ_1 e σ_2 dei tre flussi, si veda la fig. 62. Si ha quindi

$$\frac{J}{\rho_1 v_1 \sigma_1 a^2} = \frac{J_r}{\rho_1 v_1 \sigma_1 a_r^2} = \frac{J_d}{\rho_2 v_2 \sigma_2 a_d^2}$$

Ma si ha

$$\frac{v_2}{1_2} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} \quad \frac{v_2}{1_2} = \frac{\cos \psi}{\cos \varphi}$$

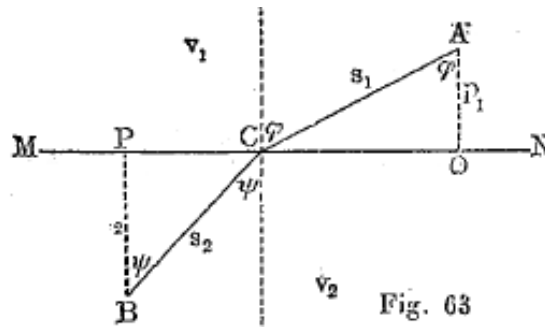
di modo che

$$\frac{v_2 \sigma_2}{v_1 \sigma_1} = \frac{\sin 2\psi}{\sin 2\varphi}$$

Se ne deduce, sostituendo $v_2 \sigma_2$ e $v_1 \sigma_1$ con le grandezze proporzionali $\sin 2\psi$ e $\sin 2\varphi$

$$\frac{J}{\rho_1 a^2 \sin 2\varphi} = \frac{J_r}{\rho_1 a_r^2 \sin 2\varphi} = \frac{J_d}{\rho_2 a_d^2 \sin 2\psi} \quad (5.0.5)$$

Torneremo su queste formule nel Capitolo relativo alla polarizzazione della luce.



Si dimostra facilmente che il tempo t impiegato da un raggio a giungere da un punto dato A (fig. 63) del primo mezzo a un punto dato B del secondo, è un minimo. Siano infatti $AC = s_1$, $CB = s_2$; abbiamo allora

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{p_1}{v_1 \cos \varphi} + \frac{p_2}{v_2 \cos \psi} = 0 \quad (5.0.6)$$

Si ha d'altra parte

$$QP = QC + CP = p_1 \tan \varphi + p_2 \tan \psi$$

Siccome PQ è una grandezza data, abbiamo

$$p_1 \tan \varphi + p_2 \tan \psi = \text{cost}$$

ne risulta

$$\frac{p_1 d\varphi}{\cos^2 \varphi} + \frac{p_2 d\psi}{\cos^2 \psi} = 0 \quad (5.0.7)$$

Spostando i secondi termini delle (5) e (6) al secondo membro e dividendo, si ottiene la relazione

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2}$$

cioè la legge della rifrazione. Il moto vibratorio arriva così da A a B, seguendo un percorso che richiede il minor tempo possibile. In forma generale, e secondo il teorema generalizzato di Fermat, tale durata può essere *massima* o *minima*, a seconda della forma della superficie che separa i due mezzi. Per il piano, è un minimo.

Nel passaggio di un raggio da un mezzo a un altro avente un indice di rifrazione minore, il raggio devia dalla normale e, se si indica ancora con φ l'angolo di incidenza, con ψ l'angolo di rifrazione,

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{1}{n} \quad (5.0.8)$$

dove, come prima, $n > 1$. Si può, inoltre, in questo caso, porre ancora $\sin \varphi / \sin \psi = n'$ e allora $n' < 1$ denota l'indice di rifrazione relativo, corrispondente al passaggio, dal mezzo *otticamente più denso*, nel mezzo *otticamente meno denso*. Mantenendo la notazione (7), si ha, $\sin \psi = n \sin \varphi$.

Il valore particolare Φ dell'angolo φ , per cui

$$\sin \Phi = \frac{1}{n} \quad (5.0.9)$$

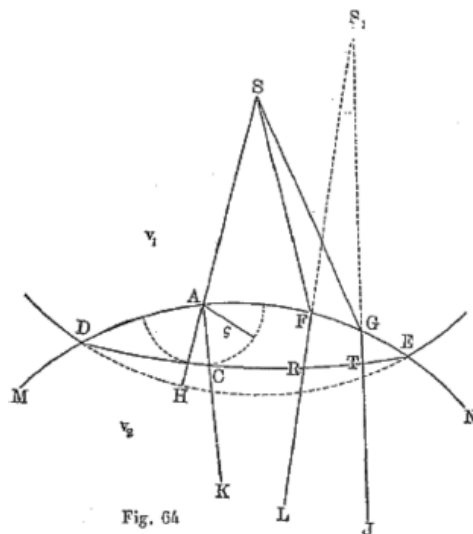
è detto *valore limite dell'angolo di incidenza* (o angolo di rifrazione, se il raggio passa dal mezzo meno rifrangente al mezzo più rifrangente); si ha, per questo valore, $\psi = 90^\circ$. Per $\varphi > \Phi$, l'angolo ψ cessa di esistere; non vi è più raggio rifratto, e si verifica il fenomeno, ben noto in Fisica elementare, della *riflessione totale*, (interiore). Per il vetro e l'aria (dove n è compreso tra 1,5 e 1,9), si ha

$$\Phi < 45^\circ \quad (5.0.10)$$

La deviazione δ del raggio, rispetto alla sua direzione originaria, è pari a $\delta = \varphi - \psi$; si ha quindi $\cos \delta = \cos \varphi + \sin \varphi \sin \psi$; la deviazione massima D corrisponde al caso in cui $\psi = 90^\circ$, e dove ψ è uguale al valore limite; si ha allora $\cos \varphi = 0$, $\sin \varphi = 1$ e $\sin \psi = 1/n$, di modo che

$$\cos D = \frac{1}{n} \quad (5.0.11)$$

Abbiamo supposto, nella costruzione della superficie d'onda rifratta e del raggio rifratto, che la superficie di separazione dei mezzi fosse un piano e che anche la superficie d'onda incidente fosse piana, ovvero che i raggi incidenti fossero tra loro paralleli.



Ritorniamo al caso più generale. Supponiamo che le vibrazioni partano da un punto S (fig. 64), che si trova a distanza finita dalla superficie di separazione MAN dei due mezzi. Costruiamo

l'onda rifratta per l'istante in cui l'onda sferica incidente, il cui centro è in S , si troverebbe nella posizione DHE (tratteggiata), se il secondo mezzo non esistesse. per questo, dobbiamo costruire, nel secondo mezzo, in base al principio di Huygens, attorno o ogni punto A della superficie MAN come centro, un'onda elementare, il cui raggio ρ deve stare al segmento AH di SH, compreso tra il punto A e la sfera DHE, come v_2 nel secondo mezzo sta alla velocità v_1 nel primo; si ha quindi

$$\frac{\rho}{AH} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{n} \quad \rho = \frac{AH}{n}$$

L'involuppo DCE di tutte queste onde elementari rappresenta la superficie d'onda rifratta, e la retta AK, che unisce il punto A al punto di contatto C, rappresenta il raggio rifratto corrispondente al raggio incidente SA. La superficie d'onda rifratta non è, in generale, una superficie sferica, e, di conseguenza, i raggi rifratti (prolungati in entrambi i versi) non sono omocentrici; il punto S non ha immagine (o fuoco) determinato.

Una superficie rifrangente, che dà, dopo rifrazione, un fascio di raggi omocentrici, è una superficie *aplanetica*. Si ottiene una tale superficie con la rivoluzione dell'ovale di Descartes, per esempio: una superficie di secondo grado può pure essere ugualmente aplanetica per certe posizioni particolari del punto luminoso.

Se si considera una porzione molto piccola RT della superficie d'onda rifratta come un elemento di superficie sferica si può costruire l'immagine (o il coniugato) S_1 del punto luminoso S, la quale corrisponde a un fascio di raggi GSF, formante un angolo solido molto piccolo con vertice in S. Un altro raggio simile fornisce un'altra immagine. Ne consegue che l'occhio dell'osservatore, che si trova nel secondo mezzo, vede diverse immagini S_1 del punto luminoso S, a seconda della posizione che occupa. Il luogo geometrico dei punti S_1 è chiamato *superficie caustica per rifrazione*. Tutto ciò che è stato detto, nei § 5 e 6 del Capitolo precedente, sulle superfici d'onda non sferiche, si applica anche alle superfici d'onda ottenute per rifrazione. Il luogo geometrico dei punti S_1 rappresenta la caustica, che noi abbiamo incontrato nel § 6.

2. Rifrazione nel caso in cui la superficie di separazione dei mezzi sia un piano

Tutto quanto è stato detto nel paragrafo precedente si riferisce al caso in cui due mezzi sono separati da un piano. La figura 65 rappresenta due casi: quello in cui il punto S si trova nel mezzo meno rifrangente e quello in cui si trova nel mezzo più rifrangente. Quando il secondo mezzo è posto al di sotto del primo (acqua e aria), l'osservatore vede il punto S sollevato verso l'alto.

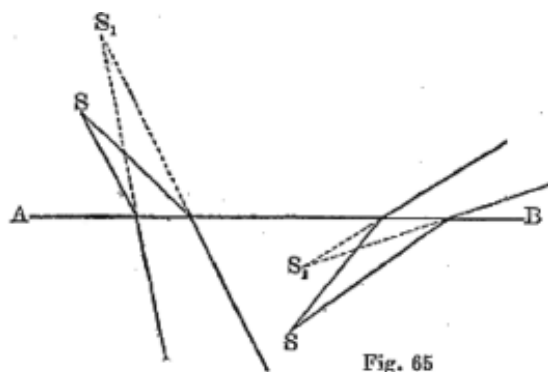


Fig. 65

Determiniamo la dimensione dello spostamento apparente, per il caso in cui l'occhio si trova sulla normale AN al piano PQ (fig. 66) che passa per il punto S.

L'angolo di incidenza è $\varphi = DBS = BSA$; l'angolo di rifrazione è $\psi = FBS = BS_1A$, e si ha $\sin \psi = n \sin \varphi$. Risulta dalla figura che

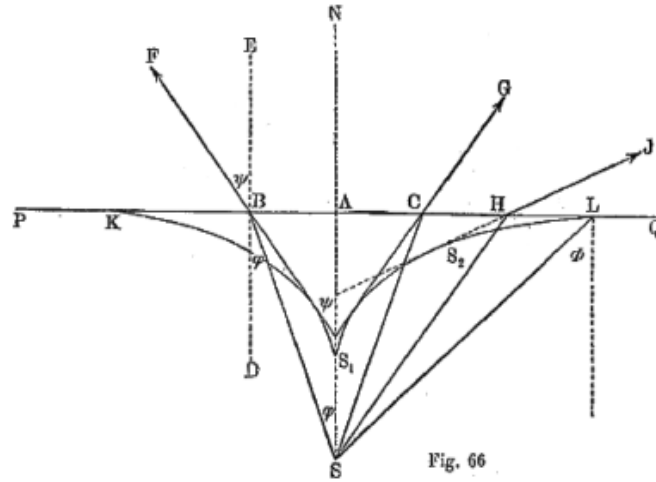
$$AB = AS_1 \tan \psi \quad AB = AS \tan \varphi$$

Si ha quindi

$$AS_1 = AS \frac{\tan \varphi}{\tan \psi} = AS \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \cdot \frac{\cos \psi}{\cos \varphi} = \frac{AS \cos \psi}{n \cos \varphi}$$

Per valori infinitamente piccolo di φ e ψ , si ottiene

$$AS_1 = \frac{1}{n} AS \quad (5.0.12)$$



Un altro fascio di raggi infinitamente vicino a SH fornisce un'immagine in un altro punto S_2 . La caustica è, nel caso considerato, una superficie ottenuta ruotando, attorno alla normale SAN, la curva KS_1L , che altro non è che l'evolvente di un'ellisse. I punti estremi K e L corrispondono all'angolo limite Φ della riflessione totale, in modo che il raggio rifratto LQ corrisponda al raggio incidente SL. I raggi che penetrano nel secondo mezzo sembrano provenire dai diversi punti della caustica, e l'immagine di S si vede in un punto della caustica che varia con la posizione dell'occhio. Poiché la pupilla è abbastanza piccola, solo un raggio di luce molto stretto raggiunge l'occhio, il che spiega perché vediamo oggetti sott'acqua in modo abbastanza chiaro e distinto, ad esempio.

Se abbiamo una *successione di mezzi*, separati da piani paralleli, e se l'ultimo mezzo è identico al primo, un raggio al suo ingresso nell'ultimo mezzo, è parallelo alla sua direzione primitiva, come si dimostra facilmente. Sia φ_1 l'angolo di incidenza nel primo mezzo, φ_2 l'angolo di rifrazione e nello stesso tempo l'angolo di incidenza nel secondo mezzo, φ_3 l'angolo di rifrazione e nello stesso tempo l'angolo di incidenza nel terzo mezzo, ecc., infine φ_n l'angolo di rifrazione nell'ultimo mezzo. Se si denota inoltre con v_i la velocità di propagazione dei raggi nell'i-esimo mezzo, si deve dimostrare di avere $\varphi_n = \varphi_1$, per $v_n = v_1$. Ora

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_3} = \frac{v_2}{v_3}, \dots \quad \frac{\sin \varphi_{n-1}}{\sin \varphi_n} = \frac{v_{n-1}}{v_n}$$

Moltiplicando queste uguaglianze, si ottiene

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_n} = \frac{v_1}{v_n}$$

Se ne deduce

$$\varphi_n = \varphi_1 \quad \text{per} \quad v_n = v_1$$

Si vede anche che la deviazione $\varphi_1 - \varphi_n$ del raggio dipende solo dalle proprietà del primo e dell'ultimo mezzo, e non dai mezzi intermedi.

Una lamina a facce piane parallele non cambia la direzione di un raggio, ma produce uno spostamento laterale Δ di quest'ultimo, dato dalla formula

$$\Delta = \delta \sin \varphi \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \varphi}{n^2 - \sin^2 \varphi}} \right)$$

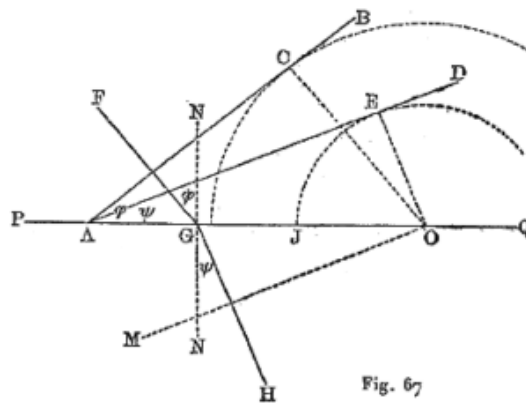
indicando δ lo spessore della lamina. Tale lastra produce inoltre un apparente riavvicinamento Δ' del punto luminoso, che, quando si guarda il punto in una direzione normale alle facce della lamina, ha il valore

$$\Delta' = \frac{n-1}{n} \delta \quad (5.0.13)$$

Lasciamo al lettore stabilire queste ultime due formule.

Allo spostamento laterale corrisponde anche un certo *spostamento angolare*, che è tanto più piccolo quanto più lontano dall'osservatore è il punto considerato. Per punti molto distanti lo spostamento angolare è nullo. Una lamina con facce piane parallele si distingue per questo da un prisma, che, come vedremo presto, dà sempre uno spostamento angolare.

Indichiamo una semplice costruzione geometrica del raggio rifratto, per il caso in cui la superficie che separa i due mezzi sia un piano PQ (fig. 67). Sia AB l'onda piana incidente, FG un raggio incidente. Da un punto O arbitrario situato su PQ, come centro, descriviamo un semicerchio tangente in C a destra di AB; poi, dallo stesso punto O come centro, descriviamo un altro semicerchio di raggio $OJ = OC/n$.



La tangente AD al secondo cerchio dà la direzione dell'onda rifratta, e la linea $GH \perp AD$ rappresenta il raggio rifratto. Se prendiamo OM parallelo ad AD, otteniamo l'onda rifratta nel secondo mezzo. Unendo O al punto di contatto E, si ha

$$BAQ = FGN = \varphi \quad \text{e} \quad DAQ = HGN = \psi$$

si ha inoltre

$$AO \sin \varphi = OC \quad AO \sin \psi = OE$$

e di conseguenza

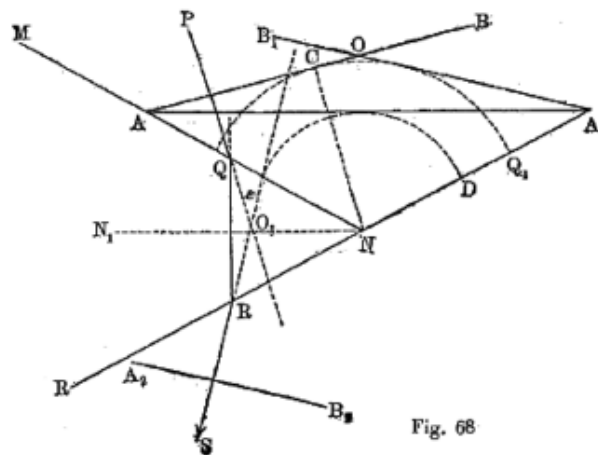
$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{OC}{OE} = \frac{OC}{OJ} = n$$

I punti A e O possono essere posti da una stessa parte del punto G.

3. Il prisma.

Si chiama *prisma* un mezzo rifrangente delimitato da due piani che formano tra loro un certo angolo; l'angolo del diedro formato dalle due facce piane del prisma è chiamato *angolo di rifrazione*, o semplicemente l'*angolo* del prisma. Si suppone che il raggio entri nel prisma attraverso una di queste facce ed esca attraverso l'altra. Le altre parti della superficie del prisma non hanno alcun ruolo.

Ci limiteremo al caso in cui il raggio incidente è in un piano perpendicolare allo spigolo del prisma, cioè allo spigolo del suo angolo di rifrazione. È questo piano che abbiamo preso come piano della figura 68. Sia MNR l'angolo del prisma, di cui indicheremo con n l'indice di rifrazione, rispetto al mezzo che lo circonda, supponendo $n > 1$. Sia AB la sezione dell'onda piana incidente con il piano della figura. Abbassiamo da N la normale NC su AB , e descriviamo due archi di cerchio aventi rispettivamente come raggi NC e $ND = NC/n$. Tracciamo da A la tangente AA_1 al secondo cerchio; NN_1 parallela a AA_1 ci dà allora la direzione dell'onda piana, dopo la prima rifrazione all'interno del prisma; se $PQ \perp AB$ è il raggio incidente, $QR \perp AA_1$ o $\perp NN_1$ è il raggio rifratto all'interno del prisma. Sia ora A_1 il punto che, sulla parte prolungata RN , svolga qui lo stesso ruolo del punto A nella figura 67; essa ci dà la direzione dell'onda piana A_2B_2 dopo la sua uscita dal prisma; la retta RS perpendicolare a A_1B_1 rappresenta il raggio rifratto.



Se si prolungano PQ e SR , si ottiene l'angolo ϵ di deviazione del raggio da parte del prisma: si ha evidentemente

$$\epsilon = A_1OB$$

Affinché il raggio dato possa uscire dal prisma, è necessario che la condizione geometrica $NA_1 > NQ_1$ sia soddisfatta; in caso contrario, il raggio è riflesso totalmente sulla faccia NR .

Stabiliremo ora le formule fondamentali del prisma, considerando i raggi invece delle superfici d'onda. Sia $SBCD$ (fig. 69) un raggio attraversante il prisma, NO e N_1O le normali in B e C ai lati del prisma, $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1, \alpha, \alpha_1, \epsilon$ gli angoli della figura indicata da queste lettere; ϵ è la deviazione del prisma, A il suo angolo di rifrazione. Siccome

$$ABO = ACO = 90^\circ$$

si ha

$$A + O = 180^\circ$$

d'altra parte

$$\psi + \psi_1 + O = 180^\circ$$

e se ne deduce

$$\psi + \psi_1 = A \quad (5.0.14)$$

Si ha inoltre

$$\epsilon = \alpha + \alpha_1 = (\varphi - \psi) + (\varphi_1 - \psi_1) = \varphi + \varphi_1 - (\psi + \psi_1)$$

o

$$\epsilon = \varphi + \varphi_1 - A \quad (5.0.15)$$

Gli angoli $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1$ sono quindi legati dalle seguenti relazioni

$$\begin{cases} \sin \varphi_1 &= n \sin \psi_1 \\ \psi_1 &= A - \psi \\ \sin \psi &= \frac{1}{n} \sin \varphi \end{cases} \quad (5.0.16)$$

Se ne deduce

$$\sin \varphi_1 = n \sin \psi_1 = n \sin (A - \psi) = n \sin A \cos \psi - n \cos A \sin \psi$$

l'ultima delle uguaglianze (14) dà allora

$$\sin \varphi_1 = \sin A \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \cos A \sin \varphi \quad (5.0.17)$$

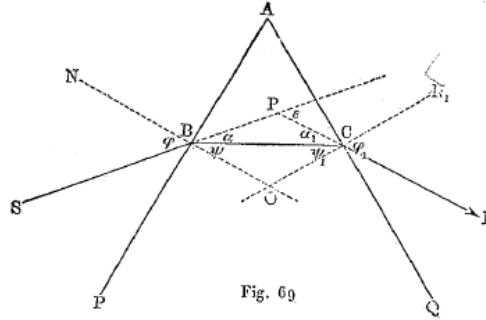


Fig. 69

Questa formula dà l'angolo di uscita φ_1 del raggio, quando si conosce la sostanza del prisma (n), il suo angolo al vertice A e l'angolo di incidenza φ ; (13) fornisce inoltre l'ampiezza della deviazione ϵ del raggio, in funzione della variabile φ .

La *deviazione minima* si ha per $d\epsilon/d\varphi = 0$; dalla formula (13) si ha

$$\frac{d\epsilon}{d\varphi} = 1 + \frac{d\varphi_1}{d\varphi}$$

la condizione di minimo è quindi

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = -1 \quad (5.0.18)$$

Le uguaglianze 814) danno

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 d\varphi_1 &= n \cos \psi_1 d\psi_1 \\ d\psi_1 &= -d\psi \\ \cos \psi d\psi &= \frac{1}{n} \cos \varphi d\varphi \end{aligned}$$

Se si moltiplicano queste tre uguaglianze tra loro, e si divide per $d\psi d\psi_1$, si ha

$$\cos \varphi_1 \cos \psi d\varphi_1 = -\cos \varphi \cos \psi_1 d\varphi$$

da cui

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = -\frac{\cos \varphi \cos \psi_1}{\cos \varphi_1 \cos \psi}$$

La condizione (15) diviene ora

$$\frac{\cos \varphi \cos \psi_1}{\cos \varphi_1 \cos \psi} = 1 \quad o \quad \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_1} = \frac{\cos \psi}{\cos \psi_1}$$

Elevando al quadrato, sostituendo tutti i coseni per mezzo dei seni, e $\sin \psi, \sin \psi_1$ rispettivamente con $\sin \varphi/n, \sin \varphi_1/n$, si veda (14), si ottiene la relazione

$$\frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi_1} = \frac{n^2 - 1 - \sin^2 \varphi}{n^2 - 1 - \sin^2 \varphi_1}$$

che porta evidentemente

$$\varphi = \varphi_1 \quad (5.0.19)$$

e di conseguenza $\psi = \psi_1$. Quest'ultima uguaglianza è anche la condizione per la deviazione minima. Le formule (12) e (13) danno, indicando con ε_0 la deviazione minima

$$\begin{cases} A = 2\psi \\ \varepsilon_0 = 2\varphi - A \end{cases} \quad (5.0.20)$$

N. A. Héséhou ha fornito il seguente metodo più basilare per stabilire la condizione (16). Supponiamo prima che, per $\varphi = \varphi_1$, l'ampiezza della deviazione ε raggiunga un valore massimo o minimo, cioè, in questo caso, $d\varepsilon/d\varphi = 0$. Le formule (14) mostrano che φ e φ_1 variano in senso contrario, perché se φ aumenta, anche ψ aumenta, di conseguenza ψ_1 diminuisce così come φ_1 . La formula (13) indica che si ottiene comunque la stessa deviazione, per due diversi valori di φ , perché φ e φ_1 entrano allo stesso modo nell'espressione di ε , di modo che, se prendiamo, al posto dell'angolo φ , l'angolo φ_1 , come angolo di incidenza, otteniamo l'angolo φ per l'angolo di uscita e la deviazione ε rimane la stessa. Ciò significa, in altre parole, che si può scambiare il raggio incidente con il raggio rifratto, senza modificare la deviazione. Si ottiene quindi lo stesso ε per due valori di φ che, ad esempio si avvicinano l'uno all'altro. Ne consegue immediatamente che, per il loro valore di incontro $\varphi = \varphi_1$, ε deve essere un massimo o un minimo. Sia $\varphi_0 = \varphi = \varphi_1$, il valore comune degli angoli esterni, e $\psi_0 = \psi = \psi_1$ il valore comune degli angoli interni nel caso considerato; indichiamo con $\varepsilon_0 = 2\varphi_0 - A$ (si veda la (17)) il corrispondente valore della deviazione. Dobbiamo stabilire che, per $\varphi = \varphi_0 \pm \alpha$, la deviazione ε è $> \varepsilon_0$; ora, sappiamo che un aumento o una diminuzione di φ_0 producono lo stesso effetto su ε_0 , per quanto riguarda il segno; basta quindi porre $\varphi = \varphi_0 + \alpha$. A questo nuovo angolo di incidenza corrispondono gli angoli $\psi = \psi_0 + \alpha'$, $\psi_1 = \psi_0 - \alpha'$, si veda la (14), $\varphi_1 = \varphi_0 - \beta$ e le formule (14) mostrano che si deve avere $\alpha > \alpha'$ e $\beta > \alpha'$. La nuova deviazione è

$$\varepsilon = \varphi + \varphi_1 - A = \varphi_0 + \alpha + \varphi_0 - \beta - A = \varepsilon_0 + \alpha - \beta$$

Ci basta ora solo dimostrare che si ha $\alpha > \beta$. Abbiamo dalla (14)

$$\sin(\varphi_0 + \alpha) = n \sin(\psi_0 + \alpha')$$

e

$$\sin(\varphi_0 - \beta) = n \sin(\psi_0 - \alpha')$$

Se si sommano, viene

$$\sin \varphi_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + \cos \varphi_0 (\sin \alpha - \sin \beta) = 2n \sin \psi_0 \cos \alpha' = 2 \sin \varphi_0 \cos \alpha'$$

poiché $n \sin \psi_0 = \sin \varphi_0$. Dividendo per $\cos \varphi_0$, e spostando il primo termine dal primo membro al secondo, si ha

$$\sin \alpha - \sin \beta = \tan \varphi_0 (\cos \alpha' + \cos \alpha') - \tan \varphi_0 (\cos \alpha + \cos \beta)$$

Ma abbiamo visto che $\alpha' < \alpha$ e $\alpha' < \beta$; di conseguenza, $\cos \alpha' + \cos \alpha' > \cos \alpha + \cos \beta$; se ne deduce $\sin \alpha > \sin \beta$ e $\alpha > \beta$. Ciò dimostra che ε_0 è un minimo.

Segnaliamo ancora l'interessante dimostrazione di N. Pilschikoff.

Le formule (17) danno $\psi = A/2$, $\varphi = 1/2(\varepsilon_0 + A)$; se ne deduce, per l'indice di rifrazione n della sostanza del prisma,

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + A)}{\sin \frac{1}{2}A} \quad (5.0.21)$$

Cerchiamo *in quali condizioni un raggio può attraversare il prisma*, cioè non subisce la riflessione totale; quest'ultima avverrà, se si ha

$$\psi_1 = \Phi$$

indicando Φ l'angolo limite della riflessione totale, per il quale si ha, dalla (18), $\sin \Phi = 1/n$. Siccome ψ_1 cresce al diminuire di φ , è chiaro che il prisma cessa in generale di lasciar passare i raggi, quando l'angolo ψ_1 diviene uguale a Φ , per $\varphi = 90^\circ$. L'equazione di condizione $\psi = \psi_1 = \Phi$ dà, si veda la (12),

$$A = 2\Phi \quad (5.0.22)$$

quindi, per $A > 2\Phi$, nessun raggio può attraversare il prisma. Qual è ora la condizione di emergenza di tutti i raggi per i quali φ è positivo, cioè che sono posti da una stessa parte della normale BN (fig. 69) di fronte a PA del prisma? Se si ha $\psi_1 = \Phi$, per $\varphi = 0$, risulta dalla (12) che

$$A = \Phi \quad (5.0.23)$$

poiché si ha evidentemente $\psi = 0$, per $\varphi = 0$, Possiamo enunciare i risultati precedenti nel modo seguente:

Quando l'angolo A del prisma è maggiore di 2Φ (essendo Φ l'angolo limite della riflessione totale e $\sin \Phi = 1/n$), nessun raggio può attraversare il prisma. Se si ha $2\Phi > A > \Phi$, vi sono raggi che attraversano il prisma. Per $A = \Phi$, tutti i raggi posti dallo stesso lato della normale, cioè da $\varphi = 90^\circ$ a $\varphi = 0^\circ$, attraversano il prisma. Quando $A < \Phi$, il prisma può pure trasmettere raggi posti dall'altra parte della normale, per i quali l'angolo di incidenza φ è negativo.

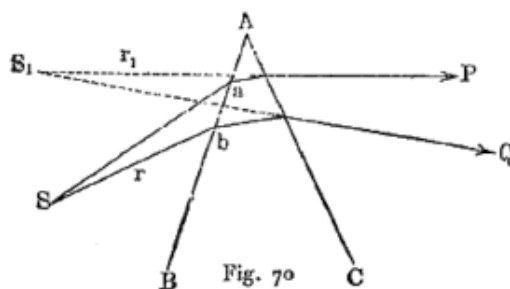
Esiste tuttavia, per ogni valore di A , un angolo di incidenza limite φ' , corrispondente a $\psi_1 = \Phi$, o, analogamente, a $\varphi_1 = 90^\circ$. Raggi, per i quali si ha $\varphi < \varphi'$, non attraversano già più il prisma. Se si pone nella (14,a), $\varphi_1 = 90^\circ$ e $\varphi = \varphi_1$, si trova facilmente $\sin \varphi' = \sin A\sqrt{n^2 - 1} - \cos A$ (l'altra radice dell'equazione è da eliminare, poiché restituisce $\sin \varphi' < -1$). Si può verificare, con l'aiuto di questa formula, che $A = 2\Phi$, per $\varphi_1 = 90^\circ$ e $A = \Phi$, per $\varphi_1 = 0$.

Per il vetro crown, si ha $\Phi = 40^\circ 50'$; per il vetro flint, $\Phi = 35^\circ$ (nel caso di raggi gialli); di conseguenza, ogni prisma di vetro crown, per il quale $A > 81^\circ 40'$, non trasmette più raggi; non è così per tutti i prismi di vetro flint, per i quali $A > 70^\circ$.

Consideriamo ora il caso in cui A è *molto piccolo*, di modo che il prisma ha la forma di un cuneo molto acuto, e dove φ è pure molto piccolo, cioè dove il raggio cade quasi normalmente sulla faccia del prisma. Gli angoli ψ , ψ_1 e φ_1 sono allora evidentemente piccoli, e la (14) dà $\varphi = n\psi$, $\varphi_1 = n\psi_1$; se ne deduce $\varphi + \varphi_1 = n(\psi + \psi_1) = nA$. Portando questo valore nella (13), troviamo

$$\varepsilon = (n - 1) A \quad (5.0.24)$$

Ci rimane da affrontare l'importante questione delle *immagini data da un prisma*. Una superficie d'onda sferica cessa di essere sferica, dopo aver attraversato un prisma, cioè quando i raggi che escono da un dato punto S (fig. 70) non sono omocentrici, dopo la loro uscita dal prisma, quando si prolunga all'indietro.



Se si considera un fascio di raggi molto stretto aSb , il cui asse si trova in una sezione principale, cioè nel piano perpendicolare al vertice A passante per S , questo fascio non dà, in generale, dopo rifrazione, un'immagine definita S_1 . Infatti, i raggi aSb posti nella sezione principale danno, come mostrato in figura, un'immagine S_1 , la cui distanza r_1 , da AB è maggiore della distanza r dal punto S ad AB ; ma i raggi dello stesso fascio, che si trovano in un piano parallelo al vertice A , sono rifratti altrimenti; la loro divergenza all'uscita dal prisma non è la stessa di quella dei raggi P e Q , e di conseguenza danno un'immagine S_2 ad un'altra distanza r_2 da AB . Maggiore è l'angolo formato da un raggio con la sezione principale, più questo raggio viene rifratto. Per questo motivo una retta parallela al bordo A appare curva, se vista attraverso il prisma, essendo la concavità della sua immagine girata verso il bordo.

Uno studio più completo mostra che un punto S ha un'immagine S_1 , che è definito la migliore possibile, *quando un fascio stretto di raggi aSb cade sul prisma con un angolo φ , corrispondente al minimo ε_0 della deviazione*, in modo che l'angolo di uscita $\varphi_1 = \varphi$. Se il fascio attraversa il prisma molto vicino al suo vertice, o se il prisma è molto acuto, l'immagine differisce molto poco, per $\varphi_1 = \varphi_2$, da un punto reale. Quando $\varphi_2 = \varphi$, si ha sempre

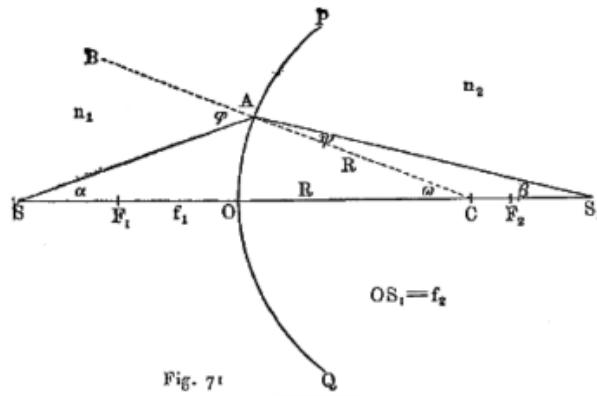
$$r_1 = r \quad (5.0.25)$$

cioè l'immagine S_1 del punto S è alla stessa distanza di quest'ultimo dal prisma; in altre parole, il prisma non cambia il grado di divergenza di uno stretto fascio di raggi. Il fatto che l'uguaglianza (22) non dipenda dall'indice di rifrazione dei raggi ha una notevole importanza e gioca un grande ruolo nella teoria della costruzione degli spettroscopi. Per $r = \infty$, si ha sempre $r_1 = \infty$, cioè un fascio di raggi paralleli rimane a fascio di raggi paralleli, per tutti gli angoli di incidenza, dopo il suo passaggio attraverso un prisma. Il fascio ha la stessa larghezza al suo ingresso e alla sua uscita, quando $\varphi_1 = \varphi$; in tutti gli altri casi, la sua larghezza cambia.

Si troveranno informazioni più dettagliate, sul cammino dei raggi nei prismi, nelle opere di Helmholtz, Block, Straubel, Czapski, Wilsing, Lord Rayleigh, ecc., e, in particolare, nel libro di Hl. Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, I, 1900, p. 253-292.

4. Rifrazione dei raggi attraverso una superficie sferica.

Supponiamo che due mezzi, aventi differenti indici di rifrazione n_1 e n_2 , siano separati da una superficie sferica PQ (fig. 71), il cui raggio R è contato positivamente, quando il centro C è nel secondo mezzo. Prenderemo un certo punto O della superficie PQ per vertice della stessa, e chiameremo la retta, che unisce i punti O e C , l'asse ottico del sistema formato dai due mezzi.



Supponiamo dato, nel primo mezzo (a sinistra) un fascio di raggi che si intersecano nel punto S; questo punto si chiamerà *punto luminoso*, quando è nel primo mezzo; se il fascio, che incontra la superficie PQ, è *convergente*, S si trova nel secondo mezzo e può allora essere chiamato *punto luminoso virtuale*. Per maggiore generalità, diremo sempre che S è la *sorgente* dei raggi; questi possono anche essere evidentemente raggi oscuri.

Limitiamoci al caso in cui il fascio di raggi considerato è disposto attorno all'asse SOC e forma un angolo solido molto piccolo con il vertice S. I raggi di un tale fascio si chiameranno *raggi centrali*.

Supponiamo dapprima che il punto S si trovi sull'asse ottico, o che, quando il vertice O può essere scelto arbitrariamente, questo asse sia tracciato per S. Uno dei raggi SA del fascio forma, con la normale CAB a PQ, l'angolo φ ; dopo rifrazione, forma con questa normale l'angolo ψ e taglia l'asse in un certo punto S_1 (assumiamo $n_2 > n_1$). Gli angoli $\varphi, \psi, \alpha, \beta, \omega$ (vedi figura) sono molto piccoli per ipotesi. Sia $OS = f_1$, $OS_2 = f_1$; conteremo la prima di queste grandezze positivamente nel primo mezzo, a partire da O; la seconda, positivamente nel secondo mezzo; se la sorgente S è virtuale, f_1 è negativo. La legge della rifrazione dà $\sin \varphi / \sin \psi = n_2 / n_1$: abbiamo anche, nei triangoli ASC e AS_1C_1 $\sin \varphi / \sin \psi = (f_2 - R) / R$. Sostituiamo a φ e a ψ i rispettivi valori $\omega + \alpha$ e $\omega - \beta$, e sostituiamo tutti i seni dei piccoli angoli con gli angoli stessi; così otteniamo

$$(\omega + \alpha) n_1 = (\omega - \beta) n_2$$

$$\frac{(\omega + \alpha)}{\alpha} = \frac{f_1 + R}{R}$$

$$\frac{(\omega - \beta)}{\beta} = \frac{f_2 - R}{R}$$

Le ultime due uguaglianze danno

$$\alpha f_1 = R\omega \quad \beta f_2 = R\omega \quad (5.0.26)$$

Portando i valori di α e β dedotti nella prima delle tre uguaglianze precedenti e dividendo per ω si ha

$$\left(1 + \frac{R}{f_1}\right) n_1 = \left(1 - \frac{R}{f_2}\right) n_2 \quad (5.0.27)$$

relazione che si mette facilmente nella forma

$$\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{f_1} + \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{f_2} = 1$$

Se si pone

$$\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = F_1 \quad \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = F_2 \quad (5.0.28)$$

si ottiene

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad (5.0.29)$$

La formula (25) mostra che per raggi centrali, f_2 è indipendente dall'angolo α , e ne segue che tutti i raggi uscenti da S si intersecano in uno stesso punto S_1 , che è l'*immagine o il fuoco del punto S*.

Per $f_1 = \infty$, si ha $f_2 = F_2$; tutti i raggi, paralleli all'asse ottico nel primo mezzo, si intersecano in un punto F_2 , tale che $OF_2 = F_2$; il punto F_2 si chiama il *fuoco principale nel secondo mezzo*, e la distanza $OF_2 = F_2$, data dalla (24), la *distanza focale principale* (o semplicemente la distanza focale).

Quando la sorgente radiante è nel secondo mezzo in S_1 , i raggi che cadono su PQ danno un'immagine in S; S e S_1 sono quindi *punti coniugati*. Se $f_1 = F_1$, $f_2 = \infty$; i raggi provenienti dal punto F_1 (tale che $OF_1 = F_1$ ha il valore dato dalla (24); sono paralleli all'asse ottico nel secondo mezzo. Il punto F_1 si chiama pure fuoco principale e la distanza $OF_1 = F_1$, distanza focale. Le formule (24) danno

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

cioè, *le lunghezze focali stanno tra loro come gli indici dei due mezzi*.

Per $f_1 = F_1 + F_2$, si ha $f_2 = F_1 + F_2 = f_1$; per $f_1 < F_1$, f_2 è negativo, e il fascio resta divergente dopo la rifrazione; se f_1 è negativo (fascio convergente nel primo mezzo), si ha $f_2 < F_2$. In un modo generale, i punti S e S_1 sono determinati dai valori corrispondenti che derivano da f_1 e f_2

$$f_1 = \infty \dots F_1 + F_2 \dots < F_1 \dots 0 \dots -p \dots -R \dots -p \dots -\infty$$

$$f_{21} = F_2 \dots F_1 + F_2 \dots \pm \infty \dots < 0 \dots 0 \dots q (> p) \dots + R \dots q (< p) \dots F_2;$$

p e q sono qui grandezze positive; i valori sono determinati dai valori vicini tra i quali si trovano.

Consideriamo ora la figura 72, nella quale SA è il raggio incidente, AS_1 il raggio rifratto. Tracciamo da O il piano MN perpendicolare all'asse ottico, e siano a e b i punti in cui il raggio SA e il prolungamento di AS_1 , incontrano questo piano. Conservando a f_1, f_2, α, β i loro vecchi significati, si ha $Oa = f_1 \tan \alpha$, $Ob = f_2 \tan \beta$, o sostituendo le tangenti con gli angoli stessi, $Oa = f_1 \alpha$, $Ob = f_2 \beta$.

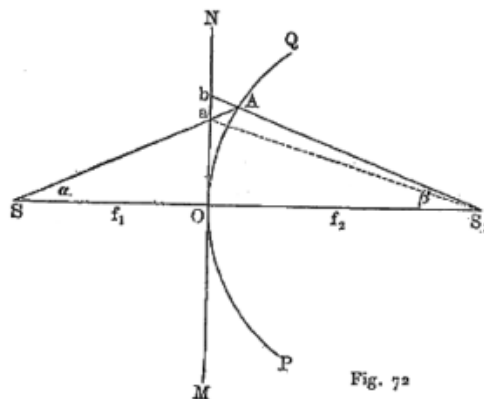


Fig. 72

Confrontando con la (23), otteniamo $Oa = Ob$. Questo significa che possiamo trascurare la lunghezza ab , pur rimanendo nei limiti di approssimazione ammessi quando si considera un fascio stretto di raggi centrali. Ne risulta che si può prendere aS_1 per raggio rifratto e supporre, nelle costruzioni geometriche, che la *rifrazione avvenga sul piano MN*, e non sulla superficie sferica PQ. Ciò semplificherà considerevolmente nel seguito le costruzioni e i calcoli.

Siano SA (fig. 73) il raggio incidente, AS_1 il raggio rifratto, F_1 e F_2 i fuochi principali, a partire dai quali sono innalzate le coordinate z_1 e z_2 . Poniamo $OA = y$. Se si sottrae l'uguaglianza

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$$

(dove $f_1 = S_1$, $f_2 = OS_1$) dall'identità $1 + 1 = 2$, si ottiene

$$\frac{f_1 - F_1}{f_1} + \frac{f_2 - F_2}{f_2} = 1 \quad \text{o} \quad \frac{SF_1}{SO} + \frac{S_1F_2}{S_1O} = 1$$

Ma si ha

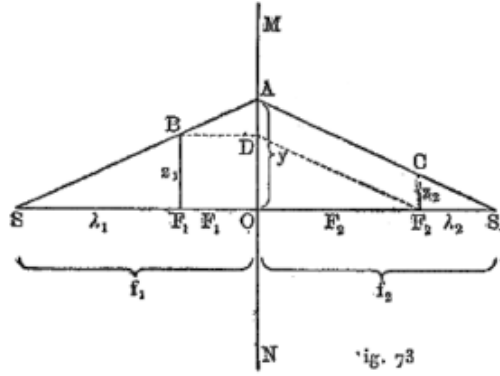
$$\frac{SF_1}{SO} = \frac{BF_1}{AO} = \frac{z_1}{y} \quad \frac{S_1F_2}{S_1O} = \frac{CF_2}{AO} = \frac{z_2}{y}$$

di conseguenza

$$\frac{z_1}{y} + \frac{z_2}{y} = 1$$

o

$$z_1 + z_2 = y \tag{5.0.30}$$



La somma delle ordinate dei punti dei raggi incidenti e rifratti, le cui ascisse sono uguali alle lunghezze focali principali, è uguale all'ordinata del punto in cui avviene la rifrazione. Questa proprietà ci dà una costruzione del raggio rifratto, quando il raggio incidente SA e i F_1 e F_2 sono noti. Si eleva da F_1 la perpendicolare F_1B ; si traccia BD parallelo all'asse ottico; si unisce D a F_2 e si traccia infine AS_1 parallelo a DF_2 .

Se si pone $SF_1 = \lambda_1$, $S_1F_2 = \lambda_2$, si ha inoltre, dalla figura 73,

$$\frac{f_1}{\lambda_1} = \frac{y}{z_1} \quad \frac{f_2}{\lambda_2} = \frac{y}{z_2}$$

e se ne deduce

$$\frac{f_1 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{y - z_1}{z_1} \quad \frac{f_2 - \lambda_2}{\lambda_2} = \frac{y - z_2}{z_2}$$

Siccome

$$f_1 - \lambda_1 = F_1 \quad f_2 - \lambda_2 = F_2 \quad y - z_1 = z_2 \quad y - z_2 = z_1$$

si ha

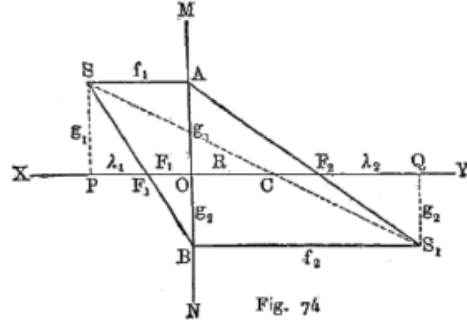
$$\frac{F_1}{\lambda_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad \frac{F_2}{\lambda_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

Moltiplicando queste due uguaglianze tra loro, si ottiene

$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2 \tag{5.0.31}$$

Il prodotto delle distanze di una coppia qualunque di punti coniugati ai fuochi corrispondenti è una grandezza costante, uguale al prodotto delle due lunghezze focali.

Consideriamo ora il caso in cui S è al di fuori dell'asse ottico XY . Uniamo S (fig. 74) al centro C della superficie sferica; possiamo prendere SC per asse ottico; ne segue che i ragionamenti precedenti si applicano al punto S e che, di conseguenza, i raggi uscenti da S hanno ancora una certa immagine nel secondo mezzo. Possiamo anche prendere, come piano rifrangente, il vecchio piano rifrangente MN , perché ogni raggio partente da S può essere prolungato, in un verso o nell'altro, fino alla sua intersezione con l'asse XY , e può essere considerato avente il suo punto di partenza su questo asse; in questo caso, come si è dimostrato, si può prendere MN come piano rifrangente.



È facile trovare, per costruzione, il punto S_1 : si traccia una parallela da SA a XY e una retta passante per A e F_2 ; si prolunga SF_1 fino a MN e si conduce per B una parallela BS_1 a XY ; il punto d'incontro delle due rette AF_2 e BS_1 , nel secondo mezzo, dà l'immagine desiderata S_1 del punto S . Indichiamo come in precedenza con f_1, f_2 le ascisse dei punti S e S_1 ; segue dalla figura che si ha

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_1 O}{SA} = \frac{OB}{OA} \quad \frac{F_2}{f_2} = \frac{OF_2}{BS_1} = \frac{AO}{AB}$$

e sommando queste due uguaglianze si ha

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$$

Tutti i punti S , che hanno lo stesso f_1 , danno immagini S_1 aventi lo stesso f_2 , cioè le immagini di un sistema di punti S , posto in un piano perpendicolare all'asse ottico, danno un altro sistema di punti S_1 anch'esso posto in un piano perpendicolare all'asse ottico.

Va da sé che questo risultato, come tutte le conclusioni simili ottenute mediante alcune semplificazioni, trascurando le grandezze relativamente piccole, è solo approssimativamente esatto. Quindi, ad esempio, nel caso considerato, i punti S_1 sono effettivamente posti su una superficie di rivoluzione, il cui elemento mediano può essere considerato un piano.

I sistemi di punti S e S_1 sono simili, perché tutte le rette SS_1 passano per il centro C della superficie sferica: questi sono i raggi che non subiscono alcuna rifrazione. *I sistemi S e S_1 sono omotetici rispetto a al centro C .*

Il rapporto tra le dimensioni lineari dell'immagine e quelle corrispondenti dell'oggetto è chiamato *ingrandimento lineare* prodotto dalla rifrazione; lo indicheremo con G . Si ha evidentemente $G = -g_2/g_1$; il segno $-$ significa che g_1 e g_2 (fig. 74) sono diretti in versi differenti. Abbiamo già le uguaglianze

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{OB}{OA} = \frac{g_2}{g_1 + g_2} \quad \frac{F_2}{f_2} = \frac{AO}{AB} = \frac{g_1}{g_1 + g_2} \quad (5.0.32)$$

Dividendo la prima uguaglianza per la seconda, si ottiene

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

dove, dalla (26)

$$G = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad (5.0.33)$$

Per i due mezzi dati, G è proporzionale alla frazione f_2/f_1 , i cui valori sono in parte noti dalla tabella comparativa. Se f_1 e f_2 hanno lo stesso segno, l'immagine è capovolta.

Si può pure stabilire la formula (29) nel modo seguente:

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{S_1Q}{SP} = -\frac{CQ}{CP} = -\frac{f_2 - R}{f_1 + R}$$

questa espressione è, dalle (23-a) esattamente la stessa della (29).

La figura 74 permette ancora di stabilire un'altra formula; si ha, dalla (28,a),

$$\frac{f_1}{F_1} = \frac{g_1+g_2}{g_2} \quad \frac{f_2}{F_2} = \frac{g_1+g_2}{g_1}$$

e, di conseguenza,

$$\frac{f_1-F_1}{F_1} = \frac{g_1}{g_2} \quad \frac{f_1-F_2}{F_2} = \frac{g_2}{g_1}$$

se si pone

$$f_1 - F_1 = \lambda_1 \quad f_2 - F_2 = \lambda_2$$

si ottiene

$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2$$

Si può dedurre dalla formula (29) un'altra espressione per l'ingrandimento lineare G . Supponiamo che, nella figura 75, S, S_1, C, MN abbiano lo stesso significato della figura 74. Tracciamo i raggi PA, AQ e poniamo $APO = \alpha_1$, $AQO = \alpha_2$; chiameremo questi angoli, gli angoli *assiali*. Si ha evidentemente

$$\tan \alpha_1 : \tan \alpha_2 = OQ : OP = f_2 : f_1$$

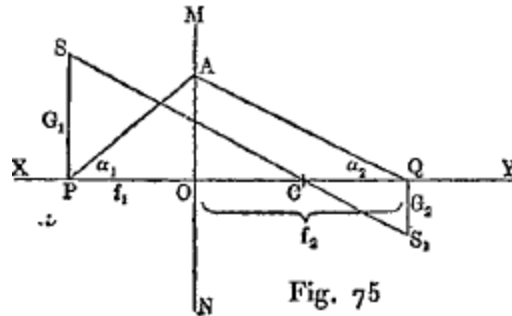
la (29) dà quindi

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \quad (5.0.34)$$

$$g_1 n_1 \tan \alpha_1 = g_2 n_2 \tan \alpha_2 \quad (5.0.35)$$

Per piccoli valori di α_1 e α_2 , si ha

$$g_1 n_1 \alpha_1 = g_2 n_2 \alpha_2 \quad (5.0.36)$$



L'ultima formula mostra che il prodotto della dimensione dell'oggetto o dell'immagine per l'indice di rifrazione e per l'angolo assiale ha lo stesso valore per i due mezzi. L'equazione (29, a) è stata indicata da Lagrange.

La grandezza

$$G_1 = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \quad (5.0.37)$$

si chiama *ingrandimento angolare*. Si ha evidentemente

$$GG_1 = -\frac{n_1}{n_2} \quad (5.0.38)$$

Supponiamo che, sull'asse, vi siano due punti vicini tra loro, le cui distanze dal fuoco F_1 sono λ_1 e $\lambda_1 + \delta_1$, e le cui immagini siano alle distanze λ_2 e $\lambda_2 + \delta_2$ dal fuoco F_2 . Si può considerare la retta δ_2 come l'immagine della retta δ_1 ; il rapporto

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} \quad (5.0.39)$$

si chiama l'*ingrandimento assiale*. La formula (28) dà $\lambda_1\lambda_2 = F_1F_2$ e $(\lambda_1 + \delta_1)(\lambda_2 + \delta_2) = F_1F_2$. Se si sottrae la prima uguaglianza dalla seconda, e se si trascura il prodotto $\delta_1\delta_2$, si ottiene

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = -\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1^2} = -\frac{F_1F_2}{\lambda_1^2} \quad (5.0.40)$$

Abbiamo così, per l'ingrandimento lineare G , l'espressione

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{f_1 - F_1} = -\frac{F_1}{\lambda_1} = -\frac{\lambda_2}{F_2} \quad (5.0.41)$$

Le formule (29,g) e (29,h) danno, tenendo conto della (26)

$$G_2 = -\frac{F_1^2}{\lambda_1^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} = -\frac{n_2}{n_1} G^2 \quad (5.0.42)$$

L'*ingrandimento assiale* è *proporzionale al quadrato dell'ingrandimento lineare*. Si deduce infine dalla (29, e) e (29, i) l'espressione

$$G = G_1 G_2 \quad (5.0.43)$$

In precedenza, abbiamo considerato il fenomeno della rifrazione attraverso una superficie sferica, studiando direttamente il cammino dei raggi. Invece di procedere così, si sarebbero potuto considerare le modifiche subite da una superficie d'onda sferica al suo passaggio attraverso una superficie puree sferica, che separa due mezzi dove le velocità di propagazione delle onde sono diverse (si veda la fig. 64).

5. Rifrazione dei raggi centrali attraverso un numero qualsiasi di mezzi, separati da superfici sferiche centrate.

Consideriamo ora il passaggio di un fascio di raggi molto stretto a attraverso una serie di mezzi, separati da superfici sferiche qualunque P_1Q_1 , P_2Q_2 , ecc. (fig. 76), i cui centri giacciono su una stessa retta XY, detta *asse principale del sistema*; questo caso presenta una grandissima importanza.

Indichiamo con n_i l'indice di rifrazione del i -esimo mezzo, con p il numero dei mezzi, in modo che n_i e n_p corrispondano rispettivamente al primo mezzo e all'ultimo. Se c'è nel i -esimo mezzo un fascio di raggi che, sufficientemente prolungato in un verso o nell'altro, si intersecano nello stesso punto S_i , chiameremo questo punto l'*immagine* (fuoco) o la *sorgente radiante* nel i -esimo mezzo, sebbene il punto geometrico S_i possa trovarsi in un altro mezzo, ad esempio il k -esimo, potendo essere $k < i$ o $k > i$; nel primo caso, $k < i$, il fascio nel i -esimo mezzo è divergente; nel secondo caso, $k > i$, è convergente. Tali immagini o sorgenti radianti sono chiamate *virtuali*.

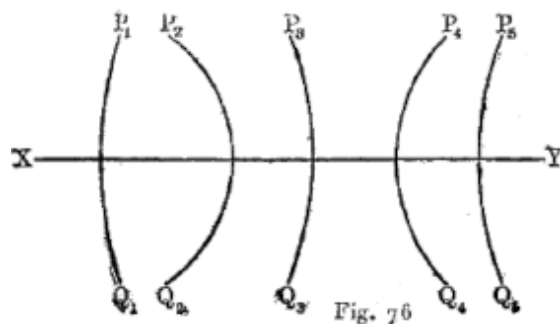


Fig. 76

Sia data, nel primo mezzo, una sorgente radiante S_1 , che, nel caso di un fascio convergente, può essere virtuale ed essere geometricamente collocata in uno dei mezzi successivi. Il punto S_1 dà, nel secondo mezzo, l'immagine S_2 ; S_2 dà, nel terzo mezzo, l'immagine S_3 , ecc. infine si ottiene, nell'ultimo mezzo, cioè nel p -esimo l'immagine S_p , che si può chiamare semplicemente immagine del punto S_1 data dall'intero sistema dei mezzi considerati. Può succedere che tutti i punti, da S_1 a S_p , siano virtuali.

Supponiamo che nel primo mezzo vi sia un sistema di punti reali o virtuali (S_1), situati in un piano perpendicolare all'asse XY ; questo sistema è chiamato l'*oggetto*. Dà nel secondo mezzo un sistema di punti (S_2), che gli è simile e omotetico rispetto al centro della superficie P_1Q_1 . Il sistema (S_2) fornisce nel terzo mezzo un sistema (S_3), simile a (S_2) e omotetico rispetto al centro della superficie P_2Q_2 . Ne consegue che (S_1) e (S_3) sono simili ed omotetici rispetto ad a certo punto $M_{1,3}$ situato sull'asse XY ; ciò significa che tutte le rette, che uniscono i punti coniugati S_1 e S_3 , si intersecano in $M_{1,3}$. Continuando così vediamo che si arriva, nel caso dei raggi centrali, al risultato seguente: si ottiene, nell'ultimo mezzo, un sistema di punti (S_p) simili a (S_1), e tutte le rette, unendo punti coniugati dell'oggetto (S_1) e delle loro immagini (S_p), si intersecano in un certo punto M sull'asse XY .

Sia F_2 il fuoco nell'ultimo mezzo, quando i raggi nel primo mezzo sono paralleli all'asse XY , e F_1 la posizione della sorgente radiante nel primo mezzo, per la quale otteniamo nell'ultimo mezzo un fascio di raggi paralleli all'asse XY . I punti F_1 e F_2 sono chiamati i *fuochi principali*; possono essere entrambi *virtuali*.

Essendo l'asse ottico principale XY (fig. 77) e i fuochi principali, F_1 e F_2 , tracciamo la parallela MN a XY . Consideriamo la parte sinistra MB della retta MN , come un raggio che è nel primo mezzo; quando questo raggio ha attraversato l'intero sistema, ha, nell'ultimo mezzo, una certa direzione CG_2 , che passa per F_2 . Possiamo invece considerare la parte di destra della retta GN della stessa retta MN , come un raggio, che è giunto nell'ultimo mezzo e che aveva, nel primo mezzo, una certa direzione G_1J passante per F_1 . Ai raggi MB e G_1F_1 del primo mezzo corrispondono quindi i raggi CG_2 e GN dell'ultimo; i primi due raggi si intersecano in D_1 , il gli ultimi due in D_2 ; se consideriamo il punto D_1 come una sorgente radiante nel primo mezzo, D_2 sarà la sua immagine nell'ultimo mezzo. I punti D_1 e D_2 sono *punti coniugati*; D_2 è l'immagine di D_1 . I punti D_1 e D_2 possono essere reali o virtuali; in tutti i casi, quando un raggio o il suo prolungamento (in avanti) passa per D_1 nel primo mezzo, lo stesso raggio o il suo prolungamento (verso il dietro), passa per D_2 nell'ultimo mezzo.

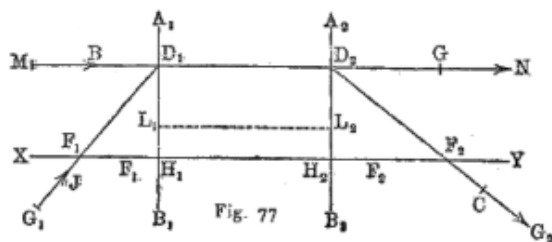
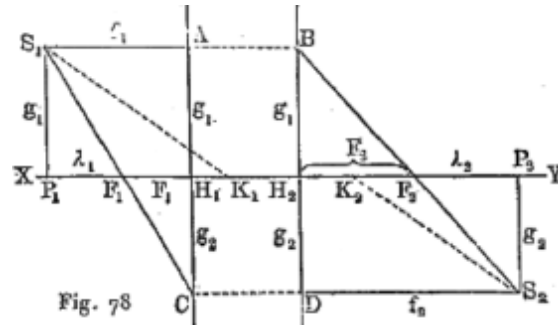


Fig. 77

Tracciamo per D_1 e D_2 i piani A_1B_1 e A_2B_2 perpendicolari a XY . Un sistema di punti (S_1) nel primo mezzo, che si trova nel piano A_1B_1 , (il sistema è virtuale, se A_1B_1 non è nel primo mezzo), ha per immagine un sistema di punti (S_p) nell'ultimo mezzo, che si trova nel piano A_2B_2 (questo sistema è pure virtuale, se il piano A_2B_2 non si trova nell'ultimo mezzo). I sistemi (S_1) e (S_p) sono, come visto, simili; ma, siccome D_1 e D_2 appartengono a questi sistemi e $D_1H_1 = D_2H_2$, è chiaro che i sistemi (S_1) e (S_p) sono, non solo simili, ma per di più uguali, cioè a ogni punto L_1 del sistema (S_1) corrisponde un punto L_2 del sistema (S_p) disposto allo stesso modo, o ancora che L_1L_2 è parallelo a XY . I punti H_1 e H_2 sono detti *punti principali*, i piani A_1B_1 e A_2B_2 , i *piani principali*. Le distanze $H_1F_1 = F_1$ e $H_2F_2 = F_2$ sono chiamate le *lunghezze focali principali di tutto il sistema*. Si può vedere da quanto detto, che i *punti principali sono anche punti coniugati*, cioè che al punto luminoso H_1 nel primo mezzo corrisponde l'immagine H_2 nell'ultimo.

Se sono assegnati i fuochi principali F_1 e F_2 , nonché i punti principali H_1 e H_2 , è facile costruire l'immagine di un punto posto nel primo mezzo. D'ora in poi designeremo questa immagine con S_2 , invece di S_p . Tracciamo da S_1 (fig. 78) il raggio S_1A parallelo a XY e prolunghiamo la retta S_1A fino al punto B . Al raggio S_1A nel primo mezzo deve corrispondere, nell'ultimo; il raggio BF_2 , che passa per F_2 (perché S_1A è parallelo a XY) e per B (perché S_1A passa per A). Tracciamo inoltre il raggio S_1F_1C e la retta CD parallela a XY . Al raggio S_1F_1 nel primo mezzo deve corrispondere nell'ultimo il raggio DS_2 , che passa per D (perché S_1F_1C passa per C) e che è parallelo all'asse XY (perché S_1F_1C passa per F_1). Il punto S_2 è l'immagine di S_1 .



Prendiamo per le ascisse f_1 e f_2 dei punti S_1 e S_2 le loro distanze ai piani principali, in modo che $S_1A = f_1$, $S_2D = f_2$. Indichiamo le ordinate dei punti S_1 e S_2 con $g_1 = S_1P_1$, e $g_2 = S_2P_2$ e contiamole positivamente in versi opposti. La figura dà:

$$\frac{F_1H_1}{S_1A} = \frac{H_1C}{AC} \quad \frac{F_2H_2}{S_2D} = \frac{H_2B}{BD}$$

o

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{g_2}{g_1 + g_2} \quad \frac{F_2}{f_2} = \frac{g_1}{g_1 + g_2} \quad (5.0.44)$$

Sommando queste uguaglianze, si ottiene

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad (5.0.45)$$

cioè la stessa formula (25); la differenza sta nel fatto che F_1, F_2, f_1, f_2 non si contano a partire da uno stesso piano, ma da due piani diversi, i due piani principali.

Sia $P_1F_1 = \lambda_1$, $P_2F_2 = \lambda_2$; queste sono le ascisse dei punti S_1 e S_2 rispetto ai piani focali (perpendicolari all'asse XY e passanti per F_1 e F_2). Se si prendono gli inversi delle frazioni (30) e si sottrae da ognuno l'unità, si ottiene

$$\frac{f_1 - F_1}{F_1} = \frac{g_1}{g_2} \quad \frac{f_2 - F_2}{F_2} = \frac{g_2}{g_1} \quad (5.0.46)$$

Se si pone in queste uguaglianze $f_1 - F_1 = \lambda_1$ e $f_2 - F_2 = \lambda_2$, e se le si moltiplica tra loro, si ottiene

$$\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2 \quad (5.0.47)$$

forma analoga alla (28).

L'ingrandimento lineare G è uguale a $-g_2/g_1$. Dividendo le (30) tra loro, si ha

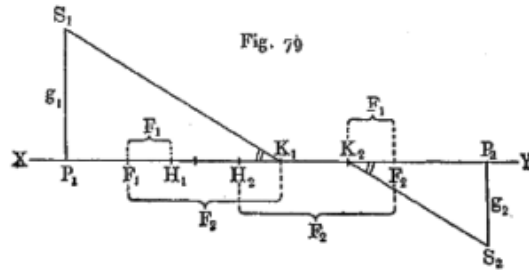
$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad (5.0.48)$$

Sostituiremo nel seguito il rapporto F_1/F_2 con un'altra grandezza. La (31) mostra che $f_2 = F_1 + F_2$ per $f_1 = F_1 + F_2$. Quando $f_1 > F_1 + F_2$, si ha $f_2 < F_1 + F_2$ e inversamente. Le uguaglianze (31,a) danno

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{F_1}{f_1 - F_1} = \frac{F_1}{\lambda_1} \quad (5.0.49)$$

Vediamo che il caso complesso considerato porta agli stessi semplici risultati di ciò che si ha per una superficie rifrangente, a condizione di introdurre la i punti principali H_1 e H_2 e i piani principali, e di contare le distanze F_1, F_2, f_1, f_2 a partire da questi piani.

I due fuochi principali F_1 e F_2 costituiscono, con i punti principali H_1 e H_2 , quelli che vengono chiamati i punti cardinali del sistema; un sistema è completamente definito da questi punti. Ci sono ancora due punti notevoli, chiamati *odi*.



Sull'asse principale XY (fig. 79) si trovano i punti F_1, F_2, H_1, H_2 ; siano $F_1 = F_{11}H_1$ e $F_2 = F_{22}H_2$ le lunghezze focali. Portiamo a partire di F_1 , dalla stessa parte di H_1 , il segmento $F_1K_1 = F_2 = F_{22}H_2$, e a partire da F_2 , dalla stessa parte di H_2 , il segmento $F_2K_2 = F_{11} = F_{11}H_1$; i due punti K_1 e K_2 così ottenuti sono i *punti nodali*. I punti nodali sono punti coniugati, perché soddisfano all'equazione (31). Infatti, abbiamo $f_1 = -(F_2 - F_1)$, per il punto K_1 , e $f_2 = F_2 - F_1$, per il punto K_2 . Se si portano questi valori nell'uguaglianza (31), si ha

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = \frac{F_1}{F_1 - F_2} - \frac{F_2}{F_1 - F_2} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 - F_2} = 1$$

Siano S_1 e S_2 due punti coniugati; uniamoli ai punti nodali con le rette S_1K_1 e S_2K_2 . Dalle formula (31,a), si ha

$$\frac{P_1H_1 - F_1H_1}{F_1} = \frac{g_1}{g_2} \quad \frac{P_2H_2 - F_2H_2}{F_2} = \frac{g_2}{g_1}$$

Ma

$$\begin{aligned} P_1H_1 - F_1H_1 &= P_1F_1 = P_1K_1 - F_1K_1 = P_1K_1 - F_2 \\ P_2H_2 - F_2H_2 &= P_2F_2 = P_2K_2 - F_2K_2 = P_2K_2 - F_1 \end{aligned}$$

Si ha quindi

$$\frac{P_1K_1 - F_2}{F_1} = \frac{g_1}{g_2} \quad \frac{P_2K_2 - F_1}{F_2} = \frac{g_2}{g_1}$$

Se ne deduce

$$\begin{aligned} P_1K_1 \cdot g_2 &= g_1F_1 + g_2F_2 \\ P_2K_2 \cdot g_1 &= g_1F_1 + g_2F_2 \end{aligned}$$

e, di conseguenza

$$P_1 K_1 \cdot g_2 = P_2 K_2 \cdot g_1$$

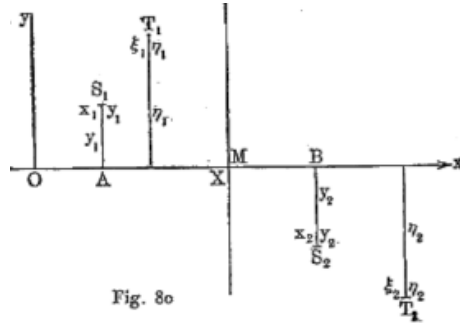
o

$$\frac{P_1 K_1}{P_1 S_1} = \frac{P_2 K_2}{P_2 S_2}$$

Ne consegue che i triangoli $P_1 S_1 K_1$ e $P_2 S_2 K_2$ sono simili e che $S_1 K_1$ è parallelo a $S_2 K_2$. Un raggio che, nel primo mezzo, è diretto verso il punto nodale K_1 ha, nell'ultimo mezzo, una direzione che passa per il punto nodale K_2 .

Abbiamo mostrato, in figura 78, come si costruisce il punto S_2 , conoscendo i quattro punti cardinali F_1, F_2, H_1, H_2 e il punto S_1 . Si può procedere diversamente: si determinano le posizioni dei punti K_1 e K_2 , ponendo $F_1 K_1 = F_2 = F_2 H_2$ e $F_2 K_2 = F_1 = F_1 H_1$; si unisce S_1 a K_1 , e si traccia per K_2 una parallela a $S_1 K_1$; questa retta passa per S_2 .

Ci rimane ancora da stabilire una proprietà molto importante delle due lunghezze focali principali F_1 e F_2 . Ritorniamo, a tale proposito, al caso di due mezzi, i cui indici di rifrazione sono n_1 e n_2 . Siano M (fig. 80) il vertice di una superficie sferica, S_1, T_1 due sorgenti radianti all'interno del primo mezzo, S_2, T_2 le loro immagini nel secondo mezzo. Prendiamo per origine delle coordinate un punto qualunque O dell'asse ottico principale e contiamo positivamente le ascisse verso destra, le ordinate verso l'alto.



Nel caso di due mezzi, la formula (25) è

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1$$

e quella che deriva dalla (28,a)

$$g_1 \frac{F_1}{f_1} = g_2 \frac{F_2}{f_2}$$

Applichiamo queste relazioni ai punti S_1 e S_2 . Se $X = OM$ è l'ascissa del punto M, si ha $f_1 = AM = X - x_1$, $f_2 = MB = x_2 - X = -(X - x_1)$; si ha inoltre $g_1 = y_1$, $g_2 = -y_2$, poiché G_2 è contato positivamente verso il basso. Si ha quindi

$$\frac{F_1}{X - x_1} - \frac{F_2}{X - x_2} = 1 \quad \frac{F_1 y_1}{X - x_1} - \frac{F_2 y_2}{X - x_2} \quad (5.0.50)$$

Si ottiene lo stesso per le coordinate dei punti T_1 e T_2

$$\frac{F_1}{X - \xi_1} - \frac{F_2}{X - \xi_2} = 1 \quad \frac{F_1 \eta_1}{X - \xi_1} - \frac{F_2 \eta_2}{X - \xi_2} \quad (5.0.51)$$

Se sottraiamo la prima delle uguaglianze (35) dalla prima delle uguaglianze (34), e se moltiplichiamo le seconde uguaglianze (34) e (35), troviamo

$$\frac{F_1 (x_1 - \xi_1)}{(X - x_1)(X - \xi_1)} = \frac{F_2 (x_2 - \xi_2)}{(X - x_2)(X - \xi_2)}$$

$$\frac{F_1^2 y_1 \eta_1}{(X - x_1)(X - \xi_1)} = \frac{F_2^2 y_2 \eta_2}{(X - x_2)(X - \xi_2)}$$

Infine, se si divide la seconda di queste uguaglianze per la prima, e se si sostituisce il rapporto F_1/F_2 con n_1/n_2 , si veda la (26), si ottiene la relazione seguente

$$\frac{n_1 y_1 \eta_1}{x_1 - \xi_1} = \frac{n_2 y_2 \eta_2}{x_2 - \xi_2} \quad (5.0.52)$$

Questa notevole uguaglianza collega le coordinate di due punti del primo mezzo alle coordinate dei loro coniugati nel secondo mezzo. Se $S_3(x_3, y_3)$ e $T_3(\xi_3, \eta_3)$ sono le immagini di S_2 e T_2 in un terzo mezzo (n_3), si ha

$$\frac{n_1 y_1 \eta_1}{x_1 - \xi_1} = \frac{n_2 y_2 \eta_2}{x_2 - \xi_2} = \frac{n_3 y_3 \eta_3}{x_3 - \xi_3}$$

Se poi si passa al quarto mezzo, al quinto, ecc., e se si va fino all'ultimo, il p-esimo mezzo, si arriva alla relazione

$$\frac{n_1 y_1 \eta_1}{x_1 - \xi_1} = \frac{n_p y_p \eta_p}{x_p - \xi_p} \quad (5.0.53)$$

Supponiamo ora che il punto T_1 si trovi in primo piano principale, e indichiamo con H_1 e H_2 le ascisse dei punti principali; si ha quindi, per una proprietà dei piani principali, $\eta_1 = \eta_2$; si ha inoltre $\xi_1 = H_1$, $\xi_2 = H_2$ e si ottiene

$$\frac{n_1 y_1}{x_1 - H_1} = \frac{n_p y_p}{x_p - H_p}$$

Torniamo alle notazioni f_1, g_1, f_2, g_2 di cui ci siamo serviti nella figura 78, e indichiamo nello stesso tempo con n_2 l'indice di rifrazione dell'ultimo mezzo. Si ha $y y_1 = g_1$, $y_p = -g_2$, $x_1 - H_1 = -P_1 H_1 = -f_1$ (fig. 78) e $x_p - H_2 = P_2 H_2 = f_2$ e $n_p = n_2$. L'ultima formula dà, cambiando i segni,

$$\frac{n_1 g_1}{f_1} = \frac{n_2 g_2}{f_2} \quad (5.0.54)$$

Ma abbiamo (si veda (30) o (33))

$$\frac{F_1 g_1}{f_1} = \frac{F_2 g_2}{f_2}$$

Confrontando con la (38), si ha

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (5.0.55)$$

In una qualsiasi successione di mezzi, separati da superfici sferiche centrate, il rapporto tra le lunghezze focali principali dell'intero sistema è uguale al rapporto degli indici di rifrazione del primo e dell'ultimo mezzo.

Invece della (33) si ha ora per l'ingrandimento lineare G , l'espressione

$$G = -\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad (5.0.56)$$

Abbiamo in precedenza stabilito la formula (29, b), $g_1 n_1 \tan \alpha_1 = g_2 n_2 \tan \alpha_2$, che applicheremo qui ai primi due mezzi; il secondo e il terzo mezzo danno pure $g_2 n_2 \tan \alpha_2 = g_3 n_3 \tan \alpha_3$; continuando, si ha $g_1 n_1 \tan \alpha_1 = g_p n_p \tan \alpha_p$ o, se g_2, n_2, α_2 si riferiscono all'ultimo mezzo,

$$g_1 n_1 \tan \alpha_1 = g_2 n_2 \tan \alpha_2 \quad (5.0.57)$$

e, per piccoli valori di α_1 e α_2

$$g_1 n_1 \alpha_1 = g_2 n_2 \alpha_2 \quad (5.0.58)$$

Si ha allora per l'ingrandimento lineare

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \quad (5.0.59)$$

La grandezza

$$G_1 = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \quad (5.0.60)$$

è detta l'ingrandimento angolare; si ha

$$GG_1 = -\frac{n_1}{n_2} \quad (5.0.61)$$

Se δ_1 è la distanza di due punti vicini sull'asse, δ_2 la distanza delle loro immagini, la grandezza

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} \quad (5.0.62)$$

si chiama l'ingrandimento assiale. La formula (32) dà $\lambda_1 \lambda_2 = F_1 F_2$ e $(\lambda_1 + \delta_1)(\lambda_2 + \delta_2) = F_1 F_2$. Se ne deduce (vedere la formula (29,g))

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -\frac{F_1 F_2}{\lambda_1^2} \quad (5.0.63)$$

Le formule (40,g) e (33,a) danno

$$G_2 = -\frac{n_2}{n_1} G^2 \quad (5.0.64)$$

Moltiplicando (40,e) con (40,h), si ottiene

$$G = G_1 G_2 \quad (5.0.65)$$

Queste uguaglianze corrispondono strettamente a quelle trovate in precedenza, per due mezzi. La generalizzazione per qualsiasi numero di mezzi è dovuta a Helmholtz; S. N. Stépanoff ha dato una dimostrazione nuova della formula (40, c).

Consideriamo ora il caso pratico particolarmente importante in cui il primo e l'ultimo mezzo sono identici e formati ad esempio dall'aria. Si ha allora $n_1 = n_2$ e la formula (39) fornisce la relazione

$$F_1 = F_2 \quad (5.0.66)$$

Risulta dalla definizione dei punti nodali K_1 e K_2 , in figura 79, che, per $F_1 = F_2$, questi punti coincidono con i punti principali H_1 e H_2 , i quali hanno anche, in questo caso, la proprietà dei punti K_1 e K_2 .

Quando il primo mezzo e l'ultimo sono identici (o hanno lo stesso indice di rifrazione), le lunghezze focali principali sono uguali tra loro; i punti nodali coincidono con i punti principali e l'ingrandimento G è dato dalla formula

$$G = -\frac{g_2}{g_1} = -\frac{f_2}{f_1} \quad (5.0.67)$$

dove f_1 e f_2 sono contati a partire dai punti principali, come lunghezze focali principali F .

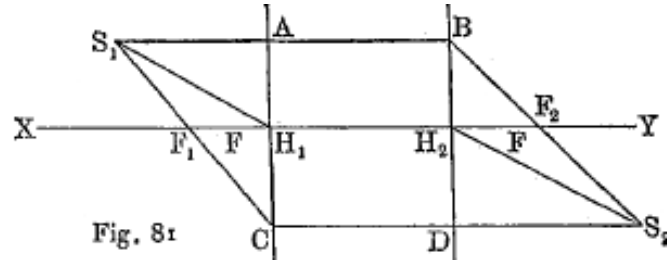
La formula (40,c) dà

$$G = -\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \quad (5.0.68)$$

Si ha

$$GG_1 = -1 \quad G_2 = -G^2 \quad (5.0.69)$$

Si può costruire, in questo caso, l'immagine S_2 della sorgente radiante S_1 , con l'aiuto di due raggi scelti tra i seguenti tre raggi determinati: $S_1 A$ parallelo a XY (fig. 81) dà BF_2 ; $S_1 F_1 C$ dà DS_2 parallelo a XY ; $S_1 H_1$ dà $H_2 S_2$ parallelo a $S_1 H_1$.



La teoria che abbiamo sviluppato in questo paragrafo è stata data da C. Neumann.

Quando il primo mezzo è identico al secondo e $F_1 = F_2$, si possono indicare le lunghezze focali principali con una stessa lettera F . In questo caso, le formule (31) e (32) danno

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad (5.0.70)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = F^2 \quad (5.0.71)$$

Le grandezze f_1 e f_2 , che determinano le posizioni della sorgente e della sua immagine, per F positivo, i valori corrispondenti seguenti

$$\begin{cases} f_1 = \infty \dots 2F \dots F \dots < F \dots 0 \text{ (nel 1° piano princ.)} \dots f_1 < 0 \dots -\infty \\ f_2 = F \dots 2F \dots \pm \infty \dots f_2 < 0 \dots 0 \text{ (nel 2° piano princ.)} \dots 0 < f_2 < F \dots F \end{cases} \quad (5.0.72)$$

Per F negativo e uguale a $-F'$, si hanno i valori coniugati

$$\begin{cases} f_1 = \infty \dots 0 \dots -F' \dots -2F' \dots -\infty \\ f_2 = -F' \dots 0 \dots > 0 \pm \infty \dots -2F' \dots -F' \end{cases} \quad (5.0.73)$$

Otteniamo dalla (43) dati precisi sulla grandezza dell'immagine relativa all'oggetto e alla sua posizione, notando che per $G > 0$, l'immagine è dritta e per $G < 0$, è capovolta.

Se $F > 0$, si ha

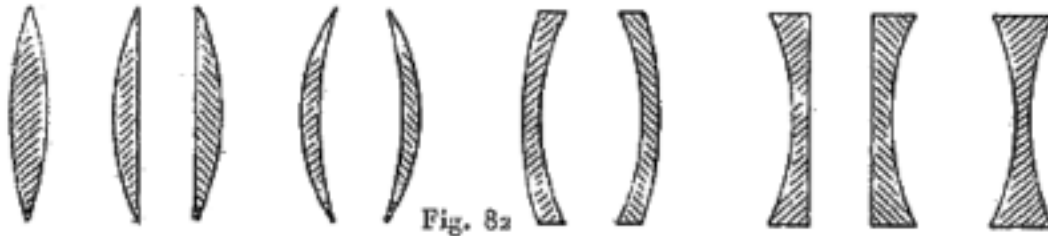
$f_1 =$	$\infty \dots$	$2F$	$\dots F$	$\dots < F$	0	$< 0 \dots -\infty$
Immagine	diminuita	$G = 1$	ingrandita	ingrandita	$G = 1$	diminuita
	capovolta	capovolta	capovolta	diretta	diretta	diretta

Se $F < 0$ e $F = -F'$, si ha

$f_1 =$	$\infty \dots$	0	$\dots -F'$	$-F' > f > -2F$	$-2F'$	$-\infty$
Immagine	diminuita	$G = 1$	ingrandita	ingrandita	$G = 1$	diminuita
	diretta	diretta	diretta	capovolta	capovolta	capovolta

6. Teoria elementare delle lenti.

Si chiama lente un corpo limitato da due superfici sferiche, trasparenti per una determinata natura di energia radiante. La figura 82 mostra diverse forme di lenti; una forma biconvessa, due forme piano-convexe, due menischi convergenti, due menischi divergenti, due forme piano-concave e un forma biconcava. Le prime tre specie di lenti, in cui la convessità predomina, si chiamano anche *lenti convergenti* e le ultime tre, dove predomina la concavità, *lenti divergenti*.

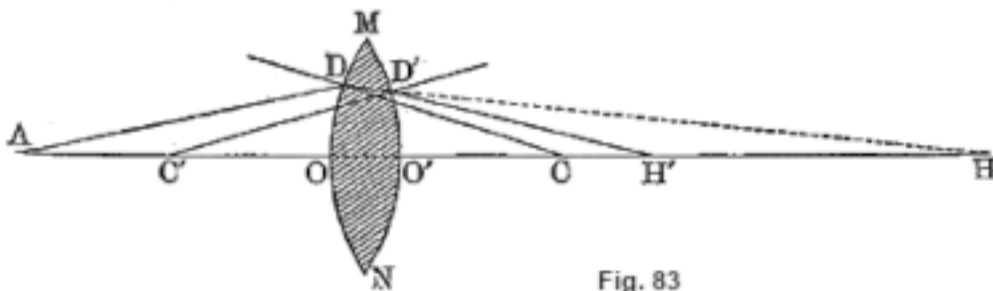


Pfaundler ha proposto di dividere le lenti in positive e negative; discuteremo questa distinzione più avanti.

Assegneremo il segno + al raggio di una superficie sferica in una lente, quando è diretto dalla superficie verso l'interno della lente, cioè quando la superficie considerata della lente è convessa. Secondo questo, in una lente biconvessa, entrambi i raggi sono positivi: in una lente biconcava, sono negativi; in una lente piano-convessa o piano-concava, uno dei raggi è infinitamente grande, l'altro è positivo o negativo; in un menisco convergente o divergente, i due raggi hanno segni opposti, essendo il raggio della faccia convessa in valore assoluto maggiore di quello della faccia concava nel primo menisco e più piccolo nel secondo.

Determineremo la distanza focale F di una lente, utilizzando la fig. 83; ma le nostre conclusioni si applicheranno ugualmente a tutte le forme di lente.

Sia A la sorgente radiante, $AO = f_1$; il raggio AD segue, dopo la sua prima rifrazione, la direzione DH ; indichiamo con R_1 il raggio OC della superficie MON , con f'_2 la distanza OH : supponiamo inoltre che la lente sia nell'aria e che il suo indice di rifrazione sia n . Abbiamo trovato, per il caso del passaggio attraverso una superficie sferica, le formule (24) e (25).



Se si introducono i valori di F_1 e F_2 ricavati dalla (24) nella (25), si ha in generale

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (5.0.74)$$

Dobbiamo porre qui $n_1 = 1$, $n_2 = n$, $R = R_1$, e $f_2 = f'_2$. Si ottiene così

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n}{f'_2} = \frac{n - 1}{R_1} \quad (5.0.75)$$

Arrivato alla seconda superficie, il raggio viene nuovamente rifratto (in D') e infine interseca l'asse in un certo punto H', di cui indicheremo la distanza da O' con f_2 . Possiamo usare, per questa nuova rifrazione la formula (47), ma attualmente è necessario porre $n_1 = n$, $n_2 = 1$, $R = R_2$, essendo R_2 il raggio della seconda superficie, contato positivamente verso sinistra. Il punto H ora svolge il ruolo di sorgente radiante e si ha, di conseguenza, $f_1 = O'H$. Se si può considerare lo spessore OO' della lente come molto piccolo, è consentito porre $f_1 = -OH = -f'_2$. La relazione (47) diventa allora

$$-\frac{n}{f'_2} + \frac{1}{f_2} = -\frac{1-n}{R_2} = \frac{n-1}{R_2}$$

Sommando questa uguaglianza alla (48), si ha

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.0.76)$$

Se si confronta la (49) alla (43), che si riferisce al caso in cui il primo mezzo e l'ultimo sono identici, cioè alla formula

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad (5.0.77)$$

si ottiene, per la distanza focale principale della lente, l'espressione seguente

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.0.78)$$

Le distanze F, f_1, f_2 si contano a partire dalla lente, di cui si trascura lo spessore. Le relazioni (50) e (51) danno, per queste distanze,

$$\begin{cases} F &= \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \\ f_2 &= \frac{F f_1}{f_1 - F} \\ F &= \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1-1)+R_2} \end{cases} \quad (5.0.79)$$

Per tutte le lenti convergenti, si ha $F > 0$; per tutte le divergenti $F < 0$.

Si ha, per una lente biconvessa, quando $R_1 = R_2 = R$,

$$F = \frac{R}{2(n-1)}$$

e per una lente piano-convessa, quando $R_1 = R$ e $R_2 = \infty$ (o inversamente),

$$F = \frac{R}{n-1}$$

cioè, la distanza focale di quest'ultima lente è il doppio di quella della prima. Per il vetro, si ha circa $n = 1,5$, ciò che dà, per $R_1 = R_2 = R$, la relazione $F = R$.

In generale, per una lente biconcava, quando $R_1 = R_2 = -R$, si ha $F = -\frac{R}{2(n-1)}$; essendo n uguale a 1,5, ne consegue che $F = -R$ (approssimativamente).

Le osservazioni che abbiamo fatto sui valori di f_1 e f_2 nella (45) e (46), nonché sulla dimensione e posizione delle immagini (alla fine del § 5), si applicano immediatamente alle lenti.

Possiamo anche, con l'aiuto della (52), stabilire le seguenti formule per f_1 e f_2 . Si ha, per le lenti convergenti,

$$f_1 = pF \quad f_2 = \frac{p}{p-1}F \quad (5.0.80)$$

per esempio,

$$f_1 = \infty, 4F, 3F, 2F, F, \frac{1}{2}F, 0, \infty, -\frac{1}{2}F, -F, -2F, -\infty$$

$$f_2 = F, \frac{4}{3}F, \frac{3}{2}F, 2F, 3F, \infty, -F, 0, \frac{1}{3}F, \frac{2}{3}F, F$$

Per le lenti divergenti, $F < 0$; poniamo $F = -F'$, dove F' è positivo; si ha allora

$$f^{-1} = -pF = pF' \quad f_2 = \frac{p}{p+q}F = -\frac{p}{p+1}F' \quad (5.0.81)$$

per esempio

$$f_1 = \infty, 4F', 3F', 2F', F', \frac{1}{2}F', 0, -\frac{1}{2}F', -F' (= F), -2F' (= 2F), -4F', -\infty$$

$$f_2 = \infty, -F', -\frac{4}{5}F', -\frac{3}{4}F', -\frac{2}{3}F', -\frac{1}{2}F', -\frac{1}{3}F' \pm 0, +F', \infty, -F' (= 2F), -\frac{4}{3}F', -F' (= F)$$

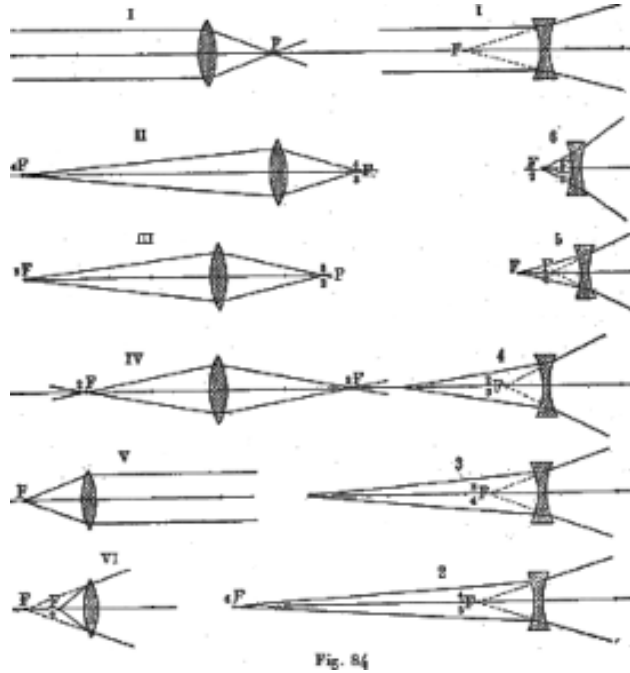


Fig. 84

La fig. 84 rappresenta il cammino dei raggi nei dodici diversi casi, sei dei quali si riferiscono a lenti convergenti, sei a lenti divergenti. Questi casi speciali non necessitano di ulteriori spiegazioni.

Quando la sorgente radiante è al di fuori dall'asse ottico, a una distanza f_1 dalla lente, l'immagine è formata a distanza f_2 , ed esiste tra f_1 e f_2 la stessa relazione (50) come nel caso generale di qualsiasi numero di mezzi.

Per costruire l'immagine, si traccia, a partire dalla sorgente fino alla lente, un raggio parallelo all'asse ottico principale; dopo la rifrazione, questo raggio passa attraverso il secondo fuoco principale. Si può tracciare un secondo raggio dalla sorgente fino alla lente, passante per il primo fuoco principale; questo secondo raggio esce dalla lente parallelamente all'asse ottico principale.

È ancora più conveniente far passare un raggio per ciò che viene chiamato il centro ottico della lente. Vedremo qual è il significato esatto di questo punto, nel prossimo paragrafo, dove verrà data una teoria più precisa delle lenti. Nella teoria elementare che presentiamo in questo momento, trascuriamo completamente lo spessore delle lenti, che sono considerate *infinitamente sottili*. In questo caso il centro ottico coincide con il punto di incontro dell'asse ottico con la lente infinitamente sottile.

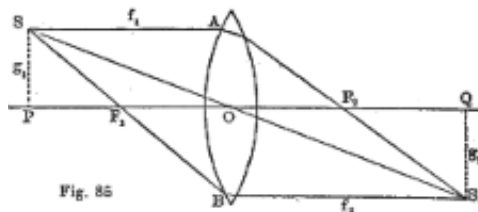


Fig. 85

Si vede facilmente che un raggio passante per il centro ottico passa attraverso la lente infinitamente sottile, senza cambiare direzione. Infatti, siano SAF_2S_1 e SF_1BS_1 (fig. 85) i due raggi tracciati, secondo il procedimento indicato, per costruire l'immagine S_1 del punto S . La formula (42) dà

$$g_1 : f_1 = g_2 : f_2$$

cioè

$$SP : PO = S_1Q : OQ$$

ma ne consegue che la retta SOS_1 è una retta, e di conseguenza che il raggio SO attraversa la lente infinitamente sottile, senza essere rifratto. Si può approfittare di questa circostanza per la costruzione dell'immagine di un punto, come indicato in Figura 86.

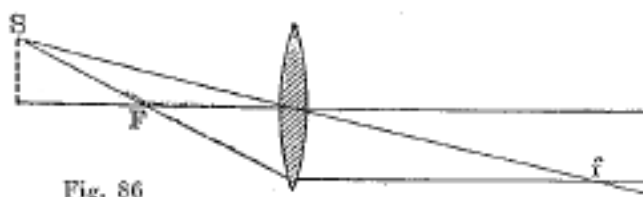


Fig. 86

La figura 87 (presa in prestito dal corso di Th. Th. Petrouschewsky) rappresenta dieci casi di costruzione dell'immagine di un dato oggetto in una lente biconvessa o in una lente biconcava. In tutti questi casi l'oggetto è designato da lettere grandi, la sua immagine con le lettere minuscole corrispondenti. I numeri dispari si riferiscono alla lente convergente, i numeri pari alla lente divergente.

1. L'oggetto è a una distanza molto grande; i raggi P provengono dal bordo superiore, i raggi R dal bordo inferiore; l'immagine pr è reale, capovolta e nel piano focale.

2. L'oggetto è molto lontano; l'immagine pr è virtuale, diritta e nel piano focale.

3. L'oggetto AB è oltre il doppio della distanza focale ($f_1 > 2F$); l'immagine ab è reale, capovolta e più piccola dell'oggetto; $F < f_2 < 2F$.

4. L'oggetto AB è a una distanza $f_1 > 2F$; l'immagine ab è virtuale, diritta e più piccola dell'oggetto; $f_2 < F$.

5. L'oggetto è CD ; $F < f_1 < 2F$; l'immagine ed è ingrandita, reale e capovolta; $f_2 > 3F$. L'immagine cd è concava verso la lente, perché il centro dell'oggetto CD è più vicino alla lente rispetto alle sue estremità. Più l'oggetto è vicino al fuoco F , tanto più questa deformazione è notevole.

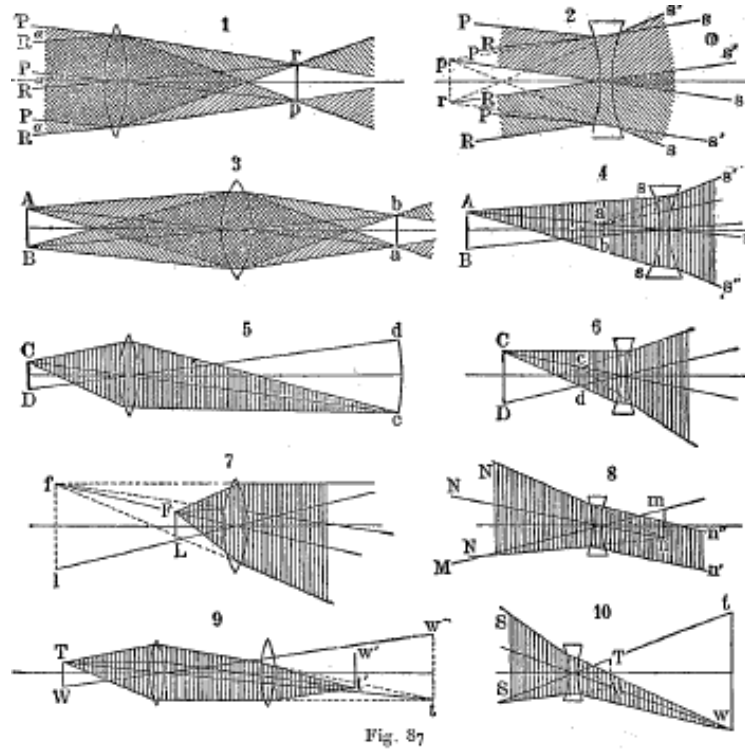
6. L'oggetto è CD ; $f_1 < 2F$; l'immagine cd è più piccola e più vicina alla lente del caso 4.

7. L'oggetto FL si trova tra il fuoco e la lente; $0 < f_1 < F$; l'immagine fl è virtuale ($f_2 < 0$), diritta e ingrandita ($-f_2 > f_1$).

8. L'oggetto mn è virtuale e si trova alla distanza F dalla lente ($f_1 = -F$); cioè cadono sulla lente dei fasci di raggi, convergenti, i cui punti di incontro geometrici sono sul piano focale. Per uno di questi fasci, sono stati rappresentati tre raggi N , che concorrono geometricamente in n ; per il fascio M , che converge in m , si è raffigurato solo il raggio che passa per il centro ottico. Tutti i raggi N , alla loro uscita dalla lente, formano un fascio di raggi paralleli $n'n$; il fascio M dà anche un fascio di raggi paralleli al raggio M .

9. Qui abbiamo due lenti; la prima darebbe solo l'immagine wl dell'oggetto WT ; questa immagine svolge, per la seconda lente, il ruolo di una sorgente virtuale ($f_1 < 0$), e si ottiene così un'immagine $w't'$, diritta rispetto a questa sorgente, ridotta e reale; si ha inoltre $f_2 < -f_1$.

10. L'oggetto WT è virtuale e $-f_1 < F$; sono stati tracciati tre fasci convergenti in W e solo uno dei raggi diretti verso T; si produce un'immagine wl diritta, ingrandita e reale, e si ha $f_2 > -f_1$.



Si ha, per l'ingrandimento lineare G prodotto da una lente, la formula generale (42); introducendo in questa formula il valore (52) di f_2 , assume la seguente forma

$$G = -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{F}{f_1 - F} = -\frac{1}{\frac{f_1}{F} - 1} \quad (5.0.82)$$

Se si indica con x la distanza dell'oggetto dal fuoco principale (nel primo mezzo), si ha $f_1 - F = x$, e, di conseguenza, l'ingrandimento lineare

$$G = -\frac{F}{x} \quad (5.0.83)$$

L'ingrandimento angolare G_1 ha come espressione, si veda (4a,d) e (42,b),

$$G_1 = -\frac{1}{G} = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \quad (5.0.84)$$

Infine si trova, per l'ingrandimento assiale, si veda (40,f) e (42,b),

$$G_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1} = -G^2 \quad (5.0.85)$$

7. Seconda approssimazione della teoria delle lenti

Non si è tenuto conto, nella definizione della formula (49), dell'espressione delle lenti; è per questo motivo che abbiamo potuto considerare come una retta un raggio passante per il centro ottico e che abbiamo potuto trascurare sua deviazione laterale. Stabiliamo ora formule più esatte,

introducendo lo spessore c della lente, cioè la distanza tra i punti in cui l'asse ottico incontra le due facce della lente. Determineremo anzitutto la posizione dei piani principali e dei punti principali H_1 e H_2 ; nel caso precedente, dove la lente è nell'aria, i punti principali coincidono con i punti nodali; vedremo, in secondo luogo, qual è la vera definizione del centro ottico.

Manteniamo ai raggi R_1 e R_2 i loro vecchi significati e conveniamo di nuovo di contarli positivamente per superfici convesse. Sia XY (fig. 88) l'asse ottico principale, PLQ una porzione della lente, F_1 e F_2 i suoi fuochi. Tracciamo la retta arbitraria MN parallela a XY ; al raggio incidente MA corrisponde il raggio rifratto ADF_2 ; al raggio emergente CN , il raggio incidente F_1BC . Se si prolungano F_1B e F_2D fino a quando non incontrano MN , si ottengono i due punti D_1 e D_2 . Questi punti sono del tutto analoghi ai punti D_1 e D_2 di figura 77, cioè che D_2 è l'immagine (virtuale) della sorgente (pure virtuale) D_1 ; i raggi F_1B e MA , che passano nel primo mezzo per D_1 , passano nell'ultimo mezzo per D_2 . Tracciamo anche per D_1 e D_2 dei piani perpendicolari a XY ; questi sono i *piani principali*; intersecano l'asse XY nei *punti principali* H_1 e H_2 , che sono allo stesso tempo i punti nodali.

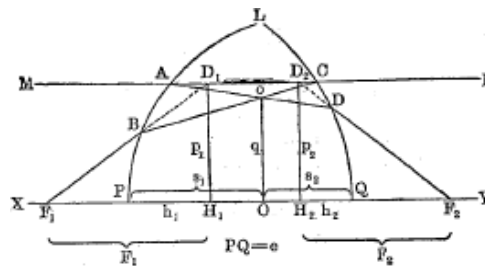


Fig. 88

I raggi BC e AD si intersecano nel punto o , che non è altro che l'immagine del punto D_1 nel vetro della lente, perché i raggi F_1B e MA , che passano per D_1 , si intersecano in o , dopo la loro prima rifrazione. Si può così considerare questo stesso punto come una sorgente radiante posta all'interno del vetro e dando all'esterno (a destra) l'immagine D_2 ; i raggi oC e oD , venendo dal punto o , sembrano infatti, dopo la loro rifrazione, provenire da D_2 . Se si traccia per o un piano oO perpendicolare a XY , il sistema dei punti situati nel primo piano principale del D_1H_1 dà, dopo la prima rifrazione, immagini nel piano oO , e questi punti danno, dopo la seconda rifrazione, immagini nel secondo piano principale D_2H_2 . Ne consegue che O è l'*immagine situata nella lente* del punto principale H_1 , e il punto principale H_2 è l'immagine esterna del punto O . Tutti i raggi che, nel primo mezzo (aria), sono diretti verso H_1 , e sembrano, nell'ultimo mezzo, provenire da H_2 , senza alcun cambio di direzione, devono passare per O all'interno della lente. Pertanto, qualsiasi raggio, che passa all'interno della lente attraverso il punto O , ha la stessa direzione di prima della sua entrata nella lente e dopo la sua uscita. Il punto O è chiamato *centro ottico* della lente. Per lenti infinitamente sottili, il centro ottico coincide con il punto in cui l'asse ottico interseca la lente.

Vediamo, da quanto precede, che il centro ottico O è l'immagine all'interno della lente dei due punti principali H_1 o H_2 , a seconda che i raggi in arrivo da sinistra (verso H_1) o da destra (verso H_2).

Sia $PQ = c$, e inoltre

$$PH_1 = h_1 \quad QH_2 = h_2 \quad PO = s_1 \quad QO = s_2$$

contiamo tutte queste grandezze positivamente, partendo da P e Q , all'interno della lente. Proponiamoci di trovare queste grandezze, quando R_1 , R_2 , c e n (indice di rifrazione del vetro) sono assegnati. Ricordiamo innanzitutto di nuovo le formule, che si riferiscono alla rifrazione di un raggio attraverso una superficie sferica che separa due mezzi (si veda figura 71). Siano

n_1 e n_2 gli indici del primo e del secondo mezzo, R il raggio, contato positivamente quando il centro è all'interno del secondo mezzo, f_1 la distanza della sorgente radiante dalla sommità della superficie sferica, f_2 quella dell'immagine, essendo f_1 contato positivamente a partire dal vertice nel primo mezzo e f_2 nel secondo. Siano, inoltre, g_1 e g_2 le ordinate della sorgente e della sua immagine, ed infine F_1 e F_2 le lunghezze focali principali. Dobbiamo, in questo caso, vedere le formule (25), (24) e (29):

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \quad (5.0.86)$$

$$F_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \quad F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \quad (5.0.87)$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{f_2}{f_1} \quad (5.0.88)$$

Le formule (56,a) e (56,b) ci danno

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (5.0.89)$$

Consideriamo ora il caso in cui abbiamo a che fare con una lente e denotiamo con F'_1 e F'_2 le sue lunghezze focali principali, corrispondenti alla prima rifrazione, per con F''_1 e F''_2 quelle che corrispondono alla seconda rifrazione, ovvero al passaggio dal vetro nell'aria. Le distanze F'_1 e F'_2 sono contate a partire dal punto P verso sinistra e verso destra, e F''_1 e F''_2 a partire dal punto Q. Si ottengono F'_1 e F'_2 ponendo nella (56,b) $n_1 = 1$, $n_2 = n$ e $R = R_1$:

$$F'_1 = \frac{R_1}{n-1} \quad F'_2 = \frac{nR_1}{n-1} \quad (5.0.90)$$

Ponendo nella (56,b) $n_1 = n$, $n_2 = 1$, $R = -R_2$, si ha

$$F''_1 = \frac{nR_2}{n-1} \quad F''_2 = \frac{R_2}{n-1} \quad (5.0.91)$$

Determinare la posizione dei punti principali H_1 e H_2 , così come quello del centro ottico O, cioè per trovare le grandezze h_1, h_2, s_1, s_2 , stabiliremo dapprima una semplice relazione tra loro. Si ha

$$s_1 + s_2 = e \quad (5.0.92)$$

Poniamo $D_1 H_1 = p_1$, $D_2 H_2 = p_2$ e $oO = q$; si ha, come si sa, $p_1 = p_2$. Abbiamo visto che o è l'immagine del punto D_1 . Applicando la (56,c), si deve fare

$$g_2 = q \quad g_1 = p_1 \quad n_1 = 1 \quad n_2 = n \quad f_1 = -h_1 \quad f_2 = s_1$$

ciò dà

$$\frac{q}{p_1} = -\frac{1}{n} \cdot \frac{s_1}{h_1}$$

D'altra parte D_2 è l'immagine del punto o , che si produce al passaggio dei raggi dal vetro all'aria. Bisogna porre ora

$$g_2 = p_2 \quad g_1 = q \quad n_1 = n \quad n_2 = 1 \quad f_1 = s_2 \quad f_2 = -h_2$$

e si ha

$$\frac{p_2}{q} = -n \cdot \frac{h_2}{s_2}$$

Se si moltiplicano le ultime due uguaglianze tra loro, e si tiene conto che $p_1 = p_2$, si ottiene la notevole proporzione

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{h_1}{h_2} \quad (5.0.93)$$

Le relazioni (58) e (59) danno

$$s_1 = \frac{h_1 e}{h_1 + h_2} \quad s_2 = \frac{h_2 e}{h_1 + h_2} \quad (5.0.94)$$

Ritorniamo ora alla (56,a) e applichiamo ai punti D_1 (sorgente) e o (immagine). Dobbiamo porre

$$F_1 = F'_1 \quad F_2 = F'_2 \quad f_1 = -h_1 \quad f_2 = s_1$$

si ha allora

$$-\frac{F'_1}{h_1} + \frac{F'_2}{s_1} = 1 \quad (5.0.95)$$

Applichiamo la (56,a) ai punti o (sorgente) e D_2 (immagine); dobbiamo porre

$$F_1 = F''_1 \quad F_2 = F''_2 \quad f_1 = s_2 \quad f_2 = -h_2$$

e si ha

$$\frac{F''_1}{s_2} - \frac{F''_2}{h_2} = 1 \quad (5.0.96)$$

Se si introducono, nelle ultime due uguaglianze, le grandezze (57,a), (57,b) e (60), si ottiene

$$-\frac{R_1}{(n-1)h_1} + \frac{nR_1(h_1+h_2)}{(n-1)eh_1} = 1$$

$$-\frac{R_2}{(n-1)h_2} + \frac{nR_2(h_1+h_2)}{(n-1)eh_2} = 1$$

o

$$\begin{aligned} [nR_1 - (n-1)e]h_1 + nR_1h_2 &= eR_1 \\ [nR_2 - (n-1)e]h_2 + nR_2h_1 &= eR_2 \end{aligned}$$

da cui si deduce

$$h_1 = \frac{R_1 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1)e} \quad h_2 = \frac{R_2 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1)e} \quad (5.0.97)$$

Le distanze dei punti principali H_1 e H_2 dai punti P e Q sono allora determinate.

Dalla (62) risulta che si ha $h_1 : h_2 = R_1 : R_2$. Questa proporzione unita alla (59) dà

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (5.0.98)$$

e di conseguenza

$$a_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} e \quad h_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e \quad (5.0.99)$$

Abbiamo quindi ottenuto la posizione del centro ottico.

Si può trascurare il secondo termine del denominatore delle espressioni (62) e si ottengono le espressioni più semplici

$$h_1 = \frac{R_1 e}{n(R_1 + R_2)} \quad h_2 = \frac{R_2 e}{n(R_1 + R_2)} \quad (5.0.100)$$

La distanza $H_1 H_2$ è

$$H_1 H_2 = \delta = e - (h_1 + h_2) = e - \frac{e}{n} \quad (5.0.101)$$

Se $n = 1,5$ (per i tipi ordinari di vetro, n è vicino a questo valore), si ha

$$\delta = \frac{1}{3} e \quad (5.0.102)$$

Cerchiamo ora le lunghezze focali principali $F_1 = F_1 H_1$ e $F_2 = F_2 H_2$. I raggi, che provengono da sinistra parallelamente all'asse ottico, danno, dopo la loro prima rifrazione, un'immagine

in un punto situato alla distanza F'_2 a destra di P, e quindi alla distanza $e - F'_2$ a sinistra di Q. Questo punto, considerato come una sorgente radiante, produce, dopo la seconda rifrazione, un'immagine al secondo fuoco principale F_2 dell'intera lente, che è alla distanza F_2 a destra di H_2 , e quindi alla distanza $F_2 - h_2$, a destra di Q. Applicando la relazione (56, d), a questo secondo passaggio, si deve porre

$$n_1 = n \quad n_2 = 1 \quad f_1 = e - F'_2 \quad f_2 = F_2 - h_2 \quad R = -R_2$$

si ottiene allora

$$\frac{n}{e - F'_2} + \frac{1}{F_2 - h_2} = \frac{n - 1}{R_2} \quad (5.0.103)$$

I raggi provenienti dal fuoco principale F_1 dell'intera lente, che si trova alla distanza $F_1 - h_1$ a sinistra di P, danno, dopo la loro prima rifrazione, un'immagine al fuoco principale F''_1 (perché escono dalla lente parallelamente all'asse ottico principale), che si trova alla distanza F''_1 , a sinistra di Q, e di conseguenza alla distanza $e - F''_1$, a destra di P. Applicando la (56, d) alla prima rifrazione, dobbiamo porre

$$n_1 = 1 \quad n_2 = n \quad f_1 = F_1 - h_1 \quad f_2 = e - F''_1 \quad R = R_1$$

si ha così

$$\frac{1}{F_1 - h_1} + \frac{n}{e - F''_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

La relazione (67,a) e (67,b) danno

$$F_2 = h_2 + \frac{(F'_2 - e) R_2}{(n - 1)(F'_2 - e) + n R_2}$$

$$F_1 = h_1 + \frac{(F''_1 - e) R_1}{(n - 1)(F''_1 - e) + n R_1}$$

Introducendo qui i valori (62) di h_1 e di h_2 e quelli di F'_2 e di F''_1 ricavati dalla (57,a) e (57,b), si vede che $F_1 = F_2$. Indichiamo il loro valore comune con F ; e abbiamo

$$F_1 = F_2 = F = \frac{R_1 R_2}{(n - 1)(R_1 + R_2 - \frac{n-1}{n}e)} \quad (5.0.104)$$

Se ne deduce

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{n - 1}{n} \frac{e}{R_1 R_2} \right) \quad (5.0.105)$$

Per $e = \frac{n}{n-1}(R_1 + R_2)$ si ha $F = \infty$, cioè che un fascio di raggi paralleli dà, dopo la prima rifrazione, un'immagine situata all'interno della lente; raggi, partenti da quest'ultimo punto, danno, dopo rifrazione attraverso il secondo lato della lente, un nuovo fascio di raggi paralleli. Se si ha $e > \frac{n}{n-1}(R_1 + R_2)$, si ha $F < 0$; un fascio incidente di raggi paralleli dà, dopo aver attraversato le due superfici, un fascio divergente; il fuoco principale si trova all'interno della lente. Se $n = 1,5$, si ha $F < 0$, quando $e > 3(R_1 + R_2)$.

Siamo quindi arrivati a formule più precise delle (51) e (52, 3°) precedentemente stabilite. Le distanze f_1 e f_2 della sorgente radiante e della sua immagine nei punti principali H_1 e H_2 , la cui posizione è stata determinata dalle formule (62), sono legate dalla relazione (43)

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad (5.0.106)$$

dove $1/F$ è dato dalla (69).

Le formule (62) e (69) ci consentono di determinare le posizioni dei punti principali e dei fuochi per tutte le possibili specie di lenti, sostituendo i corrispondenti valori di e , R_1 , R_2 con un segno opportuno. Quando e è piccolo, rispetto a $R_1 + R_2$, si possono usare le formule semplificate (65).

Per una *sfera*, si ha $R_1 = R_2 = R$ e $e = 2R$; si trova $h_1 = h_2 = R$; i due punti principali coincidono, in questo caso, con il centro della sfera. Si ha inoltre $F = nR/2(n-1)$. La distanza $\varphi = F - R$ del fuoco dalla lente è $\varphi = \frac{(2-n)R}{2(n-1)}$.

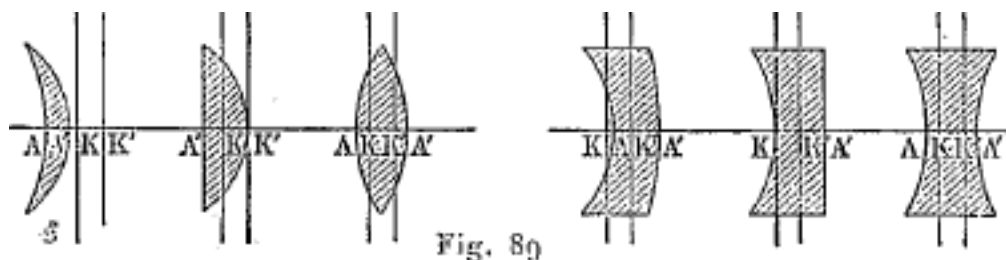
Per l'acqua ($n = 4/3$), si ha $\varphi = R$; per il vetro ($n = 3/2$), si ottiene $\varphi = \frac{R}{2}$.

Va da sé che tutti *questi risultati si riferiscono a raggi centrali, che si trovano nelle immediate vicinanze dell'asse ottico principale.*

Quando *una delle superfici della lente*, ad esempio la prima è un piano, si ha $R_1 = \infty$, e (62) e (68) danno

$$h_1 = \frac{e}{n} \quad h_2 = 0 \quad F = \frac{R_2}{n-1} \quad (5.0.107)$$

Nella figura 89, le lettere K e K' indicano la posizione dei punti principali per le varie forme di lenti. Le formule (62) o (65) consentono di orientarsi nei diversi casi.



Pfaundler (1900) e Blakesley (1903) hanno considerato il caso in cui e ha un valore relativamente molto grande, avendo la lente di vetro la forma di un cilindro con basi convesse o concave. Può succedere, in questo caso, che il fuoco principale F_2 si trovi, essendo F_2 positivo, tra il punto principale H_2 e la seconda base del cilindro. La lente è quindi divergente, sebbene F_2 sia positivo. Pfaundler considera, per questo motivo, il segno della distanza dal fuoco principale alla superficie della lente come una caratteristica della lente stessa, e distingue, in base a ciò, le lenti in *lenti positive* e *lenti negative*.

La costruzione dell'immagine di un punto esterno all'asse ottico principale viene eseguita, per tutti i tipi di lenti, secondo lo schema di figura 81, quando sono indicati i fuochi F_1 e F_2 , nonché i punti principali H_1 , e H_2 .

Concluderemo qui lo studio del passaggio dei raggi attraverso una sola lente. Notiamo anche che a volte chiamiamo grandezza $1/F$ la *potenza della lente*. L'unità di potenza, o *diottria*, è la potenza di una lente la cui distanza focale principale è pari a 1 metro.

8. Sistema di due lenti centrate.

La teoria generale sviluppata nel § 5 mostra che l'unione di un numero qualsiasi di lenti, aventi lo stesso asse ottico, costituisce un sistema che ha due fuochi e due piani principali. Ci limiteremo al caso di due lenti poste nell'aria, e assumeremo prima che *sono entrambe molto sottili*, di modo che si possa applicare a ciascuna di esse la teoria elementare esposta nel § 6. Siano P e Q (fig. 90) le due lenti date, F' e F'' le loro lunghezze focali principale, $D = AB$ la distanza tra le lenti. Ci proporremo di determinare le distanze F_1 e F_2 dei fuochi principali dell'intero sistema dalle lenti P e Q.

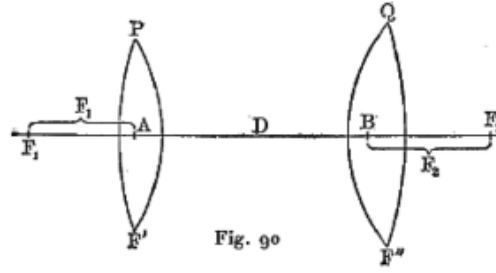


Fig. 90

I raggi, che arrivano da sinistra parallelamente all'asse, danno, dopo il loro passaggio attraverso la prima lente P, un'immagine situata alla distanza F' da P, e quindi la distanza $D - F'$ da Q. La seconda lente dà una nuova immagine al fuoco principale F_2 dell'intero sistema. Applicando la relazione generale (50), alla seconda lente, si deve porre

$$f_1 = D - F' \quad f_2 = F_2 \quad F = F''$$

e si ottiene

$$\frac{1}{D-F'} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F''} \quad \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F'-D} + \frac{1}{F''} \quad (5.0.108)$$

I raggi passanti per F_1 devono, dopo essere passati per P, dare un'immagine al fuoco principale della lente Q, che è alla distanza F'' da Q e alla distanza $D - F''$ da P, perché questi raggi devono lasciare Q parallelamente all'asse ottico principale. Se si applica la stessa relazione (50) alla *prima lente*, si deve porre

$$f_1 = F_1 \quad f_2 = D - F'' \quad F = F'$$

e così si ha

$$\frac{1}{F} + \frac{1}{D-F''} = \frac{1}{F'} \quad \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F''-D} + \frac{1}{F'} \quad (5.0.109)$$

Le uguaglianze (72,a) e (72,b) danno

$$F_1 = \frac{F'F''-F'D}{F'+F''-D} \quad F_2 = \frac{F'F''-F''D}{F'+F''-D} \quad (5.0.110)$$

È facile vedere che si dovevano ottenere valori diversi per le lunghezze focali, perché le abbiamo contate arbitrariamente a partire da P e Q, e non a partire dai piani principali, le cui posizioni si determinano d'altronde secondo lo schema delle figure 77 o 88.

Se $D = F' + F''$, si ha $F_1 = F_2 = \infty$; il sistema si chiama in questo caso un sistema *afocale o telescopico*. Un fascio di raggi paralleli che attraversa un tale sistema, rimane un fascio di raggi paralleli, ma normalmente la sua sezione retta cambia. La Figura 91 rappresenta due casi di sistemi afocali; MN è uno schermo con un'apertura circolare, che determina l'ampiezza iniziale della sezione del fascio. Il punto F è, in entrambi i casi, il fuoco principale comune delle due lenti; nella seconda figura si ha $F'' < 0$.

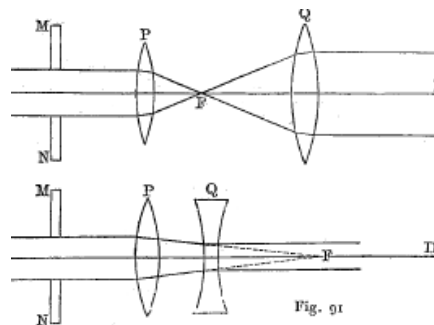


Fig. 91

Se le lenti sono poste l'una contro l'altra, si ha $D = 0$ e (73) dà

$$F = F_1 = F_2 = \frac{F'F''}{F' + F''}$$

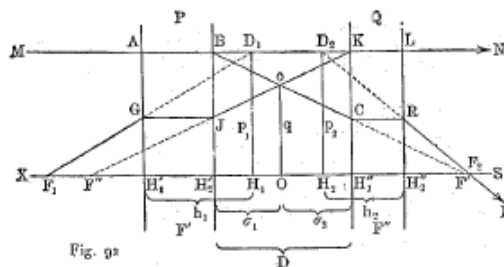
o

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} \quad (5.0.111)$$

La potenza di due lenti molto sottili affiancate è uguale alla somma delle rispettive potenze.

Esamineremo ora il caso in cui si trovano le lenti combinate non sono molto sottili, e ci limiteremo ancora al caso di due lenti situate nell'aria. Supponiamo che le proprietà di ciascuna delle lenti P e Q (fig. 92) siano del tutto note, cioè che i punti principali H'_1 e H'_2 della prima lente, H''_1 e H''_2 della seconda siano assegnati. Sono inoltre note le lunghezze focali F' e F'' delle lenti, ed infine la distanza $D = H'_2H''_1$, dal secondo punto principale della prima lente al primo punto principale della seconda; questa distanza è chiamata l'*intervallo ottico*. Determineremo le posizioni dei punti principali H_1 e H_2 , nonché la distanza focale F dell'intero sistema.

Sia F' il fuoco principale della prima lente, F'' quello della seconda, di modo che si ha $H'_2F' = F'$ e $H''_1F'' = F''$; inoltre siano F_1 e F_2 i fuochi principali cercati dell'intero sistema. Tracciamo la retta MN parallela all'asse ottico principale XS. Il raggio incidente MA deve andare da B a F' dopo aver attraversato P; ma è diretta verso C, e, di conseguenza, dopo che ha attraversato Q, segue la direzione RF_2E . Il raggio LN, che esce da Q, deve andare dal fuoco principale F'' della lente Q al punto K; parte, quindi, per così dire, da J, e, di conseguenza, deve dirigersi, a sinistra di P, dal punto F_1 verso G. I due raggi MA e F_1G hanno quindi, dopo aver attraversato P, le direzioni BC e JK e, dopo aver attraversato Q, le direzioni RE e LN. Se si prolunga F_1G e RE fino ai punti D_1 e D_2 , si vede che o è l'immagine di D_1 , data dalla lente P, e D_2 , l'immagine di o , data dalla lente Q. Il punto D_2 è ovviamente anche un'immagine di D_1 data dall'intero sistema. Ne consegue che H_1 e H_2 sono i punti principali di tutto il sistema, O il centro ottico di questo sistema, e $F = H_1F_1 = H_2F_2$ la distanza focale cercata.



Siano $H'_1H_1 = h_1$ e $H''_2H_2 = h_2$; ci proponiamo ora di determinare le grandezze h_1, h_2 e F . Poniamo $D_1H_1 = p_1$, $D_2H_2 = p_2$, $Oo = q$, $H'_2O = \sigma_1$, $H''_1O = \sigma_2$. Dalla formula (42), che dà l'ingrandimento nel caso in cui il primo mezzo è identico all'ultimo, si ha

$$\frac{q_1}{o_1} = \frac{\sigma_1}{h_1} \quad \frac{p_2}{q} = \frac{h_2}{\sigma_2}$$

ma si ha $p_1 = p_2$ e, di conseguenza

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

Se si somma la relazione $\sigma_1 + \sigma_2 = D$, si ottiene

$$\sigma_1 = \frac{Dh_1}{h_1+h_2} \quad \sigma_2 = \frac{Dh_2}{h_1+h_2}$$

Le relazioni tra i punti D_1 e o da una parte e tra o e D_2 dall'altra sono

$$-\frac{1}{h_1} + \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{F'} \quad \frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{h_2} = \frac{1}{F''}$$

Se si introducono i valori di σ_1 e di σ_2 , si ha

$$h_1 = \frac{DF'}{F' + F'' - D} \quad h_2 = \frac{DF''}{F' + F'' - D} \quad (5.0.112)$$

Ne risulta

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{F'}{F''} \quad (5.0.113)$$

Il punto F'' è l'immagine del punto F_1 prodotta dalla lente Q, perché i raggi provenienti da F_1 devono lasciare Q parallelamente all'asse, e di conseguenza, raggiungere Q, come se provenissero dal fuoco principale F'' di questa lente. Si ha quindi

$$\frac{1}{H'_1 F_1} + \frac{1}{-F'' H'_2} = \frac{1}{F'}$$

o

$$\frac{1}{H_1 F_1 - H_1 H'_1} + \frac{1}{H'_1 H'_2 - H'_1 F'} = \frac{1}{F''}$$

cioè

$$\frac{1}{F - h_1} + \frac{1}{D - F''} = \frac{1}{F'} \quad (5.0.114)$$

Il punto F_2 è l'immagine di F' prodotta dalla lente Q, perché i raggi, che si incontrano in F_2 , devono cadere su P parallelamente all'asse principale XS, e di conseguenza devono, all'uscita della lente P, essere rifratti nel direzione del fuoco principale F' di questa lente. Ne consegue che si ha

$$\frac{1}{-H''_1 F'} + \frac{1}{H''_2 F_2} = \frac{1}{F''}$$

o

$$\frac{1}{H'_2 H'_1 - H'_2 F'} + \frac{1}{H_2 F_2 - H_2 H''_2} = \frac{1}{F''}$$

cioè

$$\frac{1}{D - F'} - \frac{1}{F - h_2} = \frac{1}{F''} \quad (5.0.115)$$

Se si introducono i valori (75) nella (76,a) e (76,b), si ottiene, come ci si doveva aspettare, lo stesso valore per F :

$$F = \frac{F' F''}{F' + F'' - D} \quad (5.0.116)$$

dal quale si ricava

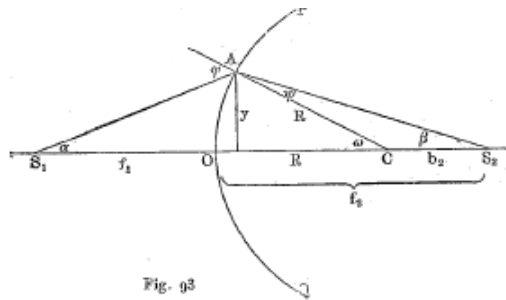
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F' F''} \quad (5.0.117)$$

La formula esatta (77,a) sostituisce quelle approssimate (73) trovate in precedenza.

9. Aberrazione sferica.

Finora abbiamo portato la nostra attenzione solo sui raggi centrali, che formano *prima e dopo la rifrazione* angoli molto piccoli con l'asse ottico principale. Abbiamo trovato tutti i raggi, provenienti da un dato punto S_1 concorrono dopo rifrazione in uno stesso punto S_2 . Non ci si deve più aspettare un risultato del genere, quando gli angoli formati dai raggi con l'asse ottico non sono molto piccoli; in questo caso, la posizione del punto di incontro dei raggi rifratti dipende dall'ampiezza dell'angolo formato da questi raggi con l'asse ottico, prima e dopo la

rifrazione. Il fascio totale dei raggi provenienti dallo stesso punto S_1 , situato ad esempio sull'asse stesso, si divide quindi in un'infinità di parti, ognuna delle quali ha una sua immagine particolare. Questo fenomeno è indicato col nome di *aberrazione sferica*.



Consideriamo dapprima la rifrazione attraverso una superficie sferica PQ, (fig. 93), il cui centro si trova in C il cui raggio è $CA = R$. Poniamo $S_1 = f_1$, $OS_2 = f_2$ e siano S_1A il raggio incidente, AS_2 il raggio rifratto. I triangoli S_1AC e CAS_2 danno

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \omega} = \frac{S_1C}{S_1A} \quad \frac{\sin \psi}{\sin \omega} = \frac{CS_2}{S_2A}$$

Se si divide la prima uguaglianza per la seconda, e se si pone $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n$, si ottiene

$$\frac{S_1C}{CS_2} = n \frac{S_1A}{S_2A} \quad (5.0.118)$$

Introducendo i valori delle grandezze che figurano in questa uguaglianza, dedotte dalla fig. 93, viene

$$\frac{f_1 + R}{f_2 - R} = n \frac{S_1A}{S_2A} \quad (5.0.119)$$

Se si pone $S_1A = S_1O = f_1$ e $S_2A = S_2O = f_2$, si ottiene immediatamente la relazione già trovata in precedenza tra f_1, f_2, R, n , si veda (23,a) dove $n_1 = 1$, $n_2 = n$:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{n}{f_2} = \frac{n-1}{R} \quad (5.0.120)$$

Introduciamo momentaneamente le notazioni $S_1C = b_1$, $CS_2 = b_2$; si ricava dalla (78) la seguente espressione

$$\frac{b_1}{b_2} = n \sqrt{\frac{b_1^2 + R^2 - 2b_1R \cos \omega}{b_2^2 + R^2 + 2b_2R \cos \omega}}$$

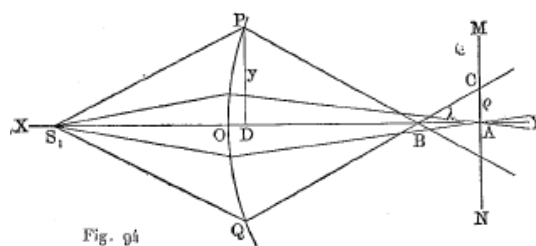
o

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{n^2} \frac{(b_2 + R)^2 - 4b_2R \sin \frac{2\omega}{2}}{(b_1 + R)^2 + 4b_1R \sin \frac{2\omega}{2}}$$

È facile capire che la grandezza b_2 diminuisce, al crescere di ω , se $R > 0$, e che, di conseguenza, i raggi marginali si intersecano, dopo rifrazione, più vicino al vertice O della superficie PQ che ai raggi centrali.

Non entreremo in maggiori dettagli sul calcolo del valore aberrazione, e ci limiteremo a indicare i risultati.

Sia A (fig. 94) l'immagine di S_1 data dai raggi centrali, in modo che $AO = f_2$ soddisfi l'uguaglianza (78, b) nella quale si ha $f_1 = OS_1$. Sia inoltre B il punto di incontro dei raggi marginali, per i quali si ha $PD = y$. La grandezza $\lambda = AB$ è chiamata *aberrazione longitudinale* della lente. Prolunghiamo i raggi marginali oltre il punto B e tracciamo per A il piano MN perpendicolare all'asse ottico XY; i raggi marginali intersecano questo piano lungo una circonferenza, il cui raggio $\rho = AC$ è detto *aberrazione laterale* della lente.


$$\rho = \frac{y}{f_2} \lambda \quad (5.0.121)$$

Sostituendo nella (78,a), si veda fig.93, i valori

si possono trovare i valori particolari di f_2 , che corrispondono a un dato valore di y . Se designiamo questi valori particolari con $f_2' = OB$ (fig.94) e con $f_2 = OA$, come prima, la grandezza corrispondente ai raggi centrali, e se si trascurano le potenze superiori di y^2 , si ha

dove

Si determina f_2 mediante la (78,b). Si ricava dalla formula (80), per l'aberrazione longitudinale che è uguale a $f_2 - f'_2$, l'espressione

Nelle lenti concave, $\lambda < 0$, quindi possiamo fare $\lambda = 0$, combinando opportunamente una lente concava e una convessa. Si ha, per l'aberrazione laterale, secondo la (79),

Per $f_1 = \infty$, cioè quando tutti i raggi cadono su PQ parallelamente all'asse ottico principale; si ha $f_2 = F_2 = nR/n-1$, si veda la (24), o la (78,b). Si ottiene inoltre, per le aberrazioni al fuoco principale, che si chiamano aberrazioni principali, i valori seguenti

153

Consideriamo ora un caso notevole, dove vi è una totale assenza di aberrazione, non solo per i raggi centrali, ma per tutti i raggi. Sia MON (fig. 95) una superficie sferica di raggio R , che separa due mezzi di indici di rifrazione n_1, n_2 e sia $a = SC = Rn_2/n_1$ la distanza dal punto luminoso S al centro C. Il raggio SA, che forma con l'asse SCO un angolo $ASO = \alpha$ grande a piacere, forma, dopo la rifrazione, l'angolo $DAH = \psi$ con la normale CD.

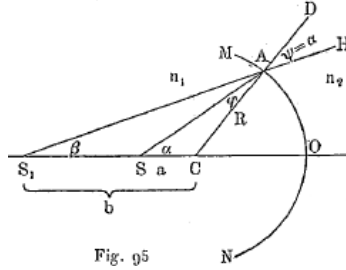


Fig. 95

Se lo si prolunga all'indietro, incontra l'asse in S_1 : poniamo $S_1C = b$, $AS_1S = \beta$; sia inoltre $SAC = \varphi$; si ha

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{n_1}{n_2}$$

Il triangolo SAC dà

$$\frac{R}{a} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$$

si ha inoltre

$$\frac{R}{a} = \frac{n_1}{n_2}$$

e di conseguenza

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}$$

Ne risulta $\psi = \alpha$. Abbiamo poi $ASC = AS_1S + S_1AS$, cioè $\beta + \psi - \varphi = \beta + \alpha - \varphi$, e di conseguenza $\beta = \varphi$. Infine il triangolo S_2AC dà la relazione

$$\frac{b}{R} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{R}{a}$$

Se ne deduce

$$ab = R^2 \quad b = \frac{R^2}{a} = R \frac{n_2}{n_1} \quad (5.0.127)$$

La grandezza $b = S_1C$ è quindi indipendente dall'angolo α ; *tutti i raggi convergono geometricamente, in modo assoluto, nello stesso punto, dopo rifrazione; l'aberrazione è quindi zero*. Se il secondo mezzo è l'aria, e se si pone $n_2 = 1$, $n_1 = n$, si ha

$$ab = R^2 \quad a = \frac{R}{n} \quad b = Rn \quad (5.0.128)$$

Indicheremo ancora qui una proprietà molto importante del punto S. Come abbiamo visto, si ha $\alpha = \psi$, $\beta = \varphi$ e $\sin \psi : \sin \varphi = n_1 : n_2$ e di conseguenza

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} = \text{cost} \quad (5.0.129)$$

Il rapporto tra i seni degli angoli che un raggio forma con l'asse ottico, nel primo e nel secondo mezzo, ha lo stesso valore costante per tutti gli altri raggi. Vedremo anche più avanti che, soddisfatta la condizione (84), non solo il punto S è privo di aberrazione, ma è anche aplanetico.

Ci sono tre di questi punti sul diametro della sfera: i due punti S simmetricamente disposti su entrambi i lati del centro C, e ovviamente il centro C stesso, per il quale $\alpha = \beta$, coincide con S.

Consideriamo ora l'aberrazione in una lente, le cui superfici hanno raggi R_1 e R_2 , che devono essere considerati entrambi positivi, quando le superfici sono convesse. Un calcolo abbastanza lungo mostra che le formule (80), (81) e (82) si applicano ancora in questo caso, ma K assume una forma molto complessa, che non indicheremo. Prenderemo in considerazione solo l'aberrazione al fuoco principale, dove $f_2 = F$, che è data dalla formula (51). In questo caso, si ha

$$F_y = F(1 - Ky^2) \quad \lambda = FKy^2 \quad \rho = Ky^2 \quad (5.0.130)$$

$$K = \frac{n^2}{2} \left\{ \frac{1}{R_2^2} \left(1 - \frac{2(n^2 - 1)}{n^2} \right) - \frac{1}{R_1 R_2} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 2 \right) + \frac{1}{R_1^2} \right\} \quad (5.0.131)$$

Quando n cresce, λ diminuisce, per una data forma di lente. Si potrebbe costruire quindi lenti a curvatura molto grande, con una sostanza molto rifrangente, ad esempio il diamante, in cui, nonostante la loro bassa distanza focale, l'aberrazione sarebbe relativamente considerevole.

La formula (84, b) mostra che λ e ρ si scambiano i ruoli, quando R_1 e R_2 sono sostituiti tra loro; ne consegue che l'aberrazione dipende, per una data lente, dal lato rivolto verso la sorgente radiante. Siccome il fattore di $1/R_1^2$ è minore di quello di $1/R_2^2$, è chiaro che si ottiene, per valori disuguali di R_1 e R_2 , un'aberrazione minore prendendo $R_1^2 < R_2^2$ solo nell'ipotesi contraria; ne segue che *l'aberrazione è minore quando la lente ruota verso la sorgente radiante la faccia che ha la più grande curvatura*, sia che questa faccia sia convessa o concava. Ciò si manifesta con particolare nitidezza, quando una delle facce è piana. Se si pone $R_1 = \infty$ e $R_2 = R$, si ha

$$K_1 = \frac{n^2}{2R^2}$$

per $R_1 = R$ e $R_2 = \infty$, si ha

$$K_2 = \frac{n^2}{2R^2} \left(1 - \frac{2(n^2 - 1)}{n^2} \right)$$

ne risulta

$$\frac{K_2}{K_1} = 1 - \frac{2(n^2 - 1)}{n^3}$$

Per il vetro, si ha $n = 1,5$, e di conseguenza

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{7}{27}$$

Per una lente piano-convessa o piano-concava, l'aberrazione è quasi quattro volte più piccola, quando la lente è rivolge la sua faccia curva verso la sorgente raggianti, che quando, al contrario, volge la sua faccia piatta verso il questa sorgente.

La quantità K è nulla per un valore di n , che è più piccolo di $1/4$; non esiste una sostanza trasparente per la quale ciò avvenga.

L'aberrazione è minima, quando si ha

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{4 + n - 2n^2}{2n^2 + n} \quad (5.0.132)$$

cioè, per una lente di vetro ($n = 1,5$), quando si ha

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{6}$$

Per una lente di vetro, biconvessa o biconcava, l'aberrazione è minima, quando la curvatura della superficie, che è rivolta verso la sorgente radiante, è sei volte maggiore della curvatura dell'altra superficie. La distanza focale principale è, in questo caso,

$$F = \frac{12}{7} R_1 = \frac{2}{7} R_2$$

Se si suppone dato F si ha

$$R_1 = \frac{7}{12} F \quad R_2 = \frac{7}{2} F \quad K = \frac{15}{14} \frac{1}{F^2}$$

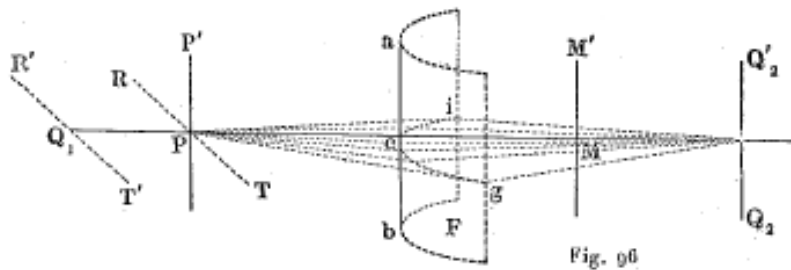
si ottiene, per le aberrazioni longitudinale e trasversale

$$\lambda = \frac{15}{14} \frac{y^2}{F} \quad \rho = \frac{15}{14} \frac{y^2}{F^2} \quad (5.0.133)$$

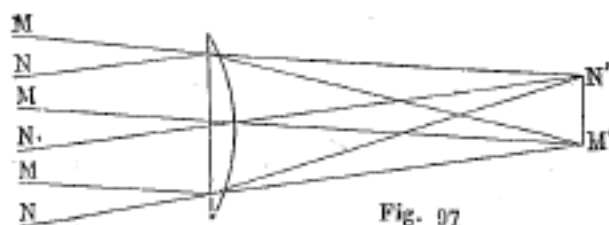
Come abbiamo visto, K non può essere nullo con una sola lente. Ma, costituendo un sistema a più lenti, per il quale la formula (84, a) rimane vera, si può avere $K = 0$. Quindi, per due lenti ad esempio, K è espresso da una funzione dei quattro raggi e dei due indici di rifrazione. Non citeremo questa formula, che è dovuta a Herschel, ma ci basti notare che, dati n_1, n_2 e tre raggi, si può calcolare il quarto raggio in modo tale da avere $K = 0$.

10. Rifrazione attraverso una superficie cilindrica; lente cilindrica. Raggi luminosi curvi

Abbiamo già parlato, dell'astigmatismo di una superficie d'onda non sferica. Il miglior esempio che si può fare è quello fornito dalla rifrazione attraverso una *superficie cilindrica* (fig. 96). Sia P il punto luminoso, M il centro della sezione trasversale a forma d'arco icg . Un fascio di raggi, situato in un piano $Picg$ perpendicolare all'asse MM' del cilindro, converge in Q_2 ; un fascio di raggi situato nel piano Pab dà il fuoco Q_1 . La retta PP' , parallela all'asse, dà l'immagine Q_2Q_2' , formata dai raggi posti in piani perpendicolari all'asse del cilindro. La linea RT , perpendicolare all'asse, dà l'immagine $R'T'$, formata dai raggi, partenti dai punti corrispondenti a RT , posti in piani passanti per l'asse MM' .



Ci si serve, in alcuni dispositivi ottici, di lenti cilindriche, ma in particolare di lenti piano-cilindriche. La figura 97 rappresenta la sezione destra di una lente piano-cilindrica, ottenuta tagliando la lente per un piano perpendicolare alle generatrici della superficie cilindrica, che assumiamo verticale. Un oggetto molto distante, i cui bordi partono dai raggi M ed N , dà, nel piano orizzontale della figura, l'immagine $M'N'$. Si ottiene un'immagine identica in tutto nei piani orizzontali, in modo che si forma una banda, di larghezza $M'N'$, parallela alle generatrici del cilindro.



Se i raggi M e N provengono dal Sole, la larghezza di questa banda sarà generalmente piccola; è uguale, per esempio, a 85 mm , quando la distanza focale della lente è pari a 100 mm . Quando i raggi di una stella cadono su una lente cilindrica, si forma al fuoco una riga brillante molto sottile. La teoria delle lenti cilindriche è stata recentemente sviluppata da Whitwell.

Abbiamo sempre supposto finora che i corpi, attraverso i quali passano i raggi, sono *omogenei*; ma il caso in cui i raggi luminosi si propagano in corpi non omogenei, o in corpi in cui l'indice di rifrazione n varia in modo continuo da un punto a un altro, è di grande importanza pratica. Questa variazione di n può essere una conseguenza della variazione continua della densità o della composizione chimica della sostanza. Il primo caso si presenta, ad esempio, nell'atmosfera; abbiamo già incontrato un esempio del secondo caso in un fluido in cui si ha la diffusione di un sale.

Quando n subisce un cambiamento continuo, c'è un cambiamento continuo nella direzione di un raggio; otteniamo così, in un mezzo non omogeneo, raggi luminosi curvi. La determinazione della forma (equazione) di un raggio di luce, quando si conosce la legge secondo la quale n varia nello spazio, è un problema puramente matematico, di cui non sappiamo non ci occuperemo qui. Nell'*atmosfera*, i raggi luminosi hanno una forma curva. Su questa forma curva riposano i fenomeni di rifrazione astronomica e terrestre, che svolgono un ruolo importante nella misure astronomiche e geodetiche, e i diversi casi di rifrazione irregolare che si osservano, in particolari circostanze, alla superficie della Terra (miraggio, Fata morgana, ecc.); torneremo brevemente su questa questione nel capitolo XII, e indicheremo anche la bibliografia corrispondente.

Molti scienziati si sono occupati della teoria generale del cammino dei raggi in corpi non omogenei; citeremo, per il momento, Mathiesen (numerosi lavori, l'ultimo dei quali del 1901), Dircks, Wierz, Wiener, Boltzmann, Jhovert, Heimbrodt, ecc. Macé de Lépinay e Pérot (1892) hanno mostrato come il fenomeno dei raggi luminosi curvi può essere prodotto sperimentalmente; Halben (1903) ha perfezionato il metodo di questi due studiosi.

11. Immagini ottenute con l'ausilio di sistemi ottici

Ci si serve, in pratica, di sistemi ottici, per ottenere immagini di uno o più oggetti. Si impiega a tale scopo un gran numero di dispositivi o strumenti ottici, come vengono chiamati, di cui studieremo più avanti costruzione; tali sono il telescopio astronomico, il microscopio, l'obiettivo fotografico, ecc.; si distinguono per differenze essenziali, provenienti dalla natura delle condizioni che devono essere soddisfatte nella loro costruzione. La necessità di costruire strumenti sempre più perfezionati ha portato, soprattutto in Germania, ad un notevole sviluppo della parte della scienza che si occupa della costruzione di strumenti ottici, sia dal punto di vista teorico che pratico. Si potrebbe chiamare questo ramo scientifico l'optotecnica; essa si avvicina, per le sue caratteristiche e per il percorso storico del suo sviluppo dell'elettrotecnica. Naturalmente non ci si può avvicinare, in un Trattato generale di fisica, all'aspetto puramente tecnico dell'optotecnica; possiamo anche dedicare solo uno spazio limitato alla sua parte teorica; esamineremo qui brevemente una delle questioni di cui si occupa; alcuni altri saranno trattati nel Capitolo sugli strumenti ottici. Si troverà una bellissima esposizione di un gran numero di soggetti più

particolari nel *Lehrbuch der Physik* di Müller-Pouillet, II, 1, nona edizione Braunschweig, 1897, così come in alcune altre opere citate in bibliografia.

Daremo in questo paragrafo una breve panoramica di alcuni dei risultati che sono stati raggiunti nello studio dei mezzi per ottenere le immagini più perfette possibili, con un sistema ottico. Questo studio ha preso oggi notevole importanza.

Abbiamo considerato nei paragrafi precedenti (§§ da 4 a 8), il passaggio di un fascio di raggi molto stretto attraverso un sistema ottico, nel caso in cui questi raggi formassero angoli molto piccoli con l'asse ottico, cioè nel caso dei raggi centrali. È solo nel § 9 che abbiamo considerato fasci i cui raggi formano grandi angoli con l'asse ottico, e che possono essere chiamati *fasci larghi*; abbiamo poi parlato dell'aberrazione di sfericità e dei *punti privi di aberrazione*, che danno dopo rifrazione, anche per fasci larghi, fasci omocentrici, cioè convergenti in un punto; come abbiamo visto, una superficie possiede, oltre al suo centro, altri due punti privi di aberrazione.

Per affrontare il problema delle immagini fornite dai sistemi ottici, è necessario distinguere tra casi diversi, o, più esattamente, problemi diversi.

I. PUNTO LUMINOSO SULL'ASSE OTTICO; RAGGI CENTRALI. - Un punto luminoso S, posto sull'asse ottico stesso, dà, se ci si limita ai raggi centrali, un certo punto S_1 come immagine. In questo caso, l'immagine è *perfetta*, se, ovviamente, trascuriamo i fenomeni di diffrazione, che, come abbiamo detto nel § 5 del Capitolo precedente, hanno l'effetto di trasformare l'immagine in un piccolo cerchio, e anche in una figura più complessa, per un pennello molto stretto di raggi.

II. PUNTO LUMINOSO SULL'ASSE OTTICO; FASCIO LARGO DI RAGGI - I raggi si trovano, in generale, all'interno di un certo spazio focale. Come caso particolare, l'immagine del punto S potrebbe essere ancora un punto S_1 per fasci larghi; S e S_1 sono allora punti senza aberrazione. La condizione perché si abbia assenza di aberrazione non può essere espressa in una forma semplice.

III. ELEMENTO DI SUPERFICIE PERPENDICOLARE ALL'ASSE OTTICO; FASCIO LARGO DI RAGGI - Supponiamo che il sistema ottico, che rappresenteremo simbolicamente con il piano S (fig. 98), possieda il punto privo di aberrazione L; un fascio largo di raggi proveniente da L passa per il punto L' . In questo caso, non si può affermare che il sistema dà un'immagine perfetta, cioè abbastanza netta, dell'elemento di superficie perpendicolare all'asse ottico in L. Infatti, se Ll è un elemento lineare, un fascio largo di raggi che partenti da l non convergerà, in generale, dopo la rifrazione, in un unico punto. I raggi centrali danno l'immagine $L'I'$, e i raggi marginali l'immagine $L'l''$. L'intero fascio largo dà un'infinità di immagini sovrapposte con diversi ingrandimenti.

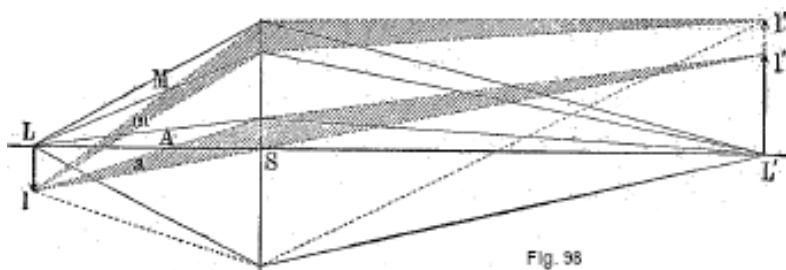


Fig. 98

Helmholtz, Clausius e Abbe hanno mostrato quale condizione deve essere soddisfatta affinché tutti l' e l'' coincidano. Questa condizione è la seguente: siano α_1 e α_2 gli angoli formati dal raggio con l'asse ottico, nel primo mezzo (α_1) e nell'ultimo (α_2); si può dimostrare la seguente proposizione:

Un sistema ottico fornisce, per fasci larghi di raggi, un'immagine perfetta di un elemento piano, perpendicolare all'asse ottico e circondante il punto privo di aberrazione, quando, per

tutti i raggi di un fascio largo che escono da questo punto, è soddisfatta la seguente condizione:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} G = \text{cost} \quad (5.0.134)$$

n_1 , e n_2 rappresentano qui gli indici di rifrazione del primo e dell'ultimo mezzo, G l'ingrandimento lineare. Hockin, Brunse e Everett (1902) hanno fornito nuove dimostrazioni di questa proposizione.

I punti privi di aberrazione e che soddisfano la condizione (85) si chiamano punti aplanetici. La formula (84) mostra che i tre punti di una sfera privi di aberrazione sono allo stesso tempo aplanatici in un modo approssimato.

È facile determinare una superficie con la condizione che tutti i raggi, partenti da un punto P_1 , si incontrano, dopo rifrazione, in un altro punto P_2 pure dato e posto sugli stessi raggi rifratti o sul loro prolungamento. Questa superficie è ovviamente una superficie di rivoluzione intorno a P_1P_2 e, di conseguenza, basta determinarne la curva meridiana AB. Sia M un punto qualsiasi di questa curva. Secondo la regola di Fermat tutti i raggi che vanno da P_1 a P_2 compiono questo percorso nel tempo minimo e, di conseguenza, nello stesso tempo, qualunque sia il punto M. Si deve quindi avere

$$\frac{P_1M}{v_1} + \frac{P_2M}{v_2} = \text{cost}$$

essendo v_1 e v_2 le velocità di propagazione dell'energia radiante nei due mezzi. Se quindi si pone $P_1M = \rho_1$, $P_2M = \rho_2$, si ha, per l'equazione della curva meridiana AB,

$$\rho_1 + n\rho_2 = \text{cost}$$

indicando n l'indice di rifrazione del secondo mezzo, relativo al primo, uguale, come si sa, a v_1/v_2 . Questa equazione rappresenta un'infinità di curve, che sono ovali di Descartes. Ponendo $n = -1$, si ritrovano le coniche studiate in precedenza. Ciascuna delle superfici così ottenute si dice *aplanetica*, rispetto al punto P_1 ; ma, in generale, non possiede questa proprietà se non per una singola coppia di punti P_1 e P_2 .

IV. ELEMENTO ASSE OTTICO, FASCI LARGHI DI RAGGI. - Due punti adiacenti situati sull'asse ottico non possono essere privi di aberrazione, quando uno di essi è aplanetico, perché, come ha mostrato Czapski, non si può ottenere un'immagine perfetta di un elemento dell'asse, a meno che sia soddisfatta la seguente condizione, per tutti i raggi di un fascio largo,

$$\frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}} = \text{cost} \quad (5.0.135)$$

ma questa condizione è in contraddizione con la formula (85); segue che non si può ottenere, in alcun caso, un'immagine perfetta di un elemento di spazio, anche infinitamente piccolo, situato vicino dell'asse.

V. PARTE FINITA DI UN PIANO PERPENDICOLARE ALL'ASSE OTTICO; FASCI STRETTI DI RAGGI. - Se si ha a che fare con una parte finita di un piano perpendicolare all'asse ottico, si osservano di solito tre nuovi difetti nella sua immagine attraverso un sistema ottico.

A. I fasci di raggi, formanti angoli finiti con l'asse, presentano ciò che si chiama l'*astigmatismo*: i raggi, situati nel piano meridiano passanti per l'asse ottico, danno in m_1 (fig. 99) una linea focale molto corta, perpendicolare a questo piano; i raggi della sezione equatoriale danno un'altra linea focale m_2 , situata nel piano meridiano. Il luogo geometrico dei due tipi di immagini è rappresentato dalle superfici K_1 e K_2 , tangenti in E, immagine puntuale del punto del piano dato posto sull'asse. La condizione affinché non vi sia astigmatismo non si esprime con una formula semplice. Bisogna trovare, con il calcolo, un sistema ottico tale che le superfici K_1 e K_2 coincidano il più esattamente possibile.

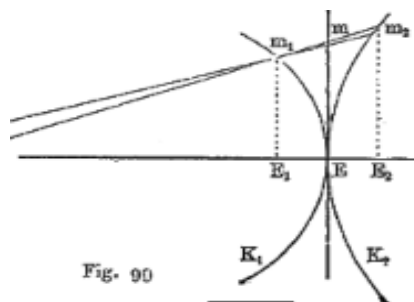


Fig. 90

B. Quando l'astigmatismo viene rimosso e ogni punto del piano corrisponde, come immagine, un singolo punto, troviamo che tutti questi punti focali (immagini), invece di trovarsi in un piano Em perpendicolare all'asse, sono su una certa superficie. Questo è detto il fenomeno *della curvatura del campo*. Si può ripetere, allo scopo di rimuovere questo difetto, quanto è stato detto per l'astigmatismo. Affinché l'immagine di un sistema di punti sia in un piano, è necessario che il sistema stesso sia su una determinata superficie ben definita. Questa circostanza è importante quando si vuole ottenere, ad esempio, la fotografia di un gruppo di persone.

C. Quando si è giunti a fare in modo che l'immagine di una porzione finita di un piano perpendicolare all'asse si trovi in un altro piano parallelo, cioè quando l'astigmatismo e la curvatura del campo vengono rimossi, rimane ancora, in generale, un altro difetto dell'immagine, che consiste nel fatto che l'*immagine non è geometricamente simile all'oggetto*; l'immagine di una linea retta, che non interseca l'asse, è una linea curva: questo è il fenomeno della *distorsione dell'immagine*. Sia m un punto dell'oggetto, α_1 e α_2 gli angoli formati con l'asse ottico da un raggio che esce dal punto m , nel primo mezzo (α_1) e nell'ultimo (α_2); si ha la seguente proposizione:

La distorsione dell'immagine non esiste, se si ha, per tutti i punti dell'oggetto

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \text{cost} \quad (5.0.136)$$

Quando la condizione (87) è soddisfatta, il reticolo di rette a (fig. 100) ha come figura una reticolo simile; ma se il rapporto delle tangenti aumenta, all'allontanarsi di m dall'asse ottico, l'immagine del reticolo a assume la forma b , e se questo rapporto diminuisce, la forma c ; nel primo caso, l'immagine della griglia si dilata dagli angoli (distorsione a forma di mezzaluna); nel secondo, si stringe (distorsione a barile). Quando la distorsione dell'immagine non esiste, abbiamo quella che viene chiamata un'*immagine ortoscopica*.

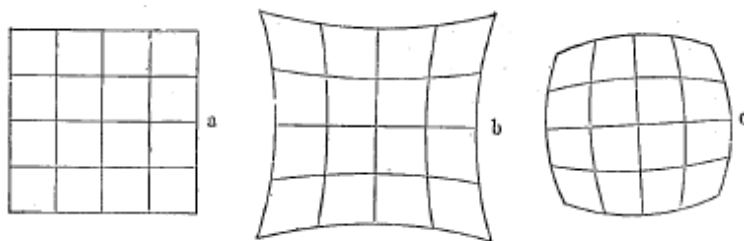


Fig. 100

Abbiamo in precedenza considerato i vari difetti che le immagini fornite dai sistemi ottici possono presentare in generale e abbiamo indicato i mezzi per farli scomparire. Non abbiamo però ancora menzionato i difetti che risultano dalla complessità dei raggi bianchi, con i quali abbiamo a che fare esclusivamente in pratica; parleremo più avanti dei corrispondenti fenomeni di *cromatismo*.

Non è possibile rimuovere contemporaneamente tutti i difetti da un sistema ottico. È necessario prendere, come punto di partenza, nel calcolo di questo sistema, la sua destinazione e le condizioni nelle quali dovrebbe essere utilizzato. Se, ad esempio, si deve calcolare un sistema di lenti per un telescopio astronomico, non dobbiamo perdere di vista il fatto che ci sono in gioco qui solo pennelli stretti di raggi, vicini all'asse ottico. Nei microscopi, invece, si tratta di fasci molto ampi; ma, d'altra parte, si ottiene solo l'immagine di un elemento piano. Negli obiettivi fotografici, i fasci di raggi non sono molto ampi, ma si desidera ottenere l'immagine di tutta una serie di piani paralleli tra loro e questa immagine può essere meno nitida di quella di un telescopio rifrattore o di un microscopio. Il calcolo di un sistema ottico è estremamente complicato; è uno degli aspetti più importanti dell'optotecnica teorica. Non ci soffermeremo su questo tema; indicheremo solo, nella nostra rassegna bibliografica, libri dove si possono trovare informazioni più dettagliate su questo argomento. Tra gli autori che si sono occupati particolarmente di questa teoria, possiamo citare: Seidel, Finsterwalder, Moser, Thiesen, Czapski, Heath, Lummer (Müller-Pouillet, II, I, 1897), Gleichen.

12. Focometria

Un sistema ottico è completamente definito dai due fuochi principali e dai due punti principali, che si confondono con i due punti nodali, quando i punti medi estremi sono identici. I metodi abbastanza numerosi di focometria mirano a determinare la posizione di questi quattro punti sull'asse principale del sistema. Supporremo soddisfatte le condizioni di aplanetismo e di acromatismo sopra indicate. Nel caso in cui il sistema non sia aplanetico, ridurremo l'apertura con un diaframma, per eliminare l'aberrazione sferica; se non fosse acromatico, useremo una luce omogenea.

Per una lente infinitamente sottile, è sufficiente determinare la distanza focale principale, che definisce la potenza della lente.

I dispositivi che servono a misurare questa distanza focale principale sono detti focometri o fakometri.

I. LENTI CONVERGENTI - Trascurando lo spessore della lente, si conta la distanza F dal fuoco principale fino alla lente; allo stesso modo, per le distanze f_1 e f_2 dell'oggetto e della sua immagine. Più esattamente, si deve contare F, f_1, f_2 dai corrispondenti punti principali H_1, H_2 .

Se si indica, come prima, la distanza H_1H_2 con δ , si deve prendere la distanza tra i due fuochi principali uguale a $2F + \delta$; allo stesso modo, la distanza S_1S_2 dalla sorgente radiante S_1 alla sua immagine S_2 è uguale a $f_1 + f_2 + \delta$. Si può porre, con sufficiente approssimazione, $\delta = n^{-1}/ne$, denotando e lo spessore della lente, si veda (66); per lenti in vetro, dove $n = 1,5$, si ha $\delta = e/3$ (66,a).

I. Un fascio solare parallelo all'asse viene fatto cadere sulla lente, e si cerca con uno schermo, dall'altra parte della lente, il punto in cui si ottiene un'immagine nettamente delimitata del Sole. La distanza dalla lente allo schermo è uguale a F . Corpi luminosi o molto illuminati e molto distanti possono sostituire il Sole.

2. La lente è posta davanti all'obiettivo di un telescopio astronomico, il cui oculare è precedentemente regolato per la visione all'infinito, cioè tale in modo che gli oggetti distanti possano essere visti chiaramente attraverso il telescopio. Se si posiziona un oggetto, ad esempio un foglio stampato, davanti alla lente, in modo che si percepiscano distintamente, nel cannocchiale, i caratteri, la distanza dal foglio alla lente è uguale a F , perché i raggi, alla loro uscita dalla lente, devono essere paralleli all'asse. F. Brauer (a San Pietroburgo) ha costruito, per determinare la distanza focale F , un dispositivo basato su questo principio.

3. Misurare la distanza f_1 della lente da un oggetto illuminato o luminoso di per sé, così come

la sua distanza f_2 tra l'immagine e l'oggetto ricevuto su uno schermo. Siccome si ha

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$

si deduce

$$F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

4. Metodo Bessel - L'oggetto e lo schermo sono posti ad una certa distanza l l'uno dall'altro e si determinano le due posizioni della lente, per le quali si ottengono immagini nitide sullo schermo; una di queste immagini è ingrandita, l'altra è più piccola dell'oggetto. Si misura la distanza σ tra queste due posizioni della lente. Passando da una delle posizioni all'altra, si scambiano le distanze f_1 e f_2 . Si ha $f_1 - f_2 = \sigma$ e $f_1 + f_2 = l$, di conseguenza

$$f_1 = \frac{1}{2}(l + \sigma) \quad f_2 = \frac{1}{2}(l - \sigma)$$

Se si introducono queste espressioni nella formula data in precedenza per F , si ottiene

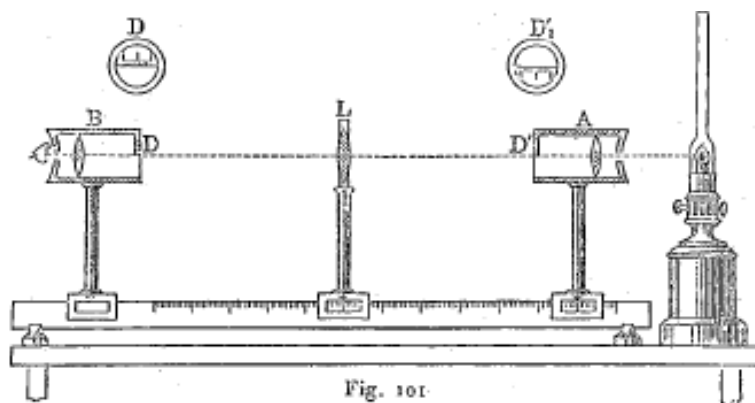
$$F = \frac{l^2 - \sigma^2}{4l}$$

Le grandezze l e σ possono essere determinate più esattamente di f_1 e f_2 .

5. Si cerca la distanza dalla lente all'oggetto e allo schermo, per la quale l'oggetto e la sua immagine hanno la stessa dimensione. La distanza dall'oggetto allo schermo è quindi uguale a $4F$; più esattamente, si ha

$$4F + \delta = 4F + \frac{1}{3}e$$

avendo δ e e lo stesso significato di prima. La figura 101 rappresenta il focometro Silbermann che si basa su questo principio. Questo dispositivo è formato da un supporto, mobile lungo un righello graduato (banco ottico), su quale si monta in un anello la lente da testare. Altri due supporti, che possono scorrere sullo stesso righello, portano due diaframmi in avorio o vetro smerigliato, rappresentati separatamente in D e D_1 . Questi due diaframmi, a forma di semidisco, hanno divisioni identiche, una nella sua metà superiore, l'altra nella sua metà inferiore. Il diaframma D_1 posizionato in D' funge da oggetto e riceve a tale scopo la luce di una lampada dalla lente A.



Il diaframma D funge da schermo e si osserva per mezzo della lente d'ingrandimento B, regolata in prima in modo da vedere chiaramente le divisioni di D. Si sposta la lente per provare

L e il sistema DB, fino a quando i tratti di D coincidono con quelli dell'immagine di D' ; questo avviene quando si ha $DD' = 4F$, o più esattamente

$$DD' = 4F + \frac{1}{3}e$$

6. La distanza F dal fuoco principale al punto principale più vicino può essere determinata producendo su uno schermo un'immagine molto ingrandita di un oggetto (ad esempio, le divisioni di un righello) e misurando la grandezza g_1 dell'oggetto, quella g_2 dell'immagine e la distanza L dallo schermo alla lente. Si può prendere quest'ultima uguale a f_2 , cioè alla distanza dallo schermo al punto principale H_2 , quando g_2 è grande, e di conseguenza anche f_2 . Le uguaglianze

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{L}{f_1}$$

si veda la (55), danno, dopo l'eliminazione di f_1 , la formula

$$F = \frac{g_1 L}{g_1 + g_2}$$

7. Metodo di Fery - Sia AB (fig. 101, bis) un raggio che attraversa la lente MN in direzione dell'asse ottico; O è il centro ottico della lente. Spostiamo ora la lente MN parallelamente a se stessa alla distanza d , nella posizione $M'N'$, assumendo in tal modo AOB la posizione $A'O'B'$. Il raggio OB ruota quindi di un angolo α e interseca l'asse ottico $A'B'$ nel fuoco principale F . Si misurano le grandezze d e α ; evidentemente si ha

$$F = \frac{d}{\tan \alpha}$$

Se d è una grandezza piccola, si ottiene il valore di F , che corrisponde ai *raggi centrali*. Per un valore maggiore di d , si ha, a causa dell'aberrazione sferica, invece di F , un valore minore F_d , corrispondente a F_y nella (84,a). Si determina in questo modo la deviazione longitudinale

$$\lambda = F - F_y$$

Ruotando la lente attorno al proprio asse e determinando λ in diverse direzioni radiali, si può verificare la regolarità geometrica e l'omogeneità fisica della lente. Partendo dalle formule (84, d), si ottiene la *deviazione laterale*

$$\rho = \lambda \frac{d}{F}$$

La lente si trova all'interno di un contenitore di vetro con pareti piane parallele. Quando si riempie d'acqua questo contenitore, si ha un'altra deviazione angolare α' . Siano n e n_0 gli indici di rifrazione della lente e dell'acqua, per i raggi utilizzati; se si pone $\alpha - \alpha' = \delta$, si ha

$$n = \frac{n_0 d - \delta}{d - \delta}$$

Si può allora calcolare la grandezza K , per mezzo della formula (51)

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n - 1) K$$

In seguito è possibile determinare l'indice di rifrazione n della lente, per altri raggi qualunque.

Ora faremo conoscere i due metodi più esatti, che danno la vera distanza focale principale di un sistema ottico, cioè la distanza F dal fuoco principale al punto principale corrispondente.

8. Metodo di Cornu - Questo metodo si basa sulla formula (44)

$$\lambda_1 \lambda_2 = F^2 \quad (5.0.137)$$

nella quale λ_1 e λ_2 sono le distanze di due punti coniugati dai fuochi principali. Siano pq e st (fig. 102) le superfici estreme del sistema ottico dato, F e F' i fuochi principali, H e H' i punti principali. $F = FH = F'H'$ la distanza focale cercata del sistema. Si tracciano con l'inchiostro di china, sulle superfici pq e st , due piccoli tratti m e n ; siano m' l'immagine del punto m vista da A , e n' quella del punto n vista da B ; inoltre sia $m'n = \alpha$, $mn' = \alpha'$, $mF = d$, $mF' = d'$. Si ha, per il punto m ,

$$\lambda = mF' = d' \quad \lambda' = m'F = d + \alpha$$

e la formula (88) dà

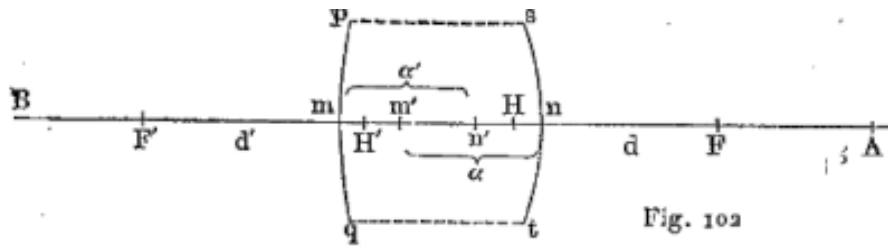
$$d'(d + \alpha) = F^2 \quad (5.0.138)$$

Si ha evidentemente per il punto n ,

$$\lambda = nF = d \quad \lambda' = n'F' = d' + \alpha'$$

e se ne deduce

$$d(d' + \alpha') = F^2 \quad (5.0.139)$$



Se α e α' sono determinati alfa, le ultime formule danno due valori per F , che devono essere vicini tra loro e di cui si può prendere il valore medio; questi valori non si confondono, a causa degli inevitabili errori d'osservazione.

Per misurare α e α' d e d' , si dispone in A un cannocchiale astronomico, che può essere spostato nella direzione di A verso n ; l'entità di questo spostamento può essere misurata esattamente. Innanzitutto, si posiziona la lente in modo tale da vedere chiaramente, attraverso il sistema $slpq$, un punto molto distante; si osserva, in questo caso, attraverso il cannocchiale A , il punto F : lo si sposta poi in modo che il tratto n divenga ben visibile; lo spostamento corrispondente è uguale a d . Si sposta poi il cannocchiale finché si vede chiaramente il tratto m , cioè la sua immagine m' ; lo spostamento necessario è uguale ad α . Il sistema ottico è ruota capo per capo, cioè si trasferisce il cannocchiale dall'altra parte del sistema in B , e si fanno tre nuove letture, che danno le distanze d' e α' . Invece di dirigere il cannocchiale sull'immagine (F o F') di un oggetto molto distante, si può ancora posizionare un collimatore in B (la cui costruzione studieremo più avanti), e dirigere il cannocchiale sulla fenditura o sul reticolo illuminato di questo collimatore. Conoscendo F , si può determinare la posizione dei punti principali H e H' , poiché si ha

$$nH = F - d \quad mH' = F - d'$$

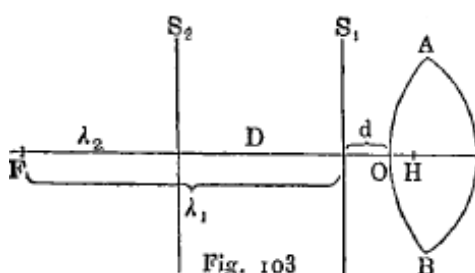
Quando il sistema da studiare è convergente, il cannocchiale può essere sostituito da un microscopio a fuoco lungo, dotato di oculare positivo e di un reticolo, che definiscono con

precisione il piano visuale, nel quale successivamente si porta l'immagine, attraverso il sistema, di un oggetto lontano, il tratto n e l'immagine m' del tratto m .

Quando il sistema è divergente, il cannocchiale astronomico può, al contrario, essere necessario, e deve essere tale per cui l'immagine sia più distante dall'oggetto che dall'obiettivo; deve avere anche una grande apertura, diminuendo la precisione delle misure, quando il cono dei raggi provenienti da un punto dell'oggetto diventa troppo acuto.

9. Metodo di Abbe - Il vantaggio di questo metodo ingegnoso consiste nel non rendere più necessario portare l'immagine in un piano dato, che non si può mai fare con un grande esattezza. Sia H (fig.103) un punto principale della lente AB, la cui distanza focale cercata è $F = FH$. Si pongono uno dietro l'altro due righelli graduati S_1 e S_2 , a distanze diverse dalla lente, e si determinano gli ingrandimenti G_1 e G_2 che fornisce la lente AB, nell'osservazione delle divisioni di questi righelli. Se λ_1 e λ_2 sono le distanze dei righelli dal fuoco F, si ha, secondo la formula (55, a)

$$G_1 = \frac{F}{\lambda_1} \quad G_2 = \frac{F}{\lambda_2}$$



Sia inoltre D la distanza tra i righelli; si ha

$$D = \lambda_2 - \lambda_1 = F \left(\frac{1}{G_1} - \frac{1}{G_2} \right)$$

e se ne deduce

$$F = \frac{D}{\frac{1}{G_1} - \frac{1}{G_2}}$$

La distanza D può essere misurata molto esattamente. Abbe ha dato, per determinare gli ingrandimenti G_1 e G_2 , un metodo anch'esso molto ingegnoso, che ci limiteremo a segnalare. Una volta trovato F, la distanza OH dal piano principale al vertice O della lente è facilmente determinabile. Sia per esempio, d la distanza dalla scala S, al vertice O; allora si ha

$$d + OH = F - \lambda_1 = F - \frac{F}{G_1}$$

e di conseguenza

$$OH = F \left(1 - \frac{1}{G_1} \right) - d$$

10. Altri procedimenti sono stati impiegati per determinare gli elementi di un sistema ottico. Così H. v. Helmholtz ha potuto determinare, per mezzo del suo oftalmometro, i punti cardinali del cristallino umano. Ha trovato che il cristallino isolato, posto nell'aria, è sostanzialmente equivalente a una lente infinitamente sottile, con una distanza focale $f = 46 \text{ mm}$. Si troverà la descrizione dell'oftalmometro nell'*Ottica Fisiologica* di Helmholtz (traduzione francese, pagine 11 e 105, Parigi, Masson, 1867).

II LENTI DIVERGENTI. - 1. Sulla lente AB (fig. 104) cade a fascio di raggi paralleli, la cui sezione trasversale (apertura dello schermo PQ) ha un raggio uguale a ρ . Sullo schermo MN,

la cui distanza da AB è uguale a l , si ottenne una macchia circolare di diametro $2r$. Si vede immediatamente che si ha

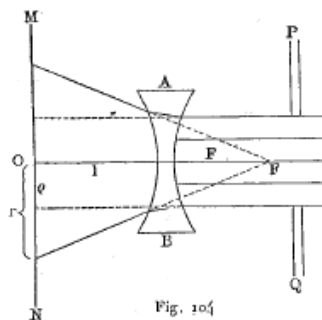
$$r : \rho = (l + F) : F$$

e si ricava

$$F = \frac{\rho l}{r - \rho}$$

Quando $r = 2\rho$, si ha $F = l$.

$$G_1 = \frac{F}{\lambda_1} \quad G_2 = \frac{F}{\lambda_2}$$



2. Si determina la distanza focale principale F_1 di una lente convergente come quella associata alla lente data, essa forma un sistema di cui si può trovare il potere. Siccome il potere di due lenti infinitamente sottili unite insieme, vedi formula (74), è uguale alla somma algebrica dei due, si ha

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F} = \frac{1}{F_2}$$

indicando F_2 la distanza focale del sistema, e F quella della lente divergente studiata; si ricava

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_2 - F_1}$$

Tra i lavori recente sulla focometria, citeremo quelli di Champigny (1904), Schell (1904) e Martens (1904).

13. Rifrazione dei raggi infrarossi oscuri e ultravioletti; rifrazione dei raggi elettrici

Tutti i metodi che servono a rilevare la presenza di raggi infrarossi e ultravioletti e che sono stati descritti nelle pagine iniziali, mostrano che questi raggi si rifrangono secondo le stesse leggi dei raggi visibili.

Hertz ha mostrato che è così anche per i raggi elettrici, e si è servito a tale scopo di specchi parabolici rappresentati dalle figure 59 e 60. Sul percorso dei raggi elettrici emessi dall'eccitatore (fig. 59), pose un grande prisma di resina e cercò la posizione del risuonatore (fig. 60), per la quale si producevano scintille tra le sferette m ; poté così osservare che la deviazione dei raggi elettrici, prodotti dal prisma in resina, era pienamente conforme alle leggi della rifrazione dei raggi in generale.

6 L'indice di rifrazione

1. Osservazioni generali sulla misura dell'indice di rifrazione

Considereremo in questo capitolo i metodi necessari per la determinazione dell'indice di rifrazione n , così come alcuni dei risultati dati da questi metodi.

Assumiamo, nella maggior parte dei casi, che si determini l'indice di rifrazione n corrispondente al passaggio di un raggio dall'aria nella sostanza data. Abbiamo già visto che, per ottenere l'indice di rifrazione assoluto di una sostanza, occorre moltiplicare l'indice di rifrazione n di questa sostanza relativo all'aria per l'indice di rifrazione assoluto dell'aria.

L'indice di rifrazione n di una sostanza omogenea dipende dalla natura di quella sostanza, dal suo stato fisico (ad esempio pressione e temperatura), nonché dalla natura della radiazione, ovvero dalla lunghezza d'onda λ . Quando il raggio può essere scelto arbitrariamente, si determina solitamente n per una o più righe di Fraunhofer dello spettro solare, oppure per una o più righe dello spettro date dai vapori incandescenti di Na, Li, Tl o dall'H incandescente. I diversi metodi, che servono ad ottenere tali raggi luminosi, saranno esposti nel Capitolo seguente. Nelle misure sperimentali di n si può quasi sempre osservare un cambio di direzione dei raggi; per ottenere risultati precisi, è necessario separare un fascio di raggi il più stretto possibile. Ciò si ottiene facendo passare i raggi attraverso strette fenditure rettangolari, delimitate da due rette parallele, sarà esposto nel capitolo successivo, dove descriveremo gli spettroscopi. Indicheremo qui solo una forma di fenditura da Websky; è rappresentata nella figura 105. Il dispositivo comprende due dischi circolari neri, che possono essere spostati, utilizzando una vite, davanti ad un'apertura altrettanto circolare. Questa fenditura, grazie alle sue ampie parti, permette di ottenere un migliore illuminamento del campo visuale, e di posizionare esattamente l'immagine della sua parte centrale sul filo verticale del micrometro oculare del telescopio astronomico, che serve per determinare la direzione dei raggi.

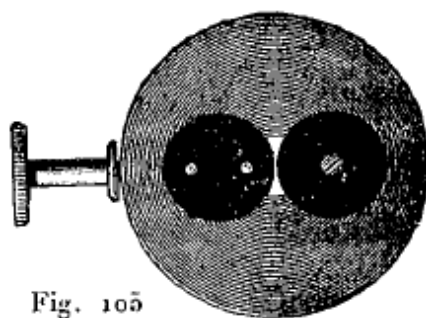
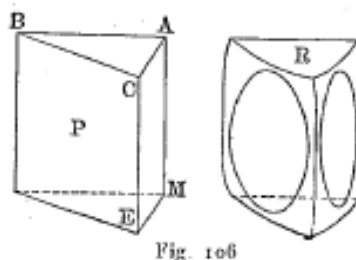


Fig. 105

Il numero di metodi per determinare la grandezza n è molto grande, poiché quasi tutte le formule della teoria dell'energia radiante, nella quale tra l'indice di rifrazione n , può servire come punto di partenza, per un metodo particolare per determinare questa quantità. I metodi più importanti sono quelli basati sul passaggio dei raggi attraverso un prisma e sul fenomeno della riflessione totale.

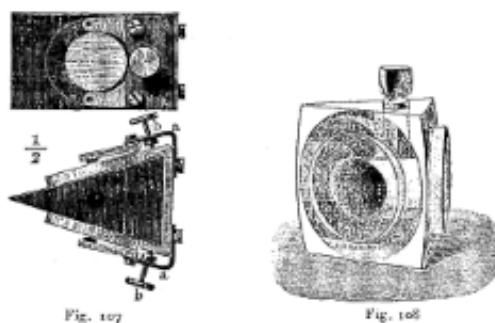
2. Determinazione dell'indice di rifrazione mediante prisma

Se la sostanza di cui si vuole determinare l'indice di rifrazione è solida, si forma un prisma di questa sostanza. A volte si lucidano due facce intere del prisma, come BAM e BCE di P (fig. 106); ma si lucida anche solo una parte del facce, ad esempio anche due piccoli cerchi come si vede in R (fig. 106). In quest'ultimo caso, le parti grezze delle facce sono rese convesso. Se la sostanza da studiare è liquida, si prepara, per riceverla, un prisma cavo, nel quale le facce dell'angolo di rifrazione devono essere formate da lastre di vetro a facce piane e parallele; una cintura di metallo preme queste lastre su due aperture praticate nelle pareti solide del prisma; la figura 107 rappresenta un tale prisma visto di lato e in sezione trasversale.



Steinhell prepara, per liquidi, prismi che sono costruiti nel modo seguente; si veda la figura 108. Scava, in un massiccio prisma di vetro, un ampio canale cilindrico, le cui estremità sono sigillate da due lamine tonde di vetro, a facce piane e parallele. Queste lamine sono così accuratamente lambite sulla superficie esterna del prisma tanto da aderirvi per mera coesione. Ci si serve, per riempire la cavità interna del liquido da studiare, di un secondo canale verticale, chiuso da un tappo di vetro.

Esistono diversi metodi con l'aiuto dei quali è possibile determinare l'indice di rifrazione n , per mezzo di un prisma.



I. METODO DI DEVIAZIONE MINIMA (metodo di Fraunhofer). - Si determina l'ampiezza A dell'angolo di rifrazione del prisma e dell'angolo ε_0 della deviazione minima. Si ha, dalle formule (17), $\varphi = \alpha + \varepsilon_0/2$, $\psi = A/2$, dove φ indica l'angolo di entrata e l'angolo di uscita del raggio, ψ l'angolo formato dal raggio, all'interno del prisma con la normale alle facce di quest'ultimo. Siccome

$$n = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$$

si ha

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(A + \varepsilon_0)}{\sin \frac{1}{2}A} \quad (6.0.1)$$

Lo spettrometro rappresentato dalla figura 109 può essere utilizzato per la misura degli angoli A e ε_0 . Il prisma viene prima posizionato sulla tavoletta T e si determina l'angolo diedro A . Per determinare l'angolo di deviazione minima, si procede nel modo seguente. La fenditura del collimatore S è illuminata con una luce omogenea; il prisma viene posizionato sulla tavoletta T e si porta il cannocchiale in posizione tale che l'immagine della fenditura formata dai raggi, che hanno attraversato il prisma e l'obiettivo del telescopio, siano chiaramente visibili nel campo visuale di F . Ora, se si fa ruotare la tavoletta T contemporaneamente al prisma, si vede l'immagine della fenditura spostarsi lateralmente, fermarsi in un dato momento, poi tornare indietro. Bisogna installare il cannocchiale F in modo tale che quando l'immagine della fenditura si ferma, si trova esattamente al centro del campo visivo, cioè coincide con il filo verticale dell'oculare di F . In questo caso, l'angolo acuto tra i prolungamenti dell'asse del collimatore e del cannocchiale è uguale a ε_0 . Dopo aver fatto ruotare il prisma attorno al suo asse verticale, si sposta il cannocchiale e il prisma in modo che il raggio rifratto riprenda, nella posizione di minima deviazione, la direzione dell'asse del cannocchiale. Se ω è l'angolo tra le due posizioni del cannocchiale F , si ha $\varepsilon_0 = \omega/2$.

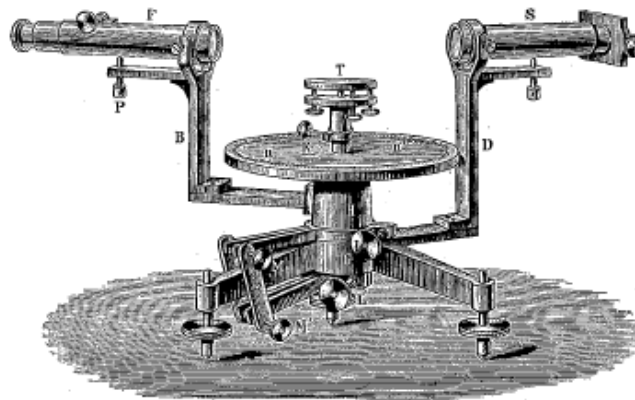


Fig. 109

Si può ancora procedere in un altro modo. Dopo aver effettuato un'installazione del cannocchiale F , che corrisponde alla deviazione minima, si toglie il prisma e si cerca la posizione di F , per la quale l'immagine della fenditura appare nel mezzo del campo visuale; in questo caso, gli assi di S e di F sono sulla stessa retta; l'angolo tra le due posizioni del cannocchiale F sarà l'angolo cercato della minima deviazione ε_0 .

E. Forsch ha proposto una modifica del metodo che abbiamo appena spiegato.

II METODO DEL PRISMA CON UN ANGOLO DI RIFRAZIONE A MOLTO PICCOLO.

Per i prismi molto acuti, la deviazione ε è indipendente dall'angolo di incidenza dei raggi e si ha $\varepsilon = (n - 1) A$, vedere (21). Si può dedurre

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A}$$

III. METODO DI USCITA NORMALE - Oltre all'angolo A , si determina la deviazione ε prodotta dal prisma, per la quale il raggio esce normalmente alla seconda faccia del prisma. Il cannocchiale deve essere dotato di un oculare di Gauss (fig. 110), nel quale i fili sono illuminati da raggi luminosi, penetranti attraverso l'apertura laterale b e riflessi da una lamina di vetro posta obliquamente. Il prisma e il cannocchiale devono avere una posizione tale che in primo luogo l'immagine della fenditura del collimatore sia al centro del campo visivo, e che inoltre l'immagine speculare dei fili prodotta dalla faccia AE del prisma (fig. 111) coincida con i fili visti direttamente. Si ha, in questo caso, $\psi = A$ e $\varphi = \psi + \varepsilon = A + \varepsilon$, e di conseguenza

$$n = \frac{\sin(A + \varepsilon)}{\sin A}$$

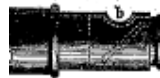


Fig. 110

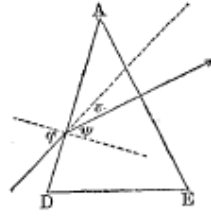


Fig. 111

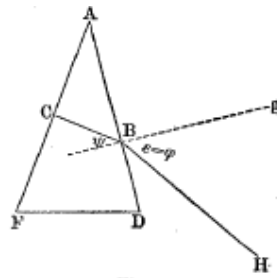


Fig. 112

IV. METODO DELLA COINCIDENZA DEI RAGGI INCIDENTI E RIFLESSI (metodo di Littrow e Abbe, o metodo dell'AUTOCOLLIMAZIONE - Dopo aver determinato l'angolo A , si rende dapprima l'asse del cannocchiale, dotato di un oculare di Gauss (fig. 110), normale a AD (fig. 112), e lo si riporta poi in una direzione BH tale che i raggi HB , partenti dal punto di intersezione dei fili, siano rinviati, dopo la loro riflessione in C , lungo la stessa direzione CBH . In altre parole, si mira con il cannocchiale l'immagine speculare dei fili dell'oculare prodotta prima da AD e poi da AF ; si determina l'angolo $\varepsilon = gBH$ formato dalle due posizioni del cannocchiale. Si vede sulla figura che si ha $\varphi = \varepsilon$, $\psi = A$, e di conseguenza

$$n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin A}$$

V. METODO DELL'INCIDENZA RADENTE DEI RAGGI (metodo Kohlbausch) - Nel prolungamento di una delle facce AB del prisma (fig. 113), si installa una grande sorgente di luce omogenea, ad esempio una fiamma ad alcool, nella quale si vaporizza NaCl . Si osserva allora nel cannocchiale, disposto per la visione all'infinito e il cui asse ha la direzione DE , un campo visivo ben illuminato, delimitato da una riga stretta. Si posiziona questa riga nel punto di intersezione dei fili, come mostrato in figura 114. Questa riga corrisponde al raggio estremo radente BC . Indicando l'angolo di uscita NDE con α , si ha $\sin \alpha = n \sin \beta$; inoltre, $\beta + \beta_1 = A$, si veda la (12); si ha di conseguenza

$$\sin \alpha = n \sin (A - \beta_1) = n \sin A \cos \beta_1 - n \cos A \sin \beta_1$$

Ma β_1 è l'angolo limite, per il quale si ha

$$\sin \beta_1 = \frac{1}{n} \quad \cos \beta_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1}$$

Se si introducono questi valori, si ottiene

$$\sin \alpha = \sqrt{n^2 - 1} \sin A - \cos A$$

e se ne deduce

$$\sqrt{n^2 - 1} = \frac{\cos A + \sin \alpha}{\sin A}$$

L'angolo α può divenire anche negativo, se A o n è piccolo; il raggio DE si trova allora all'interno dell'angolo NDA .

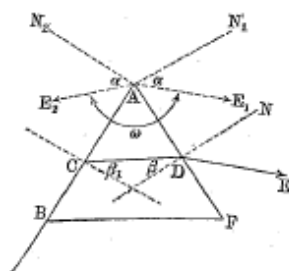


Fig. 113

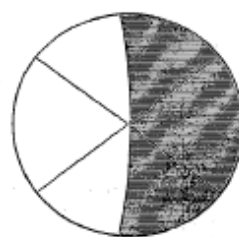


Fig. 114

Per determinare l'angolo α , si può prima rendere l'asse del cannocchiale normale alla faccia AF, usando l'oculare di Gauss. Si può pure misurare l'angolo ω tra le due posizioni del cannocchiale, che corrispondono all'incidenza radente del raggio prima sulla faccia BA, poi sulla faccia AF. L'angolo ω è uguale a E_1AE_2 , dove AE_1 e AE_2 formano con le normali AN_1 e AN_2 , alle facce del prisma, angoli α uguali. Si vede sulla figura che

$$\omega = 360^\circ - 2\alpha - N_1AN_2 = 360^\circ - 2\alpha - (180^\circ - A) = 180^\circ - 2\alpha + A$$

Ne risulta

$$\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}(\omega - A)$$

VI. APPLICAZIONE DEL PRISMA ALLA DETERMINAZIONE DELL'INDICE DI RIFRAZIONE DEI GAS. - Biot e Arago effettuarono nel 1806 la prima misura precisa dell'indice di rifrazione dei gas, utilizzando di un prisma costruito a questo scopo da Borda, che morì prima di avere, a quanto pare, eseguito anche una singola misura. Questo prisma era formato da una porzione di un grande tubo di vetro diritto P (fig. 115), le cui estremità erano tagliate molto obliquamente e chiuso, da lamine di vetro a lati paralleli.

L'angolo formato da queste lame era $143^\circ 7' 28''$ e rappresentava l'angolo di rifrazione molto ottuso del prisma. Il manometro E ha dava la tensione del gas che riempiva il prisma. Un tubo, dotato di una valvola R, consentiva di introdurre di aria o a un altro gas nel prisma, e di portare la pressione interna al valore desiderato. L'asse di un cannocchiale era disposto nella direzione dell'asse del tubo P; a tale scopo, il cannocchiale poteva ruotare attorno all'asse verticale mediano del prisma e il suo angolo di rotazione poteva essere misurato. Si vedeva, attraverso il cannocchiale e il prisma, l'asta di un parafulmine distante 1400 *m* che fungeva da bersaglio.

Il prisma era dapprima riempito con aria secca alla pressione atmosferica; il cannocchiale era diretto sul bersaglio e si faceva poi ruotare il prisma di 180° , attorno al suo asse verticale; l'immagine del bersaglio si spostava allora di un angolo molto piccolo ($16''$, 6), dovuto alla mancanza di parallelismo delle due lamine di vetro. Si faceva il vuoto nel prisma; dopo aver diretto nuovamente il cannocchiale sul bersaglio, il prisma riceveva una rotazione di 180° ; era allora necessario spostare il cannocchiale dell'angolo φ , per far coincidere l'immagine del bersaglio con il centro del campo visivo; la deviazione ε subita dal raggio attraverso il prisma era uguale a $\varphi/2$, e gli esperimenti hanno dato $\varepsilon = 6'$.

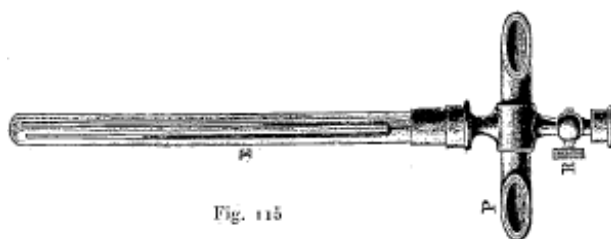


Fig. 115

Poiché il raggio seguiva approssimativamente la direzione dell'asse del cannocchiale, formando di conseguenza angoli uguali con le facce del prisma, si poteva considerare la deviazione ε come uguale alla deviazione minima e calcolare l'indice di rifrazione $1/n_0$, per il passaggio dall'aria a pressione atmosferica nel vuoto, secondo la formula (1), e di conseguenza l'indice di rifrazione assoluto n_0 . Si trovò, per questo, $n_0 = 1,000293$.

Riempendo il prisma con aria a pressioni differenti, Biot e Arago hanno potuto determinare gli indici assoluti dell'aria, per differenti densità d , essendo la densità dell'aria alla pressione di 760 mm e a 0° presa per unità. vedremo più avanti che, secondo alcuni studiosi, si ha

$$\frac{n-1}{d} = p_1 = \text{cost}$$

per una sostanza data, quando si produce una variazione della densità con il cambiamento della pressione o della temperatura: secondo altri si avrebbe

$$\frac{n^2-1}{d} = p_2 = \text{cost}$$

Noteremo che per i gas, dove n differisce poco dall'unità, le due formule sono più o meno equivalenti, perché si può porre $p_2 = 2p_1$. Se si pone, ad esempio, $n-1 = \alpha$, si ha

$$n^2-1 = (n-1)(n+1) = \alpha(2+\alpha) = 2\alpha + \alpha^2$$

ma la grandezza α è così piccola per i gas, che si può sempre trascurare il suo quadrato. Si ottiene allora

$$n^2-1 = 2\alpha = 2(n-1)$$

di conseguenza

$$p_2 = 2p_1$$

Gli esperimenti di Biot e Arago hanno pienamente confermato che le grandezze p_1 e p_2 sono costanti, per un dato gas, a pressione variabile.

Sia n_1 l'indice di rifrazione, misurato direttamente, di un gas contenuto nel prisma; questa grandezza è uguale al rapporto degli indici assoluti di rifrazione n e n' dell'aria circostante. Nell'esperimento sopra descritto, Biot e Arago non avevano ottenuto un vuoto perfetto; restava, nel prisma, un po' d'aria, la cui densità indicheremo con d ; sia inoltre d' la densità dell'aria circostante, prendendo come unità, come prima, la densità dell'aria a 0° e alla pressione di 760 mm , a cui si riferisce l'indice di rifrazione n_0 . Biot e Arago per primi hanno ammesso che la grandezza p_2 è costante e hanno utilizzato la relazione

$$\frac{n'^2-1}{d'} = \frac{n^2-1}{d} = \frac{n_0^2-1}{1}$$

L'esperienza fornisce la grandezza $n_1 = n/n'$; se si esprime n e n' in funzione di n_0 , si trova

$$n_1^2 = \frac{1+d(n_0^2-1)}{1+d'(n_0^2-1)}$$

da cui si deduce un valore più esatto per n_0 . Sebbene Biot e Arago fecero variare la densità d del gas entro ampi limiti, ottennero costantemente per n_0 lo stesso valore; questo risultato giustifica l'ipotesi che p_2 può essere considerato come costante, quando si apporta la correzione relativa all'aria che rimane nel prisma.

Biot e Arago estesero le loro misure all'aria, ossigeno, azoto, idrogeno, il gas di ammoniaca, l'acido carbonico, l'acido cloridrico e, per tutti questi gas, è stato confermato che la grandezza p_2 è costante.

Dulong (1826) confrontò gli indici di rifrazione di diversi gas, servendosi di un prisma simile a quello mostrato nella figura 115. Dopo aver messo in comunicazione il prisma con l'atmosfera, per riempirlo d'aria a pressione H , prese di mira un bersaglio lontano con il cannocchiale. Sostituì quindi l'aria con il gas da studiare e diede a quest'ultimo una pressione h tale che l'immagine del bersaglio sembrasse nuovamente coincidere con l'incrocio dei fili del telescopio;

l'indice di rifrazione assoluto del gas contenuto nel prisma era allora uguale all'indice di rifrazione assoluto dell'aria, nelle condizioni dell'esperimento, cioè uguale ad una quantità nota. L'indice di rifrazione assoluto n del gas, alla pressione H , era dato dalla formula

$$\frac{n^2 - 1}{H} = \frac{n_1^2 - 1}{h} \quad (6.0.2)$$

ottenuta senza tener conto delle differenze con la legge di Boyle-Mariotte.

Successivamente sono stati determinati gli indici di rifrazione di gas e vapori da Le Roux, Jamin, Mascart, Ketteler, Chappuis e Rivière, V. Lang, L. Lorentz, Prytz, e soprattutto da Ramsay e Travers (1898). Questi ultimi hanno trovato che n non è uguale, per miscele di gas (aria, idrogeno ed elio, ossigeno e monossido di carbonio), al valore che darebbe la regola delle mescolanze, secondo la percentuale delle parti costituenti.

Perreau ha svolto ricerche molto dettagliate sulla rifrazione dei gas. Fornì le seguenti due formule, che mettono in relazione l'indice di rifrazione n con la tensione H del gas (in metri di colonna di mercurio) e con la lunghezza d'onda λ :

$$\begin{aligned} n - 1 &= \alpha H (1 + \beta H) \\ n - 1 &= a \left(1 + \frac{b}{\lambda^2}\right) \end{aligned}$$

essendo α, β, a, b valori numerici costanti. Si ha, per esempio, per l'idrogeno $\beta = -0,00085$, $b = 0,0077$; per l'aria $\beta = 0,0009$, $b = 0,0056$; per l'ossido di carbonio $\beta = 0,0011$, $b = 0,0082$.

J. Koch (1905) ha misurato gli indici di rifrazione, in H^2, CO^2, O^2 , per il raggio restante infrarosso $\lambda = 8,69\mu$, ottenuto dopo riflessione multipla sul gesso. A 0° e alla pressione di 760 mm , trovò per l'idrogeno $n = 1,0001373$; per l'acido carbonico $n = 1,0004578$ e per l'ossigeno $n = 1,0002661$.

La rifrangibilità dell'elio è di grande interesse. Se si prende la quantità $n - 1$ come misura della rifrazione ρ e se si pone $\rho = 1$ per l'aria, il valore più piccolo della rifrazione corrisponde all'idrogeno; questo valore è di circa 0,5, come mostrano i valori del § 11. Per l'elio, Lord Rayleigh (1898) ha ottenuto la rifrazione relativa $\rho = 0,125$, cioè

$$\frac{(n - 1)_{elio}}{(n - 1)_{aria}} = 0,125$$

3. Vari metodi per la determinazione degli indici di rifrazione.

Gli indici di rifrazione possono essere misurati con delle lamine con i seguenti metodi.

I. Il duca di Chaulnes (1767) ha dato il seguente metodo per la determinazione dell'indice di rifrazione n per mezzo di un vetrino di spessore δ . Si pone questo orizzontalmente sotto un microscopio, che si dispone in modo da vedere chiaramente la faccia superiore del vetrino; il microscopio viene quindi abbassato della quantità Δ necessaria affinché la faccia inferiore del vetrino appaia chiaramente. La formula (6-11), e la figura 66 mostrano che si ha $\delta = AS$, $\Delta = AS_1$, e di conseguenza

$$n = \frac{\delta}{\Delta}$$

II. Il microscopio è installato in modo da vedere chiaramente qualsiasi oggetto a (fig. 116). Il vetrino da studiare viene quindi posto tra questo oggetto e l'obiettivo del microscopio, e quest'ultimo viene sollevato della quantità Δ' necessaria affinché l'oggetto diventi di nuovo chiaramente visibile; sembra allora trovarsi in a' . Si ha, dalla formula (6-11a),

$$n = \frac{\delta}{\delta - \Delta'}$$

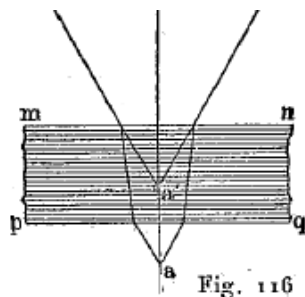


Fig. 116

III. Viene praticata una piccola macchia sulla faccia superiore del vetrino e la si guarda al microscopio; questo viene poi abbassato della quantità Δ_1 necessaria per vedere chiaramente l'immagine speculare della macchia prodotta dalla faccia inferiore del vetrino. È chiaro che questo metodo differisce dal primo solo perché qui δ è sostituita dal doppio del suo valore; si ha pertanto

$$n = \frac{2\delta}{\Delta_1}$$

Bertin e Bernard hanno indicato varie modifiche di questi metodi. Indicheremo ancora alcuni metodi particolari.

Per i corpi piccoli, ad esempio per i minerali, si può trovare n , cercando un liquido con lo stesso indice di rifrazione, nel quale il corpo solido considerato è più o meno invisibile. Questo metodo è stato studiato da Becke (1893). Al contrario, Souza-Brandao ha cercato una serie di 35 corpi (fluorite, opale, calcite e 32 tipi di vetro), il cui indice di rifrazione n è tra 1,434 e 1,735; hanno la forma di placche quadrate (lato di 2 mm e spessore di 1 mm) e possono essere utilizzate per determinare la grandezza n per liquidi; l'errore è minore di 0,01.

Il principe Galitzine ha indicato due metodi, che consentono di determinare n per un liquido contenuto in un tubo cilindrico.

Nel primo di questi metodi, si tracciano due linee parallele all'asse del cilindro sulla parete esterna, e si misura la loro distanza apparente y_1 , sull'altro lato del tubo. Se y è la distanza effettiva di questi tratti, R_1 , il raggio esterno del tubo, R_2 il raggio interno, n_1, n_2 gli indici di rifrazione assoluti di aria, vetro e del liquido studiati, si ha

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_2} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{2n_1} \cdot \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2n_1} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{y}{y_1} \quad (6.0.3)$$

Nel secondo metodo, il principe Galitzine pose, all'interno del tubo, un piccolo prisma con un piccolo angolo di rifrazione, una delle facce del prisma è parallela all'asse del cilindro: Secondo l'entità della deviazione subita da un raggio, che attraversa il prisma normalmente all'asse del tubo, si trova l'indice di rifrazione cercato del liquido.

Starke ha costruito un dispositivo per determinare, usando un microscopio, l'indice di rifrazione n di un liquido di cui si possiede solo una piccola quantità. In un contenitore di vetro b (fig. 117) si trovano due cunei di vetro a , tra i quali viene posto uno strato sottile del liquido da studiare. L'apparecchio è posto tra l'obiettivo di un microscopio, il cui oculare è munito di fili, e una scala microscopica. Se si ruota il vaso b di 180° , la scala si sposta del doppio dello spostamento causato dallo strato di liquido; dall'entità di tale spostamento si deduce il valore di n .

Esistono una serie di metodi, per determinare la quantità n o le sue variazioni, che si basano sui fenomeni di interferenza; gli strumenti utilizzati in questo caso (rifrattometri ad interferenza di Jamin, Vautier e Mach) saranno descritti nel cap. XIII. Questi metodi sono stati impiegati in particolare nella ricerca di n per i gas. Williams (1904) ha indicato un metodo interferenziale, che può essere impiegato nella misura della quantità n per liquidi (cap. XIII).

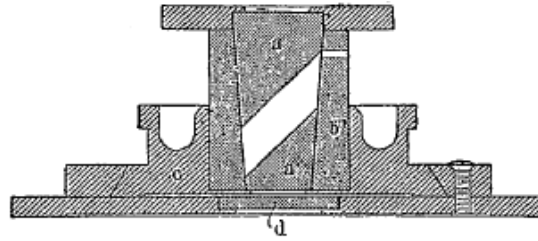


Fig. 117

4. Metodi per la determinazione dell'indice di rifrazione, basati sull'osservazione della riflessione interna totale

Tutti questi metodi sono basati sulla formula

$$\sin \Phi = \frac{n_2}{n_1}$$

nella quale Φ indica l'angolo limite di riflessione totale, n_1 , l'indice di rifrazione del mezzo otticamente più denso, in cui si propaga il raggio, e n_2 l'indice di rifrazione del mezzo esterno, otticamente il meno denso ($n_2 < n_1$), per il quale l'angolo di uscita del raggio è uguale a 90° , quando l'angolo di incidenza nel primo mezzo è uguale a Φ .

I. Metodo di Wollaston (1802). Immaginiamo di avere un prisma ad angolo rifrangente retto, il cui indice di rifrazione N sia il più grande possibile e già conosciuto. La sostanza, di cui noi cerca l'indice di rifrazione n , è inserito in una piccola cavità della tavola LL' (fig. 118), e una delle facce dell'angolo retto del prisma la ricopre; n deve essere inferiore a N . Si dirige il cannocchiale t sulla superficie della sostanza da studiare, che è illuminata dai raggi m , e si sposta il supporto L del cannocchiale, fino a quando si ha riflessione totale alla superficie della sostanza. Il limite per la riflessione totale è ben visibile; si presenta come una linea molto netta, che separa lo sfondo più illuminato dal più scuro. Si punta il cannocchiale t su questa linea e si misura l'angolo α compreso tra l'asse del cannocchiale e la verticale. Si vede sulla figura che si ha

$$N = \frac{\sin i}{\cos \Phi}$$

dove Φ rappresenta l'angolo limite per la riflessione totale; ma si ha $i = 90^\circ - \alpha$ e $\sin \Phi = n/N$; di conseguenza

$$N = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}}} = \frac{N \cos \alpha}{\sqrt{N^2 - n^2}}$$

si ricava $\sqrt{N^2 - n^2} = \cos \alpha$ e

$$n = \sqrt{N^2 - \cos^2 \alpha} \quad (6.0.4)$$

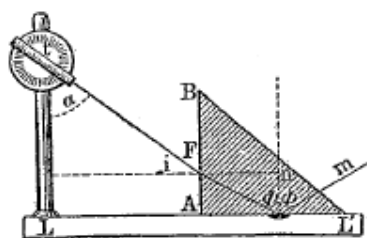


Fig. 118

II. Metodo di Malus (1811). Questo metodo è una generalizzazione del precedente. Il prisma BAC (fig. 119) ha un angolo rifrangente B qualsiasi, che deve essere determinato prima di tutto, così come l'indice di rifrazione N della sostanza del prisma. Si misura l'angolo α , che corrisponde alla riflessione totale dei raggi sul piano BC. Se si prolunga la normale ad AB dal punto F, fino all'intersezione con la normale a BC nel punto in cui si ha la riflessione totale, queste normali formano un angolo uguale a B. Si vede sulla figura che $\Phi = B + r$; ma si ha

$$\frac{n}{N} = \sin \Phi = \sin (B + r)$$

d'altra parte $N = \frac{\sin i}{\sin r}$; si ha inoltre $\beta + i = 90^\circ - B$ e $\beta = 90^\circ - \alpha$, di conseguenza $90^\circ - \alpha + i = 90^\circ - B$ o $i = \alpha - B$; si deduce

$$N = \frac{\sin (\alpha - B)}{\sin r}$$

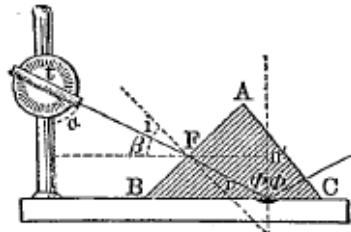


Fig. 119

La prima uguaglianza dà

$$n = N \sin (B + r) = N \sin B \cos r + N \cos B \sin r$$

e la seconda

$$\sin r = \frac{1}{N} \sin (\alpha - B)$$

Eliminando r , viene

$$n = \sin (\alpha - B) \cos B + \sin B \sqrt{N^2 - \sin^2 (\alpha - B)} \quad (6.0.5)$$

se ne deduce, per $B = 90^\circ$, la formula (3).

Particolarmente convenienti sono i metodi di Wollaston e Malus, quando si ha solo una piccola quantità di sostanza liquida o solida che si vuole studiare, o quando si tratta di sostanze opache. Liebig ha notevolmente migliorato il metodo di Wollaston.

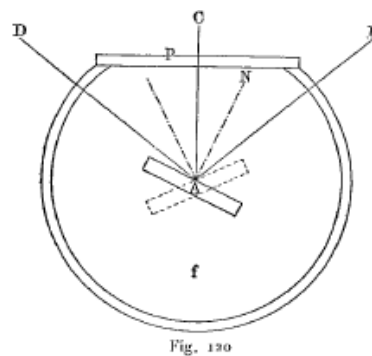
III. Metodo di Kohlrausch - La figura schematica 120 mostra il principio su cui si basa questo metodo. Un contenitore cilindrico in vetro f (mostrato in sezione orizzontale) è avvolto nella carta trasparente e riempito di un liquido molto rifrangente (solfuro di carbonio, naftalina monobromica), il cui indice di rifrazione N è noto. All'interno del liquido, lungo l'asse del cilindro, si trova una lamina verticale A della sostanza da studiare e, a lato del vaso di vetro, opposto alla finestra piana p , un cannocchiale, il cui asse è perpendicolare a p . La lamina viene ruotata attorno al suo asse verticale, in modo da portarla nelle due posizioni per le quali raggiungono il cannocchiale i due raggi DA, che hanno subito la riflessione totale sulla superficie della lastra, cioè per le quali il limite tra le parti illuminate e quelle oscure del campo luminoso

passa attraverso il centro di quest'ultimo. L'angolo tra le due posizioni della lamina è uguale a 2Φ .

Quando la lastra è formata da una sostanza birifrangente si può ottenere, secondo il metodo precedente, i due indici di rifrazione che corrispondono rispettivamente al raggio ordinario e al raggio straordinario.

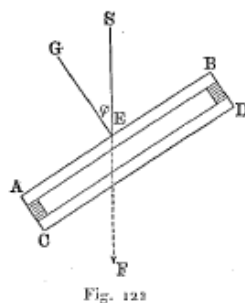
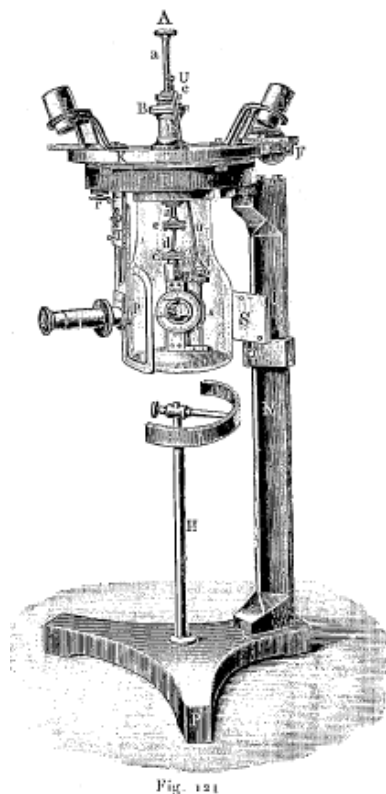
Il metodo indicato può ovviamente essere utilizzato anche per determinare l'indice di rifrazione dei liquidi, quando si conosce l'indice di rifrazione della sostanza della placca.

Si ottiene una semplice modifica del metodo di Kohlrausch, ponendo il liquido e la lamina verticale che contiene tra il cannocchiale e a sorgente luminosa omogenea; si osserva così nella *luce che la attraversa*; questa luce scompare in due posizioni della lamina, che formano tra loro l'angolo 2Φ .



La figura 121 rappresenta il rifrattometro totale di Kohlrausch, basato sul principio esposto. Ci limiteremo a indicarne le parti essenziali. Un recipiente di vetro e avvitato alla parte orizzontale R si un supporto metallico RMP. La sostanza da studiare è posta in una montatura, che si trova all'interno del recipiente. Una serie di aste articolate e una vite senza fine s permettono di portare la superficie della placca ad essere perpendicolare all'asse del cannocchiale f . La rotazione della placca si misura mediante un cerchio graduato, le cui suddivisioni sono lette con ghiere e lenti ll . Sul supporto a forma d'arco h riposa un cilindro (mancante in figura) di carta, che circonda il recipiente. Gli indici di rifrazione della naftalina monobromica sono per le radiazioni

$B - 1,64923$; $C - 1,65219$; $D - 1,666102$; $F - 1,68480$ a $23,5^\circ C$. Quando la temperatura si innalza di 1° , diminuiscono di $0,00046$. Soret ha introdotto nello strumento di Kohlbausch numerosi perfezionamenti.



IV. Metodo di E. Wiedemann o di Terquem e Trnanin, per la determinazione dell'indice di rifrazione dei liquidi - Questo metodo si distingue dal precedente solo perché si pone nel liquido una placca formata da due lamine sottili di vetro AB e CD (fig. 122), separate tra loro, e tra le quali è imprigionato uno strato d'aria. Sia ω l'angolo compreso tra le due posizioni della placca verticale posta nel liquido studiato, per le quali la luce emessa dalla sorgente S, nella direzione SEF, è totalmente riflessa. Si ha evidentemente $\omega = 2\varphi$, dove $\varphi = GES$ è, sulla faccia esterna di AB, l'angolo di incidenza del raggio che subisce la riflessione totale sulla faccia interna di questa lamina AB. Siano n e N gli indici rifrazione del liquido e del vetro. Il raggio SE forma, al suo ingresso nel vetro, un certo angolo ψ con la normale GE, e si ha

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{N}{n}$$

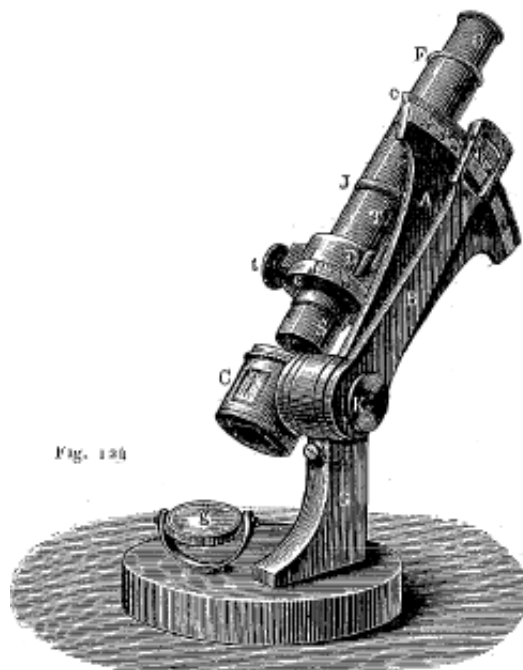
Il raggio rifratto incontra, sotto lo stesso angolo ψ , la normale alla faccia interna di AB, dove è totalmente riflessa; ne consegue che ψ è l'angolo limite della riflessione totale nel passaggio del raggio, dal vetro nell'aria, e che si ha, di conseguenza, $\sin \psi = 1/N$. Ma la formula precedente dà $n = 1/\sin \varphi$, o

$$n = \frac{1}{\sin \frac{\omega}{2}}$$

L'indice di rifrazione N può quindi rimanere incognito.

V. Rifrattometro totale di Abbe - La figura 123 rappresenta schematicamente la parte essenziale dello strumento. Esso si compone di due prismi di vetro ABC e DEF, sostenuti da una montatura metallica in modo tale che tra le facce AC e FE vi sia uno spazio libero, limitato dai piani paralleli, che si riempie con qualche goccia di liquido da analizzare. Un cannocchiale è installato sul prolungamento dell'asse della montatura dei primi, essendo questo asse nella sua posizione normale; la montatura può ruotare attorno a un asse perpendicolare al piano della figura. Sia $DEF = \alpha$; un raggio luminoso omogeneo JL forma l'angolo $i = \alpha$ con la normale LH,

bianca, si ottiene una frangia colorata alla separazione delle parti chiare e scure del campo visivo. La larghezza di questa frangia dipende dall'entità della dispersione nella sostanza in esame. Il compensatore è costituito da due sistemi di prismi a visione diretta (vedi oltre), che possono essere ruotati in versi opposti mediante la vite t . Per una certa posizione del compensatore, la frangia colorata scompare. Dopo aver letto sulla scala c , si può, con l'aiuto di una tabella particolare allegata al dispositivo, determinare la differenza degli indici di rifrazione per due righe di Fraunhofer, per esempio, C e F.



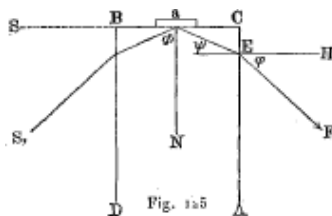
Quando il limite della parte luminosa del campo visivo è portato sul punto di intersezione dei fili dell'oculare, si legge direttamente, sulla graduazione del settore A, il valore di n per la radiazione gialla.

VI. RIFRATTOMETRO DI PULFRICH - Pulfrich ha costruito numerosi rifrattometri; ha chiamato uno di essi *rifrattometro totale*. La parte essenziale di questo strumento è un cilindro di vetro verticale ABCD (fig. 125), possedente il più grande indice di rifrazione possibile N (circa 1,74). Si deposita sulla superficie piana BC la sostanza da studiare a , per esempio qualche goccia di un liquido. Una sorgente di luce omogenea è posta sia all'altezza del piano BC in S, sia (soprattutto quando si tratta di un liquido) più in basso in S_1 , e si misura l'angolo φ compreso tra il piano orizzontale EH e il raggio EF, che forma con la normale N l'angolo limite Φ . Si ha evidentemente $\sin \Phi = n/N$; se ne deduce

$$n = N \sin \Phi = N \cos \psi = N \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = N \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{N^2}}$$

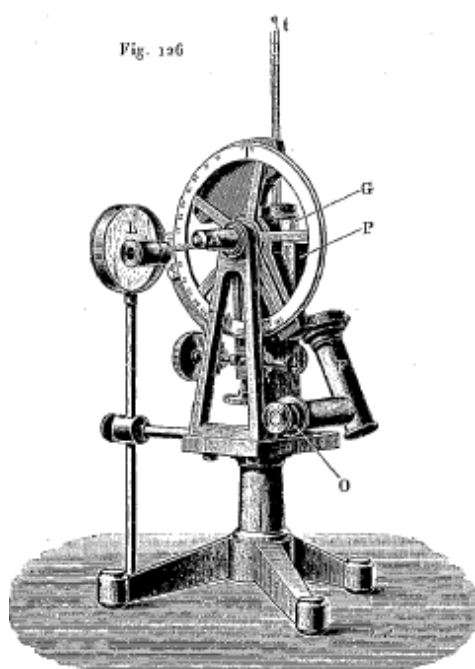
o

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \varphi}$$



La figura 126 rappresenta l'intero strumento, la cui costruzione può essere compresa con la precedente descrizione schematica. Si vede il cilindro di vetro G, e su questo cilindro la lamina da studiare. L'angolo limite è osservato mediante un cannocchiale che, per maggiore comodità, è curvato ad angolo retto ed equilibrato con un contrappeso. Il cerchio verticale graduato serve a misurare l'angolo φ .

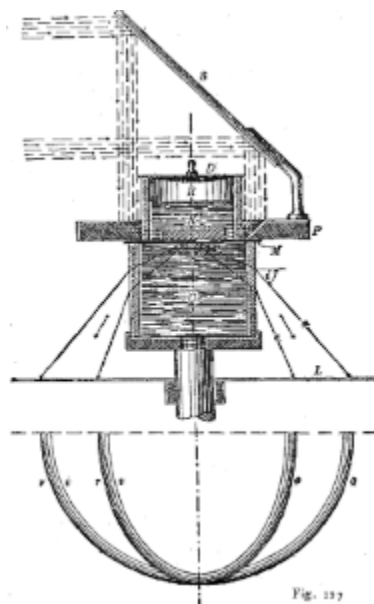
Per determinare l'indice di rifrazione dei liquidi, si pone sul cilindro un piccolo cilindro cavo di vetro, nel quale si versa il liquido da esaminare. I raggi luminosi orizzontali penetrano nello strumento dalla parete laterale del cilindro cavo.



La figura 127 rappresenta una modifica interessante del rifrattometro di Pulfrich. La piastra da studiare K è posta su un anello M, che è all'interno di un liquido altamente rifrangente. I raggi luminosi che cadono orizzontalmente sono rinviiati in basso, dallo specchio S, e poi in una direzione orizzontale verso K, dalla superficie perfettamente levigata dell'anello P. Dopo la rifrazione, penetrano nel liquido, formando con una retta verticale un angolo corrispondente alla riflessione totale.

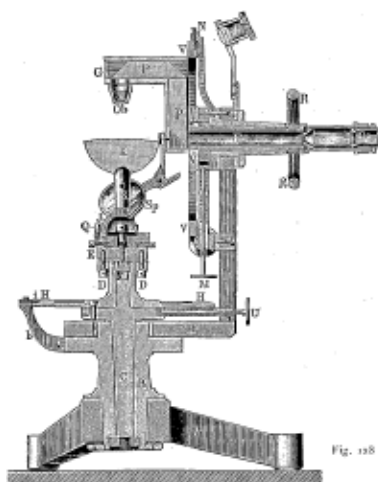
La figura 127 rappresenta il caso in cui la lastra K è prelevata da un cristallo birifrangente (vedi il capitolo sulla doppia rifrazione).

Nel 1896, Pulfrich ha notevolmente migliorato il suo rifrattometro e introdotto tra gli altri un dispositivo, che permette di cambiare la temperatura del liquido studiato e di determinare con grande precisione la sua dispersione.



La Figura 128 rappresenta il *refrattometro per cristalli* costruito da Abbe, secondo il principio di Pulfrich, e descritto da Czapski. Le diverse parti dello strumento non sono rappresentate nella posizione che occupano durante l'osservazione. Il cilindro è sostituito da una semisfera K di vetro flint, sulla cui superficie piana è posto il corpo da studiare. I raggi riflessi dallo specchio *Sp* (che deve essere sollevato più in alto) sfiorano la superficie orizzontale di K ed escono da questo emisfero, formando l'angolo φ con la sua superficie. Il cannocchiale *ObGPPFOc* viene utilizzata per osservare questi raggi e per misurare l'angolo φ ; è fissato al cerchio graduato *VV*, le cui divisioni si leggono con una ghiera *N* e una lente d'ingrandimento *L*. Durante le osservazioni, il cerchio e il cannocchiale devono essere ruotati di oltre 90° , a partire dalla posizione che occupano sulla figura 128, purché il cannocchiale non sia diretto verso il basso, ma verso l'alto, e posto sotto l'asse *Ff*.

Altri miglioramenti a questo dispositivo furono apportati da Pulfrich nel 1899 e da Leiss nel 1902. Nella sua forma più recente, il dispositivo consente di determinare l'indice di rifrazione dei detriti cristallini, la cui superficie non ha più di un millimetro quadrato.



Pulfrich ha costruito un altro rifrattometro nel 1899. Serve alla determinazione dell'indice di rifrazione n dei liquidi, a cui viene data la forma di un prisma con angolo di rifrazione variabile,

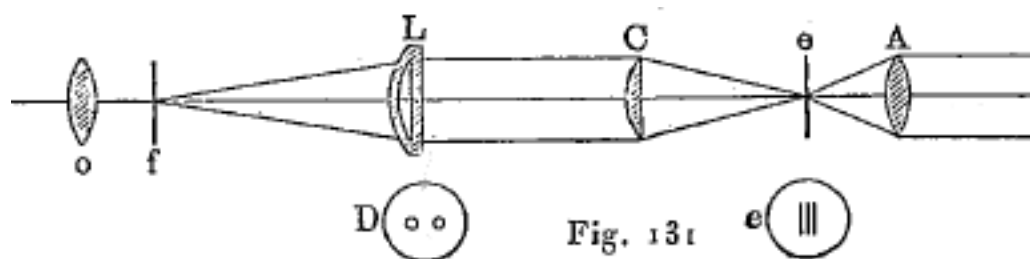
5. RIFRATTOMETRO PILTSCHIKOFF - Le parti principali di questo rifrattometro sono le seguenti: L (fig. 131) è una lente di vetro crown cava, in cui viene posta una piccola quantità della sostanza da studiare; e è uno schermo con tre piccole fenditure, sulle quali la lente convergente A concentra una luce brillante; lo schermo è nel fuoco principale della lente C. La faccia piana della lente L è ricoperta da un foglio opaco D, con due fori. In f vi è uno schermo in vetro opaco, osservato con la lente d'ingrandimento O. Se f non è nel fuoco principale di L, ciascuno dei fori di D fornisce un'immagine distinta su f delle tre fenditure di e . Le due immagini devono fondersi, questo permette di posizionare molto esattamente lo schermo f nel fuoco di L e di conseguenza di misurare, con una grande precisione, la sua distanza focale principale F.

Trascurando l'effetto delle pareti di vetro di L, si può scrivere, secondo la formula generale (51), rispetto alla distanza focale F della lente, la seguente relazione

$$n = A + \frac{B}{F}$$

Se si misura F, quando L è riempita successivamente di due liquidi, di cui conosciamo in anticipo gli indici di rifrazione, si trovano una volta per tutte le costanti A e B dello strumento, e si può usare la formula precedente per determinare il valore di n rispetto a qualsiasi altro liquido, non appena si è misurato F.

La lente vuota L ha anche una certa distanza focale che deve essere misurata in anticipo. Non entreremo in ulteriori dettagli su questo argomento.



6. Variazione dell'indice di rifrazione con lo stato della sostanza

Dopo aver esaminato i metodi di determinazione dell'indice di rifrazione, considereremo i risultati delle misure stesse. L'indice di rifrazione (assoluta) dipende dalla natura della *sostanza isotropa*, dal suo *stato fisico* (pressione e temperatura), e anche la natura della radiazione, vale a dire dalla *lunghezza d'onda λ dei raggi nell'etere libero*. Quest'ultima dipendenza è all'origine dell'importante gruppo di fenomeni di *dispersione*, di cui parleremo nel prossimo Capitolo. Esamineremo qui come la quantità n dipenda, per una *data radiazione*, dalle proprietà della sostanza rifrangente.

I corpi che hanno la maggiore densità d generalmente hanno anche l'indice di rifrazione n più grande. Vi sono, tuttavia, notevoli eccezioni a questa regola, come dimostrano i seguenti valori:

Sostanza	d	n
Chinolina	1,0947	1,6094
Ioduro di propile	1,7427	1,5008
Benzolo monoiodato C^6H^6I	1,8300	1,6124
Ioduro di metile	2,2582	1,5243

Esistono tre formule principali, proposte in tempi diversi, per esprimere la *relazione che lega l'indice di rifrazione n alla densità d della sostanza*. Queste sono le seguenti:

$$p_1 = \frac{n - 1}{d} = \text{cost} \quad (6.0.6)$$

$$p_2 = \frac{n^2 - 1}{d} = \text{cost} \quad (6.0.7)$$

$$p_3 = \frac{n_2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d} = \text{cost} \quad (6.0.8)$$

La seconda delle formule precedenti ($p_2 = \text{cost}$) è dovuta a Newton; Laplace ne ha dato una dimostrazione più rigorosa, partendo dalla teoria dell'emissione. Gladstone e Dale stabilirono

per la prima volta, deducendola dai loro esperimenti, la prima formula ($p_1 = cost$). Infine, la terza ($p_3 = cost$) è stata trovata quasi contemporaneamente da L. Lorentz (di Copenhagen) e H. A. Lorentz (di Leida), seguendo percorsi abbastanza diversi; l'ultimo la dedusse dalla teoria elettromagnetica della luce, il primo da un'originale ipotesi sulla propagazione dell'energia radiante nella materia.

Si noti che le tre leggi precedenti sono in qualche modo identiche *per i gas*; come abbiamo già mostrato, si può porre per i gas $p_2 = 2p_1$, a causa della piccolezza di $n - 1$; si stabilisce facilmente anche che, nello stesso caso, $p_3 = 2/3p_1$; l'invariabilità di una delle grandezze p coinvolge di conseguenza quella delle altre due; con misurazioni molto precise, ciò non è stato più esatto.

Mascart, Chappuis e Rivière, Perreau, Benoit, Carnazzi e, più recentemente, Gale (1902), Magri (1904) e W. Kayser (1901), hanno studiato l'influenza della pressione sulla grandezza n , per *gas diversi*. Gale ha trovato che le grandezze p_i rimangano effettivamente costanti fino a 20 atmosfere; lo stesso risultato era stato trovato in precedenza da Chappuis e Rivière, Benoit e altri. Le misure molto precise di Magri, che sono state effettuate fino ad una pressione di 193 atm, hanno mostrato che per l'aria, si ha solo $p_3 = cost$, mentre p_1 e, in misura ancora maggiore, p_2 cambiano all'aumentare della pressione. Perreau studiò la quantità n^{-1}/H dove H indica la pressione del gas; abbiamo già indicato, che trovò per n^{-1}/H una funzione lineare di H . Kayser misurò, per l'aria, CO , SO^2 , H_2 , la quantità $c = \Delta n$, che corrisponde ad $\Delta H = 1 mmHg$, e anche per una pressione H inferiore ad un'atmosfera (da $H = 20 mm$ a $H = 760 mm$; se n^{-1}/H è costante, c dovrebbe pure essere costante. Si aveva $c = cost$ solo per H^2 ; per gli altri gas, c era una funzione lineare della pressione.

V. von Lang ha trovato, per l'aria, la seguente relazione tra la grandezza n e la temperatura:

$$n_t = n_0 - 0,06905t + 0,08235t^2$$

Walker (1903) ha determinato il coefficiente di temperatura β di n per l'aria, H^2 , CO^2 , AzH^3 , SO^2 , tra 10° e 100° ; ha ottenuto

	Aria	H^2	CO^2	AzH^3	SO^2
$\beta =$	0,00360	0,00350	0,00380	0,00390	0,00416

Se si confrontano i valori di n , *per una stessa sostanza allo stato liquido e allo stato gassoso*, si trova che la formula $p_3 = cost$ corrisponde incomparabilmente meglio alle osservazioni rispetto alle altre due. Lorentz e Prytz l'hanno mostrato per 17 sostanze, tra le quali citiamo le seguenti:

Sostanza	$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$		$\frac{n-1}{d}$	
	Liquido	Vapore	Liquido	Vapore
Acqua	0,2061	0,2068	0,3246	0,3102
CS^2	0,2805	0,2898	0,4645	0,4347
Alcool etilico	0,2804	0,2825	0,4438	0,4238
Etere etilico	0,3026	0,3068	0,4800	0,4602

Livinge e Dewar hanno trovato alcuni fatti davvero notevoli. Si ha, per l'*ossigeno liquido*, $n = 1,222$ (per raggi verdi); questo dà $px = 1,1242$, mentre si ha $p_3 = 0,1263$ per l'ossigeno gassoso. Dewar ha trovato $n = 1,12$ per l'idrogeno liquido, mentre il valore teorico dovrebbe essere $n = 1,11$, se si ammette che p_1 ha lo stesso valore per l'idrogeno gassoso ($d = 0,000091$, $n = 1,00014$) e per l'idrogeno liquido ($d = 0,07$). Si trova la stessa concordanza per azoto gassoso e azoto liquido.

Tuttavia, se la densità d di un dato liquido cambia a causa di una variazione di temperatura o pressione, si trova che la prima formula ($p_1 = cost$) concorda meglio con i risultati delle

osservazioni. Risulta dagli esperimenti di Ketteler che, per CS^2 , si dovrebbe sostituire il numero 2, al denominatore dell'espressione di p_3 , con il numero 4, 2, quindi portare la formula $p_3 = cost$ a concordare con le osservazioni.

La formula $p_2 = cost$ non si verifica più nel caso in cui la densità d del liquido varia con la temperatura. Lo si vede dagli esempi seguenti:

Sostanza	t°	$\frac{n^2-1}{d}$	$\frac{n-1}{d}$
Acqua	1°	0,7495	0,3227
	48°	0,7486	0,3227
CS^2	11°	1,4782	0,5694
	$36,5^\circ$	1,4599	0,5669
Alcool	12°	1,0472	0,4426
	28°	1,0396	0,4423

La densità d dell'acqua ha un massimo a 4° ; qui nessuna delle tre formule è verificata, perché n non ha massimo a 4° , ma continua ad aumentare al diminuire della temperatura, come mostrato da Jamin (1856), Rühlmann, Walter, Gladstone e Dale, e infine Conroy (1896); d'altra parte, la derivata dn/dt subisce manifestamente una brusca variazione a 4° . Pulfrich ha trovato che n ha un massimo a $-1^\circ, 5$ per l'acqua super raffreddata.

Risulta dagli esperimenti di molti osservatori e, in particolare, di Quincke, che la formula $p_1 = cost$ è pienamente verificata nel caso in cui la densità d di un liquido varia per compressione.

Flatow (1903) determinò la grandezza n relativa all'acqua, per tutta una serie di radiazioni visibili e ultraviolette (fino a $\lambda = 0^\mu, 214$) e a temperature comprese tra 0° e 80° ; lo stesso per il solfuro di carbonio tra -10° e $+40^\circ$. Trovò che nessuna delle due formule $p_1 = cost$ e $p_3 = cost$ corrisponde ai risultati delle sue misure.

F. Pockels (1902) studiò diversi tipi di vetro (di Schott di Jena) e trovò che, quando d varia a causa di una compressione uniforme in tutte le direzioni, nessuna delle tre formule precedenti corrisponde alla relazione reale che lega n a d .

La questione di sapere se si può considerare costante la grandezza p_1 , a volte chiamato potere rifrangente, non è ancora definitivamente risolta.

Poiché n dipende, in ogni caso, dalla natura della radiazione, cioè dalla lunghezza d'onda λ , si è posta la questione se p_1 non sarebbe costante solo per $\lambda = \infty$. Vedremo, nel prossimo capitolo, che la formula Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

esprimendo la relazione che lega la quantità n alla lunghezza d'onda λ , si applica a qualche sostanza, entro certi limiti. Se determiniamo n per diverse radiazioni, le cui lunghezze d'onda λ sono note, si può trovare A , cioè il valore limite dell'indice di rifrazione, quando la lunghezza d'onda cresce indefinitamente. Introducendo il valore di A al posto di n , in una delle tre formule (5), (6) o (7), si sperava di ottenere un migliore accordo con le osservazioni; ma gli esperimenti di Wüllner hanno mostrato che la grandezza A^{-1}/d varia anche con la temperatura; così Wüllner ha trovato, ad esempio per CS^2 ,

$$\frac{A-1}{d} = 0,46496 - 0,0000424t$$

Rühlmann ha trovato pure che il rapporto A^{-1}/d diminuisce, per l'acqua, al crescere della temperatura.

I tentativi che sono stati fatti per esprimere con altre formule come l'indice di rifrazione varia con lo stato della sostanza non hanno mai portato a risultati soddisfacenti. Tali sono, ad esempio, la formula di Johst che, nella formula (5) $p_1 = cost$, ha sostituito n con \sqrt{n} , e la prima

formula di Ketteler, che ha sostituito, al denominatore della formula (7) $p_3 = cost$, il numero 2 con il numero x , da determinare empiricamente per ogni sostanza. Ketteler ha quindi stabilito teoricamente la formula molto più complicata

$$(n^2 - 1)(v - \beta) = C(1 - \alpha e^{-kt})$$

nella quale $v = 1/d$ indica il volume specifico della sostanza, t la temperatura, β, C, α, k delle costanti, rappresentando β la parte del volume v effettivamente occupata dalla materia. Ketteler ha dimostrato che la sua formula corrisponde in modo del tutto soddisfacente ai risultati delle osservazioni, per acqua, alcol e solfuro di carbonio. Indicheremo successivamente altre formule che permettono il calcolo di n per $\lambda = \infty$.

Hibbert ha proposto la formula più semplice $(n^2 - 1)(v - \beta) = cost$. Zecchini, Eykmann e Edwards stabilirono anche formule diverse.

Molti osservatori hanno espresso, attraverso varie formule empiriche, la relazione che lega l'indice di rifrazione n alla temperatura t , per diverse sostanze. Così Jamin ha trovato, per l'acqua ad esempio,

$$n_t = n_0 - 0,0^412573t - 0,0^81929t^2$$

Bender (1899) dà, come indice di rifrazione dell'acqua, per le tre righe $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$ dell'idrogeno, entro limiti $t = 10^\circ$ e $t = 40^\circ$,

$$n = n_0 - 0,0^42258t - 0,0^51676t^2$$

e tra $t = 40^\circ$ e $t = 70^\circ$

$$n = n'_0 - 0,0^42372t - 0,0^51632t^2$$

si ha, per H_α , per esempio

$$n_0 = 1,3323004 \quad n'_0 = 1,3319977$$

Bender ha inoltre determinato in modo molto preciso la relazione che esiste tra n e t , per soluzioni di KCl e NaCl in acqua.

L'influenza che una variazione di temperatura esercita sull'indice di rifrazione di un corpo solido è generalmente inferiore all'influenza di un tale cambiamento sulla densità di questo corpo; non si può quindi parlare di invariabilità della grandezza $p_1 = n^{-1}/d$. Gli esperimenti di Fizeau hanno dimostrato che n aumenta, per molti corpi solidi, quando la temperatura t cresce; è così per molti tipi di vetro, per il diamante, il topazio, la calcite, ecc. Per il vetro crown, n dipende molto poco dalla temperatura, e per alcuni corpi, la fluorite, per esempio, e molte sostanze cristalline, n diminuisce, all'aumentare della temperatura.

Pulfrich ha studiato diversi tipi di vetri e ha spiegato per primo le anomalie apparente che essi manifestano, mostrando che l'indice di rifrazione n varia per due ragioni, quando la temperatura t cresce: in primo luogo, d diminuisce e n diminuisce contemporaneamente; in secondo luogo, l'assorbimento delle radiazioni nelle parti viola e ultravioletto dello spettro aumenta e questo comporta, come vedremo, un aumento di n , nell'altra parte visibile dello spettro. A seconda della causa prevalente si osserva la corrispondente variazione della grandezza n . Vogel, Dufet, Reed, Micheli e altri hanno anche studiato come n varia con t , per i corpi solidi. Pulfrich e Pockels hanno trovato che bisogna distinguere, per ogni variazione di temperatura, due azioni indipendenti tra loro: l'azione pura della densità e l'azione pura della temperatura. Martens (1904) tentò di determinare, per il quarzo amorfo, l'azione pura della temperatura.

Damien ha confrontato i valori di n , per le sostanze allo stato solido e liquido (in sopraffusione) una stessa temperatura, e ha ottenuto tra gli altri questo notevole risultato: la grandezza A^{-1}/d ha lo stesso valore numerico, per il fosforo solido e liquido.

Kucera e Forch determinarono n , per alcuni alcool e eteri, tra 0° e -70° , e non ha riscontrato particolari irregolarità, mentre la costante dielettrica (vedi § 10) di queste sostanze ne presenta.

7. Potere rifrangente di miscele e soluzioni

Si è espresso come l'indice di rifrazione N di diverse miscele dipende dagli indici di rifrazione n_i delle loro parti costituenti e delle relative quantità di queste ultime, da una delle seguenti formule:

$$P \frac{N-1}{D} = \sum P_i \frac{n_i-1}{d_i} \quad (6.0.9)$$

$$P \frac{N^2-1}{D} = \sum \bar{P}_i \frac{n_i^2-1}{d_i} \quad (6.0.10)$$

$$P \frac{N^2-1}{N^2+2} = \sum P_i \frac{n_i^2-1}{n_i^2+2} \cdot \frac{1}{d} \quad (6.0.11)$$

ammettendo che il potere rifrangente delle miscele è una proprietà additiva, e prendendo, come misura di questo potere, una delle grandezze p_1, p_2, p_3 . P_i indica il peso della parte della miscela a cui si riferiscono le grandezze n_i e d_i ; P è il peso della miscela ($P = \sum P_i$) e D la sua densità.

Il primo che ha affrontato questa questione è stato Hoek che, come Schrauf, utilizzò la formula (9). Successivamente, Landolt ha mostrato che la relazione (8) si può applicare a diverse miscele di alcool e acidi. Wüllner studiò miscele di acqua e glicerina, nonché alcol e solfuro di carbonio; scoprì che la formula (8) fornisce per N valori che presentano, relativamente alle grandezze osservate direttamente, deviazioni notevolmente maggiori agli inevitabili errori di osservazione. Le ricerche di Schütt su miscele di bibromuro di etilene e alcol propilico hanno dato lo stesso risultato; Schütt ha scoperto che la formula (10) concordava molto meglio della formula (8) con le osservazioni.

Kowalski e Modzelewski hanno trovato che le relazioni (8) e (10) concordano bene con le osservazioni, per miscele di alcol etilico e benzolo o toluolo, nonché di cloroformio ed etere. Questo risultato è stato confermato rispetto alla formula (8) da Zitowitsch (1904), per miscele di etere e cloroformio.

Damine ha trovato che le miscele di acqua e glicerina e Leduc (1902) che le miscele di acqua e alcol soddisfano la relazione (8); al contrario, Aubel ha riconosciuto, dalle misure di Drude e Johst, che la relazione non si applicava né alle miscele di acqua e acetone, né a quelle di anilina e alcol etilico.

Pulfrich ha apportato una correzione molto interessante alla formula (8), tenendo conto della contrazione che accompagna le miscele liquide. v_1 e v_2 sono i volumi dei liquidi da miscelare e V il volume della miscela, si chiama

$$c = \frac{v_1 + v_2 - V}{v_1 + v_2}$$

il coefficiente di contrazione. Pulfrich ha calcolato la grandezza R_v determinata dalla formula

$$R_v = \frac{(n_1 - 1) v_1 + (n_2 - 1) v_2}{v_1 - v_2}$$

e ha trovato che essa differisce della quantità $R = N - 1$ trovata dall'osservazione. Si ottiene così una certa quantità

$$k = \frac{R - R_v}{R}$$

che è analoga al coefficiente c . Pulfrich ha trovato che k è proporzionale a c ; ponendo di conseguenza $k = \alpha c$, si ottiene la relazione

$$(N - 1) V \frac{1 - \alpha c}{1 - c} = (n_1 - 1) v_1 + (n_2 - 1) v_2$$

o, dopo l'introduzione dei pesi

$$P \frac{N-1}{D} \cdot \frac{1-\alpha c}{1-c} = P_1 \frac{n_1-1}{d_1} + P_2 \frac{n_2-1}{d_2} \quad (6.0.12)$$

Questa relazione concorda meglio della (8) con le osservazioni. Nel caso in cui c è negativo (alcol e CS^2), si ottiene anche un valore negativo per k .

Per soluzioni di sali in acqua, si può esprimere n con una formula empirica della forma

$$n = n_0 + ap + bp^2 + cp^3$$

dove n_0 è l'indice di rifrazione dell'acqua pura, p il peso del sale contenuto in 100 parti di acqua. Beer e Kremers, Hofmann e Börner hanno determinato i valori numerici delle quantità a, b, c per diverse soluzioni.

Börner ha cercato fino a che punto la relazione (8) è applicabile per le soluzioni di diversi sali in acqua, introducendo, al posto di N e di n , le corrispondenti costanti A e a della formula di Cauchy. Ha trovato che la formula corrisponde quindi molto bene ai risultati delle osservazioni. Berghoff ha mostrato che la relazione (11) è applicabile a soluzioni di S e di P in CS^2 . Rudolph ha studiato soluzioni di idrato di cloro in acqua, alcool e toluolo. Si può dire che in generale nessuna delle formule considerate fornisce il valore esatto di n per una soluzione, quando si conoscono i valori di n per il solvente e la sostanza disciolta.

Walter (1889) ha impiegato la formula più semplice

$$n = n_0 + aP$$

dove P indica il peso del sale contenuto in 100 parti della soluzione. Questa formula è stata confermata da Bremer (1901), per soluzioni di $CaCl^2$. Wallot (1903) ha mostrato che la formula precedente non era molto utilizzabile e ha stabilito teoricamente la formula (8). Chévenau (1904) ha anche riscontrato che, per 35 soluzioni, la formula di Walter non è applicabile. Anche Aubel ha studiato teoricamente, in una serie di lavori successivi, la rifrazione della luce nelle soluzioni. Chévenau ha trovato che la grandezza $n - n_0$ è proporzionale alla concentrazione, essendo n_c l'indice di rifrazione del mezzo solvente, calcolato con le formule (3) o (5).

Dufet ha trovato che la formula (8) può essere utilizzata per i *cristalli*, che sono un insieme di cristalli isomorfi.

Christiansen ha studiato miscele di liquidi e polveri e I. Schtschégliaieff l'idrofano, un minerale che assorbe l'acqua e poi diventa completamente trasparente. Per molte delle miscele precedenti, come per l'idrofano, n può essere calcolato utilizzando una formula analoga alla (8), sostituendo però i pesi con i volumi della miscela e delle sue parti costituenti.

8. Rifrazioni molecolari e atomiche

Il prodotto di una delle tre quantità p , con il peso molecolare di una combinazione, è chiamato *rifrazione molecolare* o *potere rifrangente molecolare*. Ricerche di Landolt, Schrauf, Bäuhl, Kanonnikoff e altri ancora hanno mostrato che si può, attribuendo a ciascun elemento una certa rifrazione atomica determinata, enunciare la seguente regola più o meno generale: *il potere rifrangente molecolare di una combinazione chimica è uguale alla somma delle rifrazioni atomiche delle sue parti costituenti*. Tuttavia, in primo luogo, la rifrazione atomica dipende, per alcune sostanze, dal numero delle valenze dell'atomo nella molecola, e, in secondo luogo, la regola precedente è tutt'altro che esatta in tutti i casi. Ne consegue da tale regola che, per sostanze isomere, la quantità p deve avere uno stesso valore numerico.

Ciò si verifica in effetti approssimativamente per molte di queste sostanze. Così, ad esempio, Landolt, riferendo la rifrazione al termine A della formula di Cauchy, ha trovato i seguenti valori:

		$\frac{A-1}{d}$
	Acido propionico	0,3785
$C^3H^6O^2$	Acetato di metile	0,3889
	Formiato di etile	0,3866

Baühl, Kanonnikoff e altri hanno trovato risultati simili. Citiamo un esempio, per dei polimeri, da Landolt:

		$\frac{A-1}{d}$	$\frac{A-1}{d}M$
C^3H^6O	Acetone	0,4405	25,55
$C^6H^{12}O^2$	Acido caproico	0,4359	50,56

Qui M indica il peso molecolare, che, nel secondo caso, è due volte più grande che nel primo. Se si prende la grandezza

$$r = M \frac{n-1}{d}$$

come misura del potere rifrangente, si deve, secondo Hagen, prendere i valori seguenti per la rifrazione atomica:

$$H\ 1,3 \quad Br\ 15,3 \quad O\ 3 \quad C\ 5 \quad Cl\ 9,8 \quad I\ 2,6 \quad S\ 16 \quad Az\ 4,1$$

Se si deduce il potere rifrangente molecolare, si ottengono i valori seguenti per r :

Sostanza	r	
	Osservato	Calcolato
Alcool metilico	13,17	13,20
Alcool etilico	20,70	20,80
Alcool propilico	28,30	28,40
Alcool butilico	36,11	36,00
Alcool amilico	43,89	43,60
Aldeide	18,58	18,20
Etere	36,26	36,00
Glicerina	34,32	34,40
Acido lattico	31,81	31,80
Acqua	5,96	6,12

Gladstone ha determinato di nuovo nel 1896 la rifrazione atomica r degli elementi. Ha trovato che il prodotto di $n-1/d$ per la radice quadrata del peso dell'equivalente del corpo semplice (per esempio, $\sqrt{28}$ per il Fe) è una grandezza costante, vicina a 1,3 per gli elementi monoatomici e di 1,01 per gli elementi poliatomici. Pope ha trovato che la regola enunciata si applica anche ai corpi solidi inorganici: ecco alcuni dei valori che ha indicato per la rifrazione atomica:

$$Na\ 4,1 \quad Li\ 4,45 \quad K\ 7,64 \quad Mg\ 8,81 \quad Pb\ 30,02 \quad Zn\ 12,40 \quad S\ 16$$

$$Cu\ 13,52 \quad AzO^3\ 13,47 \quad SO^4\ 17,04 \quad H^2O\ 5,7 \quad acqua\ cristallizzata$$

Se ne deduce, ad esempio, per il sale $K^2Mg(SO^4)^2$, come rifrazione molecolare, il valore 92,45, che concorda interamente con le osservazioni.

Le Blanc e Rohland hanno studiato l'influenza della dissociazione, nelle soluzioni deboli, sull'indice di rifrazione. Hanno trovato, in particolare, che l'idrogeno (ione) libero nella soluzione ha un potere rifrangente maggiore rispetto all'idrogeno che entra nella composizione della molecola non dissociata.

Molti sperimentatori hanno trovato che la regola precedente si verifica meglio, quando si prende come misura del potere rifrangente l'espressione p_3 , e si misura la rifrazione molecolare per mezzo della grandezza

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{d}$$

dove M è il peso molecolare. Si trova allora per le rifrazioni atomiche relative alle radiazioni gialla (Na) e rossa (H), secondo Conrady:

Sostanza	Radiazione gialla	Radiazione rossa	Sostanza	Radiazione gialla	Radiazione rossa
H	1,051	1,103	O^2	1,683	1,655
Cl	5,998	6,014	O''	2,287	2,328
Br	8,937	8,863	C°	2,592	—
I	14,12	13,808	C'	2,501	2,365
O'	1,521	1,506	=	1,707	1,836

Qui O' si riferisce all'ossigeno nell'ossidrile, O^2 all'ossigeno unito a due atomi di carbonio nell'etere, O'' all'ossigeno del carbonile, C' all'atomo di carbonio che si trova combinato, C° all'atomo di carbonio isolato. I valori 1,707 o 1,836 devono essere aggiunti per ogni doppia valenza degli atomi di carbonio nella molecola. Citiamo due esempi. Si ha, per il benzolo (C^6H^6) e per la radiazione rossa

$$\begin{array}{rcl}
 6C' & 2,365 \times 6 & = 14,190 \\
 6H & 1,103 \times 6 = 6,618 & = 6,618 \\
 3 \text{ valenze doppie} & 1,836 \times 6 = 5,508 & = 5,508 \\
 & \hline
 & & = 26,32
 \end{array}$$

Le esperienze danno $n = 1,4967$, $d = 0,8799$, $M = 78$ e, di conseguenza $R = 25,93$. Per l'acetone $CO(CH^3)^2$ e la radiazione gialla, si ha $3C' + 6H + O'' = 16,10$: l'osservazione dà $R = 16,09$.

9. Rifrazione nei metalli

Kundt ha determinato per primo (1888) l'indice di rifrazione n dei raggi luminosi nei metalli. Riuscì a costruire lastre molto sottili a forma di cuneo di Ag, Au, Cu, Fe, Ni, Pt e Bi, il cui angolo di rifrazione variava tra $11''$ e $51''$. Nell'incidenza normale del raggio, si può calcolare n usando la formula

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A}$$

dove ε indica la deviazione del raggio, nel suo passaggio attraverso il prisma. Quando un raggio cade sul prisma sotto l'angolo φ , n si esprime, per i metalli, con una formula piuttosto complessa, che però può essere sostituita, nella maggior parte dei casi, con la più semplice

$$n = \frac{\varepsilon + A}{A} \cos \varphi \quad (6.0.13)$$

Kundt ha determinato n per tre tipi di radiazioni, per il rosso, il giallo e il blu. Le sue prime misure hanno dato i seguenti valori:

Sostanza	Radiazione rossa	Radiazione gialla	Radiazione blu
Argento	—	0,27	—
Oro	0,38	0,58	1,00
Rame	0,45	0,65	0,95
Platino	1,76	1,64	1,44
Ferro	1,81	1,73	1,52
Nickel	2,17	2,01	1,85
Bismuto	2,61	2,26	2,13

Ciò che colpisce di più quando si leggono questi numeri è che si ha $n < 1$ i per Ag, Au e Cu, cioè *un raggio luminoso si propaga più velocemente in Ag, Au e Cu che nel vuoto*. Vediamo inoltre che in Pt, Fe, Ni e Bi *l'indice di rifrazione è minore per i raggi blu che per i raggi rossi*, sicché questi ultimi sono più fortemente rifratti di quelli blu. Si tratta qui di una *dispersione anomala*, di cui parleremo nel capitolo seguente. Se indichiamo con il numero 100 la velocità della luce in Ag, si ottiene per gli altri metalli i seguenti numeri:

Ag	Au	Cu	Pt	Fe	Ni	Bi
100	71	60	15,3	14,9	12,4	10,3

Questi valori corrispondono grosso modo ai valori relativi della conducibilità elettrica r degli stessi metalli; Bi, per cui r è inferiore a 10, e Cu per il quale è vicino a 100, formano un'eccezione. Tuttavia, è necessario notare che la minima impurità diminuisce notevolmente il valore di r per il rame; quanto al Bi, il prisma di Kundt era formato da una sostanza non cristallina, mentre r è solitamente determinato per Bi cristallino.

Du Bois e Rubens hanno determinato n per Fe, Ni e Co, sotto diverse angolazioni di incidenza φ , e hanno trovato che la formula (12) concorda perfettamente con le osservazioni. Più tardi, D. Shea ha studiato Ag, Au, Cu, Pt e Ni. Per il Co, Du Bois e Rubens hanno trovato

Ag	Radiazione rossa	Radiazione gialla	Radiazione blu
100	3, 10	2, 76	2, 39

cioè una *dispersione anomala*.

In un secondo lavoro, Kundt ha studiato *l'influenza della temperatura sull'indice di rifrazione n dei metalli*. Ha rilevato che n aumenta rapidamente quando la temperatura cresce. Ricerche più recenti di Pflüger (Ni, Au e Fe tra 20° e 100°), Sissingh (Fe), Drude (Au, Ag, Pt fino a 200°), Zeemann (Pt fino a 800°) e Königsberger (Au, Ag, Fe, Ni, fino a 360° e Pt fino a 800°) hanno mostrato, al contrario, che n è *indipendente dalla temperatura per metalli*.

Le ricerche teoriche di Voigt, Drude e altri hanno stabilito che n può essere calcolato per i metalli, per mezzo della riflessione provata dai raggi alla superficie di questi metalli. Impareremo a conoscere, nello studio della polarizzazione, le seguenti due grandezze: l'angolo di incidenza principale Φ (angolo di polarizzazione massima) e l'azimut principale α ; questi due angoli possono essere determinati dall'osservazione diretta. La teoria della polarizzazione mostra che le quattro grandezze Φ, α, n e il coefficiente di assorbimento k sono legati da due equazioni; ciò permette di calcolare n , quando gli angoli Φ e α sono determinati sperimentalmente. Le formule esatte, in questo calcolo, sono molto complesse, ma possono essere sostituite da formule approssimate più semplici; una di loro ha la seguente forma

$$n = \sin^2 \Phi (1 + \tan^2 \Phi \cos^2 2\alpha) \quad (6.0.14)$$

Voigt, Beer, Rubens e più in particolare Drude e Minor (1903) hanno determinato n dall'osservazione della riflessione (Φ, α) o dell'assorbimento (k) dei raggi alla superficie dei metalli. Ecco alcuni risultati di questi calcoli, in particolare nel caso in cui si è riscontrato $n < 1$:

Metallo specchi (Beer)	Radiazione	rossa	D	E	violetto
	$n =$	1,20	1,12	1,18	0,91
Alluminio (Voigt)	Radiazione	C	E	G	
	$n =$	1,48	1,11	0,76	
Argento (Kundt)	Radiazione	D	$n =$		
			0,18		
Stagno (Voigt)	Radiazione	C	E	G	
	$n =$	1,52	1,01	0,83	
Magnesio (Drude)	Radiazione	$\lambda = 0,63\mu$	D		
	$n =$	0,40	0,37		
Lega di Na e K (Drude)	Radiazione	D	Blu		
	$n =$	0,123	0,148		

Sodio. Le misure degli angoli Φ e α fatte da Drude hanno dato il valore sorprendente (per la radiazione D)

$$n = \mathbf{0,0045}$$

il quale indicherebbe che la radiazione D si propaga 220 volte più velocemente nel sodio che nel vuoto. La determinazione dell'angolo α non può, è vero, essere eseguita esattamente; tuttavia Drude afferma che in ogni caso n non può essere maggiore di **0,054**.

Minor (1900) ha determinato gli indici di rifrazione di acciaio, cobalto, rame e argento, in particolare per le radiazioni ultraviolette, e ha ottenuto i seguenti risultati:

L'*acciaio* presenta una *dispersione anomala*, con un minimo debole per $\lambda = 0,326\mu$. Diamo alcuni valori di n :

$$\begin{array}{ccccccc} \lambda = 0,630\mu & 0,630\mu & 0,550\mu & 0,450\mu & 0,361\mu & 0,298\mu & 0,226\mu \\ n = 2,653 & 2,309 & 1,885 & 1,515 & \mathbf{1,367} & 1,339 & 1,300 \end{array}$$

Il *cobalto* presenta pure la dispersione anomala

$$\begin{array}{cccccc} \lambda = 0,589\mu & 0,500\mu & 0,395\mu & 0,298\mu & 0,231\mu & \\ n = 2,120 & 1,930 & 1,627 & 1,500 & 1,100 & \end{array}$$

Il *rame* possiede la dispersione anomala:

$$\begin{array}{cccccc} \lambda = 0,63\mu & 0,550\mu & 0,535\mu & 0,450\mu & 0,347\mu & 0,257\mu \\ n = 0,562 & 0,892 & 1,004 & 1,131 & 1,190 & 1,401 \end{array}$$

L'*argento* presenta nello spettro visibile la dispersione anomala, da $\lambda = 0,395\mu$ a $0,280\mu$ la dispersione normale, e poi fino a $0,226\mu$ nuovamente la dispersione anomala:

$$\begin{array}{cccccc} \lambda = 0,589\mu & 0,395\mu & 0,329\mu & 0,318\mu & 0,280\mu & 0,226\mu \\ n = 0,177 & \mathbf{0,155} & 0,518 & 1,015 & \mathbf{1,570} & 1,406 \end{array}$$

10. Potere rifrangente e costante dielettrica

Abbiamo già ricordato che la teoria elettromagnetica della luce di Maxwell porta all'uguaglianza

$$n^2 = K \quad (6.0.15)$$

nella quale n è il valore limite, verso il quale tende l'indice di rifrazione dei raggi per una data sostanza, quando la lunghezza d'onda λ aumenta fino all'infinito; K è la costante dielettrica della sostanza. Studieremo più da vicino questa questione nella teoria dell'elettricità; diremo solo qui che l'uguaglianza (13), fornita dalla teoria, è confermata in modo eclatante dalle

ricerche sperimentali. Si può, per un numero molto elevato di sostanze, scegliere l'indice di rifrazione n relativo a una qualsiasi delle radiazioni visibili, poiché la grandezza K non può essere determinata quasi esattamente come n ; di conseguenza, la relazione $K = n^2$ si verifica solo approssimativamente, nei limiti degli errori probabili di osservazione, qualunque radiazione si scelga. Tuttavia, nel 1888, Coun e Arons, e successivamente S. Téreschine hanno trovato che abbiamo circa $K = 80$ per l'acqua, mentre l'indice di rifrazione dell'acqua oscilla tra 1,331 e 1,344 per le radiazioni visibili. Abbiamo anche $K = 26$ per l'alcol etilico, mentre n oscilla tra 1,360 e 1,375. Sembrerebbe da ciò che, per le sostanze indicate, non si possa parlare di una relazione tale che $K = n^2$, tanto più che, secondo la formula di Cauchy, si trova, per $\lambda = \infty$, un valore di A , che è naturalmente inferiore al valore di n ottenuto con le radiazioni rosse estreme. Ma esperimenti più recenti di Arons, Rubens, Ellinger e altri hanno completamente cancellato questa apparente discrepanza tra teoria e risultati sperimentali; hanno mostrato che la formula di Cauchy non deve essere utilizzata per le sostanze precedenti, e che radiazioni di lunghezza d'onda molto grande hanno, in queste sostanze, un indice di rifrazione estremamente grande, che raggiunge, ad esempio nell'acqua, il valore $n = 9$. Le radiazioni elettriche hanno un tale indice di rifrazione; Ellinger ha misurato direttamente la rifrazione dei raggi elettrici secondo il metodo di Hertz, in un prisma riempito d'acqua il cui angolo di rifrazione era di pochi gradi; Arons e Rubens hanno pure determinato n , misurando la velocità di propagazione della radiazione elettrica nell'acqua. Questi esperimenti e molti altri hanno dimostrato che la relazione $K = n^2$ si verifica in realtà, a patto di prendere il valore dell'indice di rifrazione che è adatto per radiazioni di lunghezza d'onda molto grande.

Per molte sostanze, n è uguale alla grandezza A della formula di Cauchy, che è allora applicabile. Ma ci sono sostanze, tra le altre l'acqua e l'alcol, che hanno, per grandi valori di λ , una dispersione anomala enorme; in questo caso il valore $n = \sqrt{K}$ deve essere misurato mediante radiazioni elettriche.

Impareremo a conoscere, nel § 3 del Capitolo successivo, la formula di Ketteler e Helmholtz, che esprime n in funzione di λ ; differisce essenzialmente dalla relazione Cauchy per la sua forma che è

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

dove $a, M, N, \lambda_1, \lambda_2$ sono costanti. Poiché $\lambda = \infty$, dà la relazione $n^2 = a^2$, e quindi dobbiamo avere $K = a^2$; conoscendo il valore di n , per diversi valori di λ , si può determinare a^2 ; è così che ha operato Paschen per la fluorite, Rubens e Nichols per salgemma, silvina, vetro flint e quarzo; si è riscontrato che i valori trovati per a^2 erano infatti vicini ai valori di K per queste sostanze.

11. Valori numerici dell'indice di rifrazione n

Daremo i valori numerici degli indici di rifrazione, per alcune sostanze isotrope; la lettera D tra parentesi indica la riga Fraunhofer, a cui si riferiscono i valori indicati di n :

Agata (D)	1,540	Cera (rad. rossa)	1,542
Ambra gialla (D)	1,532	Resina (rad. rossa)	1,531
Borace (D)	1,515	NaCl (D)	1,545
Diamante (D)	2,470	Fosforo (D)	2,144
Fluorite (D)	1,433	Sale ammonio (D)	1,642
Spermaceti (rad. rossa)	1,535	Selenio (D)	2,98
Acqua (D)	1,3348	Aria (D)	1,000294
Acqua 15°, 25	1,3339	AzH^3	1,000373
Acqua 100°	1,3194	Cl	1,000773
CS^2 (D) 20°	1,6276	CCl^4	1,000178
Benzolo (D) 20°	1,5003	HCl	1,00045
Anilina (D) 20°	1,586	CO^2	1,00045
Alcol etilico (D) 20°	1,3616	S (vapore)	1,00163
Cloroformio (D) 20°	1,4462	CS^2 (vapore)	1,00148
Etere (D) 15°	1,3580	H^2O (vapore)	1,00025
Balsamo del Canada (rad. rossa)	1,528	H^2	1,00014
Glicerina (D) 20°	1,473		

Gli indici di rifrazione dei diversi tipi di vetro saranno indicati nel capitolo successivo. Citeremo ancora, tra le sostanze che rifrangono molto i raggi luminosi, le seguenti:

Tetrabormuro d'acetilene $C^2H^2Br^4$	1,638	Bromuro di fosforo	1,68
Benzianilina, $C^{13}H^{13}Az$	1,612	Tribomuro di arsenico)	1,78
Naftalina monobromata $C^{10}H^7Br$	1,658	Solfuro di carbonio, CS^2	1,628
Quinolina, C^3H^7Az	1,633	Piperina	1,681
Dimetil naftalina	1,617	Ioduro di metile	1,743
Olio di cassia	1,60	S nel biioduro di metile	1,778
Bicloruro di zolfo	1,653	P nel biioduro di metile	1,944
Aldeide di cannella	1,62	P nel CS^2	1,95
Solfuro di fenile	1,63	P^2S e P^4S	2,0
		Ioduro di mercurio	2,2
		nell'anilina o quinolina	

Quasi tutti questi valori si riferiscono alla radiazione gialla D.

Si troveranno tavole con indici di rifrazione in Dufet, *Donnés numériques, Optique*, II e III, Paris, 1898-1900.

12. Metodo di Töpler

Considereremo brevemente, e senza entrare nei dettagli, un metodo molto interessante di osservazione delle più piccole eterogeneità riscontrabili in un mezzo dato, quelle, per esempio, che sono prodotte da movimenti o variazioni di temperatura, o che già esistono in un mezzo solido, ma sfuggono all'osservazione diretta.

Questo metodo è stato concepito nel 1866 da A. Töpler; tuttavia, Bertin ha dimostrato che Foucault aveva già utilizzato un metodo simile prima di Töpler e Raveau (1902) ha riconosciuto che Huygens aveva indicato quasi esattamente lo stesso procedimento nel suo libro *Commentarii de formandis vitris ad telescopia*.

La figura 132 mostra schematicamente la disposizione dell'apparato. Un'apertura rettangolare ab , ritagliata in uno schermo opaco e fortemente illuminata, è vicina al fuoco principale della grande lente L , che dà in AB un'immagine di quell'apertura ab . Dietro AB si trova l'obiettivo O di un telescopio OF , che è prima diretto verso la superficie della lente L , la cui l'immagine si forma in L_1 , davanti all'oculare F . S è uno schermo opaco che si può abbassare, per nascondere gradualmente l'immagine AB .

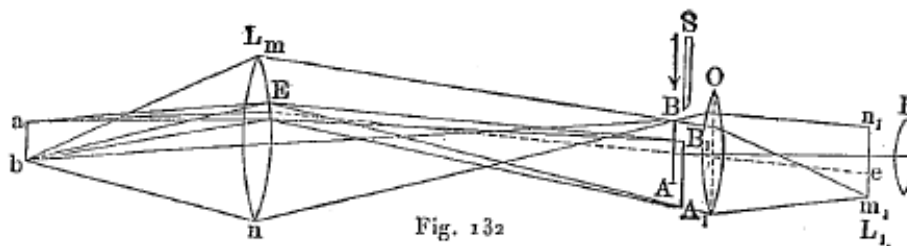


Fig. 132

L'osservatore vede in F la superficie fortemente illuminata della lente L , che successivamente e uniformemente diventa più scura, così come lo schermo S , discendente, nasconde l'immagine AB della lente. È comprensibile, perché ogni punto di questa immagine riceve raggi da tutti i punti della superficie della lente L , in modo che S impedisca il raggiungimento di alcuni di questi raggi al cannocchiale OF . Quando il bordo inferiore dello schermo S raggiunge il bordo inferiore dell'immagine AB , ci troviamo in quella che viene chiamata la *posizione sensibile*. In questo momento, il campo luminoso deve apparire del tutto scuro, a condizione che la superficie della lente L sia abbastanza regolare e dia solo realmente una determinata immagine AB . Ma ammettiamo che in E vi sia un'irregolarità superficiale o interna della lente L , impercettibile all'occhio. I raggi che passano per E , danno una particolare immagine A_1B_1 molto debole, che può essere percepita dalla visione diretta solo si forma più in basso dello schermo S e non è da esso nascosta nella posizione sensibile. I raggi emessi da E raggiungono quindi il telescopio OF e, di conseguenza, questa parte della lente L appare luminosa su uno sfondo scuro. Ciò rende percepibile qualsiasi irregolarità superficiale o interna della lente L .

Per osservare tali irregolarità in qualsiasi corpo, si pone davanti alla lente L e si dirige verso di essa il cannocchiale OF . Se, ad esempio, si pone davanti a L un recipiente pieno d'acqua, le correnti più piccole al suo interno diventano visibili. Se si soffia sulla superficie dell'acqua e se in questo la si raffredda, si possono vedere chiaramente le correnti discendenti di acqua fredda. Allo stesso modo si possono rendere visibili le correnti d'aria che escono da un tubo, le correnti d'aria che salgono sopra i corpi caldi, ad esempio, sopra le dita della mano, le condensazioni e le espansioni sonore, le onde che si formano nell'aria attorno ad una scintilla elettrica e il riflesso di queste onde su uno schermo, l'interferenza delle onde sonore, la diffusione in un liquido attorno ad un cristallo in formazione, il movimento dell'aria attorno ad un proiettile, ecc. Mach e Wood hanno realizzato diverse applicazioni del metodo in ricerche di questo tipo; A. Gerschoun l'ha usato per fotografare difetti interni alle lenti. Dvorak ha modificato il metodo di Töpler; la sua modifica consente di ottenere oggettivamente, vale a dire, su uno schermo, l'immagine dei fenomeni e, ad esempio, di far vedere a un gran numero di persone l'immagine di una corrente d'aria.

7 Dispersione dell'energia radiante

Dedichiamo questo Capitolo principalmente alla *spettroscopia*, cioè ai metodi utilizzati per lo studio di fasci complessi di energia radiante, che contengono radiazioni di diverse lunghezze d'onda λ , e ai risultati sperimentali che questi metodi hanno dato. Ci sono numerosi lavori speciali e molto importanti sulla spettroscopia. Dobbiamo tuttavia, per citare qui in particolare l'opera di H. Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, che comprenderà cinque volumi; il primo è apparso nel 1900, il secondo nel 1902 e il terzo nel 1905; troveremo in questa opera le informazioni bibliografiche più dettagliate su tutte gli argomenti relativi alla spettroscopia.

Uno dei problemi più importanti della spettroscopia è la *determinazione della lunghezza d'onda λ di una data radiazione*. Si potrebbe chiamare la parte della spettroscopia dedicata a questo tema, la *spettrometria*. La determinazione del valore assoluto di λ si fa oggi esclusivamente con l'ausilio di reticoli di diffrazione: i metodi per confrontare le varie lunghezze d'onda λ tra loro si basano soprattutto sui fenomeni di interferenza dei raggi. Considereremo solo brevemente, in questo Capitolo (§ 6), il metodo dei reticoli di diffrazione; torneremo su questo argomento in modo più dettagliato nel seguito.

Per prima cosa affronteremo alcune questioni specifiche.

Abbiamo già accennato, che l'indice di rifrazione n dipende non solo dalla natura delle sostanze, alla separazione delle quali avviene la rifrazione, e del loro stato fisico, ma anche dalla natura di energia radiante, che è caratterizzata dal numero di vibrazioni per secondo o dalla lunghezza d'onda λ , *nel vuoto*. Si può quindi porre in generale

$$n = f(\lambda) \quad (7.0.1)$$

Ne consegue che qualsiasi rifrazione di un fascio complesso, formato da un gran numero di radiazioni di diverse lunghezze d'onda λ , è accompagnata da una scomposizione di questo fascio nelle sue radiazioni costituenti, che si propagano a velocità diverse. Questo è chiamato il fenomeno della *dispersione*.

Se, per una data sostanza, e tra i limiti $\lambda = \lambda_1$, e $\lambda = \lambda_2$, l'indice di rifrazione n è una funzione di λ che diminuisce costantemente al crescere di λ ($dn/d\lambda < 0$), si dice che, per i raggi considerati, la dispersione è normale. Se, al contrario, $n = f(\lambda)$ è una funzione, che non diminuisce costantemente all'aumentare di λ , la dispersione si dice *anomala*; parleremo in dettaglio di quest'ultima nel § 21.

La dispersione permette di disporre l'una accanto all'altra, le parti costituenti di un fascio di raggi complesso, di ottenere quello che viene chiamato uno *spettro obiettivo* o soggettivo, cioè una banda le cui parti successive (nel senso della lunghezza) corrispondono alle radiazioni di lunghezza d'onda crescente o decrescente.

I corpi solidi o liquidi riscaldati al rosso bianco emettono energia radiante, formata da tutte le radiazioni possibili, con lunghezze dell'onda λ che variano entro ampi limiti. Il loro spettro ha, in generale, una parte infrarossa invisibile, una parte visibile e una parte invisibile ultravioletta.

Nell'energia radiante, che la Terra riceve dal Sole, manca molta radiazione, ciò che spiega la presenza, nello spettro solare, di linee Fraunhofer, i cui gruppi principali sono indicati dalle lettere successive dell'alfabeto.

A ogni lunghezza d'onda delle radiazioni luminose visibili corrisponde un'impressione fisiologica diversa, cioè un colore diverso, analogo all'altezza del suono, e che non è più suscettibile di definizione rispetto a quest'ultimo. Nel caso della dispersione normale, si trova che la parte

visibile dello spettro contiene i seguenti colori, nell'ordine indicato: rosso, arancione, giallo, verde, blu, indaco, viola, e che n ha il valore massimo per i raggi violetti, λ il valore massimo per i raggi rossi.

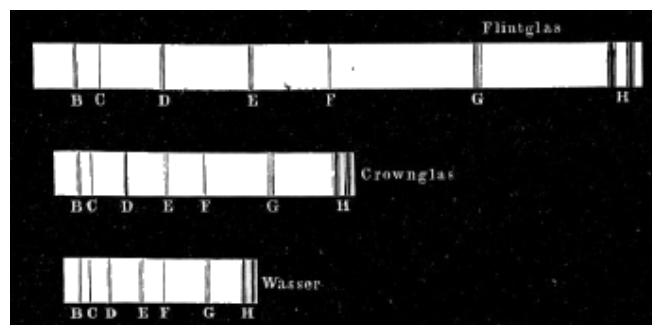
Si trovano le seguenti linee Fraunhofer, che sono le più importanti nella parte visibile dello spettro solare; possono essere usate, in virtù della loro finezza, come parametri di riferimento per radiazioni completamente determinate:

Designazione delle righe	Carattere delle righe	Regione dello spettro	λ ($\mu = 0,001\mu$)
A	righe larghe, difficili da percepire	All'estremo rosso	0,7594 μ
a	Gruppo di numerose righe	Rosso	—
B	—	Rosso	0,6867
C	—	Arancio	0,6563
D	Riga doppia	Giallo	$D_1 = 0,5896$ $D_2 = 0,5890$
E	—	Verde	0,5270
b	Tre righe	Verde	—
F	—	Blu	0,4861
G	—	Indaco	0,4308
H	Due righe larghe	All'estremo violetto	$H_1 = 0,3968$ $H_2 = 0,3933$

Forniremo al § 15 un elenco più completo delle righe di Fraunhofer.

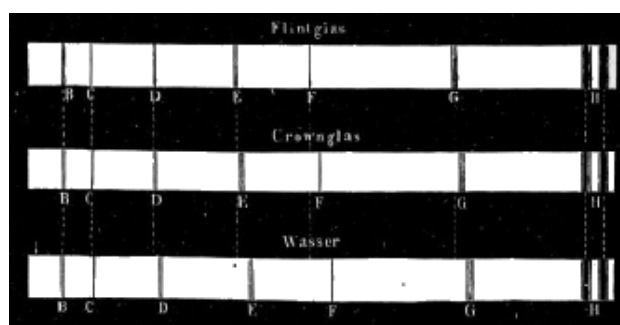
2. Dispersioni parziale, totale e relativa

Se si studia solo la parte visibile dello spettro, che si ottiene utilizzando prismi di varie sostanze (a dispersione normale), si nota che tali sostanze hanno dispersioni parziali molto diverse. La differenza $n_x - n_y$ degli indici di rifrazione di due determinate radiazioni x e y può servire come misura per la *dispersione parziale*. Se si distribuiscono le sostanze nell'ordine dei valori crescenti della differenza $n_x - n_y$, si nota che questo ordine dipende dalla scelta dei raggi x e y . Supponiamo di aver determinato, per una sostanza, le differenze $n_D - n_B$ e $n_G - n_E$, dove B, D, E, G denotano le linee di Fraunhofer; siano $n'_D - n'_B$ e $n'_G - n'_E$ i valori corrispondenti per un'altra sostanza.

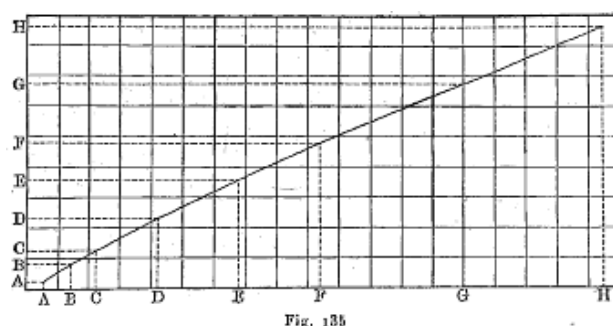


Può succedere che si abbia $n_D - n_B > n'_D - n'_B$, e nello stesso tempo $n_G - n_E < n'_G - n'_E$, cioè che la dispersione sia maggiore per la parte rossa dello spettro, nella prima sostanza, e per la parte viola, nella seconda. Per quanto riguarda la *dispersione totale*, che è misurata dalla

differenza $n_H - n_A$, o talvolta da $n_G - n_B$, dà ancora un altro ordine di successione delle sostanze. Dobbiamo aggiungerlo ulteriormente che alla massima rifrangibilità è lungi dal corrispondere sempre la più forte dispersione. Non siamo a conoscenza di leggi generali in materia, nemmeno di regole. Tutto ciò che abbiamo appena detto si osserva nei seguenti esempi. La figura 133 rappresenta gli spettri ottenuti con prismi dello stesso angolo di rifrazione, in vetro flint, glass e in acqua. Qui la lunghezza maggiore dello spettro indica una maggiore dispersione totale assoluta. Se si aumentano le dimensioni del secondo e del terzo spettro, per dare ai tre spettri la stessa lunghezza, si vede che (Fig. 134), quando le righe B e H coincidono ovunque, non è non lo stesso per le altre righe. La Figura 134 mostra inoltre che l'acqua disperde in modo relativamente forte la parte meno rifrangibile dello spettro, e il vetro flint al contrario la parte più rifrangibile. Nel primo spettro (prisma di vetro flint), la parte GH è particolarmente lunga, e nella terza la parte BF.



Steinheil ha proposto il seguente metodo grafico, per confrontare gli spettri ottenuti per mezzo di due diversi prismi. Disegniamo una reticolo di coordinate rettangolari e si portano rispettivamente sull'asse orizzontale e sull'asse verticale le posizioni delle linee principali di Fraunhofer nei due spettri (fig. 135). Si tracciano poi delle parallele agli assi per i punti corrispondenti alle stesse righe (queste parallele sono qui tratteggiate), e si uniscono con una linea continua i punti di intersezione di queste rette. Si vede facilmente come si possano trovare, utilizzando questa linea, due punti corrispondenti dei due spettri.



I seguenti valori (che si riferiscono a diversi tipi di vetri Fraunhofer) possono servire da esempio:

Denominazione	$n_H - n_B$	n_E
Vetro crown n° 9	0,020727	1,5330
Essenza di trementina	0,023378	1,4784
Vetro flint n° 13	0,043313	1,6420

La dispersione totale è maggiore in trementina che nel vetro crown n° 9, mentre in questo la rifrazione è più forte. La dispersione è doppia nel vetro flint che nel vetro crown, ma la differenza di rifrazione non è molto grande.

I valori seguenti danno ancora i *rapporti delle dispersioni parziale e totale per il vetro flint n° 13 e l'acqua*:

$$\begin{array}{ccccccc} C - B & D - C & E - D & F - E & G - F & H - G & H - B \\ 2,486 & 2,871 & 3,073 & 3,193 & 3,640 & 3,726 & 3,270 \end{array}$$

La dispersione del vetro flint è notevolmente più grande di quella dell'acqua, nella parte più rifrangibile dello spettro.

La grandezza $n_F - n_C / n - 1$, dove n è l'indice di rifrazione di una radiazione media (per esempio $n = n_D$), si chiama la *dispersione relativa*. Si sceglie la regione dello spettro compresa tra le righe C ed F, perché è soprattutto quella che partecipa alla formazione delle immagini visibili, date dalle lenti. Si considera anche il valore inverso della frazione precedente

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (7.0.2)$$

più ν è grande, più la dispersione relativa è piccola.

Abbe e Schott hanno studiato sistematicamente un numero molto grande dei tipi di vetro preparati nel loro laboratorio tecnico di Iena, da loro costruito appositamente a questo scopo; sono riusciti a trovare *vetri che, avendo poteri rifrangenti molto diversi, hanno però quasi lo stesso andamento per la dispersione*, cioè per i quali i rapporti $n_x - n_y / n_F - n_C$ della dispersione parziale con la dispersione totale sono quasi uguali. Se quindi prendiamo prismi fatti con tali vetri, e avendo la stessa dispersione totale (il loro angolo di rifrazione deve quindi essere diverso), anche le loro dispersioni parziali saranno quasi uguali. Una figura simile alla figura 134 darebbe quindi una coincidenza quasi perfetta di tutte le righe. Vedremo la grandissima importanza di questa circostanza, nell'ottica pratica, per la costruzione di lenti acromatiche. Diamo un esempio:

Marca di fabbrica- zione	Denominazione	n_D	$n_F - n_C$	$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$	$n_D - n_{A'}$	$n_F - n_D$	$n_{G'} - n_F$
O.225	Vetro crown fosfato leggero	1,5159	0,00737	70,0	0,00485	0,00515	0,00407
S.40	Vetro crown fosfato medio	1,5590	0,00835	66,9	0,00546	0,00587	0,00466
S.52	Vetro crown borato leggero	1,5047	0,00740	60,0	0,00560	0,00587	0,00466
S.35	Vetro flint borato	1,5503	0,00996	55,2	0,00654	0,00699	0,00561
S.164	Vetro flint borosilicato	1,5503	0,01114	49,4	0,00710	0,00786	0,00644
S.154	Vetro flint silicato leggero	1,5710	0,01327	43,0	0,00819	0,00943	0,00791
S.10	Vetro flint borato pesante	1,6797	0,01787	38,0	0,01097	0,01271	0,01062
S.57	Vetro flint il silicato più pesante	1,9626	0,04882	19,7	0,02767	0,03547	0,03252

L'ultimo dei vetri citati ha una densità eccezionalmente alta 6,33. In questa tabella $\lambda_A = 0,7677\mu$ e $\lambda_A = 0,4341\mu$; i raggi A' (potassio) e G' (idrogeno) sono vicini di A e G, ma non coincidono con loro. I valori riportati mostrano enormi differenze, sia in dispersione totale, che nelle dispersioni parziali e relative dei diversi tipi di vetri. Tuttavia, se si calcolano i rapporti tra le dispersioni parziali e le totali si ottengono valori pressoché uguali, i seguenti, ad esempio:

Marca di fabbricazione	$\frac{n_D - n_{A'}}{n_F - n_C}$	$\frac{n_F - n_D}{n_F - n_C}$	$\frac{n_{G'} - n_F}{n_F - n_C}$
O.225	0,658	0,698	0,552
S.35	0,656	0,702	0,563

Si era sempre riscontrato, prima dell'opera di Schott, che il maggior potere rifrangente di un vetro corrispondeva anche alla più forte dispersione, cioè, ad esempio, le quantità n_D e $n_F - n_C$ crescevano o diminuivano nello stesso tempo, passando da un vetro all'altro. Schott è arrivato, invece, ad ottenere tipi di vetri, per i quali a un più grande potere rifrangente corrisponde una minore dispersione, come mostra, ad esempio, il confronto tra i seguenti due tipi di vetri:

Denominazione	n_D	$n_F - n_C$
Silicato di bario	1,6112	0,01747
Vetro sodico e piombife- ro	1,5205	0,01956

Questi tipi di vetro sono di grandissima importanza per l'ottica tecnica, ed è anche grazie ad essi che sono stati resi possibili gli ultimi miglioramenti nella costruzione di microscopi, telescopi astronomici e obiettivi fotografici.

La tabella seguente contiene i valori di n_D e $n_F - n_C$ e ν , per un certo numero di sostanze:

Denominazione	n_D	$n_F - n_C$	$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$
Aria (0° ; 760 mm)	1,0002429	0,00000295	99,0
CO^2	1,0004492	0,00000460	97,6
H	1,0001429	0,00000195	73,3
SO^2	1,0006860	0,00001314	52,2
Etere	1,3566	0,0052	68,5
Alcool	1,3597	0,0062	57,2
H^2O	1,3330	0,0060	55,5
CS^2	1,6303	0,0345	18,3
Fluorite	1,4339	0,00452	96,1
Diamante	2,4173	0,0254	56,5
Salgemma	1,5440	0,01267	42,9
Ioduri d'Argento	2,1816	0,01256	9,6
Vetro crown fosfato leggero (O.225)	1,5159	0,00737	70,0
Vetro flint molto pesante (S.57)	1,9625	0,04877	19,7

Aria, acido carbonico e fluorite possiedono una dispersione relativa molto piccola (cioè un grande valore di ν). La dispersione dei gas è stata studiata, tra gli altri, da Perreau. È davvero notevole che il diamante e il salgemma, il cui potere rifrangente (n_D) e la dispersione totale ($n_F - n_C$) sono molto diversi, mostrino quasi gli stessi valori numerici per i rapporti tra le dispersioni parziali e la totale dispersione, così come i vetri O.225 e S.35 citati in precedenza. I valori corrispondenti sono per salgemma 0,592, 0,710, 0,632 e per il diamante 0,589, 0,711, 0,631.

Abbiamo già detto che anche i metalli presentano una dispersione, e anche una dispersione anomala.

L'entità della dispersione cambia con la temperatura; Pulfrich ha riscontrato, per il vetro, un aumento della dispersione, quando la temperatura aumenta. Reed ha ottenuto lo stesso risultato per vari tipi di vetri, per il quarzo, la fluorite e il calcare.

3. L'indice di rifrazione, in funzione della lunghezza d'onda

La questione della forma della funzione $n = f(\lambda)$ è una delle più difficili della fisica teorica. Se una sostanza è trasparente per l'energia irradiata da una data regione dello spettro, $f(\lambda)$ è una funzione continua in questo dominio; si ha $f(\lambda) < 0$ e la dispersione è normale. Cauchy ha dato, per questo caso, la formula

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} \quad (7.0.3)$$

che può qualche volta, per esempio per i gas, essere sostituita, entro limiti ristretti, dall'espressione più semplice

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (7.0.4)$$

I primi tre termini danno spesso valori di n , che sono in accordo abbastanza buono con i risultati sperimentali, a condizione che si scelga in modo appropriato le costanti A, B e C. La costante A è teoricamente uguale al valore di n , per $\lambda = \infty$. Briot è partito da ipotesi diverse da Cauchy: e ha trovato la formula

$$n = a - b\lambda^2$$

che è in accordo con le esperienze. Ketteler ha stabilito la formula

$$n^2 = a - k\lambda^2 + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} \quad (7.0.5)$$

che concorda con i risultati dell'osservazione entro ampi limiti e per molte sostanze; a, k, b, c sono quantità costanti positive.

Tra le altre formule proposte, possiamo ancora citare quella di Schmidt

$$n = a + \frac{b}{\lambda} + \frac{c}{\lambda^4} \quad (7.0.6)$$

che è puramente empirica; quella di Wilson

$$\frac{1}{n} = \left(a + b\lambda + \frac{c}{\lambda} \right) e^{\frac{h}{\lambda^2}} \quad (7.0.7)$$

e quella di Cristoffel

$$n^2 = \frac{\lambda n_0^2}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \lambda_0^2}} \quad (7.0.8)$$

in queste formule $a, b, c, h, \lambda_0, n_0$ indicano quantità costanti.

La teoria elettromagnetica della luce, insieme alla teoria elastica dell'etere, nel loro sviluppo più recente, hanno portato a una formula abbastanza complicata, nella quale un ruolo importante

è svolto dalle grandezze, che caratterizzano il potere assorbente della sostanza per una radiazione di data la lunghezza d'onda λ . Helmholtz, Ketteler, Drude, Goldhammer e altri hanno stabilito relazioni più generali della seguente forma:

$$\begin{cases} n^2 - k^2 - a^2 &= \sum_m \frac{b_m(\lambda^2 - \lambda_m^2)}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g_m^2 \lambda^2} \\ 2nk &= \sum_m \frac{b_m g_m \lambda}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g_m^2 \lambda^2} \end{cases} \quad (7.0.9)$$

Qui λ_m indica la lunghezza d'onda della radiazione media, in una delle righe di assorbimento date dalla sostanza considerata; k è il coefficiente di assorbimento per il raggio di lunghezza d'onda λ , determinato dalla condizione che l'ampiezza diventi e^{2nk} volte più piccola (e è la base dei logaritmi naturali), quando il raggio attraversa uno strato di spessore λ ; a, b_m, g_m sono costanti, il cui significato fisico differisce a seconda delle teorie. Le grandezze k e g_m non hanno valori finiti se non all'interno delle righe di assorbimento. All'infuori delle linee di assorbimento, abbiamo la formula

$$n^2 = a^2 + \sum_m \frac{b_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2} \quad (7.0.10)$$

Di solito, ci si accontenta di due termini della somma precedente, e si pone

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_2^2} \quad (7.0.11)$$

questa formula è noto con il nome di formula di Helmholtz-Ketteler; Carvallo la scritta nella forma seguente, supponendo $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$

$$n^2 = a^2 + b\lambda^2 + c\lambda^4 + \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \quad (7.0.12)$$

e propose, per il caso dell'assorbimento, una relazione della forma

$$n^2 = a^2 + \frac{b\lambda^2 + c}{(\lambda^2 - a^2) + \beta^2} \quad (7.0.13)$$

Helmholtz e Wüllner hanno inoltre dato le formule

$$\begin{cases} n^2 - 1 &= a\lambda^2 + \frac{b\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \\ n^2 - 1 &= a\lambda^2 + \frac{b\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \end{cases} \quad (7.0.14)$$

Lommel scrive

$$n^2 - 1 = \frac{a\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \quad (7.0.15)$$

Hartmann ha mostrato recentemente che la formula estremamente semplice

$$n = n_0 + \frac{c}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha}$$

nella quale α è compreso tra 1 e 1,2, concorda notevolmente con i risultati dell'osservazione; avremo l'opportunità di tornare su questa formula.

In tutte le formule precedenti, λ rappresenta la lunghezza d'onda nel vuoto. Si è pure cercato di esprimere n in funzione di l , cioè della lunghezza d'onda nel mezzo stesso a cui n si riferisce. Si ha evidentemente

$$l = \frac{\lambda}{n} \quad (7.0.16)$$

perché se V è la velocità di propagazione della radiazione nel vuoto, v quella nel mezzo, si ha $\lambda : l = V : v$, da cui risulta la formula (4), poiché $n = V/v$, Ketteler ha così stabilito la formula

$$\frac{1}{n^2} = A - kl^2 - \frac{B}{l^2} + \frac{C}{l^4} \quad (7.0.17)$$

Nei gas, la dispersione è debole in generale. Possiamo citare, a titolo esemplificativo, i valori degli indici di rifrazione dei raggi corrispondenti alle righe di Fraunhofer, per l'aria secca a 0° e alla pressione di 760 mm :

Righe	A	C	D	F	G	H
$n = 1,000$	2905	2914	2922	2943	2962	2980

Questi valori, ottenuti da Kayser e Runge, soddisfano la formula di Cauchy, quando si mantengono solo i primi due termini.

La teoria elettromagnetica della dispersione è stata sviluppata soprattutto da H. A. Lorentz, Kolacek, Goldhammer, Helmholtz, Ebert e più recentemente da Drude e Planck (1902).

4. Spettro di origine prismatica

Nel passaggio di un fascio complesso di raggi attraverso un prisma, si producono due rifrazioni successive, ciascuna delle quali è accompagnata da dispersione, come rappresentato dalla figura 136. Qui S indica la sorgente del fascio complesso di raggi, ad esempio, una sorgente di luce bianca. Dopo la rifrazione, il fascio di raggi viola sembra provenire da S' , il fascio di raggi rossi da S'' .

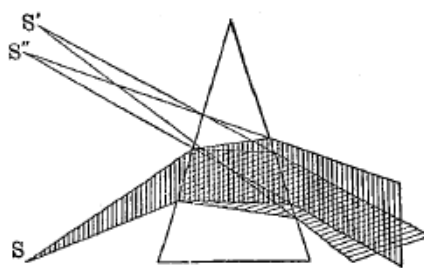


Fig. 136

Per ottenere uno spettro obiettivo, proiettato su uno schermo, si può operare come segue. In M (fig. 137) si trova una fenditura ben illuminata, orizzontale, per esempio; RT è una lente biconvessa, che fornisce in m , su uno schermo, un'immagine della fenditura; questa immagine è mostrata separatamente in mm . Se si interpone, sulla traiettoria dei raggi, un prisma, il cui bordo rifrangente è parallelo alla fenditura, ogni radiazione di particolare lunghezza d'onda λ , e di conseguenza di indice di rifrazione n particolare, fornisce un'immagine indipendente della fenditura.

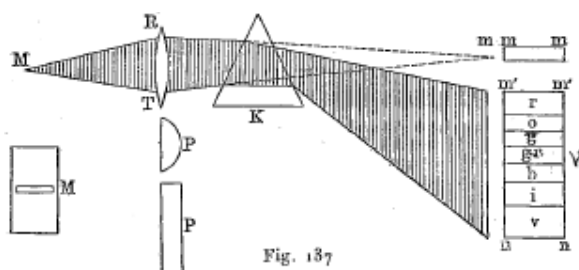
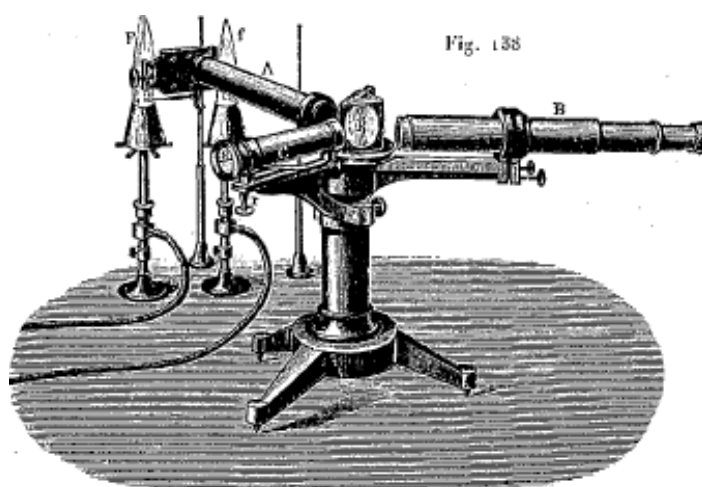


Fig. 137

Tutte queste immagini sono disposte in modo tale che, iniziando dall'immagine rosso estremo, la meno deviata, ciascuna delle successive è un po' spostata verso il basso rispetto alla precedente. Queste immagini riunite formano su uno schermo una banda colorata $mm'n'n$, che è lo spettro obiettivo. La lente RT può essere sostituita da una lente P semi cilindrica, che fornisce pure un'immagine mm della fenditura. Per l'osservazione soggettiva degli spettri utilizziamo spettroscopi, che considereremo più in dettaglio nel paragrafo successivo. Indicheremo qui solo in cosa consiste il *metodo dell'osservazione soggettiva*, e di quale effetto possiamo servirci dell'apparato rappresentato in figura 138. Il tubo collimatore A porta un dispositivo a fenditura verticale, posto nel fuoco di una lente biconvessa. I raggi provenienti da sinistra attraversano A, penetrano nel prisma P posto su una tavoletta, e poi nell'obiettivo del cannocchiale B, che fornisce uno spettro orizzontale, costituito da immagini verticali reali della fenditura, disposte una accanto all'altra. Questo spettro, che si forma in qualche modo nello spazio, viene osservato per mezzo di una lente d'ingrandimento, che sostituisce l'oculare del cannocchiale B. Il dispositivo che porta la fenditura sarà descritto più avanti.



Le proprietà dello spettro, che dobbiamo considerare, sono: l'estensione in lunghezza dello spettro, l'entità della dispersione, la purezza dello spettro e la sua luminosità.

L'estensione longitudinale dello spettro dipende dal cannocchiale con cui osserviamo lo spettro, cioè la distanza focale dell'obiettivo e l'ingrandimento dell'oculare.

La dispersione in un dato punto dello spettro è misurata dalla quantità $d\varepsilon/d\lambda$, dove ε è l'angolo di deviazione della radiazione di lunghezza d'onda λ . Questa grandezza dipende dall'indice di rifrazione n , dall'angolo di rifrazione A del prisma e dall'angolo φ di incidenza del raggio sul prisma. La dispersione totale di una parte finita dello spettro è determinata dalla grandezza $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 / \lambda_1 - \lambda_2$, dove ε_1 e ε_2 sono le deviazioni, subite attraverso il prisma dai raggi λ_1 e λ_2 .

La purezza e la luminosità dello spettro sono di particolare importanza per le osservazioni.

Lord Rayleigh, Wadsworth, Helmholtz e altri hanno studiato le condizioni, da cui dipendono queste proprietà dello spettro. Si troverà una esposizione dettagliata di questo argomento in H. Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, I, pagine da 294 a 335 e da 550 a 576.

Come abbiamo visto, lo spettro è costituito da immagini variamente colorate della fenditura, il cui numero può essere considerato infinitamente grande e che si sovrappongono parzialmente. Di conseguenza, in ogni punto dello spettro, tutte le radiazioni si uniscono, dopo una certa lunghezza d'onda $\lambda = \lambda_1$, fino alla lunghezza d'onda $\lambda = \lambda_2$ e se la differenza $\lambda_2 - \lambda_1$ è grande, i colori si mescolano, e le linee nere, sottili, che indicano l'assenza di un particolare tipo di raggi, cessano di essere visibili. In questo caso, lo spettro si discosta dalla perfetta purezza, per cui ad ogni retta che lo attraversa corrisponderà solo una lunghezza d'onda determinata. Più strette sono le immagini della fenditura, più i punti medi di due immagini di questa fenditura,

corrispondono alle lunghezze d'onda λ e $\lambda + \Delta\lambda$, sono distanti tra loro, più puro è lo spettro. Possiamo dire che *la purezza dello spettro è proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla larghezza delle immagini della fenditura*. Ne risulta che lo spettro è tanto più puro quanto la fenditura è più stretta.

La luminosità dello spettro diminuisce, quando la fenditura si restringe e quando lo spettro si allunga. Possiamo quindi dire che *la luminosità dello spettro è inversamente proporzionale alla sua purezza*. Di conseguenza, è necessario, man mano che si restringe la fenditura, aumentare l'intensità della sua illuminazione.

Lord Rayleigh ha trovato, considerando le superfici d'onda, invece, invece dei raggi geometrici, che il potere di scomposizione di un prisma, da cui dipende la purezza dello spettro, cioè la possibilità di notare nello spettro i maggiori dettagli possibili, è proporzionale alla differenza delle lunghezze dei cammini percorsi, all'interno del prisma stesso, dai raggi estremi. Questo potere è quindi, se i raggi cadono su tutta la superficie laterale del prisma, proporzionale alla larghezza della base di questo prisma. Se i raggi attraversano successivamente diversi prismi, il potere di scomposizione dipende dalla somma delle larghezze delle basi di questi prismi. Anche Czapski ha posto attenzione a questo aspetto, così come Lummer e Gehrcke (1904). Si usano più spesso prismi, il cui angolo di rifrazione è di circa 60° .

I raggi devono attraversare il prisma in modo tale che la loro deviazione ε sia minima, almeno per i raggi medi della regione considerata dello spettro. Ciò risulta dalle proprietà del prisma esposte in precedenza. È solo quando ε è un minimo che il fascio emergente di raggi è omocentrico, cioè ha un fuoco determinato, dal quale si può ricavare un'immagine soggettiva o oggettiva utilizzando una lente. Si ha d'altronde in questo caso $r = r_1$ (fig. 70), cioè che tutti i fuochi, corrispondenti ai raggi di diverso colore, si trovano alla stessa distanza dal prisma; questo è ancora molto importante, perché è solo a questa condizione che tutte le immagini della fenditura, date da una lente, sono, in un piano e, pertanto, possono essere osservate con una stessa posizione dell'oculare.

5. Spettroscopi a prisma

Gli strumenti che servono allo studio dello spettro di una data sorgente luminosa, sono detti *spettroscopi*; se sono muniti dei dispositivi necessari alla misura esatta degli angoli di deviazione dei raggi, sono detti *spettrometri*; infine, i dispositivi, che consentono di fissare gli spettri tramite la fotografia, sono chiamati *spettrografi*. La costruzione di tutti questi dispositivi varia notevolmente con la loro destinazione. Parleremo qui solo di dispositivi in cui la dispersione della luce è ottenuta mediante prismi.

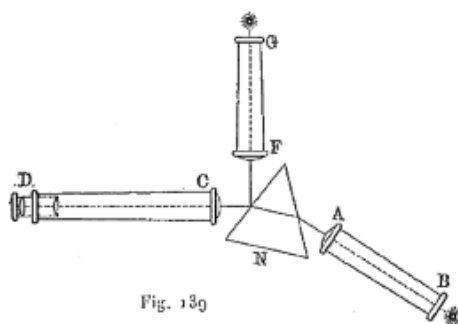
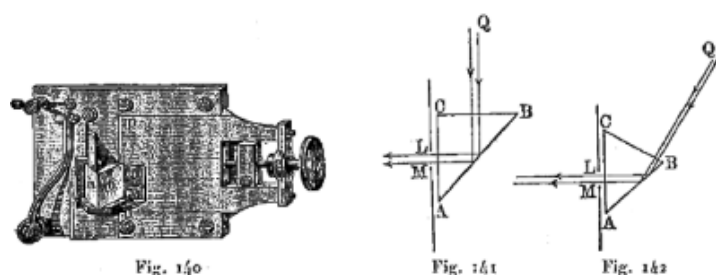


Fig. 139

La figura 138 rappresenta uno spettroscopio molto semplice, che è spesso usato nella ricerca chimica. La figura 139 rappresenta schematicamente una vista orizzontale della disposizione delle sue parti. Il tubo BA è il telescopio collimatore, dotato di una fenditura verticale in B e di una lente in A. La sorgente luminosa, di cui si vuole studiare lo spettro, è posta sul prolungamento

dell'asse del collimatore. N è il prisma, CD il telescopio utilizzato per l'osservazione, GF un secondo telescopio collimatore, provvisto in G di una fenditura orizzontale, in cui vi è una scala di vetro, con divisioni le più fini possibile. Dietro questa fenditura è posta una lampada o una luce, che illumina la scala, e i cui raggi, dopo la riflessione sul prisma N , danno un'immagine di questa scala, proprio nel punto del telescopio CD dove si forma lo spettro, in modo che l'osservatore percepisca allo stesso tempo, nell'oculare D , lo spettro e l'immagine della scala parallelamente tra loro. È così possibile determinare la posizione relativa di ciascuna parte dello spettro. La sorgente luminosa, di cui si osserva lo spettro, può essere collocata direttamente di fronte alla fenditura B del collimatore AB ; può essere posizionata anche a qualsiasi distanza e proiettare la sua immagine, mediante una lente, sulla fenditura stessa.

La figura 140 mostra un dispositivo a fenditura mn ; una delle metà di questa è coperta da un piccolo prisma ab che funge da specchio, di cui ci si serve quando si vogliono confrontare tra loro gli spettri di due sorgenti.



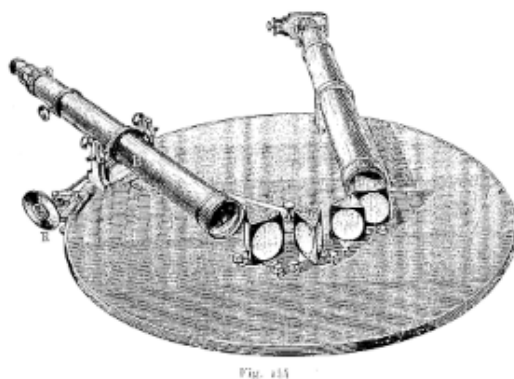
Una delle sorgenti viene quindi posta direttamente davanti alla fenditura, e l'altra, accanto ad essa, in modo che i suoi raggi, dopo aver subito la riflessione totale nel prisma ab , cadano anche sulla fenditura e si propaghino nella direzione dell'asse del collimatore. La figura 141 indica il cammino di questi raggi, nel caso in cui il prisma ABC sia ad angolo retto, e la figura 142, nel caso in cui sia obliquo, come in figura 140. La figura 138 rappresenta lo strumento completo, con tutti i suoi accessori. Di fronte alla fiamma c'è la fenditura; in S la scala; il prisma è coperto da una specie di cappello con rispettivamente tre fori davanti ai tre cannocchiali, che è omesso in figura. Nel caso presente, le sorgenti luminose sono due bruciatori Bunsen, nella cui fiamma le sostanze da studiare vengono introdotte per mezzo di un piccolo anello di filo di platino. I raggi provenienti da F raggiungono direttamente la fenditura, e quelli provenienti da f , dopo aver attraversato il prisma riflettente.

La costruzione della fenditura deve essere particolarmente accurata, poiché lo spettro rappresenta una sequenza continua di immagini di questa fenditura. La figura 140 rappresenta un dispositivo a fenditura, nella quale una sola delle due piastre si muove. Oggi a volte vengono utilizzate fessure *simmetriche* più complicate, in cui le due piastre si muovono in direzioni opposte, di modo che non vi sia spostamento del centro della fessura, né, di conseguenza, del centro di una qualsiasi delle righe dello spettro, quando viene modificata la larghezza della fenditura. Crookes ha utilizzato placche di quarzo per costruire la fenditura di uno spettroscopio.

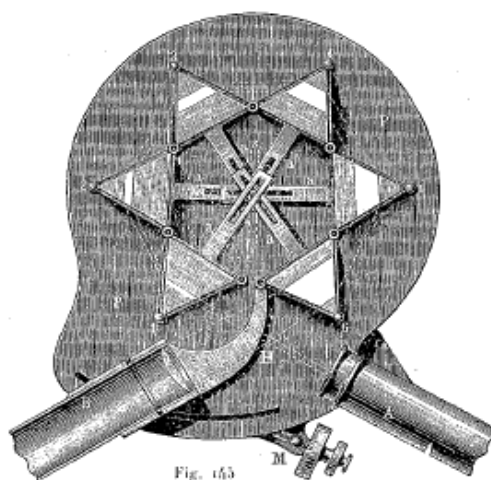


La figura 143 rappresenta una fenditura simmetrica; sulla placca g sono fissate delle guide ll_1 dotate di bordi interni non paralleli, lungo le quali si muovono le placche b e b_1 ; se si gira la vite micrometrica superiore, la placca a spinge contro le battute delle placche b e b_1 ; quando b e b_1 si spostano verso il basso, la fenditura si allarga; la larghezza della fenditura si legge sulle divisioni del tamburo m , che appartiene alla vite micrometrica.

Invece di un singolo prisma, ci si serve spesso di una serie di prismi, che consentono di ottenere una dispersione maggiore. La figura 144 rappresenta il dispositivo di Kirchhoff, in cui sono montati quattro prismi, su una tavola rotonda in ghisa. La figura 145 mostra il percorso dei raggi, quando ci sono sei prismi; A è il cannocchiale collimatore, B il cannocchiale di osservazione.

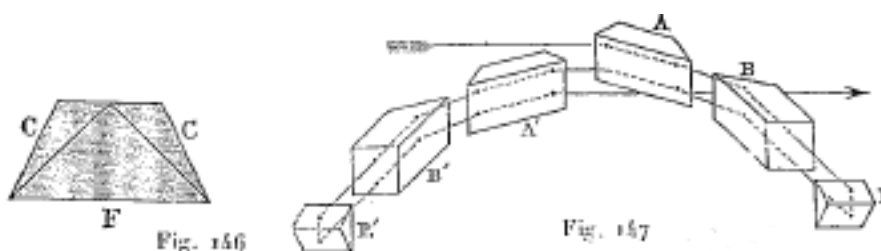


Browning è stato il primo a costruire prismi, formati da due tipi di vetro, aventi una dispersione molto diversa. Si può, per ad esempio, fabbricare tali prismi, in vetro-crown e vetro-flint. I valori citati nella tabella dei vetri di Fraunhofer, mostrano che il vetro-flint è più rifrangente del vetro-crown; ma, da questo punto di vista, la differenza non è molto grande, mentre la dispersione nel vetro-flint è incomparabilmente maggiore di quella nel vetro-crown. Browning ha costruito combinazioni di prismi (fig. 146), formati da un prisma di vetro-flint F , avente, un angolo di rifrazione di circa 100° , e di due prismi di vetro-crown C , aventi un angolo di circa 25° . Gli ultimi due prismi riducono notevolmente la deviazione raggi, ma agiscono poco sulla dispersione, in modo che la combinazione dà la stessa dispersione di due prismi di vetro-flint con un angolo di circa 60° , dove la perdita di luce sarebbe maggiore, a causa della doppia entrata e uscita dei raggi. Rutherford ha combinato due prismi di vetro-flint e tre di vetro-crown, in modo da farne uno solo, e Thollon, prismi di CS^2 (angolo di 113°) con due prismi di vetro-crown (angolo di 31°).

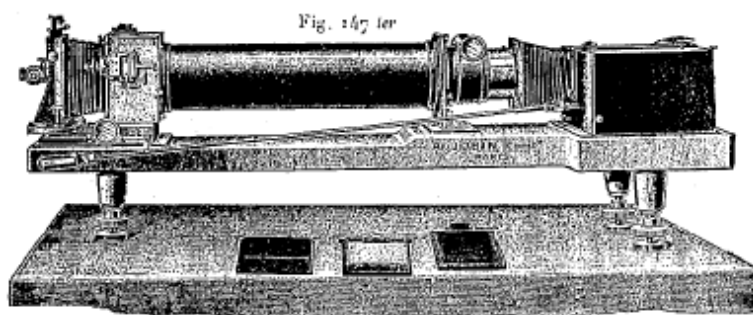


Per aumentare la dispersione, i raggi sono stati fatti passare due volte attraverso la stessa serie di prismi, facendo loro subire la riflessione totale all'interno prismi estremi. La figura 147

indica il percorso dei raggi l'interno di tali prismi; B', A', A, B, sono prismi composti, P e P' i prismi in cui avviene la riflessione totale; i raggi provenienti dal collimatore cadono sul prisma A, attraversano poi i prismi ABPBA A'B'P'B'A', e, uscendo da A', raggiungono il cannocchiale di osservazione. Hilger ha costruito uno spettroscopio a tre prismi a Londra, attraverso il quale i raggi possono passare sei volte, in modo che il risultato ottenuto è lo stesso come se ce ne fossero diciotto. Cassie (1902) ha costruito uno spettroscopio con due soli prismi, che si comportano come se fossero otto; le facce estreme dei due prismi sono argentate, e di conseguenza i raggi vanno e vengono otto volte tra loro; i prismi sono leggermente inclinati l'uno verso l'altro, e uno di essi è posto un po' più in basso dell'altro; i raggi, all'uscita del collimatore, cadono sulla parte più bassa del primo prisma, e infine escono dalla parte più alta del secondo, per raggiungere il cannocchiale.

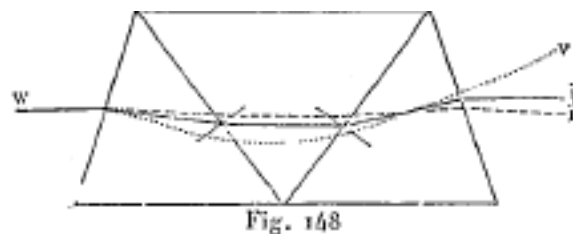


Diversi spettroscopi sono stati costruiti con auto collimazione, nei quali il cannocchiale e il collimatore si fondono. Un tale spettroscopio è stato predisposto da Fabry e Jobik (1904). I raggi escono dalla fenditura F (fig. 147 bis), si riflettono in R sull'obiettivo D, passano attraverso i prismi T_1 e T_2 per arrivare allo specchio M e tornare all'oculare S. L'effetto prodotto è quindi quello di 4 prismi. Questo spettroscopio, di cui è rappresentata la vista esterna nella figura 147 ter, possiede una dispersione molto grande (2 mm per una differenza di lunghezza d'onda di $1 \mu\mu$).



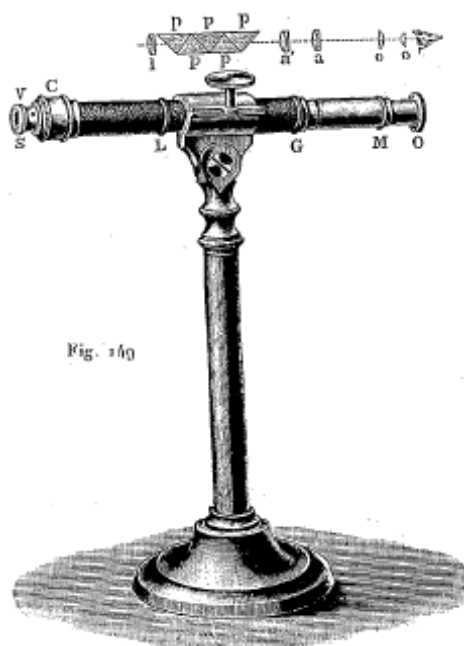
Gli spettroscopi a visione diretta sono molto comodi; come indica il loro nome, la dispersione vi è ottenuta, senza che i raggi medi dello spettro vengano deviati dalla loro direzione originaria. Contengono combinazioni di prismi di vetro-crown e di vetro-flint, i cui bordi sono disposti in

modo opposto, e che producono la stessa deviazione dei raggi medi. Tuttavia, le dispersioni dovute ai prismi considerati separatamente sono molto diverse; la dispersione dei prismi di vetro-flint è del tutto predominante, come si vede nel risultato finale. La figura 148 mostra il corso dei raggi in un prisma di Amici; è composto da tre prismi, quello centrale in vetro-flint e i due estremi in vetro-crown; si è rappresentato il cammino dei raggi rossi (r), gialli (j) e violetto (v); il raggio giallo emergente è parallelo al raggio bianco incidente w .



Wernicke ha riunito prismi di vetro con prismi contenenti liquidi, etere etilico, di cannella o acido metilsalicilico.

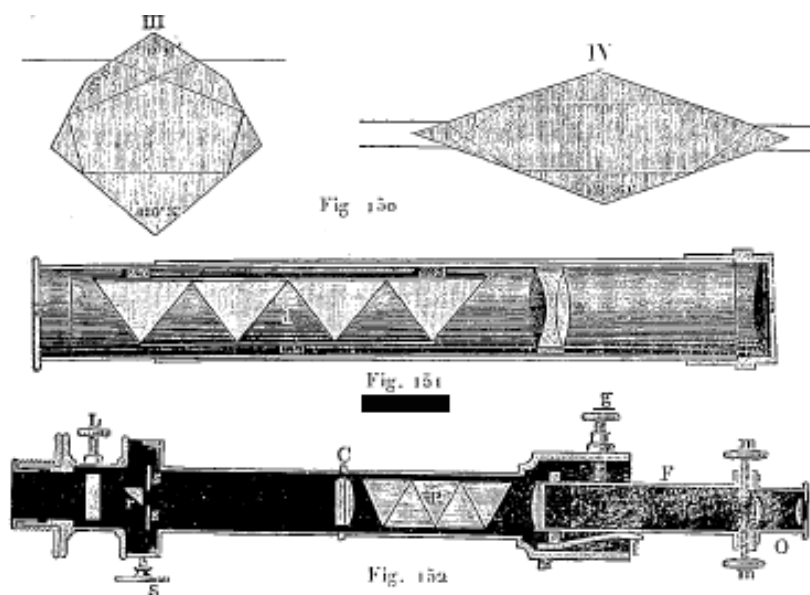
La figura 149 rappresenta uno spettroscopio a visione diretta e sopra la disposizione delle sue parti interne. In SV si trova la fenditura, in L (l) la lente convergente del collimatore; poi viene una combinazione di due prismi di vetro-flint e di tre vetro-crown, l'obiettivo composto $a'a$ e l'oculare oo del cannocchiale. Blakesley (1903) ha costruito uno spettroscopio a visione diretta, nel quale sono disposti quattro prismi dello stesso tipo di vetro, tali che i raggi entranti e uscenti siano su una stessa retta.



Herschel, Emsmann e Kessler hanno costruito prismi semplici di forma tale da produrre una dispersione, senza deviazione del raggio. La figura 150 rappresenta le forme di alcuni di questi prismi e il percorso dei raggi al loro interno.

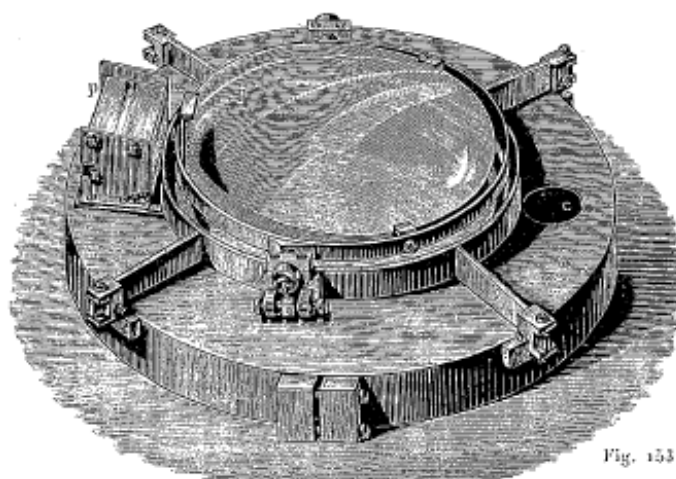
Occupiamoci ora degli spettroscopi impiegati nelle osservazioni *astrofisiche*. In tutti gli spettroscopi necessari all'osservazione delle stelle fisse, si impiegano lenti cilindriche, le cui generatrici devono essere parallele bordi rifrangenti dei prismi, cioè perpendicolari allo spettro della stella; quanto ciò è ottenuto, ha la forma di una riga sottile; ma la lente cilindrica l'allarga e la trasforma in una banda.

Per l'osservazione degli spettri delle stelle cadenti, e in generale, delle sorgenti luminose che non hanno l'apparenza di un punto, ma si presentano sotto la forma di una linea, ci si può servire del piccolo spettroscopio a visione diretta di Browning (fig. 151) che si compone di un prisma d'Amici posto davanti all'obiettivo di un piccolo collimatore provvisto di una fenditura.



La figura 152 mostra il più complicato spettroscopio di Merz, utilizzato per osservare le stelle. Davanti alla fenditura *ss* si trova una lente cilindrica *L* e un prisma *r*, che ricopre una parte della fenditura e serve a confrontare lo spettro della stella con quello di un'altra sorgente luminosa, posta lateralmente; sul lato opposto si trova la vite *S*, grazie alla quale si sposta la fenditura. In *C* vi è la lente collimatrice; in *P*, i prismi a visione diretta, e in *O* è il cannocchiale. La vite *g* serve per spostare il cannocchiale, per passare da una regione dello spettro a un'altra.

Fraunhofer è stato il primo a posizionare il prisma davanti all'obiettivo del cannocchiale, per l'osservazione degli spettri delle stelle. In seguito, Respighi a Roma e Merz a Monaco sono ritornati su questo metodo. La figura 153 mostra un prisma di Merz con una montatura; è posizionato direttamente davanti alla lente del cannocchiale. Secchi utilizzò un prisma di questo tipo (diametro 16 *cm*, angolo di rifrazione 12°). Pickering, a Cambridge (USA) impiega diversi prismi (fino a quattro, con angoli di 15°), adattati all'obiettivo di un rifrattore da 11 pollici; uno svantaggio di questa disposizione è che il peso elevato (circa 100 libbre) dei prismi può far piegare il cannocchiale.



La figura 154 mostra il cammino dei raggi nel prisma P e nell'obiettivo O del cannocchiale; la stella osservata è in direzione S: dopo rifrazione, i raggi rossi convergono in R, i violetti in V, come se vi fosse nelle direzioni S e S' una stella rossa e una stella viola. I raggi di un certa rifrangibilità media convergono in un punto B situato sull'asse del cannocchiale.

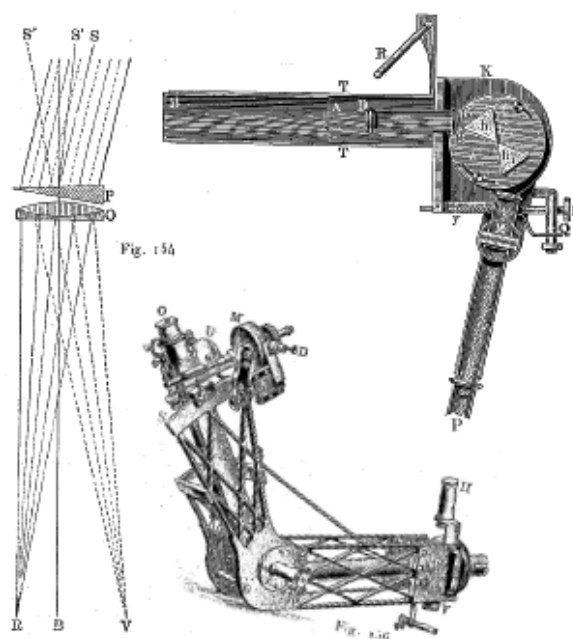
Ci si serve oggi di questo dispositivo, quasi unicamente, per fotografare gli spettri delle stelle. Questo metodo ha il vantaggio di permettere di fotografare contemporaneamente gli spettri delle stelle che sono nel campo coperto dalla lastra.

Le lenti cilindriche possono essere utilizzate in due modi diversi; le si può posizionare davanti alla fenditura in modo che diano un'immagine della stella avente la forma di una linea sottile, che deve coincidere con la fenditura, oppure le si può usare per allargare lo spettro ottenuto sotto forma di una riga sottile. Il dispositivo è tenuto in un punto fisso del cielo da un movimento a orologeria. Il prisma è fissato davanti all'obiettivo in modo che la sua base sia parallela all'equatore. Per dare larghezza agli spettri, si fa avanzare o rallentare un po' l'orologio, in modo che dopo un certo tempo necessario per l'esposizione fotografica, tutti gli spettri sulla piastra si sono spostati perpendicolarmente alla direzione dello spettro.

La figura 155 rappresenta in sezione orizzontale lo spettroscopio utilizzato da Huggins. Il collimatore è fissato al cannocchiale, al posto dell'oculare, che ha per estremità TT e viene preventivamente rimosso. Davanti alla fenditura D si trova, ad opportuna distanza, la lente cilindrica A; in G si trova la lente del collimatore; la fenditura deve evidentemente trovarsi al fuoco di A oltre che di G. I prismi hh_1 e il cannocchiale P hanno la stessa posizione degli spettroscopi ordinari. Per confrontare lo spettro di una stella con quello di una sorgente luminosa artificiale, ci si serve di un piccolo prisma e di uno specchietto posto lateralmente, che è mobile attorno ad un cardine.

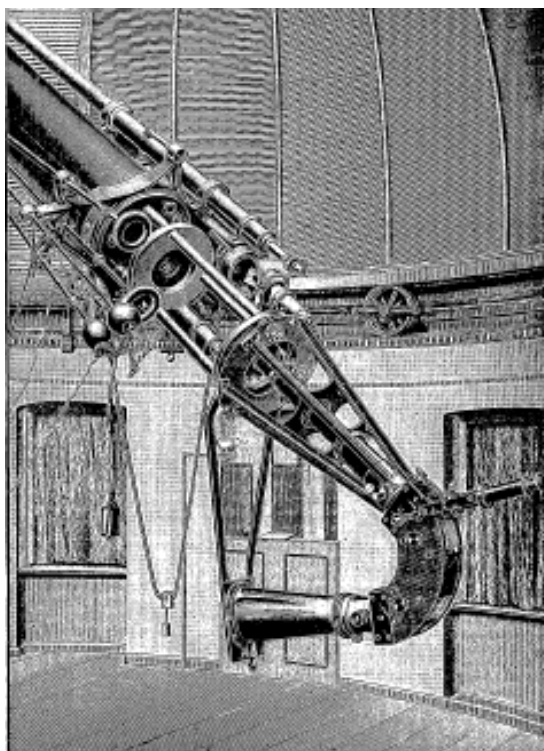
Non menzioneremo alcuni dispositivi notevoli, che si trovano nei grandi osservatori astrofisici, per esempio a Poulkowo, a Potsdam, presso l'osservatorio Lick (Stati Uniti), al College di Harvard (Cambridge, USA), a Vienna e a Meudon, il più importante in Europa.

La figura 156 rappresenta uno degli spettrometri dell'osservatorio di Potsdam. Il dispositivo della fenditura si trova in V; l'intero dispositivo è fissato al posto dell'oculare di un grande rifrattore. Il cannocchiale utilizzato per l'osservazione è fissato alla piastra metallica A, che ruota attorno all'asse Z, e la cui posizione sull'arco di cerchio S si può leggere con il nonio N. La testa della vite M del micrometro oculare è graduata.



Se si preme sullo stilo D, che incrocia un piccolo cilindro riempito di inchiostro e termina con una punta, si possono segnare dei punti sulle divisioni tamburo M, e poi, quando si è fatto fino a 15 messa a punto del filo del micrometro, su diverse righe dello spettro, è possibile effettuare in un colpo solo tutte le letture. Questo spettrometro contiene due prismi (con un angolo di 45°), uno dei quali è invariabilmente legato all'obiettivo del collimatore e l'altro alla lente del cannocchiale.

La figura 157 rappresenta il grande spettrografo dell'osservatorio astronomico di Postdam; è fissato al posto dell'oculare del rifrattore di 11 pollici di questo osservatorio. Il cannocchiale collimatore si trova all'interno di un telaio rigido a forma di cono, costituito da due travi a T; si incontra poi una parte curvata in un cerchio, che racchiude due prismi di Rutherford di grandissimo potere dispersivo. Infine, si può vedere nella figura la camera fotografica a forma di cono, che è sorretta da montanti verticali. Un brillante tubo Geissler (tubo spettrale), a idrogeno, è posto nel cono dei raggi provenienti dall'obiettivo del rifrattore, in modo che le righe di idrogeno appaiano sulla lastra fotografica. Poiché la fotografia degli spettri stellari richiede una lunga esposizione, è necessario che l'immagine della stella non si sposti davanti alla fenditura, durante un tempo abbastanza lungo. A tale scopo si utilizza un cannocchiale astronomico posto lateralmente (vedi figura), nel quale giungono i raggi riflessi dalla faccia anteriore del prisma, e dove si vede la fenditura illuminata dalla luce del tubo Geissler e la stella, che appare come un punto brillante. Effettuando spostamenti micrometrici, si possono correggere le irregolarità di percorso nel meccanismo a orologeria, che fa ruotare tutto il rifrattore, e quindi impedire che l'immagine della stella si muova davanti alla fenditura.



Gli spettroscopi destinati all'osservazione delle protuberanze del Sole hanno una costruzione speciale. Vi si trova, in particolare, *la camera dei prismi*, costituita da una camera fotografica, nella quale i prismi sono posti davanti all'obiettivo; non c'è nessuna fessura; torneremo più avanti sul funzionamento di questi strumenti.

Gli osservatori nordamericani possiedono tutta una serie di spettrometri e spettrografi estremamente grandi. Questi dispositivi sono anche universali, ovvero bastano solo piccole modifiche perché possano essere impiegati, secondo le necessità, sia nell'osservazione diretta, con una

piccola o grande dispersione, utilizzando prismi o reticoli (vedi § successivo), sia nella fotografia, ecc. All'Osservatorio di Potsdam, invece, gli strumenti hanno ciascuno uno scopo speciale. L'Osservatorio Lick dispone di un ottimo spettrografo, costruito da Campbell, grazie alla generosità di D.O. Mills; può essere adattato a un rifrattore mostruoso con un'apertura di 91,5 cm. Esistono anche grandi strumenti di questo tipo all'Osservatorio di Alleghany, all'Osservatorio di Halsted, all'Osservatorio di Kenwood e in altri ancora.

Krüss, Leiss, Hartmann (*Quarzspektrograph*, 1900), hanno fornito la descrizione di diversi spettrografi perfezionati; così, ad esempio, Leiss ha descritto il Vacuum-spettrografo di Schumann, che consente di osservare le radiazioni ultraviolette assorbite dall'aria, fino alla lunghezza d'onda $\lambda = 0,1\mu$.

Il gabinetto astrofisico dell'Osservatorio di Poulkovo (vicino a St. Pietroburgo) contiene anche una bella collezione di apparecchi spettroscopici. Possiede, per le ricerche telespettroscopiche, due collimatori di 40 e 60 cm di lunghezza. A ciascuno di essi possono essere avvitate scatole di prismi; ci sono quattro di queste cassette, con un numero diverso di prismi; tutti questi prismi sono composti. Inoltre, cinque camere sono destinate alla spettrografia; le lunghezze focali delle lenti corrispondenti è compresa tra 25 e 60 cm. Al posto dei prismi si possono utilizzare i reticoli Rowland, di cui si parlerà nel § 6; uno di essi ha 14400 e l'altro 7000 tratti per pollice.

Infine, descriveremo un altro *microspettroscopio*, che serve allo studio spettroscopico della luce, che ha attraversato corpi solidi o liquidi molto piccoli. La fig. 158 rappresenta la regione dell'oculare di un microspettroscopio di Browning e Sorby. Il tubicino *a*, che contiene cinque prismi e rappresenta uno spettroscopio a visione diretta, è posto sopra la lente di l'oculare di un microscopio e può essere spostato utilizzando la vite *b*. Tra le lenti dell'oculare c'è una fenditura, la cui larghezza può essere regolata per mezzo della vite *c*. Un piccolo prisma, che copre metà della fenditura, viene utilizzato per confrontare lo spettro della luce, che è passata attraverso la preparazione microscopica, con quella di una luce che ha attraversato una data sostanza. Quest'ultimo è posto lateralmente (in un tubo, se liquido), su un'apposita tavoletta perpendicolare al piano della figura. Al centro di questa tavoletta vi è una fenditura, la cui larghezza è regolata mediante la vite *c*. Due molle a lamina *d* premono la sostanza direttamente contro la fenditura; essa è, inoltre, mantenuta alle sue estremità da due tacche praticate sui bordi della tavoletta e parallele all'asse del microscopio; una di queste tacche è visibile nella figura.

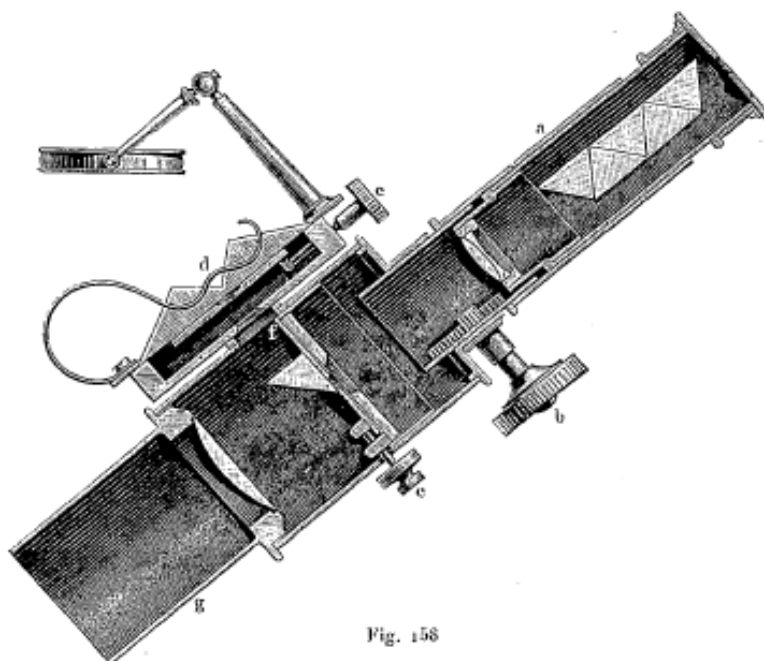


Fig. 158

Prima dell'osservazione, è necessario rimuovere il piccolo tubo a , allargare la fenditura per mezzo di c e mettere il microscopio in posizione tale che l'oggetto da studiare sia visto chiaramente. Al tubo a può essere dotato anche di un dispositivo, non rappresentato in figura, che permette di vedere una scala contemporaneamente allo spettro; questo dispositivo è del tutto analogo a quello che è rappresentato schematicamente dalla figura 138.

Zeiss ha modificato questo dispositivo. Pulfrich (1898) costruì uno strumento molto interessante, che permette di confrontare due spettri tra loro.

Lo spettro, ottenuto in uno spettroscopio con scala, deve essere ordinariamente graduato, cioè la lunghezza d'onda λ corrispondente ad una data divisione N della scala o a un angolo di deviazione dato φ . Il metodo ordinario di graduazione consiste nel determinare N (o φ) per una serie di righe spettrali dove λ è nota. Si scelgono le N (o φ) come ascisse, le λ come ordinate e si traccia una curva continua passante per i punti ottenuti; questa curva dà i valori di λ corrispondenti a tutti i valori di N (o φ). Edser e Butler (1898) hanno indicato un metodo ingegnoso, (basato sull'interferenza) per graduare gli spettri di origine prismatica.

Abbiamo ricordato la formula di Hartmann (3, p), che dà n in funzione di λ . Hartmann ha scoperto che questa formula esprime molto bene il valore totale φ della deviazione di un raggio o la grandezza arbitraria s , che serve a misurare questa deviazione e che si ottiene da una lettura sullo strumento stesso, ad esempio sulla scala, sul tamburo della vite micrometrica, ecc. L'indice di rifrazione n dipende dalla costruzione dello strumento, dal numero di prismi, ecc. Hartmann ha inoltre trovato che al contrario λ si esprime, in funzione di s , con la seguente semplicissima formula

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{c}{s - s_0} \quad (7.0.18)$$

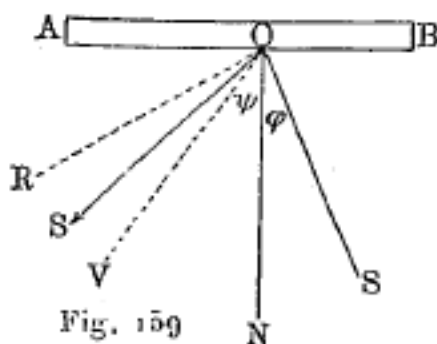
dove λ_0 e c sono determinati una volta per tutte con uno strumento dato, e dove s_0 dipende dalla posizione dello spettro rispetto alla parte dello strumento che serve alla misura.

6. Spettroscopi a reticolo e misura della lunghezza d'onda λ . Spettroscopi differenziali

La costruzione dei reticoli di diffrazione e la loro teoria sarà esposta in uno dei capitoli successivi. Ci limiteremo ora a una sintetica indicazione delle proprietà dei reticoli e del loro modo di impiego negli spettroscopi. I reticoli di diffrazione per riflessione si preparano oggi tracciando sulla superficie lucida di una piccola lastra metallica, mediante un bulino o un diamante, una serie di tratti molto sottili e ravvicinati. Se cade su un tale reticolo AB (fig. 159) un raggio luminoso omogeneo SO di lunghezza d'onda λ , formante l'angolo φ con la normale ON, si forma una serie di raggi riflessi, formanti con ON angoli ψ che soddisfano all'equazione

$$\lambda = \frac{c}{m} (\sin \psi - \sin \varphi) \quad (7.0.19)$$

nella quale $\pm m = 1, 2, 3$, ecc e dove c rappresenta la costante del reticolo, uguale alla distanza dei punti medi dei due tratti vicini. L'angolo ψ dipende da λ , quando φ, c, m sono dati, e quindi i fasci di raggi riflessi danno una sequenza di spettri, quando il raggio incidente SO è complesso.



Più λ è piccola, più piccola è lo stesso ψ , e quindi i raggi rosso e viola seguono rispettivamente le direzioni OR e OV. Gli spettri corrispondenti ai valori $m = 1, 2, 3, \dots$ sono chiamati spettri del primo, secondo, terzo ordine, ecc. Ogni spettro è più lungo di quello precedente e ha una luminosità molto inferiore. Gli spettri di ordine superiore si sovrappongono parzialmente gli uni sugli altri, perché in una direzione φ sono riflessi tutti i raggi per i quali $m\lambda = c \sin \psi$, cioè il raggio del primo spettro ($m = 1$) di lunghezza d'onda $\lambda_1 = c(\sin \psi - \sin \varphi)$, il raggio del secondo spettro ($m = 2$) di lunghezza d'onda $\lambda_2 = \lambda_1/2$, quello del terzo ($m = 3$) per il quale $\lambda_3 = \lambda_1/3$, ecc. I valori della tabella delle righe di Fraunhofer mostrano che l'estremità violetta visibile del terzo spettro si sovrappone all'estremità rossa visibile del secondo.

Si preparano reticoli eccellenti con una macchina costruita dal professor Rowland degli Stati Uniti; il numero di tratti raggiunge, in questi reticoli, la cifra di 20.000 per pollice inglese, e sale a 100.000 per un singolo reticolo.

Fino al 1883 si utilizzavano esclusivamente reticoli piani. Gli spettrometri, che contengono tali reticoli, sono costituiti da un collimatore che invia un raggio di raggi paralleli attraverso il reticolo e un telescopio; al fuoco dell'obiettivo di questo telescopio si forma l'immagine dello spettro e un dispositivo permette di misurare in modo molto preciso gli angoli φ e ψ .

Rowland ebbe nel 1883 la geniale idea di costruire reticoli per riflessioni concave, ad ampio raggio di curvatura (21,5 piedi angl. = 6,55 m) e dotati di un punto fuoco principale determinato, che permette di osservare gli spettri e, cosa ancora più importante, fotografarli, senza che i raggi riflessi dal reticolo attraversino le lenti. Questa circostanza è di grande importanza per la ricerca delle radiazioni infrarosse e ultraviolette che vengono assorbite dal vetro. I risultati a cui possiamo pervenire con aiuto di questi reticoli concavi lasciano tutto molto indietro quelli precedentemente raggiunti con i prismi. Se utilizziamo un reticolo di 20.000 linee per pollice inglese, si trovano due punti della sua superficie focale corrispondenti a raggi le cui lunghezze d'onda hanno una differenza $\lambda_1 - \lambda_2 = 10^{-7} mm$ (che si chiama l'unità Angström), si trovano nello spettro del primo ordine a una distanza di 0,52 mm l'uno dall'altro, e, ad esempio, nello spettro del quarto ordine, a una distanza di 2,07 mm.

Conoscendo il valore di c , è possibile, secondo la formula (6), determinare con l'ausilio di reticoli la grandezza assoluta della lunghezza d'onda di una radiazione corrispondente ad una determinata riga dello spettro. Rowland è arrivato, nelle sue ultime misure (1893), ad una precisione pari a 0,001 dell'unità di Angström, ovvero approssimativamente a $1/5 \cdot 10^6$ della lunghezza d'onda di una radiazione verde. Conoscendo la lunghezza d'onda di una data radiazione, la si può usare per calcolare la costante c di un reticolo. Rowland assume, per la lunghezza d'onda della riga D_1 dello spettro, il seguente valore:

$$\begin{cases} \lambda(D_1) = 0,0005896156 mm \\ \lambda(D_1) = 0,5896156 \mu \\ \lambda(D_1) = 589,6156 \mu\mu \\ \lambda(D_1) = 5896,156 U.A. \end{cases} \quad (7.0.20)$$

dove $\mu = 0,001 mm$, $\mu\mu = 10^{-6} mm$. Se il valore numerico di una lunghezza d'onda non è seguito da alcuna indicazione, o se esso è seguito dalle lettere U.A., ciò significa che è espresso in unità di Angström ($0,1\mu\mu$).

Langley ha utilizzato, in alcuni casi, combinazioni di reticoli e prismi. In seguito faremo conoscere un nuovo tipo di reticolo di diffrazione, costruito da Michelson e Lummer (reticoli a scale). Daremo nel Capitolo sulla diffrazione più ampi dettagli su questo argomento. Le tabelle delle lunghezze d'onda delle righe dello spettro si trovano in Dufet, *Données numériques; Optique I*, Parigi, 1898; quest'opera contiene anche le tabelle di Rowland.

Abbiamo già parlato dei metodi di ricerca dei raggi infrarossi e ultravioletti mediante il bolometro e la fotografia. Utilizzando un reticolo e il bolometro, Langley è potuto arrivare fino alla lunghezza d'onda $\lambda = 30\mu$. D'altra parte Schumann, producendo spettri in uno spazio privo

d'aria, per mezzo di un prisma fluorite incolore, è riuscito ad ottenere, su lastre fotografiche preparate opportunamente, la traccia di radiazione (spettro dell'idrogeno) di lunghezza dell'onda $\lambda = 0,1\mu$.

Dobbiamo anche ricordare che, dall'anno 1898, si è iniziato ad impiegare un nuovo e più preciso metodo di analisi delle righe dello spettro, basato sull'osservazione dell'interferenza dei raggi aventi una grande differenza di percorso. Il metodo stesso di osservazione e la strumentazione utilizzata, che si chiama *spettroscopi interferenziali*, saranno descritti più avanti nel Capitolo sull'interferenza, dove si troverà anche la corrispondente bibliografia. A. Michelson, Perot e Fabry devono essere considerati come gli inventori di questo nuovo metodo, successivamente sviluppato da Honey e soprattutto da Lummer.

Questo metodo permette di riconoscere la complessa struttura di alcune righe dello spettro che, anche negli spettroscopi più potenti, appaiono semplici. Si può notare che alcune di queste righe sono composte da tutte una serie di righe distinte, eccessivamente vicine tra loro. Non è raro che una linea principale sia accompagnata da molte altre, che sono designate, secondo Lummer, con il nome di *righe satelliti*. Prendiamo ad esempio la riga verde chiaro che si forma nello spettro dei vapori incandescenti del mercurio; Lummer dapprima scoprì che consisteva in una riga principale, probabilmente tripla, accompagnata da cinque righe luminose satelliti e altre due piuttosto deboli; una di queste ultime sembrava addirittura dover essere doppia. Ha poi scoperto (1903) che questa riga di mercurio sembrava comporsi di 21 righe distinte. Indicheremo nel § 9 alcuni altri risultati delle osservazioni, ottenuti in parte per mezzo dello spettroscopio interferenziale, in parte utilizzando il reticolo a gradini, che ha un potere dispersivo estremamente elevato.

7. I diversi tipi di spettro

Bisogna distinguere prima di tutto gli *spettri di emissione* e gli *spettri di assorbimento*, a seconda che si tratti di radiazione emessa dalla sorgente o dopo il suo passaggio attraverso un mezzo che trattiene una parte della radiazione.

A. - Agli SPETTRI DI EMISSIONE appartengono:

I. - Lo *spettro continuo*; ha la forma di una banda ininterrotta, contenente tutte le parti dello spettro visibile, dal rosso al viola. Si ottengono spettri di questa natura, nella scomposizione della luce bianca emessa da *corpi incandescenti allo stato solido o liquido*. Evershed ha trovato che i vapori di I, Br, Cl, S, As e Na ad alta temperatura emettono pure luce bianca, che fornisce uno spettro continuo.

II. - Lo *spettro di righe*; è composto da un certo numero di righe brillanti distinte, distribuite su tutta l'estensione dello spettro e che possiedono il colore che corrisponde al luogo dello spettro continuo che occupano. Il numero di queste righe è talvolta molto grande e la maggior parte di esse si può trovare nelle regioni dell'infrarosso e dell'ultravioletto. Si ottiene questo spettro, nella scomposizione della luce emessa dai *vapori o gas incandescenti*. Lo spettro continuo, così come lo spettro di righe, sono detti *spettri di emissione*.

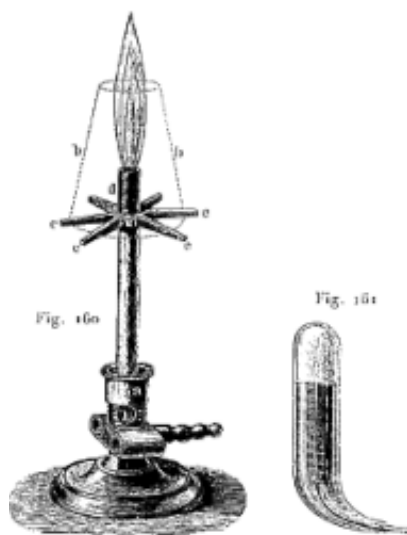
III. - Lo *spettro di bande*; è costituito da bande larghe. Si ottengono anche spettri di questo tipo con vapori e gas incandescenti. Le bande sono quasi sempre particolarmente luminose su un bordo (il più delle volte sul bordo rivolto verso l'estremità viola) ed si indeboliscono gradualmente verso l'altro lato; inoltre, sembrano colonne illuminate su un lato. Con una forte dispersione, le colonne a volte si scompongono in un gran numero di righe molto sottili. I corpi nello stato solido possono anche dare uno spettro di righe o bande. Torneremo su questo punto nel § 9.

B. - SPETTRI DI ASSORBIMENTO si ottengono per luce facendo passare luce bianca attraverso un mezzo che assorbe determinate radiazioni. Questi spettri si presentano, in un certo senso,

come spettri continui nei quali mancano determinati raggi o gruppi di raggi. L'assenza di questi i raggi si manifesta con la comparsa di righe o bande scure su uno sfondo colorato brillante.

8. Alcuni metodi per la produzione di spettri di emissione e assorbimento. Rappresentazione degli spettri

Parlando di spettri di emissione, abbiamo soprattutto in visione gli spettri dei vapori e dei gas incandescenti. Uno dei metodi più semplici per produrre questi spettri, è già stato menzionato nella descrizione dello spettroscopio rappresentato dalla figura 138. La sostanza studiata (solitamente solida) viene posta, per mezzo di un anello in filo di platino, nella fiamma non luminosa di un becco Bunsen (fig. 160). La disposizione di questo becco è la seguente: il gas da illuminazione è portato attraverso un tubo orizzontale; in *a* vi è un manicotto cilindrico forato con un'apertura circolare, che lascia entrare l'aria esterna nel bruciatore nel punto appropriato; ciò favorisce la combustione e rende leggermente luminosa la fiamma del gas. Se si gira il manicotto, in modo da interrompere l'afflusso di aria esterna, si ottiene una fiamma brillante, come normalmente dà il gas. Una certa parte della sostanza, introdotta nella fiamma, si volatilizza; i suoi vapori vengono portati ad incandescenza e colorano la fiamma poco luminosa del becco. Invece di un becco di Bunsen, si può anche usare una normale lampada ad alcool, in cui si introduce la sostanza, stendendola sullo stoppino o sciogliendola nell'alcool.



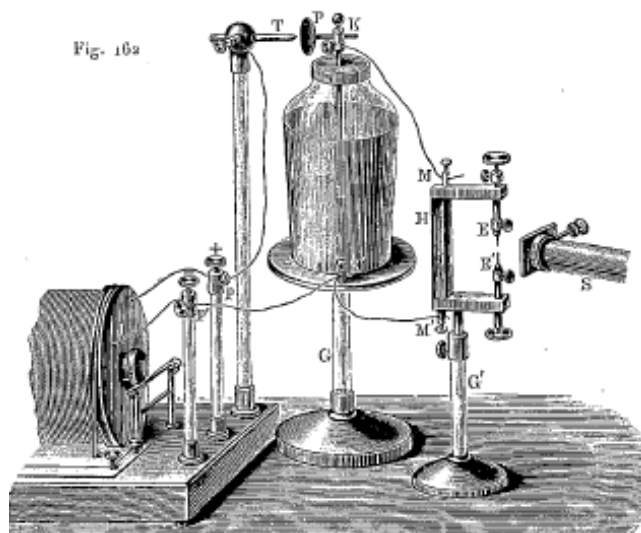
A volte si utilizza anche (per i liquidi) un tubicino, avente la forma rappresentata in fig. 161; qui viene introdotto un filo nella parte inferiore allungata di un tubo di vetro; il liquido da studiare scorre goccia a goccia lungo il filo e si volatilizza nella fiamma.

Mouton, Gouy, Beckmann e altri hanno costruito dispositivi, nei quali la sostanza da studiare o una soluzione di questa viene aggiunta la sostanza, allo stato di pioggia molto sottile (come in uno spruzzatore), al gas che brucia, o viene introdotta direttamente nella fiamma.

Si possono studiare gli spettri dei *gas incandescenti* con i tubi Geissler attraverso i quali passano le scariche di un piccolo induttore. Inoltre è molto difficile ottenere, con questo metodo, spettri completamente puri, cioè privi di tracce degli spettri di gas estranei: inoltre, lo spettro di un gas contenuto in un tubo di Geissler ha spesso un carattere completamente diverso rispetto allo spettro fornito dalla stessa sostanza in altre condizioni.

Alcuni vapori possiedono la proprietà di essere *fluorescenti*, cioè di emettere determinate radiazioni, quando ricevono i raggi del Sole o quelli di un arco elettrico (vedere il capitolo sulla fluorescenza). Lo spettro della luce così emessa è generalmente diverso da quello dato dagli stessi vapori, quando vengono introdotti, ad esempio, in una fiamma di gas.

La scintilla luminosa della bobina di induzione, che si accende tra gli elettrodi metallici, fornisce lo spettro dei vapori dei metalli, che entrano nella costituzione degli elettrodi, e, allo stesso tempo, quello dei gas, che circondano gli elettrodi. La figura 162 rappresenta una disposizione che permette di ottenere scintille molto luminose. Le punte E ed E' sono collegate alle armature di una bottiglia di Leida; il bullone $p'(-)$ è collegato all'armatura esterna e quello $p(+)$ all'asta conica T, posta davanti al disco P. Le scintille scoppiano simultaneamente tra T e P e tra E ed E'. S è il collimatore di uno spettroscopio.



La figura 1633 rappresenta un piccolo dispositivo molto conveniente, costruito da Delachanal e Mermet e chiamato da loro *folgoratore*. È formato da un provetta A, il cui fondo è attraversato da un filo di platino fD , sormontata da un piccolo manicotto conico di vetro; di fronte a questo filo, si chiude con un altro filo cd , circondato nella sua parte superiore da un piccolo tubo B e trattenuto dal cappuccio C. Una piccola quantità di una soluzione del sale da studiare viene versata nella provetta, in modo da portare il livello ab quasi alla stessa altezza D del liquido; il quale sale per capillarità lungo il manicotto, mantenendolo ad una distanza fissa dall'elettrodo d . Se si unisce f al polo negativo, c al polo positivo di una bobina di induzione, si ottengono scintille comprese tra D e d , la cui luce fornisce lo spettro del metallo contenuto nel sale disciolto.

Lo spettro dei vapori di un metallo può ancora essere ottenuto introducendolo, o alcuni dei suoi composti, nell'arco voltaico; i carboni devono essere il più possibile distanti tra loro, per non avere lo spettro continuo dei carboni al rosso bianco, al posto di quello del metallo.

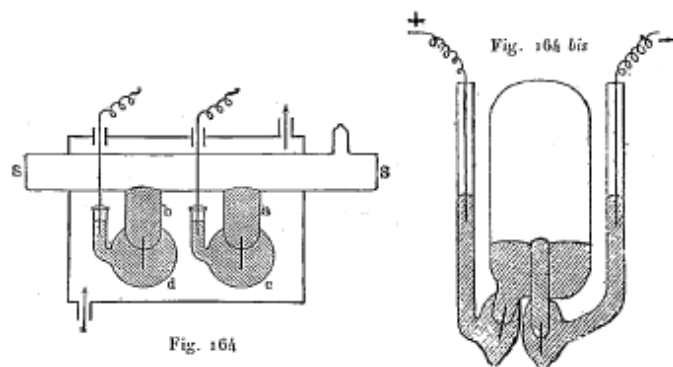


Le ricerche di Pringsheim, Paschen, Nasini e Aderlini (1904), ma soprattutto quelle di A. S. King (1900), hanno mostrato che per riscaldamento diretto, quindi senza che una corrente elettrica li attraversi, i vapori di un metallo reso incandescente possono anche dare uno spettro di righe o uno spettro di bande.

Crew e Tatnall hanno costruito uno strumento in cui si produce l'arco voltaico tra un'asta e il bordo di un disco rotante formato dal metallo da studiare.

Arons ha costruito una *lampada a mercurio*, nella quale l'arco voltaico si forma nel vuoto tra due superfici di mercurio. La figura 164 rappresenta questa lampada a mercurio nella forma che

le ha dato Lummer. SS è un tubo di vetro, in cui si è fatto il vuoto; i due tubi laterali *a* e *b* sono riempiti di mercurio. Gli elettrodi saldati in *a* e *b* penetrano nei recipienti *c* e *d*, contenenti pure mercurio e in grado di mettere la lampada nel circuito. Tutto lo strumento è immerso in un contenitore attraversato da una corrente d'acqua. L'arco voltaico si forma in SS, tra i tubi *a* e *b*, quando si porta, con una leggera scossa, il mercurio di questi tubi a contatto. Le estremità SS non sono raffreddate dall'acqua; così i vapori di mercurio non si condensano su di esse; lo spettro è osservato attraverso una delle estremità S.

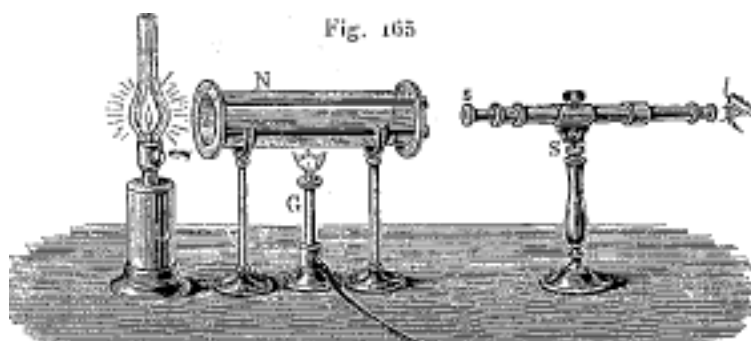


Questa lampada è stata modificata, in particolare da Fabry e Perot e da Hewitt. Fabry e Perot, che hanno introdotto più metodi per ottenere una luce monocromatica, hanno costruito la lampada rappresentata in fig. 164 bis, la cui conformazione non richiede spiegazioni. L'anodo mercuriale circonda qui circolarmente il catodo mercuriale che è formato da un tubo chiuso nella parte inferiore e riempito di mercurio. Sullo stesso principio si basa la lampada di Siedentopf (C. Zeiss e Jena), che è molto diffusa e nella quale la luce dell'arco voltaico è inviata, in una direzione qualunque, da una lente e uno specchio. Una lampada a mercurio, con un avvolgimento di quarzo che è attraversata dalle radiazioni ultraviolette, è stata costruita da Fischer (1905). Hewitt ha mostrato che, per una forza elettromagnetica data, la lampada a mercurio funziona meglio con una tensione di vapore determinata. Nella lampada che ha costruito, le condizioni più favorevoli sono realizzate automaticamente: questa lampada ha la forma di un tubo verticale, dove il catodo mercuriale si trova nella parte inferiore e un anodo di ferro nella parte superiore.

Honey e Michelson hanno costruito *lampade al cadmio*, per ottenere lo spettro del cadmio, che svolge oggi, come vedremo, un ruolo importante nella ricerca spettrometrica. Gumlich ha costruito una lampada ad *amalgama di cadmio*. Lummer e Gehrcke (1904) ne costruirono una in vetro di quarzo. Kreussler (1905) indicò un comodo bruciatore a gas per la *luce monocromatica del tallio*.

Un'esposizione dettagliata dei metodi per ottenere gli spettri dei vapori incandescenti si troverà nel lavoro di Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, T. I, pagine 131-250, 1900.

Gli spettri di assorbimento vengono studiati ponendo la sostanza assorbente tra la fenditura dello spettroscopio e una sorgente di luce bianca, che da sola darà uno spettro continuo. Se la sostanza da studiare è liquida, viene versata in un recipiente con due pareti piane parallele in vetro. Si può studiare l'assorbimento dei raggi luminosi con vapori di sostanze che si volatilizzano facilmente, inserendole in un tubo orizzontale N (fig. 165), le cui estremità sono chiuse da lastre di vetro, e che viene riscaldata (se necessario) da un ugello G; L è una lampada, *s* la fenditura dello spettroscopio S. Si può trovare un'esposizione dettagliata dei metodi impiegati per lo studio degli spettri di assorbimento in Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, T. III, p. 25-52, 1905.



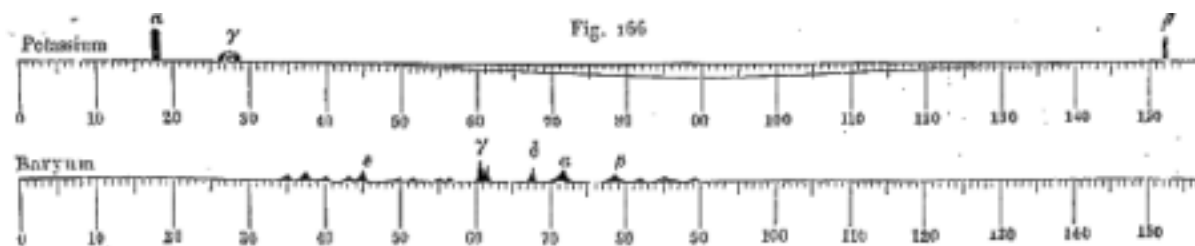
Esistono numerosi *metodi per la rappresentazione grafica degli spettri*.

Il metodo più perfetto consisterebbe nel riprodurre tutte le parti dello spettro con tutti i loro dettagli, i loro colori reali e la loro relativa nitidezza.

Si comprende subito che tale rappresentazione è praticamente impossibile.

Solitamente si rappresentano gli spettri sotto forma di bande, nelle quali si indicano, con linee trasversali bianche o nere, le righe brillanti o scure, cercando di rendere, con la larghezza o il colore più o meno nero dei tratti (o il loro colore più o meno bianco, quando lo spettro è rappresentato su uno sfondo scuro), la larghezza e la luminosità relativa delle diverse righe. Le figure 171 e 172 possono servire come esempi.

Quando non è richiesta una grande precisione, si determina la posizione delle varie righe mediante una scala, ad esempio arbitraria, posizionata vicino allo spettro e sulla quale sono segnate le posizioni delle principali righe di Fraunhofer. Si cerca il più possibile oggi di disegnare i cosiddetti *spettri normali*, dove la posizione di ogni riga è determinata dalla *lunghezza d'onda* del raggio corrispondente, in modo che ciascuna divisione della scala corrisponda a un aumento assegnato della lunghezza d'onda ($1\mu\mu$, per esempio). Invece di dare alle righe l'intera larghezza della banda spettrale, Bunsen ha proposto di rappresentarle con piccoli tratti lungo la scala; si indica allora, con la larghezza dei tratti, la larghezza delle righe e con la loro lunghezza, la relativa brillantezza di queste; se una riga non ha contorni netti e se, di conseguenza, il suo centro ha più brillantezza dei suoi bordi, si termina con una punta la riga corrispondente.



La Figura 166 rappresenta gli spettri dei vapori di potassio e bario, utilizzando una scala arbitraria; la riga D di Fraunhofer si trova nella divisione 50, la riga E nella divisione 70, la linea G nella divisione 127. Lo spettro del potassio è costituito da due righe molto nette α e β nell'estremo rosso, e di un'altra riga più larga, più debole e offuscata, γ nell'estremo violetto. La linea tracciata sotto la scala, tra le divisioni 46 e 140, significa che si verifica, in questa regione, uno spettro debole e continuo. Lo spettro del bario presenta un gran numero di righe, i cui bordi non sono nitidi.

Quando uno spettro è costituito da bande larghe, la cui luminosità varia in zone diverse, a volte è molto conveniente rappresentare graficamente la distribuzione di questa luminosità nello spettro mediante una curva, le cui ordinate sono proporzionali all'intensità. Così, ad esempio, la figura 167 rappresenta lo spettro della stella n° 273 del catalogo stellare di Schiellerup, secondo H. C. Vogel.

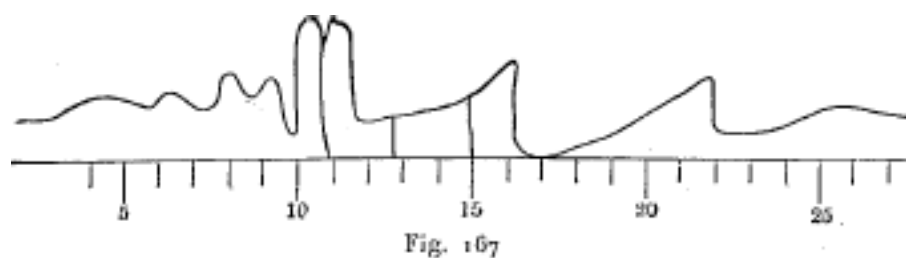


Fig. 167

Gli *spettri di assorbimento* sono mostrati in modo simile, ma qui le ordinate della curva servono invece come misura per l'assorbimento, cioè per l'oscurità relativa della data regione dello spettro. Pertanto, la figura 168 rappresenta in basso lo spettro di assorbimento del vetro di cobalto trasparente e sopra, graficamente, lo stesso spettro; le lettere su questi ultimi designano la posizione delle righe di Fraunhofer.

Per indicare sullo stesso disegno le variazioni successive dello spettro di assorbimento delle soluzioni in funzione della loro concentrazione, si utilizza un metodo che la figura 169 permette di capire facilmente; questa figura si riferisce a una soluzione di lacca. Le lettere poste sopra indicano le diverse regioni dello spettro: rosso, arancio, ecc. Ogni riga orizzontale si riferisce allo spettro di assorbimento della soluzione, per un grado di concentrazione determinato, il quale decresce andando dal basso in alto. Per una data concentrazione presa come unità, si ottiene una larga banda rossa, come si può vedere sul bordo inferiore della figura. La concentrazione zero dà uno spettro continuo, le cui parti estreme rossa e violetta scompaiono per il grado di concentrazione $1/16$. Quando la concentrazione è compresa tra $1/16$ e $1/8$, appaiono due bande scure nel giallo e nel verde, che poi si riuniscono; le bande si allargano nel verde e nel violetto, e, per una concentrazione un poco superiore a $1/4$, si riuniscono ancora, in modo che nello spettro resta soltanto una parte del rosso, che continua a restringersi molto lentamente, quando la concentrazione della soluzione continua a crescere.

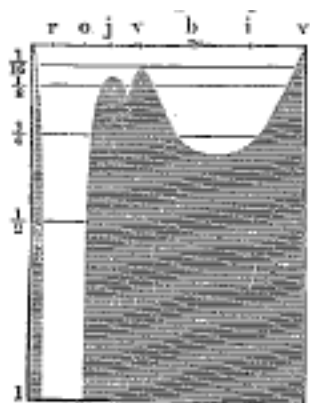


Fig. 169

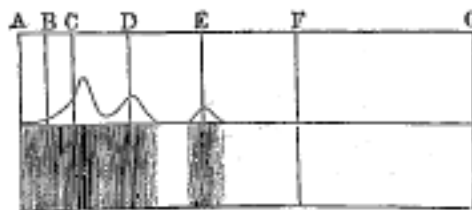


Fig. 168

9. Spettri discontinui di corpi allo stato solido. Spettri di vapori e gas incandescenti

Abbiamo visto che i corpi allo stato solido e liquido, quando li si rende luminosi con un innalzamento di temperatura, danno uno spettro continuo. Ma nella luminescenza, tali corpi fanno apparire spesso spettri di bande o di righe, per esempio nella fluorescenza e nella fosforescenza, che studieremo in seguito. Un caso interessante di spettri discontinui, nei corpi solidi, è stato scoperto e studiato da Goldstein. Molti corpi solidi diventano luminosi con i *raggi catodici*: se questi cessano di agire, si manifesta una luminosità *residua*. E. Wiedemann e G. C. Schmidt hanno studiato questa luminosità in numerosi corpi e non hanno mai osservato spettri continui. Crookes ha osservato spettri discontinui in alcune terre rare. Goldstein (1904) ha trovato, in

tutti i corpi della serie grassa, solo spettri continui, in un grande numero di corpi *aromatici*, ha ottenuto spettri discontinui, che consistono in una serie di bande talvolta molto strette; così la naftalina ha dato uno spettro che è composto di otto bande strette e brillanti, dal rosso fino al verde. Negli isomeri gli spettri sono diversi, ma comunque dello stesso tipo. Si trova che uno spettro discontinuo si presenta in particolare nei composti aromatici la cui molecola contiene due o tre nuclei benzenici. Gli spettri nella luce primitiva e nel bagliore residuo sono spesso diversi; per molti corpi (acido benzoico, fenolo, ecc.), la luce primitiva fornisce uno spettro continuo, il bagliore residuo uno spettro discontinuo.

Come abbiamo già detto, vapori e gas incandescenti danno di solito spettri, che consistono in una serie di righe luminose isolate. La distribuzione di queste righe, o, in altre parole, i valori di λ per le diverse radiazioni emesse da vapori e gas, presenta un grande interesse. Si troveranno, in opere che trattano specificamente degli spettri, tabelle dettagliate dei valori delle lunghezze d'onda λ , per le righe talvolta molto numerose degli spettri delle sostanze portate allo stato di gas o vapore. Bunsen, Angström, Thalèn e molti altri hanno effettuato molte ricerche su questo tema. Di recente Kayser e Runge, Exner e Haschek, così come Eder e Valenta, hanno pubblicato tutta una serie di lavori, in cui sono fornite tabelle molto dettagliate di lunghezze d'onda per i raggi emessi da vari metalli e da alcuni metalloidi. Si sono pure studiate, per molte sostanze, le parti ultraviolette e infrarosse del loro spettro, e si è trovato, per alcune di esse, un gran numero di righe in questi parti estreme. Così, ad esempio, Kayser e Runge hanno determinato le posizioni di 45 linee del ferro, che si trovano nella parte ultravioletta dello spettro di questo metallo, compreso tra $\lambda = 0,320057\mu$ e $\lambda = 0,228907\mu$. I lavori ricordati in precedenza comprendono tutti, salvo quelli di Eder e Haschek, le parti viola e ultravioletto degli spettri.

Secondo Pringsheim, e la sua opinione è ora condivisa da molti scienziati, *la radiazione di gas e vapori non lo è allora una radiazione calorica*, nel senso della legge di Kirchhoff, ma deve essere considerata come un caso di *luminescenza*.

Daremo più avanti una panoramica delle righe caratteristiche degli spettri di emissione delle principali sostanze, ma dobbiamo prima fare alcune considerazioni di carattere generale. Il numero e la posizione delle righe nello spettro non dipendono solo dalla natura della sostanza incandescente, ma anche dal suo stato fisico, per esempio dalla sua densità e temperatura e *come è stato prodotto lo spettro*. Così, i vapori dei metalli, ad esempio nella fiamma di un bruciatore Bunsen, danno spettri formati da un numero relativamente piccolo di righe, mentre, nell'arco voltaico, questi vapori forniscono spettri che ne contengono un numero ben più grande. Il *vapore di sodio* dà, nel primo caso, una doppia riga gialla (D); al contrario, volatilizzandosi nella scintilla di induzione del solfato di sodio (sale Glauber), si ottengono non solo le righe precedenti, ma anche altre sette righe, di cui due molto brillanti. Kayser e Runge hanno volatilizzato metalli o loro sali, nell'arco voltaico, e fotografato lo spettro ottenuto, per mezzo di un reticolo di Rowland; righe distanti, nello spettro di origine prismatica, di un'unità di Angström ($0,1\mu$), erano allora a una distanza di $0,5\text{ mm}$ l'una dall'altra e lo spettro totale fotografato da $\lambda = 0,20\mu$ a $\lambda = 0,67\mu$ aveva una lunghezza di $2,3\text{ m}$; la lunghezza d'onda dei raggi corrispondenti alle diverse righe dello spettro è stata determinata, per confronto con le righe del ferro ottenute sulla stessa lastra, le cui lunghezze d'onda erano state misurate in precedenza: Kayser e Runge hanno così determinato fino a 30 righe del sodio tra $\lambda = 0,6162\mu$ e $\lambda = 0,2512\mu$; si trovano sette di queste righe nella regione ultravioletta dello spettro.

Hemsalech (1901) ha studiato gli spettri delle scintille di vapori metallici e ha mostrato che l'autoinduzione nel circuito di scarica influenza l'aspetto degli spettri.

E. Wiedemann, Hasselberg, P. Lewis ed altri hanno studiato l'azione, sullo spettro di un dato gas, prodotto dalla miscela con altri gas, e sono giunti a questo interessante risultato che la presenza di un gas talvolta modifica sostanzialmente lo spettro di un altro gas. Lewis ha riscontrato che l'aggiunta di una piccola quantità di alcuni gas è sufficiente per far apparire le loro righe caratteristiche nello spettro, mentre la presenza, anche in proporzione considerevole,

di altri gas non si manifesta affatto. Così, ad esempio, i vapori di mercurio si manifestano anche nell'idrogeno a -20° , quando la loro pressione è di solo $0,00002\text{ mm}$; nell'ossigeno non compaiono righe di mercurio, quando non è presente l'idrogeno. L'argon non si nota nell'aria; le sue più piccole tracce, al contrario, si possono riconoscere nell'elio. Tracce di ossigeno influenzano la forma dello spettro dell'idrogeno, tracce di vapore acqueo quello dell'ossigeno, ecc.

Humphreys e Mohler, così come Jewel, Haschek, Huff e altri ancora hanno riscontrato che la lunghezza d'onda dei raggi emessi dai vapori incandescenti (nell'arco voltaico) varia, anche se molto poco (essa cresce, da $0,0002\mu$ a $0,001\mu$), quando la pressione esterna aumenta da 1 a 12 atmosfere.

Se confrontiamo gli spettri della stessa sostanza, a densità e temperature diverse, troviamo spesso righe che non dipendono dallo stato fisico della sostanza; di solito li chiamiamo le righe caratteristiche della sostanza data.

Abbiamo detto che ci si poteva servire, per graduare gli spettri, di righe spettrali, la cui lunghezza d'onda λ era stata determinata esattamente in circostanze fisiche assegnate. Tra le misure di questo genere, possiamo citare quelli di Perot e Fabry (1900-1902), che hanno determinato molto esattamente la grandezza λ per 18 righe di mercurio, zinco, rame, argento, sodio e litio, da $\lambda = 435,8343\mu\mu$ (Hg) fino a $\lambda = 670,7846\mu\mu$ (Li). Hanno inoltre determinato λ per 33 righe di Fraunhofer e per 14 righe del ferro. In tutte queste misure, partivano dal valore $\lambda = 508,58240\mu\mu$ per la riga rossa del cadmio. Per i raggi ultravioletti, le righe del cadmio (vedi sotto) costituiscono segni di graduazione convenienti.

La questione se vi siano più spettri sostanzialmente differenti tra loro, per uno stesso gas o per uno stesso vapore, presenta un grande interesse. Plücker e Hittorf (1862-1865) furono i primi a mostrare che l'azoto, i vapori di zolfo e diversi idrocarburi possono dare, a seconda delle condizioni fisiche, due e anche tre diversi spettri, ad esempio, uno spettro di righe e uno spettro di bande; i gas e i vapori possono anche, in certi casi, dare uno spettro continuo; Wüllner, Salet, Schuster, Dibbits, Liveing e Dewar e altri hanno si sono particolarmente occupati di questa questione.

Descriveremo qui brevemente alcuni spettri di emissione; torneremo in seguito sulle loro parti *infrarosse*.

Idrogeno. - La questione se esistano diversi spettri dell'idrogeno ha sollevato molte polemiche. Lo spettro ordinario di righe dell'idrogeno, che si ottiene tramite tubi di Geissler, si compone di cinque righe principali:

Termine	Colore	λ espressa in μ	Righe di Fraunhofer
H_α	rosso	0,656304	C
H_β	verde	0,488149	F
H_γ	indaco	0,434066	G'
H_δ	violetto	0,410185	h
H_ϵ	violetto	0,397025	H

Lo spettro dell'idrogeno presenta, inoltre, nella regione dell'ultravioletto otto righe strette, l'ultima delle quali ha una lunghezza d'onda $\lambda = 0,3712\mu$ e un numero considerevole di altre righe più deboli.

Secondo alcuni studiosi, l'idrogeno può dare ancora altri spettri, non del tutto simili a quello che abbiamo appena descritto. Wüllner, che ha affrontato in particolare questa questione, distingue cinque spettri d'emissione diversi dell'idrogeno: a una pressione molto debole, lo spettro è composto, secondo lui, da sei gruppi di righe verdi; a pressione inferiore a 1 mm , lo spettro è a bande; da 1 a 3 mm , lo spettro è quello che abbiamo descritto sopra; da 3 a 400 mm , contiene bande e righe; le bande scompaiono a poco a poco, quando la pressione aumenta da

200 a 400 mm ; infine, da 400 a 1320 mm , le righe rimaste si allargano e si trasformano in uno spettro continuo.

Altri scienziati, tuttavia, contestano l'esistenza di diversi spettri dell'idrogeno. Pertanto, Berthelot e Richard affermano l'esistenza di un singolo spettro di idrogeno e che le loro diverse forme osservate da Wüllner erano dovute a impurità; attribuiscono all'acetilene lo spettro di idrogeno osservato da Hasselberg e comprendente più di 150 righe, che egli ha descritto in dettaglio.

Nuove ricerche, in particolare quella di Parsons (1903) e quella di Nutting (1904), hanno mostrato che l'idrogeno possiede certamente due spettri diversi e hanno specificato le condizioni, da cui dipende la comparsa di ciascuno dei due spettri. Le ricerche di Nutting si riferiscono anche agli spettri di altri elementi.

Azoto. - Questo gas ha in realtà due spettri ben distinti: forti scariche elettriche danno uno spettro formato da una serie di righe luminose; scariche più deboli, come quelle prodotte nei tubi di Geissler, forniscono uno spettro composto da due serie di bande, una delle quali si trova nel rosso e nel giallo e l'altra nel blu scuro e violetto. Questo spettro è rappresentato in figura 170; i valori superiori si riferiscono alla lunghezza d'onda espressa in $\mu\mu$.

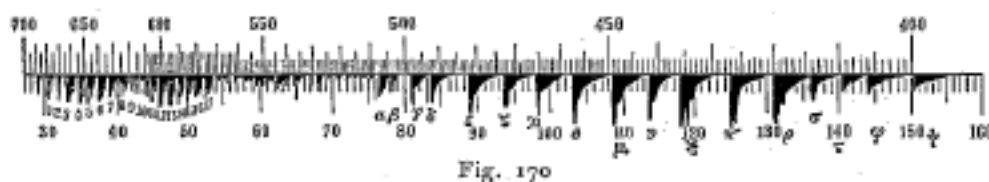


Fig. 170

Le figure 171 e 172 rappresentano rispettivamente, secondo i disegni di Hasselberg, due bande della prima serie e una della seconda, con una fortissima dispersione.

Plücker e Hittorf hanno espresso l'opinione che l'azoto può dare due spettri di bande differenti.

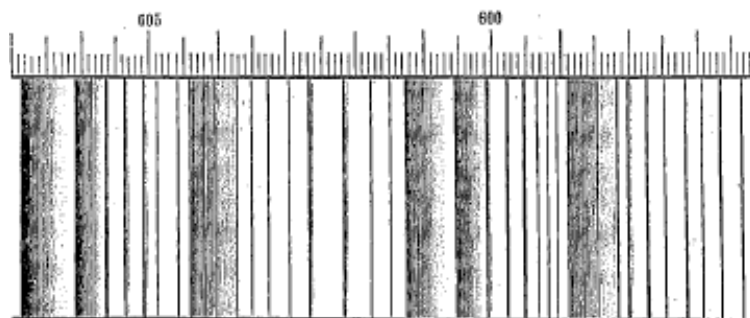


Fig. 171

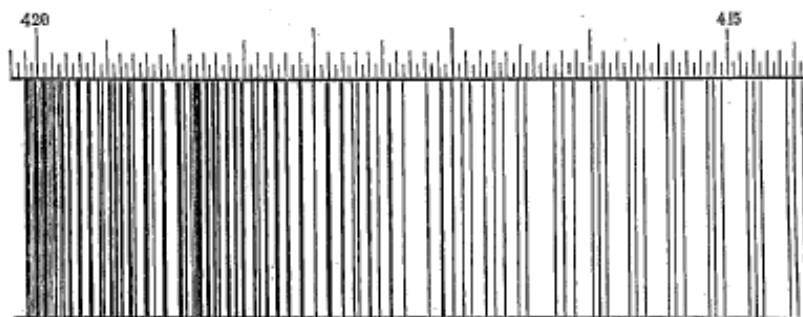


Fig. 172

Ossigeno. - Produce ad una temperatura molto elevata, ad esempio in una forte scintilla elettrica, uno spettro formato da un gran numero di righe, chiamato da Schuster spettro elementare.

Si ottiene, con l'effluvio in a tubo Geissler comune, un altro spettro di righe, chiamato da Schuster spettro composto, per esprimere l'ipotesi che le molecole di ossigeno appartengano, in questo caso, a un edificio atomico più complesso che nel spettro elementare. Lo spettro composto dell'ossigeno ha quattro righe, le cui lunghezze d'onda sono $0,6157\mu, 0,5436\mu, 0,5329\mu, 0,4368\mu$. Si osservano inoltre al polo negativo del tubo un terzo spettro, formato da quattro bande larghe, i cui seguenti valori determinano la posizione: $0,6010\mu, 0,5960\mu, 0,5840\mu, 0,5630\mu, 0,5553\mu, 0,5292\mu, 0,5205\mu$. Schuster ha mostrato che queste bande sono costituite da righe distinte (le ultime due da 12 a 13 righe).

Elio. - È caratterizzato da una riga gialla, di doppio aspetto, che è indicata con D_3 ; Palmer ha scoperto che la lunghezza d'onda di questa riga è

$$\lambda(D_3) = 0,587594\mu$$

Lo spettro dell'elio contiene anche una quantità di altre righe, che sono state studiate in particolare da Sir Lord Ramsay (1898).

Argon. - Lo spettro dell'argon è stato studiato da Rowbridge e Richards, Crookes, e altri ancora.

Neon, Cripto e Xeno. - Gli spettri di questi gas sono stati studiati da molti studiosi, e in ultimo da Baly (1903) e altri.

Cloro, Bromo, Iodio. - Danno spettri complicati: le ricerche più recenti si devono a de Gramont e a Eder e Valenta (Br).

Carbonio. - La questione dello spettro del carbonio e dei suoi composti è ancora oggi oggetto di molte discussioni. Tutti gli osservatori concordano nel riconoscere uno spettro di righe nel carbonio, che si ottiene provocando lo scoppio di forti scintille di induzione tra gli elettrodi in carbonio, o attraverso CO^2 , CO o vapori di idrocarburi. Questo spettro di righe è stato studiato da Watts, Angström e Thalén, Liveing e Dewar; il primo tra loro ha trovato fino a 50 righe nella parte visibile dello spettro e gli ultimi circa 20 righe nella parte ultravioletta. Inoltre, alcune delle righe indicate da Watts appartengono probabilmente all'ossigeno e all'azoto.

Oltre allo spettro di righe precedente, si osserva anche uno spettro di bande, conosciute come spettro di Swan. Si può ottenerlo facilmente, osservando la luce prodotta dalla parte inferiore della fiamma di un becco Bunsen oppure di un ugello Terquem, che è solo una modifica del primo. Questo spettro è composto da cinque bande, le prime quattro delle quali sono abbastanza facilmente osservabili. Queste bande si trovano nel rosso ($0,619\mu, 0,596\mu$), giallo ($0,564\mu, 0,543\mu$), verde ($0,517\mu, 0,508\mu$) e blu scuro ($0,474\mu, 0,468\mu$) dello spettro; la quinta banda è nella parte violetto, vicino a $\lambda = 0,427\mu$. Tutte queste bande sono chiaramente delimitate verso l'estremità rossa dello spettro e si indebolisce poco alla volta dalla parte opposta. La questione di sapere se si tratta dello spettro del carbonio o di quello di un idrocarburo non può considerarsi finora risolta; ciò che rende importante questa questione è che lo spettro di Swan si osserva nelle comete (vedi sotto). Angström e Thalén, Liveing e Dewar, Swan e altri, hanno attribuito questo spettro agli idrocarburi, mentre Lockyer, Atfield, Plücker, Wüllner e altri sono dell'opinione che appartenga al carbonio stesso. Un recente lavoro di Eder e Valenta, sullo spettro del carbonio, ha mostrato quanto sia difficile, in generale, evitare le impurità, che ne modificano la forma. Hanno scoperto 22 righe del carbonio, nella parte ultravioletta dello spettro. Angström e Thalén hanno scomposto le bande dello spettro Swan in un gran numero di righe isolate (fino a 50 nella banda verde). le ultime ricerche sullo spettro Swan sono dovute a Smithells (1901), Baly e Syers (1902), Crew e Baker (1902) e Deslandres e D'azambuja (1905).

Silicio. - Dà, secondo le osservazioni di Salet, sotto forti scintille, uno spettro di righe: 4 righe si trovano nell'arancio, 2 nel verde, 2 nel blu scuro e 2 nel viola. Eder e Valenta hanno scoperto ancora una serie di righe nella regione ultravioletta dello spettro.

Fosforo, zolfo. - Forniscono, come I, Br e Cl, spettri complessi di righe o bande; si possono trovare delle tabelle in opere speciali.

Sodio. - A una temperatura non molto elevata, dà, nella parte visibile dello spettro, una doppia riga gialla D_1 e D_2 ; con una dispersione molto forte, ciascuna di queste righe è divisa in una quantità di righe distinte. Secondo Rowland, le lunghezze d'onda delle righe D_1 e D_2 sono

$$D_1 = 589,615\mu\mu \quad D_2 = 589,018\mu\mu$$

Bell (1902) ha trovato

$$\lambda(D_1) = 589,6126\mu\mu$$

A una temperatura più alta appare una serie di nuove righe. E. Wiedemann e G. C. Schmidt hanno osservato che i vapori fluorescenti del sodio danno uno spettro, composta dalla riga brillante D, di una fascia nel rosso e un'altra nel verde.

Potassio. - Una riga rossa brillante ($0,768\mu$), una riga viola tenue ($0,404\mu$) e un debole spettro continuo (vedi fig. 166). Kayser e Runge danno 17 righe, 8 delle quali sono nell'ultravioletto.

Litio. - Una caratteristica riga rossa ($0,6706\mu$), una riga gialla debole ($0,6102\mu$) e una riga blu molto debole ($0,4604\mu$), che al contrario domina ad alta temperatura, ad esempio nello spettro ottenuto con la scintilla elettrica. Kayser e Runge danno ancora 2 righe nella parte visibile dello spettro e 3 nell'ultravioletto. Hagenbach (1902) ha mostrato per primo che si può ottenere con il litio, come con gli altri metalli alcalini, righe doppie; ha scoperto che la linea blu è doppia.

Cesio. - Due righe blu scuro ($0,4560\mu$ e $0,4597\mu$) e una doppia riga nell'arancione. Kayser e Runge danno 12 righe, di cui 4 nell'ultravioletto.

Rubidio. - Due belle righe viola ($0,4202\mu$ e $0,4216\mu$) e due rosse ($0,780\mu$ e $0,795\mu$). Kayser e Runge danno 12 righe, di cui 4 nell'ultravioletto.

Tallio. - Una riga verde ($0,5349\mu$); Kayser e Runge danno 9 righe ultraviolette. Fabry e Perot hanno scoperto che la riga verde è tripla e si compone di una riga brillante e di due più deboli.

Indio. - Una riga blu ($0,451\mu$) e una riga viola pallido ($0,410\mu$), che diventa vigoroso nella scintilla.

Stronzio. - Il cloruro di stronzio presenta 6 bande rosse molto belle, ma un po' vaghe, una doppia banda arancione e una caratteristica riga blu ($0,4617\mu$). È probabile che solo questo riga appartenga alla stessa mescolanza. Kayser e Runge hanno trovato 15 righe visibili e 4 righe ultraviolette.

Bario. - Il cloruro di bario fornisce uno spettro molto complesso, nel quale si distinguono soprattutto delle bande brillanti verdi dovute al cloruro e una riga verde ($0,5536\mu$) dovuta al metallo stesso.

Calcio. - Il cloruro di calcio presenta due belle bande, una tripla nel rosso e l'altra doppia nel verde; la riga indaco $0,4226\mu$ appartiene al metallo. Kayser e Runge danno 22 righe, 5 delle quali sono ultraviolette.

Magnesio. - I sali di questo metallo non danno spettro alla fiamma del becco Bunsen; la scintilla dà tre righe, che coincidono con la riga tripla b dello spettro solare. Lo spettro Mg è di grande interesse perché si presenta negli spettri di molte stelle, come riconosciuto da Vogel (1903). Scheiner (1903) ha mostrato che può essere utilizzato per la determinazione della temperatura delle stelle. Un nuovo studio dello spettro Mg è stato fatto da Barnes.

Zinco. - Tre righe brillanti blu scuro ($0,481\mu$, $0,472\mu$, $0,468\mu$) e una riga arancio ($0,636\mu$).

Cadmio. - Quattro righe brillanti; una arancione ($0,644\mu$), una verde ($0,508\mu$) e due blu scuro ($0,480\mu$ e $0,468\mu$). Lo spettro del cadmio è notevole per la sua ricchezza di righe ultraviolette, che sono numerate da 8 a 26: la lunghezza d'onda della 26^a è pari a $0,21444\mu$. *Ci si serve spesso di queste righe, come abbiamo già detto, per determinare la posizione delle altre righe ultraviolette dello spettro.* Alcune righe del cadmio hanno una omogeneità assai grande; ma Lummer e Gehrcke (1903) hanno trovato che la riga blu ha tre satelliti, la riga verde due e la riga rossa tre. Farry (1904) ha mostrato che delle tre parti di cui è composta la riga verde, la

seconda oppure la terza (contate verso il rosso) può essere, a seconda delle circostanze, la più brillante.

Rame. - Un gran numero di righe, tra le quali spiccano tre righe verdi ($0,5218\mu$, $0,5153\mu$, $0,5106\mu$), due righe gialle ($0,5781\mu$, $0,5700\mu$) e due righe rosse ($0,6168\mu$, $0,6061\mu$). Kayser e Runge danno 11 righe nel visibile e 17 nell'ultravioletto. Il cloruro di rame colora la fiamma del gas in blu-verde e dà uno spettro molto bello, costituito da un gran numero di bande.

Mercurio. - Dà, in base alle condizioni nelle quali lo spettro è stato prodotto, uno spettro di righe o uno spettro di bande. Eder e Valenta hanno descritto questi due spettri nel dettaglio; lo spettro di righe si estende da $\lambda = 0,636\mu$ a $\lambda = 0,215\mu$ e lo spettro di bande da $\lambda = 0,4517\mu$ a $\lambda = 0,3270\mu$.

Lummer e Gericke (1903) hanno scoperto, mediante un spettroscopio interferenziale, la struttura complessa delle righe del mercurio, già indicate da Fabry e Perot. Tra le righe dello spettro visibile, la prima (rosso-arancio, $\lambda = 0,579\mu$) è una riga doppia con 12 satelliti, la seconda (giallo-verde, $\lambda = 0,577\mu$) si compone di 11 righe, la terza (verde $\lambda = 0,546\mu$) probabilmente di 21 righe, la quinta (verde scuro, $\lambda = 0,492\mu$) di 5 righe, la sesta (indaco, $\lambda = 0,436\mu$) da numerose righe sottili, almeno nel numero di sette, ecc. Ultimamente, lo spettro del Hg è stato studiato da molti scienziati. Si troverà una descrizione completa di queste ricerche in un lavoro di Stark (1905), dove si è proposto di determinare la dipendenza esistente tra questo spettro e le condizioni elettriche.

Ferro. - Fornisce uno spettro, particolarmente ricco di righe; il loro numero arriva fino a 5000. Cornu ha determinato 273 righe nell'ultravioletto, tra $\lambda = 0,3956\mu$ e $\lambda = 0,2947\mu$; Kayser e Runge, 45 righe, tra $\lambda = 0,3200\mu$ e $\lambda = 0,22289\mu$; Liveing e Dewar, 48 righe, tra $\lambda = 0,2941\mu$ e $\lambda = 0,2465\mu$. Kayser e Runge hanno pubblicato un atlante dettagliato, contenente quasi 5000 righe.

Argento. - Kayser e Runge hanno trovato 6 righe visibili e 5 ultraviolette. Due righe verdi $\lambda = 0,5465\mu$ e $\lambda = 0,5208\mu$, sono particolarmente brillanti.

Lhose (1897) ha studiato gli spettri ultravioletti dei seguenti metalli: Ce, La, Di, Th, Y, Zr, V e U, tra $\lambda = 0,40\mu$ e $\lambda = 0,46\mu$. In questi stretti limiti, Ce ha 400 righe, La 80, Di 86, Th 180, Y 152, Zr 264, V 164, U 137. Nel 1902 ha studiato lo spettro da scintille dei seguenti mezzi: Ti, V, Min, Fe, Ni, Co, Mo, Pd, W, Ir, Pi, Pb, U, Zr, La, Ce, Th, Di (*Publikationen des Astroph. Obs. Potsdam*, 41, 1903).

Exner e Haschek hanno studiato gli spettri ultravioletti di un grande numero di elementi. Tra essi, Mo, per esempio, dà tra $\lambda = 508\mu\mu$ e $\lambda = 221\mu\mu$, più di 2800 righe; Pt, tra $\lambda = 464\mu\mu$ e $\lambda = 213\mu\mu$, ne dà più di 1000; Pd, circa altrettante; Ir, tra $\lambda = 469\mu\mu$ e $\lambda = 215\mu\mu$, circa 2318; Rh, tra $\lambda = 468,6\mu\mu$ e $216,7\mu\mu$, 1500; Ru, tra $\lambda = 471\mu\mu$ e $\lambda = 225\mu\mu$, 2240; Os, tra $\lambda = 469,6\mu\mu$ e $\lambda = 220\mu\mu$, 1400; Ni, tra $\lambda = 471,6\mu\mu$ e $\lambda = 210,8\mu\mu$, 1100; Ca, tra $\lambda = 469,3\mu\mu$ e $\lambda = 219,1\mu\mu$, 1100; Fe, tra $\lambda = 473,7\mu\mu$ e $\lambda = 206,8\mu\mu$, 2270; V, tra $\lambda = 467,1\mu\mu$ e $\lambda = 213,2\mu\mu$, 2400; U, tra $\lambda = 406,3\mu\mu$ e $\lambda = 219,5\mu\mu$, 5300, ecc. Exner e Haschek hanno pubblicato un insieme di 20 memorie su questo argomento.

Lo schema precedente è sufficiente per mostrare le difficoltà di questa importante questione; parleremo in seguito di opere interessanti di Schumann, sulle righe situate nell'ultravioletto estremo.

Considereremo gli spettri infrarossi nel § 20.

Una serie di ricerche sugli spettri dei metalli nell'arco elettrico è stata recentemente pubblicata da Hasselberg.

Spettri delle combinazioni. - Le prime ricerche di Bunsen e Kirchhoff hanno portato questi scienziati a pensare che lo spettro dei *sali metallici*, introdotti nella fiamma del gas, dipende solo dal metallo stesso; i più diversi sali di soda, ad esempio, danno in effetti uno stesso spettro, una riga doppia gialla; essi supposero però che questo fatto potrebbe essere una conseguenza della scomposizione dei sali. Mitscherlich è stato il primo a stabilire che *ogni corpo composto ha il*

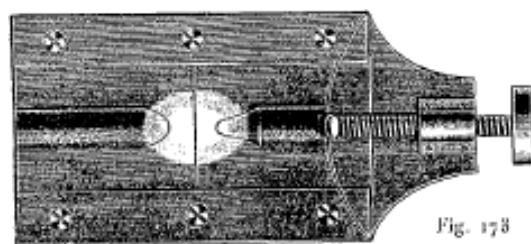
proprio spettro, che viene prodotto quando si riesce a portare all'incandescenza i vapori del corpo composto, senza che ci sia alcuna scomposizione. Questo risultato può infatti essere raggiunto raffreddando, ad esempio, artificialmente la fiamma. Gli spettri di $SrCl^2$, $SrBr^2$ e SrI^2 danno un notevole esempio di questo fatto: si distinguono assai bene sia gli uni dagli altri come dallo spettro dello stronzio stesso. Dibbits, Lockyer, Gouy, Moser, Schuster e altri hanno ottenuto e studiato gli spettri di diversi composti. si è constatato che i composti danno sempre spettri di bande, in modo che gli spettri di righe sembrano particolari per i corpi semplici incandescenti. Il cianogeno offre un bello spettro di bande; esso è costituito da quattro gruppi di bande; una nuova banda è stata recentemente scoperta da Hutchins (1902): è stato tuttavia dimostrato dopo che Hutchins si è sbagliato (si veda *Astrphys. Journal*, 17, p. 162, 1902) e che la banda da lui osservata appartiene allo spettro delle bande negative dell'azoto). L'inizio di questa banda è a $\lambda = 351\mu\mu$. I composti dei metalloidi, come CO , CO^2 , AzH^3 , AzO^2 , H^2O hanno spettri caratteristici.

Recentemente, E. Wiedemann e G. G. Schmidr, nonché Jones, hanno in particolare descritto lo spettro della combinazione Hgl ; E. Wiedemann ha pubblicato nel 1904 una panoramica degli spettri ottenuti per gli ossidi e gli alogenuri di Ca, Ba, e Sr. Uno studio dettagliato dei fluoruri di questi tre metalli è stato realizzato da Fabry (1905).

Gli spettri delle *leghe* sono stati considerati da Nutting (1905), così come quelli di diverse combinazioni di metalli Zn, Sn, Sb, Pb, Mg, Hg, Cd, Bi, Al. Si è trovato che negli spettri dell'arco e della scintilla elettrici, gli spettri degli elementi non esercitavano alcuna influenza gli uni sugli altri; ma, in determinate condizioni, predomina lo spettro del metallo che ha un peso atomico maggiore.

Abbiamo già detto che la caratteristica dello spettro *cambia contemporaneamente alla temperatura*; questo cambiamento consiste soprattutto nel fatto che alle alte temperature appaiono nuove righe, o che la luminosità delle righe relativamente deboli è notevolmente rafforzata. Inoltre, alcune righe si allargano e i loro bordi diventano meno aguzzi. La questione di sapere fino a quale punto questi cambiamenti dipendono da una modifica nella struttura delle molecole del gas o del vapore non può ancora considerarsi risolta. Il cambiamento di densità di un gas o di un vapore ha un'azione importante anche sulla forma del suo spettro: si può dire che in generale *un aumento della densità di un vapore produce un allargamento delle righe del suo spettro*; nello stesso tempo i bordi delle righe, inizialmente netti, diventano imprecisi e svaniscono. In alcuni casi, l'allargamento delle righe può essere assai considerevole; così, ad esempio, la riga del magnesio $0,2852\mu$ si può allargare di diverse decine di $\mu\mu$. La stessa cosa accade di nuovo, ma su scala maggiore, con le righe dell'idrogeno. L'allargamento delle righe a volte si verifica su entrambi i lati, ma in genere solo su uno, e di solito dalla parte dell'estremità rossa dello spettro.

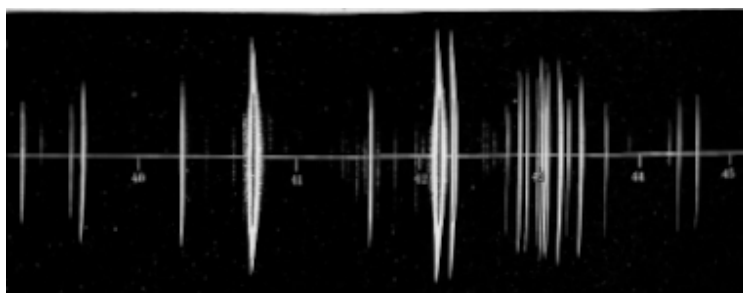
Sul cambiamento del numero e della larghezza delle righe degli spettri, quando la temperatura e la densità aumentano, si basa un metodo interessante di osservazione di spettri di vapori, proposto da Lockyer, che porta alla nozione di ciò che si chiama *righe corte e lunghe*. Lockyer posiziona orizzontalmente i carboni, tra i quali si forma l'arco voltaico, e, usando una lente, ottiene un'immagine dell'arco luminoso, su una fenditura disposta verticalmente (fig. 173).



Non cade così, sull'apertura della fenditura, come i raggi provenienti da una stretta banda trasversale dell'arco voltaico e, sulla parte mediana della fenditura (contata secondo la lunghezza

di quest'ultima), e come i raggi provenienti dal centro dell'arco, dove il temperatura e densità del vapore è massima. Alle estremità della fenditura giungono raggi emessi dalle regioni dell'arco dove il vapore è più freddo e meno denso. Si ottengono, di conseguenza, nello spettro, righe di diverse lunghezze. I raggi, che appaiono già a bassa temperatura, hanno una lunghezza corrispondente all'intera larghezza dell'immagine dell'arco luminoso davanti alla fenditura; le loro parti centrali sono ingrandite. Le righe, che compaiono solo ad alte temperature, o per una maggiore densità di vapore, hanno solo una piccola lunghezza, corrispondente alla piccola larghezza dell'arco voltaico nel punto che le produce. La figura 174 rappresenta parte dello spettro di una miscela di calcio e stronzio, ottenuta con questo procedimento. Le righe lunghe sono le più importanti; sono queste che caratterizzano soprattutto lo spettro di una data sostanza. Non si deve pensare, inoltre, che le righe più lunghe siano anche sempre le più brillanti; si osserva molto spesso che una riga lunga è debole, mentre quelle più luminose sono le più corte.

Lockyer ha mostrato in un altro modo ancora le righe che corrispondono alle temperature più elevate. Ha coperto che nel passaggio dall'arco alla scintilla scompaiono righe isolate, altre diventano più forti, infine compaiono nuove righe. Se si usano scariche più forti, e se si notano le righe che appaiono in queste scariche, si hanno, secondo Lockyer, le righe che sussisterebbero da sole alle temperature più elevate. Egli chiama queste righe, *linee avanzate*, che Kayser ha tradotto come righe rafforzate. Impiegando un induttore, la cui lunghezza della scintilla era di un metro, ha determinato le linee rafforzate per diversi metalli e le ha combinate su uno spettro tipo. Confrontando questo spettro con quelli di alcune stelle, come α Cigno, per esempio, ha trovato tra loro un notevole accordo. Recentemente (1905), Steinhausen ha studiato le righe potenziate, in particolare con $\lambda = 0,2100\mu$ fino a $0,5800\mu$.



Le caratteristiche di uno spettro di emissione subiscono un profondo cambiamento, quando il vapore incandescente si trova in un campo magnetico. Considereremo nel volume IV i fenomeni che si verificano in questo caso e che sono stati scoperti da Zeemann.

10. Leggi di distribuzione di righe e bande spettrali

Ogni riga dello spettro corrisponde a una specifica vibrazione prodotta nell'etere che circonda le molecole del vapore o gas incandescente. La grande ricchezza di righe degli spettri (fino a 5000 nello spettro del ferro) fa pensare che la struttura delle diverse molecole di una sostanza non sia la stessa, e che inoltre ogni molecola possa produrre separatamente una serie di vibrazioni, proprio come un corpo risonante produce risonante un suono composto.

Si è dapprima cercato di trovare, tra le righe di uno spettro, serie particolari che potessero essere considerate come le diverse vibrazioni-armoniche di una vibrazione fondamentale. Schuster ha dimostrato che tale associazione di righe non era giustificata. Ma esistono sicuramente certe sequenze di righe spettrali, tra le quali c'è una dipendenza; così, per esempio, si incontrano negli spettri di K e Na righe doppie, in quelle di Mg; Ca e Zn gruppi di tre righe, che sono più vicine tra loro quando ci si avvicina all'estremità violetta dello spettro.

Balmer (1885) ha per primo dato una formula per una serie di righe dell'idrogeno, cioè

$$\lambda_m = A \frac{m^2}{m^2 - 4} \quad (7.0.21)$$

dove A è una costante, e dove m può assumere i valori 3, 4, 5, ...15. Ames, Cornu, Evershed e altri hanno mostrato che la formula di Balmer dà, con una precisione molto grande, i valori di λ per 29 righe dell'idrogeno corrispondenti dai valori $m = 3$ fino a $m = 31$, quando si considerano sia le righe dell'idrogeno che sono state osservate direttamente, sia quelle scoperte da Hale, Deslandres e Pickering, negli spettri delle protuberanze del Sole e di alcune stelle; si ha qui $A = 3646,13$ unità di Angström. Più tardi, Pickering ha scoperto nello spettro della stella ζ Puppis una nuova serie di righe dell'idrogeno, che costituiscono una serie complementare.

Cornu ha trovato, negli spettri di Al e Tl serie di righe per le quali si ha $\lambda = a + b\lambda_1$, con a, b costanti e λ_1 la lunghezza d'onda corrispondente a una riga dell'idrogeno; ma questa formula è stata trovata inesatta, dopo una verifica più approfondita.

Kayser e Runge hanno effettuato numerose ricerche sul problema della distribuzione delle righe; si può scrivere la formula di Balmer nel modo seguente:

$$\frac{1}{\lambda_m} = A + Bm^{-2}$$

Kayser e Runge hanno trovato che le serie di righe di diverse sostanze erano meglio rappresentate dalla formula

$$\frac{1}{\lambda_m} = A + Bm^{-2} + Cm^{-4} \quad (7.0.22)$$

Se si pone, per esempio, $m = 4, 5, 6, \dots, 11$ nell'equazione

$$\frac{10^8}{\lambda_m} = 43584,73 - 133669m^{-2} - 1100084m^{-4}$$

si ottengono le lunghezze d'onda di otto righe del litio. Negli spettri degli elementi del primo e del terzo gruppo della classificazione di Mendeleieff (Na, K, Rb, Cs, Ag, Al, In, Tl), si incontrano, a coppie, serie, alle quali corrispondono gli stessi coefficienti B e C , ma valori diversi di A . Kayser e Runge pensano che tutti gli elementi possiedono due tali serie di righe doppie; essi le hanno chiamate la prima e la seconda serie complementare; nel litio, le serie si compongono di righe semplici. I metalli alcalini possiedono pure una serie di righe doppie, indicate con il nome di *serie principale*; qui tuttavia, la distanza delle righe in ogni coppia non è una grandezza costante, ma diminuisce al crescere di m . In tutte le serie, m è almeno uguale a 3. Gli elementi Mg, Ca, Zn, Cd e Hg hanno due serie di righe triple; si è trovata una sola serie per lo stronzio. Per Mg, per esempio, si ottiene la prima riga di ogni tripletto con la formula

$$10^8 \lambda_m^{-1} = 39796,10 - 130398m^{-2} - 1430090m^{-4}$$

si ottengono le seconde e terze serie, aggiungendo rispettivamente 40,69 e 60,90 ad A .

Runge e Paschen (1897) hanno studiato con molta cura le serie di tripletto negli spettri dell'ossigeno, dello zolfo e del selenio.

Rydberg ha proposto la formula

$$\frac{1}{\lambda_m} = A + \frac{B}{(m + C)^2} \quad (7.0.23)$$

dove A, B, C sono grandezze costanti. Se si sviluppa in serie il secondo membro, si ottengono i primi tre termini seguenti

$$\frac{1}{\lambda_m} = A + Bm^{-2} + Cm^{-3} \quad (7.0.24)$$

Le formule (9) e (9,b) esprimono pure bene le serie delle righe, quando si scelgono opportunamente le costanti A, B, C .

Lénard (1903) ha fatto l'importante scoperta che l'arco elettrico si compone di un certo numero di strati chiusi, che si avvolgono reciprocamente, emettendo ogni strato una serie di righe che formano lo spettro dei metalli alcalini.

Ames e Humphreys hanno trovato (1897) che la pressione, sotto la quale trovano i vapori incandescenti, non agisce allo stesso modo sulle righe appartenenti alle diverse serie. In ogni serie, la variazione $\Delta\lambda$ della lunghezza d'onda è espressa da una formula come la seguente

$$\Delta\lambda = \lambda\beta(p_1 - p_0)$$

dove $p_1 - p_0$ indica la variazione di pressione e β un numero costante per le righe di una stessa serie. Petavel e Hutton hanno studiato gli spettri d'arco a una pressione di 100 atmosfere.

Righe infrarosse sono state trovate, in alcune serie, in alcuni punti che erano indicati dalle formule. Così, ad esempio, Snow ha trovato, per mezzo del bolometro, due righe infrarosse del cesio, esattamente nei posti dove dovrebbero essere secondo la formula di Kayser e Runge.

Per i metalli alcalini, tutte le righe dello spettro sono comprese nelle serie; ma quanto più alto è il punto di fusione di un metallo, tanto maggiore diventa il numero delle righe, non comprese nelle serie.

Deslandres ha studiato gli spettri formati da bande; ciascuna di queste si risolve, come abbiamo già visto, in un numero grandissimo di righe. Ha scoperto che in ciascuna banda la lunghezza d'onda della m -esima riga di una qualsiasi serie, contata dal bordo netto del gruppo di righe, dove si trova la riga zero, è determinata dalla formula

$$\lambda_m^{-1} = a + bm^2$$

si ottengono le lunghezze d'onda delle righe marginali delle diverse bande, per mezzo della formula

$$\lambda_m^{-1} = A + Bm + Cm^2$$

Secondo Kayser e Runge, le formule di Deslandres devono essere sostituite da altre meno semplici.

Thiele ha proposto differenti formule, tra le altre la seguente:

$$\frac{1}{\lambda} = a + b \cos \varphi + c \cos 2\varphi + d \cos 3\varphi + \dots$$

dove $\varphi = 2\pi \frac{n-k}{N}$ e dove a, b, c, \dots, N e k sono delle costanti.

Stoney, Julius, Larmor, Sutherland, Kolacek, Riecke, Lindemann, Ritz, Garbasso e altri ancora hanno cercato di spiegare teoricamente l'esistenza delle serie di righe dello spettro che soddisfano determinate leggi.

Molti scienziati hanno confrontato le posizioni delle righe negli spettri di diversi metalli, al fine di trovare leggi semplici o addirittura regole uniche per la loro distribuzione. Hanno provato soprattutto a trovare *righe omologhe*, cioè righe che corrispondono nei diversi spettri; ma tutti i tentativi in questa direzione sono rimasti senza successo, principalmente a causa dell'arbitrarietà che accompagna necessariamente la scelta di righe omologhe.

Rydberg da un lato, Kayser e Runge dall'altro hanno trovato quasi simultaneamente le seguenti regole, relative ai primi due gruppi e a una parte del terzo gruppo della classificazione Mendeleieff. Ciascun gruppo si divide chimicamente in due sezioni, e queste sono le cinque seguenti sezioni:

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. <i>Li, Na, K, Rb, Cs</i> | 2. <i>Cu, Ag</i> | 3. <i>Mg, Ca, Sr, Ba</i> |
| 4. <i>Zn, Cd, Hg</i> | 5. <i>Al, In, Tl, Ga</i> | |

La serie di righe dello spettro si spostano costantemente, in ciascuna di queste sezioni, verso l'estremità rossa, all'aumentare del peso atomico dell'elemento; ma se si passa da una sezione all'altra si nota un notevole spostamento delle serie, verso l'estremità viola dello spettro. Si trova inoltre che, in ciascuna sezione, la differenza ν dei numeri delle vibrazioni, corrispondente a una riga doppia o alle prime due righe di un tripletto, è proporzionale al quadrato del peso atomico. Ramage e soprattutto Watts (1903) hanno confermato questa straordinaria legge di dipendenza. Runge ha cercato, basandosi su questa legge, di determinare il peso atomico del radio, e ha trovato il numero 258 mentre Madame Curie ha ottenuto sperimentalmente 225. Un nuovo studio di Rudorf (1905) ha portato al risultato che la legge sopra non è esattamente soddisfatta, e che si deve quindi adottare per il momento il numero 225. Hartley ha scoperto altri rapporti interessanti.

11. Analisi spettrale; analisi chimica basata sullo studio degli spettri di emissione

Wheatstone ha riferito per primo che gli spettri dei metalli volatilizzati offrono *un modo per caratterizzare gli elementi più facilmente rispetto all'esame chimico*. Ma l'onore della scoperta dell'analisi spettrale risale davvero a Kirchhoff e a Bunsen; fu nel 1860 che trovarono che la fiamma di un bruciatore a gas, in cui è stata introdotta una sostanza determinata, fornisce uno spettro caratteristico di quella sostanza. Un'analisi chimica qualitativa può essere basata su questa osservazione; essa consiste nell'osservare le righe che si formano nello spettro, quando la sostanza viene introdotta in una fiamma di gas o nella scintilla di una bobina a induzione. Si constata che questo metodo ha un'estrema sensibilità: a volte basta una quantità straordinariamente piccola di una sostanza, per ottenerne lo spettro. Kirchhoff e Bunsen hanno indicato le quantità minime seguenti di diverse sostanze, sufficienti per rivelare la loro presenza nello spettro:

Cs	$\frac{1}{25000}$ mg	Ba	$\frac{1}{2000}$ mg
Rb	$\frac{1}{7000}$ mg	Sr	$\frac{1}{30000}$ mg
K	$\frac{1}{3000}$ mg	Ca	$\frac{1}{50000}$ mg
Na	$\frac{1}{14000000}$ mg	Tl (secondo Lams)	$\frac{1}{50000}$ mg
Li	$\frac{1}{60000}$ mg	Cu (secondo Simmler)	$\frac{1}{285}$ mg

Il metodo precedente è particolarmente sensibile per il sodio; appare quasi sempre la linea gialla (D) del sodio, nello spettro della fiamma a gas, perché le polveri, che volano nell'aria e cadono nella fiamma, contengono tracce di sali di sodio. La sensibilità del metodo spettroscopico aumenta notevolmente se, come proposto da Cappel, la fiamma del gas viene sostituita dalla scintilla di una bobina a induzione; Cappel indica, per questo caso, i seguenti minimi:

Li	$\frac{1}{40000000}$ mg	Cr	$\frac{1}{4000000}$ mg
Sr	$\frac{1}{100000000}$ mg	Mn	$\frac{1}{200000}$ mg
Ca	$\frac{1}{10000000}$ mg	Zn	$\frac{1}{600000}$ mg
Ti	$\frac{1}{80000000}$ mg	Ba	$\frac{1}{900000}$ mg

Schuler (1901) giunse al seguente risultato: nei primi due gruppi della classificazione di Mendeleieff, la sensibilità spettroscopica diminuisce, in ogni sottogruppo, all'aumentare del peso atomico del metallo; per i composti alogeni e ossigeno di un metallo dato di questi gruppi, la sensibilità diminuisce, quando il peso atomico dell'alogeno e il numero di atomi di ossigeno

aumentano; la presenza di un metallo influisce sulla sensibilità della reazione spettrale di un altro metallo. Emich ha riscontrato che $7 \cdot 10^{-14} \text{ mg}$ di idrogeno possono essere ancora rivelati dallo spettroscopio, se l'idrogeno si trova nella parte capillare di un tubo di Geissler.

Grazie a questa elevata sensibilità, l'analisi spettrale ha permesso di scoprire nuovi elementi. Nel 1860 Kirchhoff e Bunsen scoprirono il rubidio e il cesio; nel 1862, Crookes e quasi contemporaneamente Lamy, il tallio; nel 1863, Reich e Richter, l'indio; nel 1875, Lecoq de Boisbaudran scoprì il gallio, previsto da Mendeleieff; nel 1895, Lord Ramsay, l'elio, il neon, il cripton e lo xeno; infine nel 1901 Demarçay, l'europio.

L'analisi qualitativa della spettroscopia di miscele gassose è stata recentemente studiata, in particolare da Lilienfeld (1905). Ha trovato che in determinate condizioni si poteva determinare lo 0,7% di He in Az, lo 0,932% in volume di Argon nell'aria, lo 0,7% di Az e H in Hg.

L'analisi spettrale trova un gran numero di importanti applicazioni nella tecnologia; una delle più interessanti riguarda il procedimento Bessemer, in cui il ferro viene trasformato in acciaio soffiando una corrente d'aria attraverso il metallo fuso, posto in un contenitore piriforme detto convertitore; attraverso l'apertura di quest'ultimo escono scintille e fiamme, il cui spettro subisce successive determinate modificazioni, che lo spettroscopio può seguire. In un dato istante, quando la luminosità di certe righe verdi aumenta, è necessario interrompere la corrente d'aria.

12. Spettri di assorbimento; analisi chimiche basate sull'osservazione di questi spettri

L'intero terzo volume dell'opera di Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, è dedicato agli spettri di assorbimento; secondo la prefazione, lo stesso argomento sarà trattato anche nel quarto volume. Il capitolo IV contiene le ricerche che sono state fatte su un gran numero di spettri di assorbimento; nel Capitolo V vi è un indice alfabetico degli spettri di assorbimento noti finora (iniziando dal 1905) con una bibliografia completa. Gli spettri di assorbimento si ottengono interponendo sul percorso dei raggi bianchi, che danno uno spettro continuo, uno strato della sostanza da studiare, la quale assorbe una certa parte della radiazione. Di solito si distinguono quattro tipi di spettri di assorbimento.

Primo tipo. - Nello spettro manca una parte che inizia a una delle estremità, il più delle volte all'estremità viola. Esempi: soluzioni di cloruro di ferro, di bicromato di potassio, di acido picrico, (lasciando passare i raggi rossi, gialli e parte dei raggi verdi); soluzione di solfato rame e di solfato di rame ammoniacale (lasciando passare raggi blu scuro).

Secondo tipo. - Solo la sua parte centrale rimane nello spettro. Esempi: soluzioni concentrate di cloruro di rame, cloruro di nichel e di acetato di rame.

Terzo tipo. - Spettro di bande: una serie di bande più o meno larghe, con bordi confusi. Esempi: deboli soluzioni di permanganato di potassa (cinque bande nel verde; vino rosso diluito con acqua, vetri verdi (di cobalto), un grandissimo numero di coloranti, e, in generale, le sostanze colorate.

Quarto tipo. - Spettro di righe: si ottengono serie di righe scure molto nitide, in tutto rigore solo negli spettri di assorbimento dei gas e dei vapori. I corpi liquidi e solidi danno righe più larghe o combinazioni di righe e bande. I vapori di iodio e il perossido di azoto (AzO_2) danno spettri di assorbimento di righe.

La Figura 175 mostra alcuni spettri di assorbimento. La n° 1 è lo spettro del Sole, le cui righe di assorbimento sono le note righe di Fraunhofer (vedi § 15); la n° 2 rappresenta lo spettro di assorbimento della clorofilla; la n. 3, quello del sangue; la n. 4, quella del perossido di azoto (acido ipoazotidrico); la n. 5, quella dei vapori di iodio.

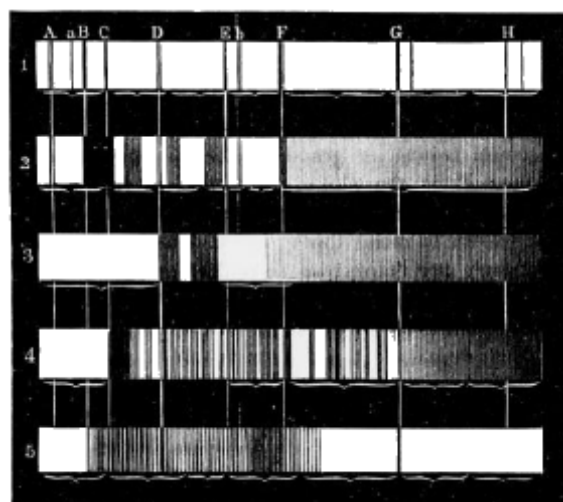


Fig. 175

La figura 176 mostra gli spettri di soluzioni di solfato di ammonio (n. 1), di solfato doppio di ammonio (n. 2), solfato di magnesio (n. 3), solfato di rubidio (n. 4), solfato di sodio (n. 5) e solfato di tallio (n. 6).

I sali di lantanio e didimio, sia in forma solida che in soluzione, o anche per riflessione, danno spettri molto notevoli. La figura 177 rappresenta lo spettro di un sale di didimio; lo spettro superiore si riferisce a una soluzione concentrata, lo spettro inferiore a una soluzione molto diluita. Questi spettri sono stati studiati in particolare da Dimmer (1897). È un fatto degno di attenzione che l'ossido di didimio al rosso non dia uno spettro continuo, ma uno spettro che è, per così dire, l'inverso del precedente (fig. 177).

I vapori di S e di Se non danno né bande né righe, come se ne produce, ad esempio, negli spettri di assorbimento di cloro, bromo, ecc.

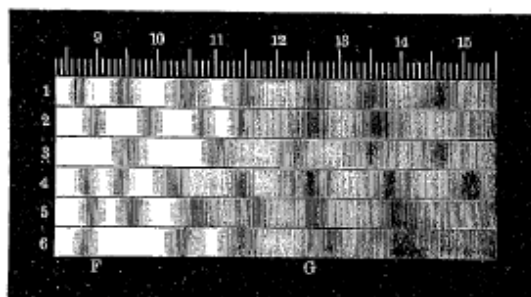


Fig. 176

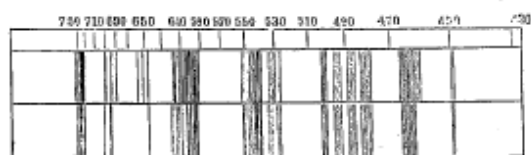


Fig. 177

Zsigmondy (1901) ha studiato gli spettri dei vetri colorati. Königsberger ha scoperto che, quando la temperatura aumenta, le bande di assorbimento dei corpi solidi si spostano verso l'estremità viola; l'assorbimento dei metalli (Au, Ag, Pt, Fe, Ni, Cu) non varia, anzi, da 10° a 360°, e anche fino a 800° per il Pt.

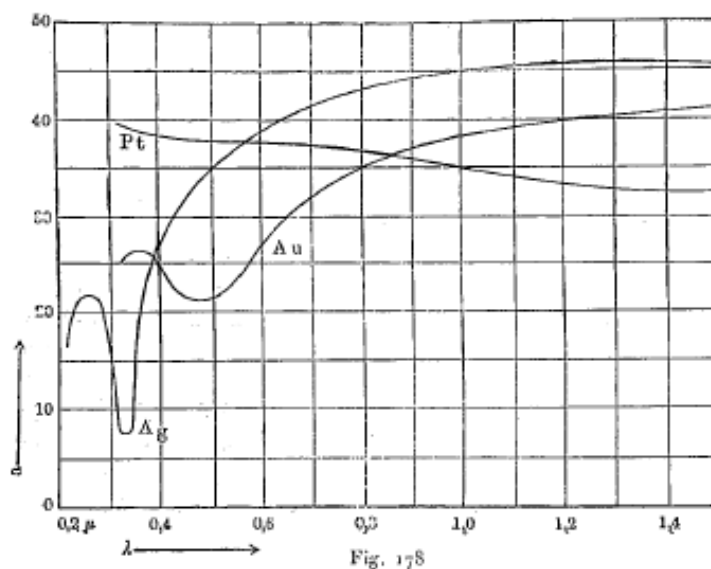
Alcuni spettri di assorbimento sono stati studiati in grande dettaglio. Così, ad esempio, Hasselberg ha tracciato 470 righe dello spettro di assorbimento del perossido di azoto e le ha suddivise in 22 gruppi. Corpi, di aspetto incolore, hanno spesso uno spettro di assorbimento

piuttosto complesso nel dominio delle radiazioni visibili, mentre a volte assorbono completamente la parte invisibile dello spettro. Il vapore acqueo, l'ossigeno e l'ozono hanno spettri di assorbimento piuttosto complessi. L'ossigeno liquido fornisce uno spettro di assorbimento molto nitido dell'ossigeno gassoso. Baccei ha studiato gli spettri di assorbimento di strati spessi (fino a 70°) di Az^2 , CO^2 , O^2 , CO , C^2H^2 e SH^2 con pressioni fino a 22 atmosfere; nella parte visibile dello spettro, Az^2 , CO^2 , CO non hanno dato un assorbimento significativo; i tre altri gas hanno dato tutta una serie di bande di assorbimento. L'acqua in uno spesso strato ha un colore proprio; Vogel ha studiato spettroscopicamente il colore blu dell'acqua nella famosa grotta dell'isola di Capri e ha scoperto che la parte rossa dello spettro era completamente assente, la parte gialla era indebolita e le righe E e b si univano in un'ampia banda di assorbimento.

Nel 1902, Hagen e Rubens pubblicarono un lavoro estremamente interessante sugli spettri di assorbimento di spessi strati di metalli. Questi scienziati hanno studiato Ag, Au e Pt e adottato la seguente formula:

$$i = J \cdot 10^{-ad}$$

nella quale J indica l'intensità della luce, che cade sullo strato metallico, i quella della luce che ha attraversato lo strato di spessore d , espresso in micron ($\mu = 0,001\text{ mm}$). È evidente che $1/a$ è lo spessore di uno strato, per il quale $i = 0,1J$. Hagen e Rubens hanno determinato i valori di a per radiazioni ultraviolette, visibili e infrarosse, da $\lambda = 0,2\mu$ fino a $\lambda = 1,5\mu$ (Ag) e $\lambda = 2,5\mu$ (Au e Pt). La figura 178 mostra come a dipende da λ , per i tre metalli considerati. Noto è la trasparenza dell'argento per radiazioni ultraviolette prossime a $\lambda = 0,32\mu$; è pure un fatto interessante che, per $\lambda > 0,85\mu$, il platino è più trasparente dell'argento e dell'oro, mentre accade il contrario per piccoli valori di λ . Analoghe ricerche sono state eseguite da Javal (1905) su sei strati di rame (spessore $40\mu\mu$, $58\mu\mu$, $73\mu\mu$, $83\mu\mu$, $87\mu\mu$, $108\mu\mu$) e tra $\lambda = 0,486\mu$ e $\lambda = 2,03\mu$. ha trovato un minimo di assorbimento tra il giallo e il verde.



Aria e vetro assorbono tutti i raggi, per i quali si ha $\lambda < 0,3\mu$; il quarzo, quelli per i quali si ha $\lambda < 0,2\mu$. La fluorite trasparente lascia passare radiazioni di una lunghezza d'onda ancora più piccola.

Lo spessore dello strato assorbente e il grado di concentrazione di una soluzione agiscono allo stesso modo sullo spettro di assorbimento, che dipende, in generale, dalla quantità di sostanza attiva che si trova sul cammino dei raggi; si presume qui che una variazione del grado di concentrazione non sia accompagnata da alcuna reazione chimica.

Kundt ha studiato l'azione esercitata dal solvente sullo spettro di assorbimento delle materie coloranti. Ha trovato che si possono suddividere i diversi solventi in gruppi, in ciascuno dei quali

la banda principale di assorbimento si sposta, per tutti i coloranti, verso l'estremità rossa dello spettro, quando si passa da un solvente all'altro più fortemente rifrangente. La sostituzione di un solvente con un altro esercita un'azione più marcata, sullo spettro di assorbimento, quando la soluzione è accompagnata da reazioni chimiche. Deussen ha osservato un'eccezione a questa regola, per alcuni soluzioni di sali di uranio. Nuove ricerche di Katz, Formanek e altri hanno mostrato che in molti casi la regola Kundt non è applicabile. Formanek ha studiato 524 sostanze, di cui solo 284 hanno mostrato il viaggio richiesto da questa regola.

Gli spettri di assorbimento possono essere utilizzati sia per l'analisi qualitativa che quantitativa perché, in base alla disposizione delle bande e righe scure, si può valutare la composizione delle sostanze interposte sul percorso dei raggi di luce bianchi. Si troverà in H. W. Vogel, *Praktische Spektralanalyse*, un gran numero di informazioni sugli spettri di assorbimento delle sostanze coloranti più diverse, su quelli degli alimenti, sulle preparazioni medicinali, sulle sostanze animali e vegetali, e sui metodi di ricerca di queste sostanze osservando i loro spettri assorbimento.

La Figura 179 mostra diversi spettri del sangue. Lo spettro n° 1 si ottiene con una soluzione di 1 parte di sangue a 40 parti di acqua: entrambe le bande caratteristiche, appartengono a ossiemoglobina. Queste bande scompaiono, quando si aggiunge un po' solfuro di ammonio alla soluzione di sangue diluito; si produce allora una banda nel verde (n. 2), che appartiene all'emoglobina.

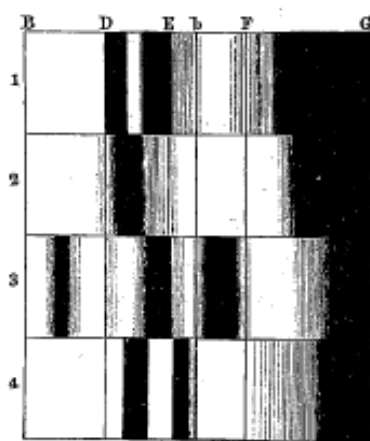


Fig. 179

Se si aggiunge acido cloridrico a una soluzione di sangue concentrato, si ottiene lo spettro n° 3. Quando si riscalda una soluzione debole sangue con la soda, e si aggiunge un po' di solfuro di ammonio, nello spettro (n. 4) si producono due bande dovute all'ematina. Se si aggiunge alla soluzione di sangue una miscela di 0,6 p. di ammoniaca e 1 p. di tartrato di ferro, scompaiono le due bande principali (del n. 1); ma, quando il sangue contiene monossido di carbonio disciolto, queste bande rimangono senza modifiche; si può così risolvere la questione se una morte è dovuta oppure no all'asfissia dei gas di carbonio. Hénoque si è molto occupato di questa questione e ne ha fatto (1900) un'esposizione dettagliata.

Vierordt ha sviluppato il metodo di analisi quantitativa basato sull'osservazione degli spettri di assorbimento; Glan e Hüfker lo hanno poi perfezionato.

Sono stati fatti molti tentativi per trovare una relazione tra la composizione chimica delle sostanze e la posizione delle bande scure nello spettro di assorbimento. Un'esposizione dettagliata di tutte le ricerche correlate a questa questione può essere trovata in Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, vol. III, p. 149-317, 1905. G. Kaüss, H. W. Vogel, F. W. Schmidt e altri hanno studiato l'effetto dovuto alla sostituzione dell'idrogeno, nei composti organici, con diversi gruppi. Si è osservato che sostituendo l'idrogeno con il metile (CH^3), l'ossimetile ($O - CH^3$), carbossile (CO^2H) e con bromo, le bande di assorbimento si spostano verso l'estremità rossa dello spettro;

se, al contrario, sostituiamo l'idrogeno con gruppi azotati (AzO^2) o amidi (AzH^2) o se aumenta il numero degli atomi di idrogeno, le bande di assorbimento si spostano verso l'estremità viola. Ciò è confermato, ad esempio, sulla fluoresceina $C^{20}H^{12}O^5$, in cui 4 atomi di idrogeno possono essere sostituiti dal bromo o dal gruppo AzO^2 ; una soluzione alcalina di fluoresceina in acqua dà una banda scura vicino a $\lambda = 494,0\mu\mu$; ogni atomo di bromo, che sostituisce l'idrogeno, sposta la banda $5,45\mu\mu$ verso l'estremità rossa dello spettro; ciascun gruppo AzO^2 diminuisce, nelle stesse condizioni, di $1,3\mu\mu$ la lunghezza d'onda della banda. Spring (1897) ha indicato relazioni di un altro tipo tra la struttura chimica di una sostanza e le bande di assorbimento.

Abney e Feting hanno studiato le bande di assorbimento, nella regione infrarossa dello spettro, per tutta una serie di sostanze. Essi distinguono le righe precise, le fuse e le bande e hanno scoperto che la presenza di H in un composto produce righe precise; se O entra nel composto, si producono bande.

La teoria della *dissociazione elettrolitica* porta, come ha mostrato per la prima volta Ostwald (1889), al risultato che l'assorbimento, che ha luogo in una soluzione diluita, deve essere una proprietà additiva, cioè deve essere la composizione degli assorbimenti prodotti dagli ioni positivi e negativi. Ciò è confermato da tutta una serie di ricerche dovute a Ostwald e ad altri scienziati. Gli ioni di Cl, Br, I, AzO^2 , SO^4 , ecc., di K, Na, Ba, Ca, AzH^4 , ecc., sono incolori e tutte le loro combinazioni danno soluzioni incolori in acqua. La presenza dello ione Cu è caratterizzata da un colore blu scuro e, in effetti, tutte le soluzioni deboli di sali di rame hanno un colore blu scuro; così, ad esempio, una soluzione verde di cloruro di rame diventa blu quando vi si aggiunge dell'acqua. super acido permanganico fornisce un altro esempio; una debole soluzione di questo acido, e anche dei suoi sali con Li, Cd, AzH^4 , Zn, K, Ni, Mg, Cu e Al, fornisce spettri di assorbimento, in cui sono riprodotte, senza il minimo cambiamento, le due stesse bande scure nel giallo e nel verde. Lo stesso Ostwald trovò (1892) una conferma della precedente proposizione in quasi 300 casi; Magnanini ha creduto di poterla mettere in dubbio, ma ha ricevuto una nuova conferma nei lavori di Wagner, Donnan e recentemente di Pflüger (1903) e Vaillant (1903). Il primo ha trovato che gli spettri di soluzioni diluite di diversi sali con ioni dello stesso colore sono identici per i permanganati di Ba, Cd, Cu, Li, Co, Zn, Al, Mg e Ni, nonché per 7 sali di rosanilina-p. Vaillant ha ottenuto lo stesso risultato per i permanganati di K, Ba e Zn e per una serie di sali di Cu e Co, in acqua e in alcoli metilici ed etilici, così come in alcune miscele di mezzi solventi.

La teoria dell'assorbimento nei mezzi non conduttori è stata sviluppata tra l'altro da Planck (1903), seguendo i principi elettromagnetici.

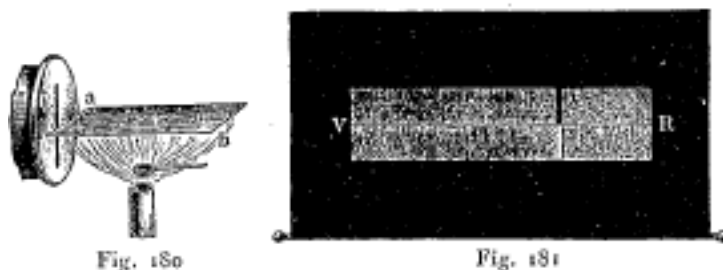
Parleremo ancora più avanti, nel § 20, degli spettri di assorbimento *dell'ultravioletto e infrarossi*.

13. Inversione degli spettri

Abbiamo già esposto la legge di Kirchhoff, secondo la quale ogni corpo ha la proprietà di assorbire le radiazioni che emette in determinate condizioni fisiche; è su questa proprietà che si basa quella che viene chiamata l'inversione degli spettri. Supponiamo che un gas o un vapore fornisca uno spettro di emissione formato da determinate righe brillanti, corrispondenti alle radiazioni emesse dal gas o dal vapore. Se i raggi di una sorgente di luce bianca molto brillante, ad esempio di un corpo solido portato al calor bianco, questo assorbe le radiazioni che emette, e, di conseguenza, sul fondo brillante dello spettro continuo, appaiono righe scure, nei punti precisi dove si formerebbero righe brillanti nello spettro di emissione del gas o del vapore. Le radiazioni luminose assorbite sono sostituite dalle radiazioni emesse dal corpo gassoso: ma, siccome la luminosità di quest'ultimo è debole, le parti dello spettro, che ad esse corrispondono, appaiono come righe scure, per contrasto con le regioni brillanti vicine. Perché l'esperimento

abbia successo, la temperatura del mezzo assorbente deve essere molto inferiore a quella del corpo, che dà lo spettro continuo.

Ci sono molti metodi per mostrare l'inversione degli spettri. Uno di questi è mostrato nelle figure 180 e 181. Il carbone inferiore di un arco voltaico è leggermente impregnato di una soluzione di sale marino e lasciato poi seccare; se si allontanano poi i carboni l'uno dall'altro, in modo che i raggi provenienti dai carboni stessi non possano arrivare sulla fenditura dello spettroscopio, su uno schermo si forma uno spettro di debole intensità luminosa VR; presentando una riga gialla molto brillante, che appartiene ai vapori di sodio. Se si pone davanti alla fenditura la fiamma di un bruciatore a gas, limitandolo alla metà inferiore della fenditura, per mezzo di una lamina metallica orizzontale, e se si introduce nella fiamma un piccolo cucchiaino di platino contenente un frammento di sale, si vede subito, sullo schermo, la metà *superiore* della riga gialla diventare completamente nera (essendo l'immagine proiettata sullo schermo, appare invertita).



Si può anche utilizzare l'apparato rappresentato dalla figura 165, riempiendo il tubo N di idrogeno e introducendovi un pezzo di sodio.

Se si pone direttamente, nella piccola cavità del carbone inferiore di un arco voltaico, un frammento di sodio, si ottiene dapprima, dalla vaporizzazione di questo frammento, un'ampia riga gialla brillante. Nel mezzo di questa riga si forma, dopo qualche tempo, una riga nera, perché i raggi sono assorbiti dai vapori di sodio densi, e relativamente più freddi, che circondano la parte centrale dell'arco voltaico. La riga brillante appare di nuovo, quando la vaporizzazione diventa meno attiva, l'atmosfera assorbente si è dissipata.

Molte righe di altri metalli possono essere invertite come quella gialla del sodio. Tuttavia, siamo lontani dall'essere riusciti a invertire tutto le righe: si osserva che esistono righe determinate *spontaneamente invertibili*. Cornu ha mostrato che le righe lunghe, ottenute con il metodo Lockyer, sono le righe spontaneamente invertibili. Abbiamo detto che Kayser e Runge avevano scoperto, negli spettri di alcuni metalli, una serie principale di righe; si trova che tali righe sono spontaneamente reversibili.

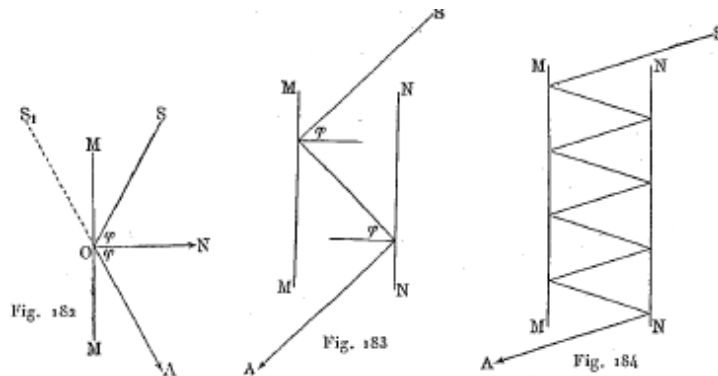
14. Influenza del movimento della sorgente radiante sulla spettro di questa sorgente

Il principio di Doppler, secondo il quale il numero di onde, che passano davanti all'osservatore nell'unità di tempo, dipende dalle velocità relative della sorgente delle vibrazioni e dell'osservatore, o, più esattamente, dalle proiezioni di queste velocità sulla linea che unisce la sorgente all'osservatore. Questo principio è già stato studiato nell'acustica e si comprende facilmente che si debba applicare pure ai fenomeni luminosi. Se la sorgente radiante e l'osservatore si avvicinano, la lunghezza d'onda λ diminuisce; se, al contrario, si allontanano, λ aumenta; nel primo caso la rifrangibilità dei raggi aumenta, nel secondo diminuisce. A questa variazione della rifrangibilità deve corrispondere uno spostamento delle righe spettrali brillanti o scure (se presenti, nello spettro della sorgente luminosa): *se la sorgente luminosa radiante e l'osservatore si avvicinano, le righe spettrali si spostano verso l'estremità viola dello spettro; se, al contrario, si allontanano,*

lo spostamento avviene verso l'estremità rossa. Questi spostamenti sono generalmente molto poco importanti, perché la velocità dei corpi (compresi i corpi celesti) è relativamente piccola, rispetto alla velocità della luce.

Va ricordato che Fizeau (1848), prima di Doppler, aveva già indicato la possibilità di misurare spettroscopicamente la velocità delle stelle, osservando gli spostamenti delle righe dei loro spettri. La teoria del principio Doppler è stata sviluppata da Petzal, Mach, Eötvös, Ketteler, Voigt, H. Lorentz, ecc., e, infine, da E. Kohl (1903).

Nel 1900, A. Bieloposki pubblicò un lavoro notevole, nel quale è riuscito a verificare sperimentalmente l'applicazione del principio Doppler ai fenomeni luminosi. Per meglio comprendere il suo metodo, consideriamo la figura 182; sia MM uno specchio, S un punto luminoso, S_1 la sua immagine nello specchio, SOA un raggio luminoso, che arriva all'occhio dell'osservatore o a un dispositivo destinato a riceverlo (ad esempio un apparecchio fotografico). Se lo specchio MM si muove, nel verso della normale ON, con la velocità v , l'immagine S_1 si muove, nella stessa direzione, con la velocità $2v$, e, di conseguenza, la sua *velocità radiale*, cioè la componente della sua velocità nella direzione dell'occhio o del dispositivo, è pari a $2v \cos \varphi$, dove φ indica l'angolo di incidenza del raggio.

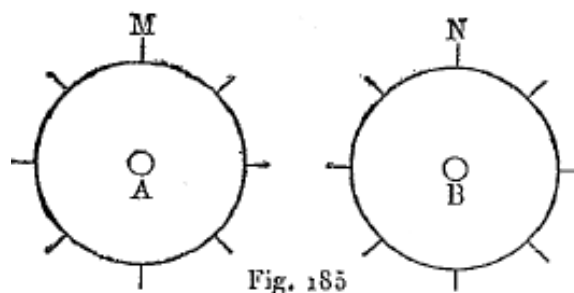


Siano inoltre MN e NN (fig. 183) due specchi paralleli, che si muovono nel verso contrario con la velocità v ; è facile vedere che l'immagine S_2 , nello specchio NN, si sposterà con la velocità $4v$ e che la sua velocità radiale sarà uguale a $4v \cos \varphi$. Se si producono n riflessioni (fig. 184), la velocità radiale è uguale a $2nv \cos \varphi$. Sia λ la lunghezza d'onda del raggio che cade sul primo specchio, λ_n quella del raggio riflesso n volte, cioè proveniente, in qualche modo, dalla ennesima immagine S_n , che si forma nel secondo specchio. Siccome la velocità radiale di questa immagine è uguale a $2nv \cos \varphi$, si ha, dal principio Doppler

$$\lambda_n = \lambda_0 \left(1 \mp \frac{2nv \cos \varphi}{V} \right) \quad (7.0.25)$$

dove V indica la velocità della luce e dove il doppio segno indica che gli specchi si avvicinano e si allontanano tra loro. Conoscendo la variazione della lunghezza d'onda, si può calcolare lo spostamento delle righe dello spettro, prodotto dal movimento degli specchi. Per misurare questo spostamento, A. Bieloposki ha costruito un dispositivo la cui parte essenziale consiste di due ruote A e B (fig. 185) affiancate, e sul cui contorno sono disposti otto specchi (M e N). Le ruote girano in verso opposto: un fascio stretto di raggi provenienti, ad esempio, dalla sinistra, passa davanti allo specchio M, cade su N, e, dopo sei riflessioni su N e M, passa davanti a N e raggiunge la fenditura di uno spettrografo, contenente un sistema di prismi e una lastra fotografica: su quest'ultimo si ottiene un'immagine dello spettro in tutti gli istanti in cui i due specchi M e N sono paralleli. Negli esperimenti, le ruote eseguivano 44 giri al secondo. Bieloposki ha utilizzato la luce solare e ha fotografato la regione spettrale compresa tra $\lambda = 0,438\mu$ e $\lambda = 0,450\mu$. La disposizione dello strumento era tale da ottenere uno di fianco all'altro, sulla

lastra fotografica, due spettri, mostrandoti la posizione delle righe di Fraunhofer, nel caso in cui gli specchi erano a riposo e quando ruotavano nello stesso verso o in quello contrario.



Gli esperimenti hanno mostrato che si verifica effettivamente uno spostamento delle righe dello spettro, e che questo spostamento avviene nel verso indicato dalla formula (9, c), con un valore che è approssimativamente quello che ci si dovrebbe aspettare dalla stessa formula. Si capisce facilmente, senza che sia necessario insistere, la notevole importanza di questi esperimenti ingegnosi.

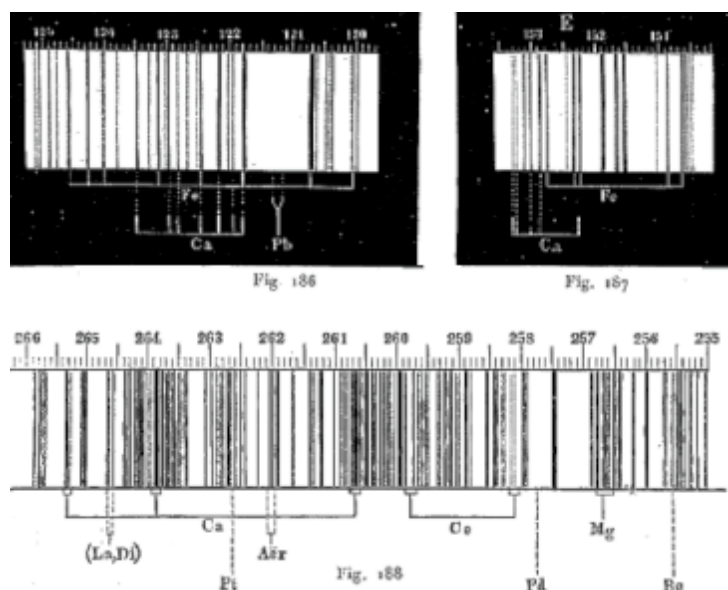
Julius ha mostrato (1901) che uno spostamento di righe dello spettro può essere prodotto non solo dal moto relativo della sorgente luminosa e dell'osservatore, ma anche dal mezzo intermedio, se quest'ultimo ha la dispersione anomala. Torneremo più avanti su questo importante lavoro di Julius.

Secondo la teoria cinetica dei gas, le molecole di un gas si muovono, in tutte le direzioni possibili, con velocità molto diverse, che sono determinate dalla legge di distribuzione di Maxwell. Se si studia un gas incandescente con lo spettroscopio, la velocità delle molecole contro la fenditura dello spettroscopio ha tutti i possibili valori positivi e negativi tra due limiti, che sono determinati dalla natura del gas e dalla sua temperatura e dalla velocità massima esistente in un numero di molecole che non è troppo piccola. Se si ammette che le molecole emettono luce, la λ osservata per un'emissione di una data natura deve assumere tutti i valori possibile tra due limiti. Si può quindi spiegare la larghezza delle righe spettrali. Un *allargamento* delle righe deve apparire quando la temperatura aumenta e all'aumentare della densità, poiché, in entrambi i casi, ad elevate velocità positive e negative corrispondono a un'emissione di radiazioni luminose sensibili. Come abbiamo visto, ciò concorda con le osservazioni.

15. Lo spettro solare

Abbiamo già detto più volte che lo spettro del Sole è uno spettro di assorbimento; le righe di Fraunhofer indicano le radiazioni, che sono state assorbite durante il loro cammino tra la massa propria del Sole e l'occhio dell'osservatore; questa massa incandescente emette raggi bianchi e darebbe di per sé uno spettro continuo. Fraunhofer diede nel 1814 il primo disegno dello spettro solare, che contava fino a 700 righe scure. Molto più tardi, nel 1860, apparve un disegno di Brewster e Gladstone, che conteneva già 1000 righe. Il primo atlante dettagliato dello spettro solare è dovuto a Kirchhoff (1863); una parte fu disegnata dal suo allievo Hofman. Confrontando la posizione delle righe scure dello spettro solare con quello delle righe brillanti degli spettri di emissione dell'idrogeno e dei vapori di metalli diversi, Kirchhoff riuscì a mostrare, nel suo atlante, la coincidenza di molte di queste due specie di righe. Spiegò questa coincidenza, osservando l'aspetto delle righe di Fraunhofer come un caso particolare di inversione dello spettro, prodotto dai vapori delle diverse sostanze contenute nella fotosfera del Sole. Kirchhoff poté così determinare l'origine di un gran numero di righe di Fraunhofer, cioè indicare a quale sostanza apparteneva ciascuna di esse. Molte righe sono dovute anche all'assorbimento dei raggi solari da parte dell'atmosfera terrestre; si chiamano linee telluriche; Kirchhoff ne indicò alcune.

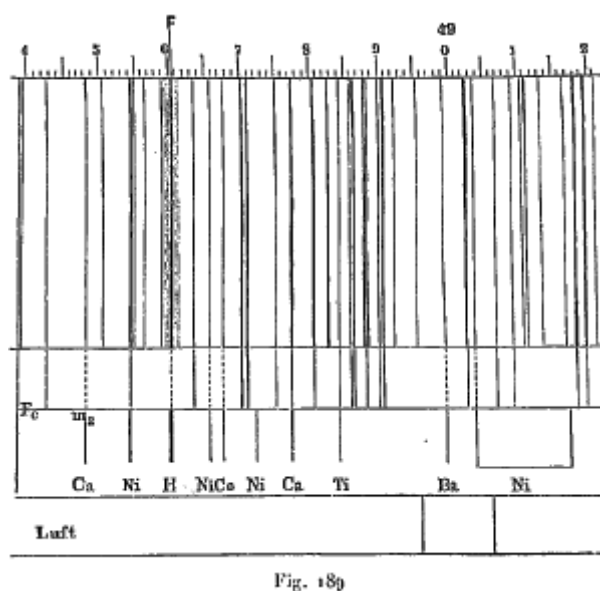
Le figure da 186 a 188 rappresentano parti dello spettro solare, dai disegni di Kirchhoff; gli elementi chimici, a cui appartengono le righe, sono stati designati con le consuete notazioni; il termine *Aër* designa una linea tellurica (che appartiene all'aria).



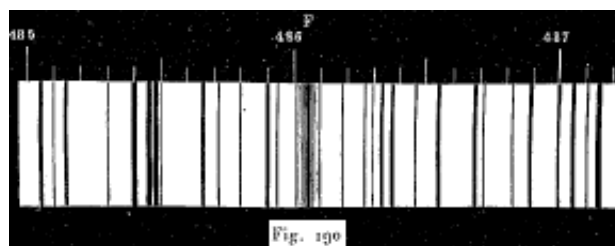
La maggior parte delle righe è rimasta senza designazione, perché esse non coincidono con nessuna delle righe brillanti dei diversi spettri di emissione, che sono stati studiati da Kirchhoff.

Dal 1863, lo studio dello spettro solare ha compiuto progressi considerevoli e il numero di righe, la cui origine è nota, è enormemente aumentato. Così per esempio, Kirchhoff aveva trovato nello spettro solare 73 righe del ferro, mentre oggi ne conosciamo circa 2000

Kirchhoff si è servito per disegnare lo spettro del Sole, di una scala arbitraria nella quale poneva la divisione 50 sulla riga D. Il primo spettro normale del Sole, nel quale la scala dà direttamente la lunghezza d'onda delle radiazioni corrispondenti alle righe isolate, è stato disegnato da Angström, con il concorso di Thalen; le suddivisioni della scala sono uguali a $0,1\mu\mu = 10^{-7} mm$. Il metodo utilizzato da Angström sarà esposto in uno dei seguenti Capitoli, ove sarà rappresentato l'apparato che gli è servito per osservare lo spettro e determinare le lunghezze d'onda delle diverse righe. La lunghezza totale dello spettro, nell'atlante Angström, è $3,387 m$; è diviso in 11 parti.



La figura 189 rappresenta parte dello spettro solare, da un disegno di Angström, che fino a poco tempo fa era considerato come il più esatto; ma, nuove ricerche hanno mostrato l'esistenza di un errore costante nelle misure delle lunghezze d'onda di Angström; questo errore è dovuto all'imprecisione dell'unità fondamentale di lunghezza (metro) che ha usato. Dopo Angström, H. C. Vogel, Fievez e Thollon hanno pubblicato disegni dettagliati dello spettro solare. La figura 190 rappresenta un gruppo di righe dell'atlante di Fievez, in prossimità della riga F; questa figura è molto più ricca di righe della parte corrispondente dall'Atlante Angström. Müller e Kempf a Potsdam hanno effettuato una misura molto precisa delle lunghezze d'onda di 300 righe; i loro risultati costituiscono la base delle cosiddette osservazioni di Potsdam. Vogel ha determinato la posizione di 2614 righe tra $\lambda = 389,5\mu$ e $\lambda = 540,6\mu$, e Müller quella di 1406 righe tra $\lambda = 540,6\mu$ e $\lambda = 692,4\mu$. Quest'ultimo ha effettuato le sue osservazioni sul Mont Santis; anch'esse, per quanto possibile, privo di righe telluriche. Le osservazioni di Potsdam comprendono un totale di 4020 righe.



Atlante di Rowland, pubblicato nel 1888 a Baltimora e ottenuto con la fotografia utilizzando reticoli di diffrazione concavi, ha di gran lunga superato tutti i lavori precedenti. La lunghezza totale dello spettro, che è diviso in 20 parti, è pari a $13,247m$; i suoi limiti si trovano da $\lambda = 296,7\mu$ a $\lambda = 695,3\mu$. Lo spettro è dotato di una scala, di cui ogni divisione corrisponde a $0,1\mu$ ed ha una lunghezza di $3,34mm$, in modo da poter valutare facilmente $0,01\mu$. Le osservazioni di Potsdam e l'atlante di Rowland differiscono molto poco.

Confrontando le lunghezze d'onda λ di diverse radiazioni e prendendo come base il valore relativo alla riga D, del Na, Rowland ha determinato il valore assoluto di λ X per un gran numero di righe Fraunhofer e di raggi metallici ottenuti dall'arco elettrico. Nasce così il sistema Rowland, che è stato preso come base, per molto tempo, nelle misure spettroscopiche rigorose. Un primo dubbio sull'accuratezza di questo sistema è sorto, quando Michelson e Benoit hanno realizzato la misura di λ per le tre righe del cadmio (Cap. XIII, § 11); non solo in valore assoluto, ma anche in valore relativo, sono emerse deviazioni significative rispetto ai valori di Rowland. Humphreys e Mohler hanno inoltre dimostrato (vedi sopra) che λ dipende dalla pressione; ma poiché sul Sole esistono condizioni di pressione molto diverse da quelle sulla Terra, c'è da chiedersi se, dalla combinazione delle misure nello spettro solare e nello spettro dell'arco elettrico, si potrebbe costruire un normale sistema di lunghezze d'onda. Questa questione è stata particolarmente studiata da Jewell (1896, 1900). La dimostrazione decisiva che le misure di Rowland contengono errori sistematici sostanziali è stata data da Fabry e Perot (1902). Questi scienziati hanno misurato le lunghezze d'onda (Cap. XIII, § 11) per 33 righe Fraunhofer e per 32 righe dell'arco elettrico. Sembrava che il rapporto delle lunghezze d'onda, quelle indicate da Rowland e da Fabry e Perot, oscillasse tra i valori 1,0000286 e 1,0000381. Le misure di Kayser (1900) per le righe del ferro hanno anche mostrato deviazioni rispetto ai valori di Rowland. Sorse quindi l'importante questione di stabilire un *nuovo sistema normale (standard) di lunghezze d'onda* e molti studi furono pubblicati su tale questione, in particolare negli anni 1904 e 1905; si è avuta una vivace discussione, alla quale hanno preso parte in particolare Jewell, Bell, Fabry e Perot, Eberhard, Hartmann, Kayser, Hamy e Michelson. Le proposte di Hartmann mirano a stabilire un sistema che si basa su quello di Rowland e che se ne allontana il meno possibile. Fabry e Perot proposero di prendere come base la riga rossa del cadmio misurata da Michelson e Benoit,

e di stabilire un nuovo sistema con nuove misure su sorgenti terrestri; le righe di Fraunhofer devono essere interamente da parte. Al Congresso di St. Louis questa proposta è stata adottata. Si è tenuto un incontro dell'Unione Internazionale per lo Studio del Sole a Oxford il 27 settembre 1905; i paesi rappresentati erano Germania, Inghilterra, Spagna, Stati Uniti, Francia, Paesi Bassi, Russia e Svezia; l'Unione ha votato le seguenti risoluzioni relative alle lunghezze onda:

1. *La lunghezza d'onda di una radiazione opportunamente scelta sarà presa come standard primario delle lunghezze d'onda. Il numero che rappresenta questa lunghezza d'onda verrà fissato una volta per tutte; esso definirà l'unità di lunghezza d'onda, che dovrà differire il meno possibile da 10^{-10} m e si chiamerà ANGSTRÖM.*

2. *È necessario designare:*

Standard secondari la cui distanza non supererà le 50 unità di Angström. Questi standard secondari saranno riferiti allo standard primario con un metodo interferenziale. La sorgente luminosa sarà fornita da un arco elettrico da 6 a 10 ampère.

3. *Sarà nominato un Comitato per la scelta degli standard e l'organizzazione delle misure di queste lunghezze d'onda, rispetto al campione primario in almeno due laboratori indipendenti.*

4. *Lo stesso Comitato sarà responsabile della scelta dei campioni terziari posti a distanze variabili da 5 a 10 unità di Angström. Le lunghezze d'onda di questi standard terziari saranno ottenuti per interpolazione con reticoli.*

Il gruppo di righe D_1 e D_2 è stato studiato da molti scienziati, tra gli altri da Thollon (1884), che determinò la posizione di 12 righe incluse tra D_1 e D_2 ; 8 di loro hanno un'origine tellurica, come mostrato da Thollon, utilizzando il metodo di Cornu (vedi sotto).

Mascart, Draper, Cornu, Rowland e altri hanno studiato la parte ultravioletta dello spettro solare; Abney, Lommel, Langley e altri, la parte infrarossa; di questi lavori parleremo più avanti.

Il confronto delle righe di Fraunhofer con le righe brillanti di diversi spettri di emissione hanno permesso di determinare gli elementi chimici, che sono nella fotosfera del Sole. Kirchhoff ha così scoperto, in questa fotosfera, i seguenti metalli: Na, Fe, Ca, Mg, Ni, Ba, Cu, Zn, Co(?). Angström e Thalen hanno fornito il seguente riassunto, nel quale i numeri tra parentesi denotano il numero di righe in coincidenza, nello spettro solare, con le righe delle sostanze indicate: Na (9), Fe (450), Ca (75), Co (19), Mn (57), Ba (11), Mg (4), Cr (18), Ni (33), H (4), Ti (118), Al (2?), Zn (3?): dubbia la presenza degli ultimi due elementi. Lockyer ha aggiunto a questa lista tutta una serie di metalli, che si trovano probabilmente nel Sole, e anche il carbonio. Infine, Rowland pubblicò nel 1891 i risultati del suo lavoro su questo argomento. Trovò, nella fotosfera del Sole, i seguenti 35 elementi; Fe (2000), Ni, Ti, Mn, Cr, Co, C (200), Va, Si, Zr, Ce, Ca (75), Sc, Nd, La, Y (75), Nb, Mo, Pd, Mg (20), Na (11), Sr, Ba, Al (4), Cd, Rh, Er, Zn, Cu (2), Ag (2), Be (2), Ge, Sn, Pb (1), K(1). La presenza di Ir, Os, Pt, Ru, Ta, Th, Wo, Ur è dubbia; Sb, As, Bi, B, Az, Cs, Au, In, Hg, P, Rb, Se, S, Tl, Pr (praseodimio) sono assenti; la presenza di Br, Cl, I, FI, O, Te, Ga, Ho (olmio), Tm (tulio), Tb (terbio) non è stata cercata. Le righe degli elementi precedenti includono una parte considerevole delle linee Fraunhofer.

Kayser e Runge affermano che sul Sole mancano K, Li, Cs e Rb, ma che il carbonio e l'azoto sono presenti. Hartley e Ramage hanno trovato due righe dello spettro solare appartenenti al gallio (Ga). Si è osservato, viceversa, nel 1895, che l'elemento chiamato elio, scoperto nel Sole (vedi sotto), si trova anche sulla Terra.

Brewster e Gladstone si sono occupati in particolare dello studio delle righe telluriche. Il primo ha notato nello spettro solare la presenza di righe scure, che apparivano quando il Sole era vicino all'orizzonte, e scomparivano o diventavano meno visibili al sorgere del sole. Egli attribuì l'aspetto di queste righe all'assorbimento dei raggi solari da parte dell'atmosfera terrestre. N. Egoroff, Janssen, Angström, Vogel e altri si sono occupati dello studio dettagliato di queste righe, e hanno risolto la questione di sapere quali erano le linee telluriche, tra le righe solari, e quali parti costituenti la nostra atmosfera producevano ciascuna di queste righe.

Un segno caratteristico delle linee telluriche è il rafforzamento della loro oscurità e larghezza, quando il Sole si avvicina all'orizzonte, cioè quando lo spessore dello strato d'aria, attraverso il quale passano i raggi solari, aumenta. Al contrario, queste righe si indeboliscono o addirittura scompaiono completamente, quando le osservazioni sono fatte su una montagna. Cornu ha indicato un metodo molto ingegnoso per riconoscere immediatamente le righe telluriche. Secondo il principio del Doppler, la rifrangibilità dei raggi varia tra determinati limiti, quando la sorgente radiante si avvicina o si allontana da noi; di conseguenza, la posizione delle righe non telluriche dello spettro del sole non è proprio la stessa, a seconda che si osservi il bordo del Sole che ci si avvicina, nella rotazione di questa stella attorno al suo asse, o che si allontani. Cornu ha costruito uno spettroscopio dotato di una lente vibrante rapidamente ed in tal modo che i raggi, provenienti dai bordi opposti del Sole, entrino alternativamente attraverso la fenditura dello spettroscopio. Le righe Fraunhofer di origine solare, eseguendo piccole vibrazioni, divengono meno nitide e sembrano un po' allargate, mentre le righe telluriche rimangono invariate.

Il disegno dello spettro solare, realizzato da Brewster e Gladstone nel 1861, contiene circa 2000 righe o bande. La figura 191 rappresenta questo disegno in scala ingrandita; tutte le righe e le bande designate da lettere greche appartengono all'atmosfera terrestre e compaiono soprattutto quando il sole è vicino all'orizzonte.



Nel 1864 Jamin osservò lo spettro del Sole in cima al Faulhorn, a 3000 metri sul livello del mare; apparvero molte righe meno distinte che ai piedi della montagna, il che indicava la loro origine tellurica. Alla fine osservò, vicino a Ginevra, lo spettro di un grande incendio distante 21 metri e trovò tutta una serie di righe, già inserite da Brewster tra i raggi tellurici.

La maggior parte delle righe telluriche appartiene certamente al vapore acqueo. Jamin se ne è accertato per esperienza diretta, osservando lo spettro una fiamma, i cui raggi passavano attraverso un tubo lungo 37 metri, riempito di vapore acqueo. Le righe telluriche appartenenti al vapore acqueo sono caratterizzate dalla loro quasi completa scomparsa per forti gelate. Appaiono nuove righe e nuove bande prima di una pioggia; Piazzzi Smith ha mostrato come prevedere la pioggia e i temporali, grazie alla comparsa di queste bande; a queste appartiene in particolare la banda della pioggia, che Brewster ha indicato con la lettera δ (vedi fig. 191) e che si trova vicino a $\lambda = 578\mu\mu$.

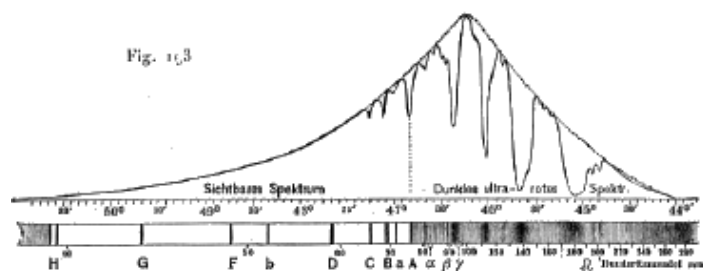
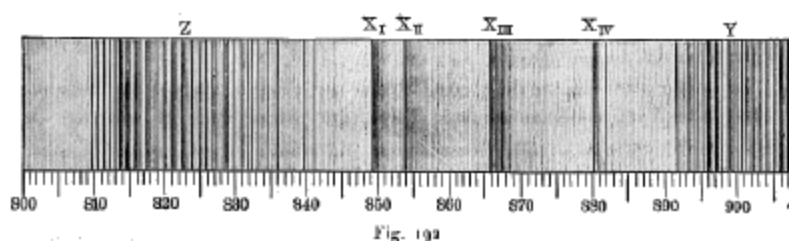
Angström e Vogel hanno stabilito elenchi dettagliati di righe telluriche; il primo è indicato con α un gruppo di righe vicino a $\lambda = 628\mu\mu$, e con a un gruppo compreso tra $\lambda = 715\mu\mu$ e $\lambda = 730\mu\mu$. Le ricerche di N. Egoroff hanno mostrato che i gruppi di Fraunhofer A e B appartengono all'ossigeno. Cornu ha mostrato che A, B e α contengono tre tipi di righe, appartenenti al Sole (soprattutto α), al vapore acqueo e a una delle altre parti costituenti dell'aria. Nel 1893, Janssen ha osservato il gruppo di righe B, sulla vetta del Monte Bianco; ha scoperto che invece di 14 righe doppie, ne conteneva solo 8, ed è giunto al risultato che i gruppi A, B e α appartengono all'ossigeno. Baume-Pluvinel (1899) ha confermato queste osservazioni: Runge e Paschen, così come Jewell, hanno scoperto che esistono ancora altre righe dello spettro dell'ossigeno, scoperte da Schuster, tra le righe telluriche dello spettro solare.

Non si è ancora riusciti finora a trovare, nella parte visibile dello spettro solare, raggi la cui origine sarebbe dovuta alle altre parti costitutive dell'aria, a parte il vapore acqueo e l'ossigeno (Az , CO^2 , O^3).

La parte ultravioletta dello spettro solare si estende, secondo le osservazioni effettuate sulla superficie terrestre, solo fino vicino a $\lambda = 300\mu\mu$, dove si interrompe bruscamente; il motivo è,

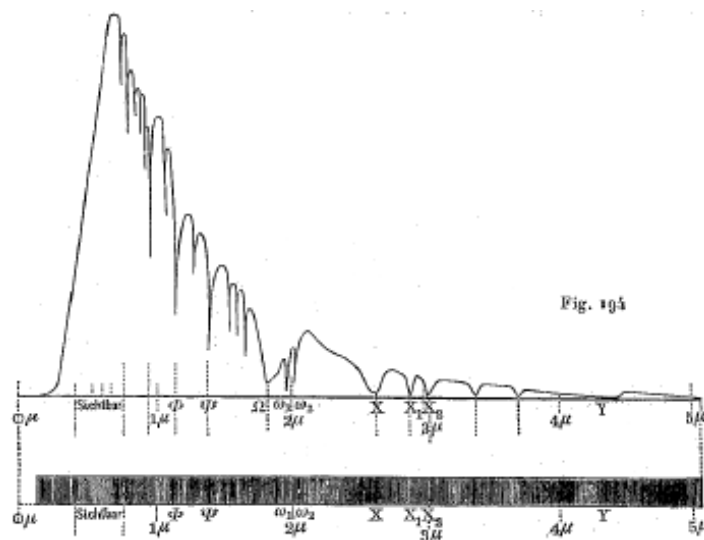
secondo Cornu, che i raggi di piccola lunghezza d'onda sono completamente assorbiti dall'aria. Hartley pensa che questo assorbimento sia prodotto dall'ozono. Un recente lavoro di Edagr Meyer (1903), che ha studiato lo spettro di assorbimento ultravioletto dell'ozono, conferma questa congettura. Cornu ha riscontrato che la lunghezza della parte ultravioletta dello spettro è tanto maggiore quanto il sole è più alto sopra l'orizzonte; ha riconosciuto, ad esempio, che a mezzogiorno lo spettro si estende fino a $\lambda = 295\mu\mu$, e a 5^h14^m fino a $\lambda = 315\mu\mu$; egli ha inoltre osservato che lo spettro si allunga di $1\mu\mu$, quando ci si innalza di 900 metri sopra il suolo. Le prime buone fotografie della parte ultravioletta dello spettro solare sono state ottenute da H. Draper, utilizzando un reticolo di diffrazione; i disegni che ha dato si estendono dalla riga G $\lambda = 430,7\mu\mu$ fino alla riga O $\lambda = 344\mu\mu$, cioè abbracciano la regione dove si trovano le linee G, h, H, K, L, M, N, O. Mascart ha ottenuto una fotografia della restante parte dello spettro, nella quale ha introdotto le righe P, Q, R, S, T. Ancora più tardi, Cornu giunse fino alla riga U, per la quale si ha $\lambda = 294,77\mu\mu$; ha introdotto le designazioni di righe r (dopo R), S_1 , S_2 , s , T, t, U. Le ricerche di Rowland, Kayser e Runge hanno fornito valori precisi per la lunghezza d'onda di tutte queste righe; questi valori sono indicati alla fine di questo paragrafo.

La *parte infrarossa dello spettro solare* è stata studiata con diversi metodi: mediante la fotografia, la pila termoelettrica, il bolometro e utilizzando la proprietà posseduta da raggi infrarossi di estinguere la fosforescenza. Già, nel 1843, Draper aveva scoperto, nella regione infrarossa dello spettro, tre righe scure, che designava con α, β, γ , e aveva ottenuto un dagherrotipo dello spettro. Abney ha ottenuto per primo, nel 1880 e nel 1881, una fotografia dello spettro solare, dalla riga A fino a $\lambda = 980\mu\mu$, e ha trovato in questo intervallo fino a 180 righe. Aveva preparato, con un procedimento particolare, lastre fotografiche, che erano sensibili ai raggi infrarossi. Nel 1885 riuscì ad andare ancora oltre e a redigere un catalogo di 590 righe nella parte rossa e infrarossa. Ha introdotto, per alcune righe, una designazione, che è indicata alla fine di questo paragrafo; la riga estrema è vicina a $\lambda = 2,7\mu\mu$. N. Khamantoff si è pure occupato della fotografia dello spettro solare infrarosso. Se si proietta la parte infrarossa dello spettro su una lastra fosforescente, la luce fosforescente non si estingue nei punti dove ci sono, nello spettro, righe o bande di assorbimento, cioè dove mancano righe. Lommel ha fotografato una tale lastra e ha ottenuto una serie di bande confuse. Fomm riuscì per primo a ottenere, con questo metodo, buoni risultati; ottenne un gran numero di righe precise, che si estendevano fino a $\lambda = 950\mu\mu$. La fig. 192 rappresenta parte dello spettro così ottenuto; la notazione delle righe è stata fissata da Abney.



Lamansky ha studiato lo spettro solare infrarosso utilizzando una pila termoelettrica e così ha scoperto tre bande. Rubens e Aschkinass hanno mostrato che i raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 24,4\mu$ (raggi restanti della fluorite) mancano nello spettro solare.

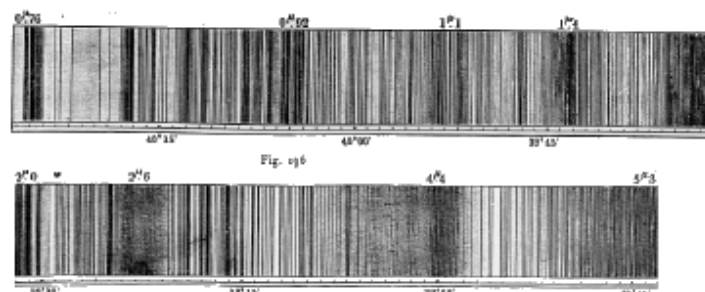
Si deve a Langley un importante studio della parte infrarossa dello spettro solare, in cui ha utilizzato il bolometro. Già nel 1883 aveva studiato la distribuzione dell'energia radiante fino a $\lambda = 2,8\mu$, negli spettri ottenuti utilizzando un prisma di salgemma o mediante un reticolo di diffrazione. La figura 193 rappresenta lo spettro prismatico ottenuto allora da Langley; il massimo di energia corrisponde all'incirca a $\lambda = 1\mu$. La distribuzione dell'energia radiante è completamente diversa nello spettro di diffrazione, come mostrato in figura 194, che si riferisce a misure effettuate da Langley nel 1888, in cui raggiunse la lunghezza d'onda $\lambda = 28\mu$; la figura si estende solo fino a $\lambda = 5\mu$. Langley ha designato i luoghi di forte assorbimento con Ω , vicino a $\lambda = 1,85\mu$; per X, X_1 , X_2 , tra $\lambda = 2,7\mu$ e $\lambda = 3\mu$; con Y, vicino a $\lambda = 4,5\mu$. K. Angström (figlio) ha mostrato che le bande X e Y sono dovute all'assorbimento dei raggi dall'acido carbonico dell'aria; Julius pensa che soltanto la seconda di queste bande debba essere attribuita all'acido carbonico e che la prima è prodotta dal vapore acqueo.



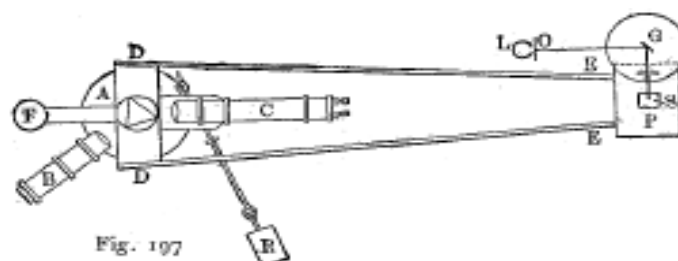
Nel 1894 Langley perfezionò il suo metodo bolometrico di studio degli spettri; la barra di metallo del suo strumento aveva una larghezza di $0,05\text{ mm}$ e uno spessore di $0,002\text{ mm}$; un meccanismo a orologeria impartisce un moto rotatorio al prisma di salgemma, di modo che tutte le parti dello spettro raggiungono successivamente il bolometro; i movimenti dell'ago del galvanometro vengono automaticamente iscritti su un nastro di carta sensibile, che è messo in moto dallo stesso meccanismo a orologeria. Langley riuscì così a scoprire un numero estremamente elevato di righe di assorbimento, nella regione infrarossa dello spettro. La figura 195 mostra l'alto grado di precisione e sensibilità di questo metodo di osservazione; vi è rappresentata una parte della curva, che dà un'immagine del movimento del piccolo specchio dell'ago magnetico del galvanometro, nel caso in cui questa sia la regione spettrale tra le due righe D, che agisce sul bolometro. Riconosciamo qui molto chiaramente la presenza della riga sottile del nichel, che è tra D_1 e D_2 . L'intero dispositivo funziona in modo completamente automatico e fornisce immediatamente la distribuzione dell'energia nello spettro fino a $\lambda = 6\mu$.



Dopo aver perfezionato sempre di più i suoi dispositivi, Langley pubblicò nel 1900 i risultati definitivi della sua ricerca sulla parte infrarossa dello spettro solare, che è compresa tra $\lambda = 0,76\mu$ e $\lambda = 5,3\mu$. Aveva scoperto, in questa regione, dal 1894, 400 nuove righe di Fraunhofer, quindi il numero di righe, nella regione tra $\lambda = 1,8\mu$ e $\lambda = 5,3\mu$, ammontava a 600. Questa nuova parte dello spettro solare è mostrata in figura 196.



K. Angström (1895) semplificò notevolmente il dispositivo di Langley. La figura 197 mostra la disposizione delle diverse parti dell'apparato che impiega. Alla tavoletta A sono fissati il tubo collimatore B e la parte DEP, che ruota attorno all'asse della tavoletta contemporaneamente al bolometro C; questo movimento gli è comunicato dalla caduta di un peso e per mezzo di una trasmissione molto semplice da una ruota dentata. I raggi della sorgente luminosa L sono riflessi dal piccolo specchio G del galvanometro e poi rinviati verticalmente verso la base, dal piccolo specchio S, sulla banda P del foglio sensibile alla luce, che ruota nello stesso tempo del prisma e del bolometro C, attorno all'asse della tavoletta A. La rotazione del piccolo specchio G produce uno spostamento del punto luminoso su P nella direzione AP (verso sinistra e destra).



Tra le ricerche recenti sullo spettro solare infrarosso, ricorderemo ancora quelle di Angström (1904) che ha studiato l'assorbimento prodotto dall'ozono, e quelle di Fowle (1904) che hanno puntato sull'assorbimento da parte del vapore acqueo.

Daremo, per concludere questo paragrafo, una tavola delle principali righe di Fraunhofer.

Spettro infrarosso (secondo Langley)

Riga	λ in μ	H^2O o CO^2
Y	4,5 (CO^2)	
x_2	3,0	
x_1	2,9	
X	2,6	
Ω	1,84	

Spettro infrarosso (secondo Anney)

Riga	λ in μ	Riga	λ in μ
ψ_1	2,70	ρ	0,943
ψ_2		Y	0,89904
			0,89865
Φ	1,24	X_4	0,88061
Φ_1	1,20	X_3	0,86614
τ	da 0,983 a 0,975	X_2	0,85418
	gruppo di righe		
ε	da 0,965 a 0,950	X_1	0,84970
		z	0,82264

Spettro visibile

Riga	λ in $\mu\mu$			Riga	λ in μ		
A	759,4059	Rowland	O	b_3	516,9218	Rowland	Fe
B	686,7461	“	O		516,9066	“	Fe
C	656,3054	“	H	b_4	516,7686	“	Fe
D_1	589,6154	“	Na		516,7501	“	Mg
D_2	589,0182	“	Na	F	486,1496	“	H
E_1	527,0533527,0448		Fe Ca	G	430,8071430,7904	“	Fe Ca
E_2	526,9722	“	Fe	h	410,1850	Ames	H
b_1	518,3792	“	Mg	H	396,8620	Rowland	Ca
b_2	517,2871	“	Mg				

Spettro ultravioletto

Riga	λ in $\mu\mu$			Riga	λ in μ		
K	393,3809	Rowland	Ca	r	314,458	Kayser e Runge	Fe
L	382,0566	“	Fe	$S_1 S_2$	310,0779	Rowland	Fe
	372,7768	“	Fe		310,0415	“	Fe
	372,710	Kayser e Runge	Fe		310,0064	“	Fe
N	358,1344	Rowland	Fe	s	304,7720	“	Fe
O	344,1135	“	Fe	T	302,1191	“	Fe
P	336,130	Kayser e Runge	Fe		302,0759	“	Fe
Q	328,687	“	Fe	t	299,4542	“	Fe
R	318,140	“	Ca	U	294,7993	“	Fe
	317,945	“	Ca				

16. Spettri delle macchie solari, della fotosfera, della cromosfera, delle protuberanze e della corona

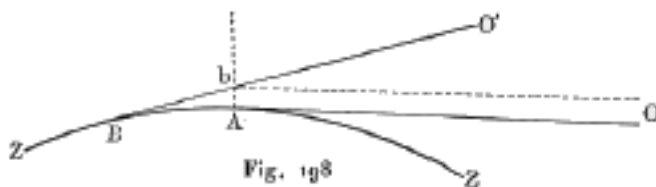
Si chiama *fotosfera* lo strato superficiale della massa solare, che costituisce la sorgente principale dell'energia radiante. È circondata da un'atmosfera molto sottile, formata da idrogeno e vapori

metallici; la temperatura di questo involucro di gas è inferiore a quella della fotosfera, ed è essa che produce l'assorbimento della radiazione solare e dà origine a una parte righe di Fraunhofer. Dopo questo strato viene la *cromosfera*, formata principalmente da idrogeno ed elio; è lacerata, in alcuni punti, da torrenti di gas, che ne trascinano delle parti formando le *protuberanze* visibili sulla superficie del Sole. Sopra la cromosfera si estende la *corona*, fino a un'altezza uguale a parecchie volte il raggio del Sole; quest'ultima può essere vista solo nelle eclissi totali.

Abbiamo già accennato all'opera di Julius, che per primo ha mostrato che i vari cambiamenti nella posizione delle righe dello spettro potevano derivare non solo dai movimenti della sorgente luminosa, ma anche dalla dispersione anomala, nel mezzo attraversato dai raggi. Sebbene lo studio della dispersione anomala sarà affrontato in dettaglio solo più avanti, esporremo comunque qui i principi della teoria di Julius. Abbiamo già definito cosa si intende per dispersione anomala per le radiazioni di lunghezza d'onda $\lambda \pm \alpha$, dove α è una piccola quantità, cioè per le radiazioni prossime a quelle assorbite. Per le radiazioni $\lambda + \alpha$, che si trovano rispetto ad λ sul lato dell'estremità rossa dello spettro (per i raggi visibili), la rifrangibilità è aumentata in modo anomalo; per le radiazioni $\lambda - \alpha$, situate sull'altro lato di λ , è anzi diminuita. Più piccolo è α , più l'anomalia nella rifrangibilità è alta. Una fiamma di sodio, ad esempio, assorbe le due radiazioni gialle D_1 e D_2 , le cui lunghezze d'onda possono essere designate con λ_1 e λ_2 ; dalle esperienze di Becquerel e di Julius, che conosceremo in seguito, mostrano che la rifrangibilità delle radiazioni $\lambda_1 + \alpha$ e $\lambda_2 + \alpha$ emesse da un'altra sorgente luminosa e attraversanti la fiamma di sodio, è notevolmente aumentata in quest'ultima, mentre l'indice di rifrazione della fiamma, per le radiazioni $\lambda_1 - \alpha$ e $\lambda_2 - \alpha$, essendo α molto piccolo, è inferiore all'unità. Lo stesso vale probabilmente per tutte le sostanze assorbenti, per esempio per l'idrogeno incandescente.

Si consideri una certa massa di vapore di sodio e la si supponga attraversata da raggi bianchi, emessi da una data sorgente di luce costante. Nel loro passaggio attraverso questa massa, tutte le radiazioni subiscono certe deviazioni, generalmente non significative; ma le radiazioni $\lambda_1 \pm \alpha$ e $\lambda_2 \pm \alpha$, che hanno indici di rifrazione anomali, seguono percorsi molto diversi da quelli degli altri raggi. Questa deviazione si verifica, quando la massa di vapore possiede accidentalmente una forma analoga a quella di un prisma, o quando si compone di strati di densità diverse. In quest'ultimo caso, i raggi sono deviati, perché subiscono, ad ogni passaggio da uno strato all'altro, una rifrazione anomala.

Julius pensa che il vapore di sodio, idrogeno, ecc., che si trovano nello strato che produce l'inversione, così come nella cromosfera, devia in modo anomalo i raggi della fotosfera vicino a quelli che assorbono questo strato e la cromosfera, cioè le radiazioni la cui lunghezza d'onda è vicina a quella delle righe di Fraunhofer, le radiazioni che corrispondono a queste righe appartenenti al Sole stesso.



Sia ZZ (fig. 198) il bordo del Sole e supponiamo che sopra A si trovino vapori incandescenti e assorbenti, ad esempio vapore di sodio, il cui spettro si osserva nella direzione della tangente AO. Dal punto B della fotosfera, che non è direttamente visibile da O, escono raggi bianchi, i quali, dopo un leggero cambiamento di direzione, seguono la direzione bO', senza raggiungere l'occhio dell'osservatore. Al contrario i raggi $\lambda \pm \alpha$ (dove λ indica la lunghezza d'onda delle radiazioni assorbite dal vapore, α una grandezza piccola), subendo una rifrazione anomala, possono prendere la direzione bO e raggiungere l'occhio dell'osservatore. Più α è piccolo, più la deviazione del raggio considerato può essere grande, e all'osservatore sembra che questo raggio

appartenga ai vapori, che si trovano sopra A. Ma si può ancora produrre un altro fenomeno; supponiamo che dei raggi bianchi raggiungono l'osservatore, passando attraverso il vapore quasi rettilineamente; può allora succedere che i raggi $\lambda \pm \alpha$ siano così fortemente deviati, da non giungere del tutto all'occhio dell'osservatore o alla fenditura dello spettroscopio.

Julius ha applicato questi due ordini di considerazioni ai fenomeni osservati nello studio spettroscopico del Sole. Ci occuperemo dapprima di questi fenomeni.

La fig. 199 rappresenta l'immagine di una macchia, come appare sul disco solare, osservata da Langley; si può distinguere nettamente la parte centrale (ombra), che è la più scura, dai bordi (penombra).

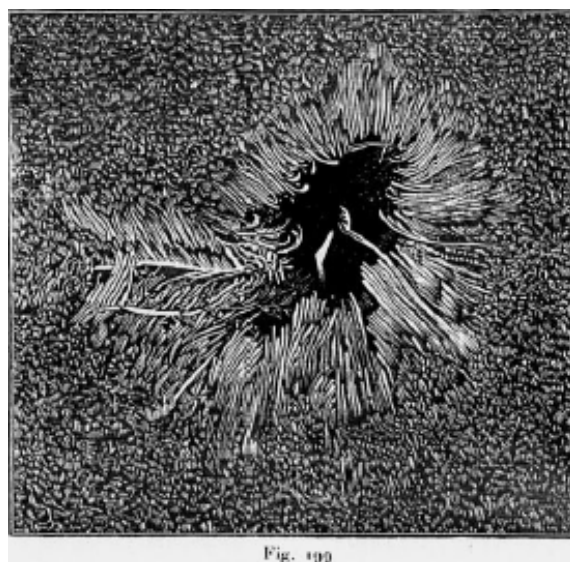


Fig. 199

Lo spettro delle macchie solari si distingue dallo spettro solare vero propriamente detto, prima per un generale indebolimento dell'intensità luminosa, poi per l'allargamento di molte linee scure, e infine talvolta per l'aspetto delle righe brillanti. La figura 200 mostra lo spettro di una macchia solare, la cui immagine copriva solo una parte della fenditura dello spettroscopio. VOGEL ha compilato un elenco di un grande numero di righe di Fraunhofer, che appaiono rafforzate nelle macchie solari; esse appartengono quasi tutte al ferro. Alcuni scienziati pensano che questo allargamento delle righe è dovuto a una maggiore densità dei vapori nella macchia; secondo altri, le righe rafforzate appartengono a composti del ferro, forse con metalloidi.

Julius ha indicato che si può produrre un allargamento delle righe, per un'altra ragione: righe bianche, emesse da diversi punti della massa solare, attraversanti vapori, nei quali le radiazioni $\lambda \pm \alpha$ subiscono una forte dispersione (essendo λ la lunghezza d'onda di una riga di Fraunhofer); basandosi sulle idee di A. Schmidt sulla struttura del Sole, Julius ha mostrato che questa forte dispersione deve avere come conseguenza un allargamento apparente delle righe di Fraunhofer.

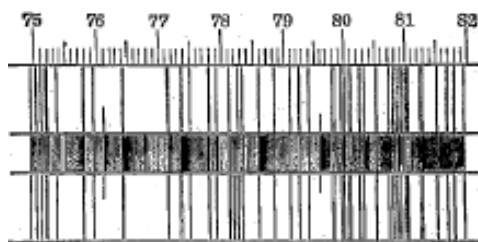


Fig. 200

Anche Young ha osservato, nello spettro delle macchie solari, delle bande, solo alcune delle quali hanno potuto essere risolte in righe distinte con una maggiore dispersione. L'allargamento

della riga D è di solito particolarmente grande; si individuano a volte, tramite l'allargamento, righe brillanti, come mostrato in fig. 201, nella quale si nota pure una traccia della riga D_3 (elio). Una tale inversione della riga D_2 dell'elio è stata osservata da Kreusler (1904), nelle vicinanze di un gruppo di macchie, con un aspetto grigiastro, alle due estremità di righe affusolate. Si deve, da questo, ammettere la presenza di uno strato denso relativamente freddo di vapore di sodio, sul quale (e forse anche sotto il quale) se ne trova un altro a una temperatura molto elevata, che dà righe brillanti. Humphreys (1903) ha realizzato in modo molto ingegnoso una tale inversione doppia delle righe spettrali, per mezzo di due archi voltaici posto uno dietro l'altro. Si osservano spesso, nello spettro delle macchie solari, spostamenti di righe; la figura 202 ne fornisce un esempio interessante; è lo spettro di una macchia doppia osservata da Vogel; al bordo di una delle macchie, la materia doveva muoversi verso l'osservatore; al bordo dell'altra, doveva allontanarsene.

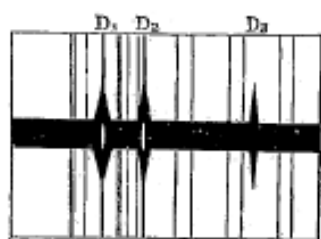


Fig. 201

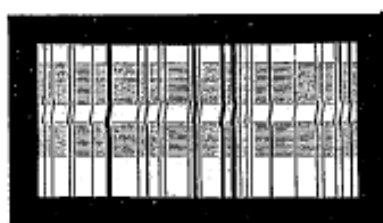


Fig. 202

Uno studio molto dettagliato dello spettro delle macchie tra le righe a e F , è stato pubblicato da Mitchell (1905); dà le lunghezze d'onda e le caratteristiche di 680 righe.

Lo spettro dello strato detto rovesciante, che avvolge la fotosfera produce le righe di Fraunhofer, è stato osservato in occasione delle eclissi totali di Sole, nel momento in cui il Sole è sul punto di essere completamente mascherato; sembra che in questo momento, tutte le righe si inverano e divengano brillanti su un fondo scuro. W. K. Lebedinski è riuscito, durante l'eclissi totale di Sole del 28 luglio 1896 (non lontano da Oleminsk, sulla Lena), a ottenere fotografie di queste righe rovesciate¹. Si è servito di una camera a prismi per fotografare la cromosfera. Una delle prove fu presa un poco prima del terzo contatto, cioè quando appariva già un falce molto sottile del disco solare, la quale era formata di tre parti: la parte inferiore era la falce della fotosfera; attorno ad essa si trovava una falce dello strato invertente, e infine, all'esterno, la cromosfera. La figura 203 indica la caratteristica generale della fotografia ottenuta: la banda mediana rappresenta lo spettro ordinario del Sole con le righe scure; sui due lati, si trova un grande numero di righe brevi e brillanti dello strato invertente, e infine una serie di righe lunghe e brillanti della cromosfera. La forma delle righe corrisponde alla parte a forma di falce del disco solare smascherato.

Lo spettro della cromosfera si compone solitamente di righe dell'idrogeno e dell'elio. Se si dà alla fenditura dello spettroscopio una direzione radiale, cioè perpendicolare all'immagine del bordo del Sole, si ottiene, uno a fianco dell'altro, lo spettro solito del Sole e uno spettro debole dovuto alla luce solare diffusa dall'atmosfera terrestre; sul fondo di quest'ultimo si staccano le righe brillanti della cromosfera. In una posizione tangenziale della fenditura, si ottiene solo il debole spettro del Sole, con le righe brillanti della cromosfera.

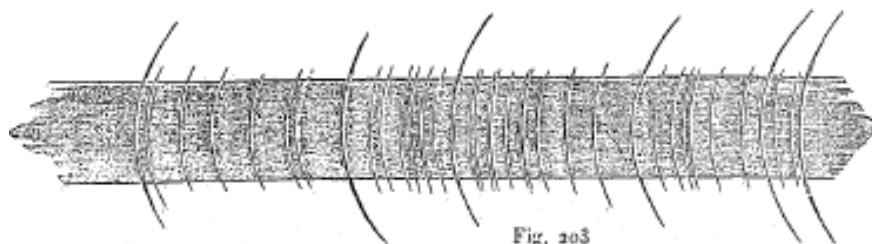


Fig. 203

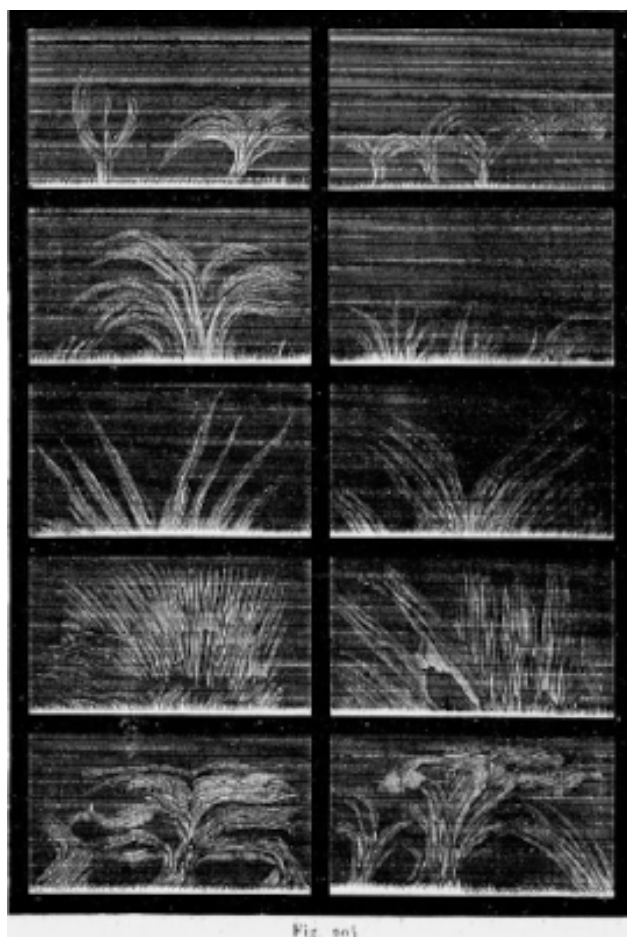
¹Si veda anche Fowler e Shackelton; *Eclipse totale du 16 avril 1893*, in Norman Lockyer, *Proc. Roy. Soc. Londra*, T LVI, 1894.

Sulla superficie di quest'ultima, si osservano quasi sempre delle protuberanze di forme diverse, che raggiungono a volte dimensioni prodigiose. Nel 1868, Janssen a Gunttoor (India) e Lockyer a Londra scoprirono quasi contemporaneamente un metodo, per osservare la cromosfera in ogni momento, mentre prima la si sapeva osservare solo durante le eclissi totali di Sole. Questo metodo consiste semplicemente nell'allargare considerevolmente la fenditura dello spettroscopio, e nell'osservare la zona dello spettro dove si trova la riga rossa C dell'idrogeno. Con una dispersione abbastanza forte, si ottiene uno sfondo dovuto alla luce solare diffusa, che non è troppo brillante, e si vede immediatamente su questo sfondo il profilo della superficie della cromosfera. Si può dire di aver osservato direttamente il bordo del Sole con un telescopio, posizionando, sulla traiettoria dei raggi, un sistema di prismi che disperdono la luce stessa del Sole in una lunga banda spettrale e indeboliscono la sua luminosità, ma non agiscono affatto sulla luce inviata dalla cromosfera. Si ottiene così un numero di immagini della cromosfera pari al numero delle radiazioni di diversi colori inviate dalla cromosfera. Il numero di prismi non influisce sulla nitidezza di ciascuna di queste immagini.

È su questo stesso principio che si basa la costruzione della camera a prismi: qui non c'è più una fenditura; l'obiettivo produce sulla lastra fotografica una serie di immagini della cromosfera, nelle posizioni corrispondenti ai raggi che invia. Si solito si ottengono tre immagini nei punti in cui ci sono le righe C (riga rossa dell'idrogeno), D_3 (linea gialla dell'elio) e F (riga blu dell'idrogeno).

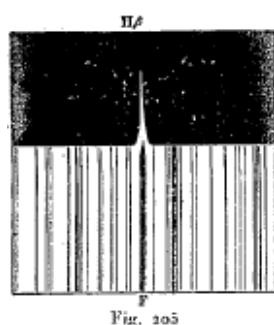
La figura 204 rappresenta una serie di protuberanze che sono state osservate come indicato. Ci sono due tipi di protuberanze: quelle che hanno la forma di nuvole e quelle che sembrano manifestare un'eruzione.

Donitch (1903) ha studiato lo spettro della cromosfera mediante uno spettrografo, che possedeva una fenditura circolare.

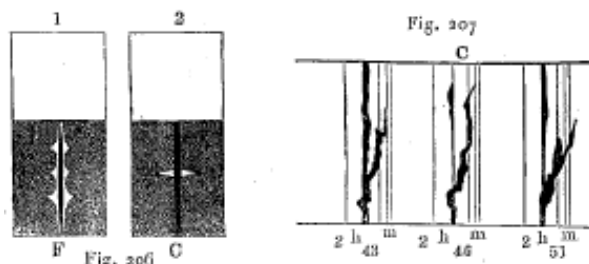


Quando una protuberanza inizia a formarsi nella cromosfera, appare nel suo spettro un gran numero di righe; i torrenti che sfuggono alla massa solare, ovviamente portano con sé vapori appartenenti alla cromosfera. Young ha notato 273 righe, che aveva osservato nello spettro della cromosfera; appartengono a H, He, Fe, Na, Ca, Ba, Ti, Mn, Cr e Mg; sembra anche che vi si incontrino pure le righe di O, Az e S, ma non lo si può affermare con certezza.

Quando la cromosfera è a riposo relativo, le sue righe formano, nella posizione radiale della fenditura, il prolungamento diretto delle corrispondenti righe di Fraunhofer; inoltre, lo sono spesso affilate alle loro estremità, come mostrato in figura 205 per la linea F dell'idrogeno, e da ciò si deduce solitamente che lo strato di idrogeno è più denso negli strati parti inferiori della cromosfera; indicheremo un poco più avanti un'altra spiegazione di questo fenomeno data da Julius. È molto strano che appaia la riga H_2 dell'elio affusolata ad entrambe le estremità e che non tocchi quasi la superficie del Sole; si è portati a pensare che le masse di elio più dense si trovano ad una certa altezza al di sopra della superficie del Sole.



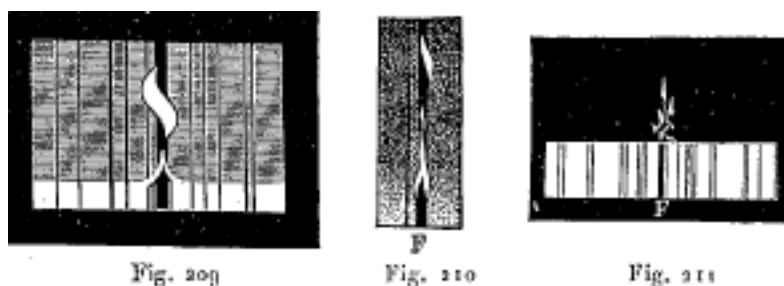
Si osservano fenomeni estremamente notevoli, quando una grande protuberanza si trova sul bordo del Sole. Nella posizione tangenziale della fenditura, la linea rossa C appare rastremata alle sue due estremità, perché la parte mediana della fenditura riceve la luce principalmente dai punti della superficie solare più vicini di quelli che irradiano verso le estremità della fenditura. A volte le righe brillanti mostrano allargamenti irregolari, ramificazioni e sinuosità, che sono segno di moti estremamente violenti nelle sostanze della protuberanza. Così, ad esempio, la figura 206 rappresenta le righe F e C dell'idrogeno, come si vedono, per una posizione della fenditura tangente alla base della protuberanza. La figura 207 è ancora più singolare; essa rappresenta tre forme successive della riga C, osservate da Lockyer il 22 settembre 1870; essa permette di valutare l'enorme velocità che dovrebbe animare le masse di idrogeno, secondo l'antica teoria; questa velocità dovrebbe raggiungere i 400 chilometri al secondo.



Si ottengono così forme di righe molto complesse, per una posizione radiale della fenditura, ponendola parallela alla protuberanza. La figura 208 mostra la forma della linea F, come osservata, portando la fenditura sul bordo destro, nel mezzo e sul bordo sinistro di una protuberanza.



Attenendosi solo al principio di Doppler, si è portati a spiegare queste forme singolari con movimenti vorticosi nella massa della protuberanza. Si possono anche spiegare, con tali movimenti, le forme della riga F, nelle figure 209 e 210, e, al contrario, con moti irregolari all'interno della protuberanza, la forma di questo riga nella figura 211.



Ma Julius ha mostrato che le righe brillanti osservate nello spettroscopio diretto sulla cromosfera, possono non appartenere affatto ai raggi λ emessi dalla cromosfera, e provenire da raggi $\lambda + \alpha$ o $\lambda - \alpha$ della fotosfera (che emette raggi bianchi), avendo subito una dispersione anomala nella massa stessa della cromosfera. Più α è piccolo, più forte è la dispersione anomala. Negli strati inferiori della fotosfera, vapori sono più densi e, di conseguenza, i raggi sono fortemente deviati, anche per un valore abbastanza grande di α ; negli strati superiori, l'azione è molto più debole, e, quindi, ci sono solo i raggi, per i quali α è molto piccolo, che subiscono una deviazione assai forte BbO (si veda la figura 198). Si spiega così la comparsa di una riga brillante della forma indicata dalla figura 205; questa riga quindi non appartiene alla cromosfera stessa, sebbene quest'ultima emetta anche raggi di lunghezza d'onda λ (riga H_β dell'idrogeno, in figura 205); ma questa luce potrebbe essere anche troppo debole per poter essere osservata direttamente. Julius spiega allo stesso modo la produzione delle forme irregolari rappresentate dalle figure da 208 a 211; tutte queste forme provengono dai raggi della fotosfera, che hanno subito una diversa rifrazione nelle masse più o meno eterogenee della cromosfera. Julius ritiene inoltre che le righe brillanti, osservate (ad esempio) all'ultimo momento che precede un'eclissi solare totale, possano pure provenire dall'anomala dispersione dei raggi della fotosfera, nello strato che produce l'inversione.

In un lavoro più recente (1902), Julius ha mostrato che le righe dello spettro della cromosfera, ottenute in determinate condizioni al momento di un'eclissi totale di Sole, devono essere doppie; e in effetti la spedizione olandese di Sumatra ottenne una fotografia il 18 maggio 1901, sulla quale questo raddoppio di righe appariva chiaramente. Ebert (1901) riuscì ad ottenere un'immagine artificiale di una protuberanza, ponendo vapori di sodio in prossimità dell'immagine del Sole, proiettata sulla fenditura dello spettroscopio. Woon riuscì, con un procedimento leggermente diverso, a confermare anche sperimentalmente le idee di Julius; infine Pringsheim (1905) ha considerato in recenti lezioni i fenomeni della cromosfera e delle protuberanze.

In tutta una serie di opere recenti (1904 e 1905), Julius ha esteso la sua teoria e l'ha applicata alla spiegazione di certi fenomeni. Tra questi sono inclusi gli spostamenti di righe isolate che sono state osservate da Jewell, e lo spettro solare anomalo, che appare per brevissimo tempo,

fotografato di Hale; inoltre, le peculiarità di alcuni spettri di stelle, ad esempio di δ di Orione e di Nova Persei, nelle quali molte righe di assorbimento sono raddoppiate e spostate. Infine Julius ha anche cercato di spiegare il periodo noto di 11 anni di diversi fenomeni (macchie solari, aurora boreale, ecc.) con la sua teoria.

La linea dell'elio è costantemente osservata nello spettro della cromosfera e delle protuberanze; è dunque un fatto singolare che non ci sia, tra le righe oscure di Fraunhofer, della riga che gli corrisponde ($\lambda = 587,49\mu\mu$). Wilsing lo spiega ammettendo che lo strato incandescente di elio è così sottile da non produrre alcun assorbimento sensibile; sul bordo del Sole, al contrario, i raggi provengono da uno strato di elio, il cui spessore, contato parallelamente al piano tangente alla superficie del Sole, è molto considerevole. Rimane strano, tuttavia, che la riga brillante dell'elio sia visibile negli spettri di tutte le stelle dove le righe dell'idrogeno sono brillanti e completamente mancante negli spettri delle stelle che contengono solo righe scure.

Deslandres (1904) ha fatto uno studio critico dei diversi metodi usati per fotografare la cromosfera e ha costruito un nuovo e ingegnoso spettro-eliografo.

Lo spettro della *corona* è caratterizzato da una riga verde ben definita, chiamata la riga 1474, perché la sua posizione è indicata da questo numero sulla scala di Kirchhoff. Secondo le misure più recenti di Young e Campbell, la lunghezza d'onda di questa riga è pari a $530,326\mu$; la sostanza sconosciuta, a cui è dovuta, ha ricevuto il nome di *coronium*. La corona dà ancora uno spettro continuo debole, senza le righe di Fraunhofer appartenenti alla fotosfera; questo mostra che la corona contiene particelle solidi incandescenti, che probabilmente appartengono a correnti meteoriche. Lo spettro continuo della corona è particolarmente intenso nel viola, ciò che ha permesso a Huggins di fotografarlo alla luce monoattinica trasmessa da una soluzione concentrata di permanganato di potassio.

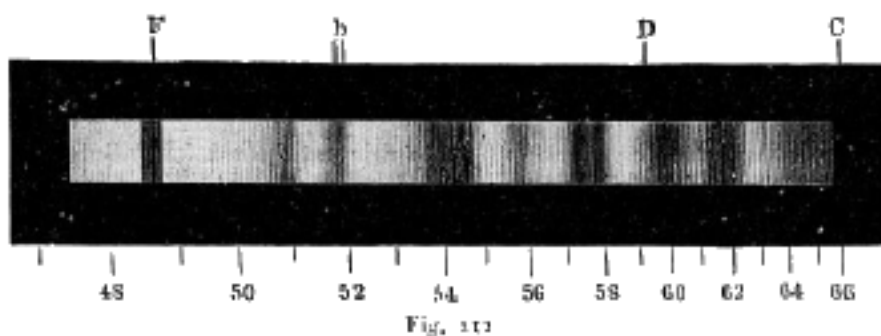
17. Gli spettri della Luna, dei pianeti, delle comete, delle stelle fisse e delle nebulose

Gli strumenti che servono per osservare o fotografare gli spettri delle stelle sono stati considerati nel § 5. È necessario utilizzare, per l'osservazione degli spettri delle stelle fisse, lenti semi cilindriche. La chiarezza dello spettro di una stella è proporzionale al quadrato dell'apertura dell'obiettivo del telescopio. I pianeti, al contrario, danno nei cannocchiali, dischi, dove la banda dello spettroscopio taglia una zona ristretta; qui, la chiarezza dello spettro dipende da quella della superficie del disco, cioè è quasi indipendente dalle dimensioni del cannocchiale, poiché la lunghezza focale dell'obiettivo di solito aumenta in proporzione all'apertura del telescopio, e di conseguenza la nitidezza della superficie dell'immagine non varia.

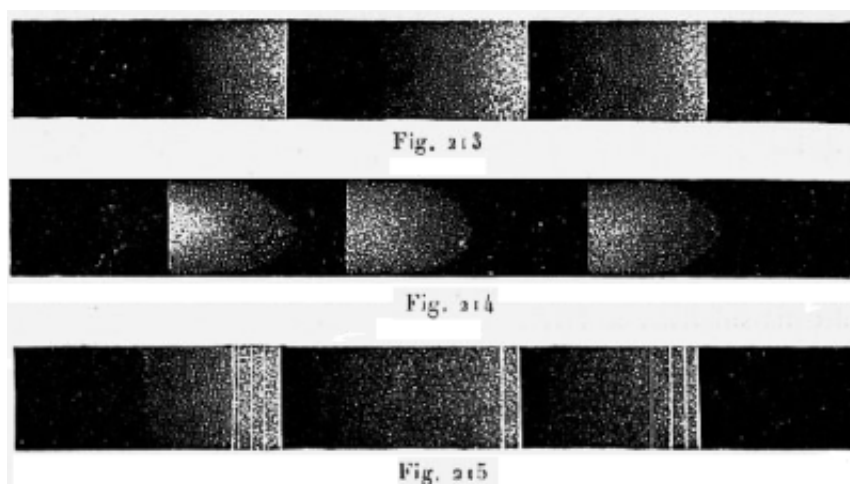
Lo spettro della Luna è identico a quello del Sole; si sono trovate fino a 300 righe Fraunhofer; non mostra segni di assorbimento, rivelando la presenza di un'atmosfera attorno a questo astro. La colorazione rossa del disco della Luna, nelle sue eclissi totali, proviene molto probabilmente dal fatto che i raggi solari che la raggiungono, dopo essere stati rifratti dalla nostra atmosfera, hanno subito in questa un forte assorbimento.

Gli spettri dei pianeti sono stati studiati da H. C. Vogel, che ha pubblicato nel 1874 i risultati dei suoi lavori. Lo spettro di *Mercurio* non differisce da quello del Sole; alcune osservazioni, tuttavia, sembrano indicare un rafforzamento di righe telluriche. Si è anche trovato, nello spettro di *Venere*, più di 500 righe Fraunhofer, semplicemente nell'intervallo compreso tra $406\mu\mu$ e $460\mu\mu$, e inoltre alcune righe e bande, che rivelano un assorbimento dei raggi solari nell'atmosfera di questo pianeta. Si può dire altrettanto dello spettro di *Marte*. Lo spettro di *Giove* è caratterizzato da una banda nel rosso, vicino a $\lambda = 618\mu\mu$; dalla fotografia, Millochau (1904) ha trovato nuove bande vicino a $\lambda = 607\mu\mu$, $600\mu\mu$, $578\mu\mu$, $515\mu\mu$. Lo spettro di *Saturno* contiene pure bande vicino a $\lambda = 618\mu\mu$, mentre i suoi anelli danno uno spettro, nel quale manca la riga vicina a $\lambda = 618\mu\mu$. Lo spettro di *Urano* differisce essenzialmente dagli spettri

dei precedenti pianeti: si sono scoperte recentemente righe di Fraunhofer (Huggins, 1899 e Frost, 1892); questo spettro è caratterizzato da una serie di bande scure, tra le quali si trovano le cinque bande di Giove. Lo spettro di Urano è rappresentato in figura 212, da un disegno di Keeler. Lo spettro di *Nettuno* sembra identico a quello di Urano.



Gli spettri delle *comete* devono essere osservati con una fenditura molto allargata, e ciò non consente di ottenere dettagli sufficientemente nitidi e di determinare, per esempio, se le bande visibili in questi spettri siano costituite o meno da righe isolate. La prima osservazione dello spettro di una cometa è stata fatta da Donati nel 1864; scoprì in questo spettro tre larghe bande brillanti, che indicavano che le comete emettono luce propria. Le numerosissime osservazioni fatte di seguito hanno mostrato che lo spettro delle comete assomiglia molto allo spettro dei vapori incandescenti degli idrocarburi. Vogel e Hasselberg sono gli scienziati che si sono maggiormente occupati degli spettri delle comete. Da numerose osservazioni, si ottiene, per la posizione media dei bordi (verso l'estremità rossa dello spettro) per tre bande delle comete, i seguenti valori: $\lambda = 618,8\mu\mu$, $\lambda = 563,5\mu\mu$, $\lambda = 516,5\mu\mu$ e $\lambda = 437,8\mu\mu$; la coincidenza è, come si vede, quasi perfetta. La prima banda degli idrocarburi manca nello spettro delle comete. La figura 213 rappresenta uno spettro di cometa, la figura 214 uno spettro di idrocarburi e la figura 215 lo stesso spettro con una fenditura stretta. Si deve ancora osservare che Hasselberg ha osservato nella banda mediana dello spettro delle comete una riga più brillante di lunghezza d'onda $\lambda = 512,9\mu\mu$.



Una particolare differenza tra gli spettri delle comete e quelli degli idrocarburi consiste nel fatto che, in questi ultimi, il massimo splendore si trova al bordo della banda, e nelle prime, al contrario, a una certa distanza dal bordo. Le ricerche di Vogel e Hasselberg hanno mostrato che si ottiene uno spettro il più vicino possibile a quello delle comete, aggiungendo monossido di

carbonio ai vapori degli idrocarburi e facendo passare, nella miscela, le scariche di una grossa bobina Ruhmkorpf, nel cui circuito secondario sono state introdotte delle bottiglie di Leida.

Fino al 1882, si aveva osservato, in tutte le comete, a parte le tre bande menzionate, solo un debole spettro continuo. Il 17 marzo 1882, Wells scoprì una cometa (1882 I), che si distingueva per la brillantezza del suo spettro continuo e per la debolezza delle tre bande caratteristiche. Il 31 maggio successivo, Vogel ha scoperto, con sorpresa, nello spettro di questa cometa, una bella riga doppia del sodio, e una delle righe era cinque volte più luminosa rispetto all'altra, indicando un'elevata densità di vapori di sodio. Vogel notò contemporaneamente una banda luminosa vicino a $\lambda = 613\mu\mu$, dove si trova la prima banda di idrocarburi che mancava nello spettro di comete (vedi sopra). Anche la bella cometa del settembre 1882 dette la riga brillante del sodio: le due comete si erano avvicinate molto alla superficie del Sole. Lohse ha trovato, nello spettro della cometa 1882 II. oltre alla riga del sodio, cinque righe brillanti, che sembravano appartenere ai vapori del Fe. Lo spettro continuo delle comete consiste, almeno in parte, della luce solare riflessa; Huggins lo ha mostrato, fotografando gli spettri delle due comete del 1882, in cui trovò dei raggi di Fraunhofer. Nello spettro della cometa 1899a (cometa Swift) si trovarono, come mostrato da W. Wright, 16 righe brillanti, una delle quali parte apparteneva al carbonio e al cianogeno.

Fraunhofer aveva già osservato nel 1817 gli spettri delle stelle fisse. P. Secchi fu il primo a proporre di dividere le stelle in classi, secondo la forma del loro spettro. Stabili dapprima (1863) due classi, poi ne aggiunse una terza nel 1866 e una quarta nel 1868. Oggi adottiamo la classificazione proposta da Vogel (1874) in tre classi, con suddivisioni. Questi gruppi corrispondono agli stati successivi di un astro, che si forma per condensazione di una nebulosa e gradualmente si raffredda. Pickering ha suddiviso successivamente le stelle in 16 classi (da A a Q), secondo i loro spettri, ma questa divisione non sembra essere generalmente accettata. Anche la Sig.ra Antonia C. Maury ha proposto una classificazione degli spettri stellari².

Alla prima classe di Vogel appartengono le stelle bianche; il loro spettro ha poche righe; la prima classe contiene tre suddivisioni (Ia, Ib, Ic). La seconda classe comprende le stelle gialle, il cui spettro presenta un numero molto elevato di righe; contiene due suddivisioni (IIa, IIb). Alla terza classe appartengono le stelle rosse, che hanno probabilmente raggiunto il grado di raffreddamento più avanzato; il loro spettro presenta bande larghe e la parte viola brilla debolmente; questa classe contiene due suddivisioni (IIIa, IIIb).

Classe Ia. Righe scure molto nette di idrogeno e alcune altre bande scure. - In questa suddivisione possiamo prendere, per tipi, α del Leone (Regolo), β della Bilancia (Kiffa borealis), e altre, in cui non ci sono righe diverse da quelle dell'idrogeno tra F e H. Sirio (α del Cane Maggiore) e Vega (α della Lira) contengono ancora una serie di altre righe, ma deboli. Huggins ha trovato 12 righe nella regione ultravioletta dello spettro delle stelle di classe Ia, tra $434,0\mu\mu$ e $369,9\mu\mu$: esse appartengono tutte all'idrogeno. Per Vega, di cui ottiene lo spettro fino a $270\mu\mu$, non si trova alcuna riga dove $\lambda < 369,9\mu\mu$; tuttavia, ha osservato le righe D e d dello spettro solare. Vogel ha contato, all'interno dello spettro di Sirio, 91 righe appartenenti in gran parte al ferro; ci sono anche righe di Mg e Ca. Procione (α del Cane Minore) rappresenta il campione successivo; il suo spettro contiene una quantità di righe, tra le quali si distinguono quelle dell'idrogeno, ma sono già meno nitide.

Classe Ib. Righe scure dell'idrogeno e alcune metalliche pure nitide. - A questa suddivisione appartengono β (Rigel) e ε (Cintura) di Orione, α (Deneb) del Cigno. Vogel ha trovato, nello spettro di β Orione, 20 righe (H, Mg e sostanze sconosciute), e nello spettro di α del Cigno 62 righe (H, Mg e molte righe del Fe).

Classe Ic. Poche righe scure; righe brillanti dell'idrogeno e dell'elio (D_3). - Vogel crede che le stelle di questo tipo sono circondate da uno strato molto spesso di idrogeno incandescente

²Si veda la classificazione più recente proposta da Antonia C. Maury, *Spectra Bright Stars, Annals of the Observat. of Harvard Coll.*, T, XXVIII, p. 1.

ed elio, in modo che la luce, emessa da questo strato, copre lo spettro di assorbimento dovuto al nucleo della stella. Vogel ha trovato nel 1895 che solo 10 stelle di Orione e 14 di altre costellazioni possiedono lo spettro del gas che è stato estratto lo stesso anno dalla cleveite e che contiene elio.

Classe IIa. Un grande numero di righe scure. Il nostro sole è il tipo di queste stelle, tra le quali figurano α del Auriga (Capra), α del Toro (Aldebaran), β dei Gemelli (Polluce), α del Pastore (Arturo), e altre ancora. È un fatto notevole che gli spettri di queste stelle sembrano quasi completamente identici. Scheiner non ha trovato nello spettro della Capra, tra $412,4\mu\mu$ e $466,8\mu\mu$, meno di 290 righe coincidenti con le righe di Fraunhofer.

Classe IIB. Righe scure, righe deboli e qualche riga brillante. - A questo tipo appartengono tre stelle della costellazione del Cigno, scoperte nel 1867 da Wolf e Rayet, e due stelle scoperte da Pickering nel 1881. La figura 216 rappresenta gli spettri di queste cinque stelle; i due spettri superiori sono quelli delle stelle scoperte da Pickering.

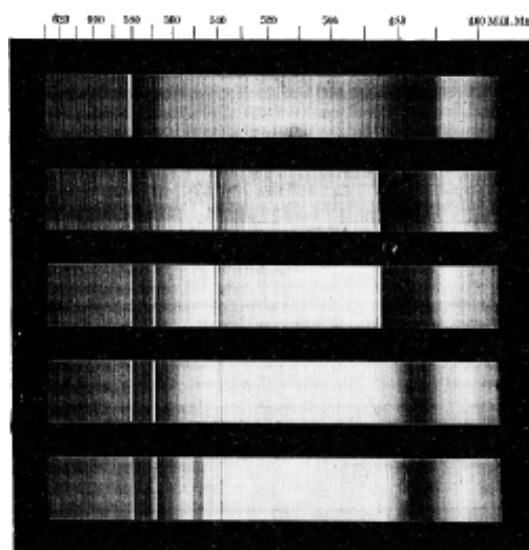


Fig. 216

Alla classe IIb appartengono ancora le *stelle nuove*, che appaiono all'improvviso nel cielo e poi perdono rapidamente il loro splendore. Lo spettro della stella Nova Cygni, scoperta il 24 novembre 1876 da Schmidt, è stata ulteriormente studiata in dettaglio rispetto alle altre; la figura 217 rappresenta una serie di spettri successivi di quella stella, ottenuti da Vogel il 4 dicembre 1876, 1 gennaio, 2 febbraio e 2 marzo 1877; lo spettro ha continuato a semplificarsi, fino a quando rimase solo la riga $499\mu\mu$, la più brillante, che apparteneva, sembra, all'azoto; alcune delle righe erano dovute all'idrogeno. Cornu aveva visto in questo spettro, prima di Vogel, la riga D_1 dell'elio.

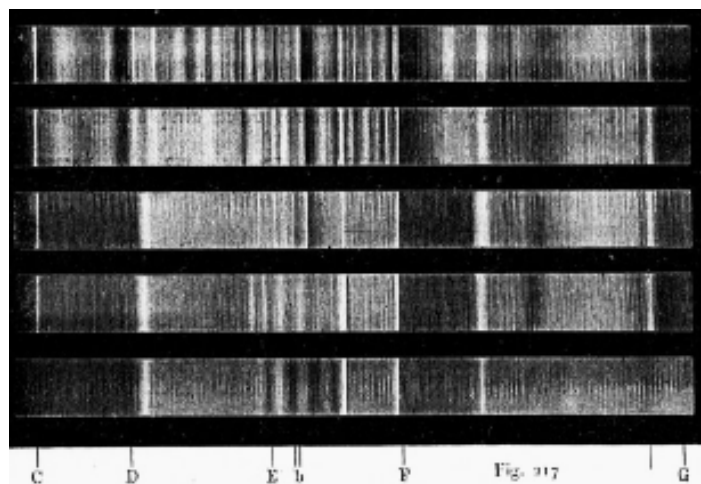
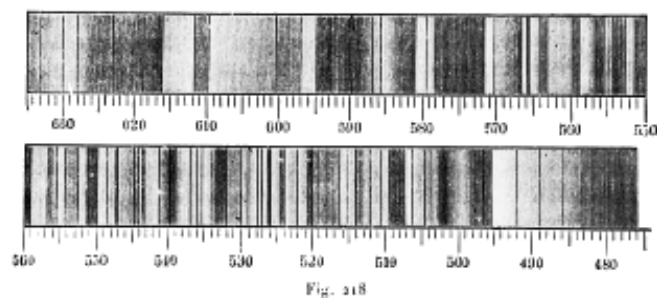
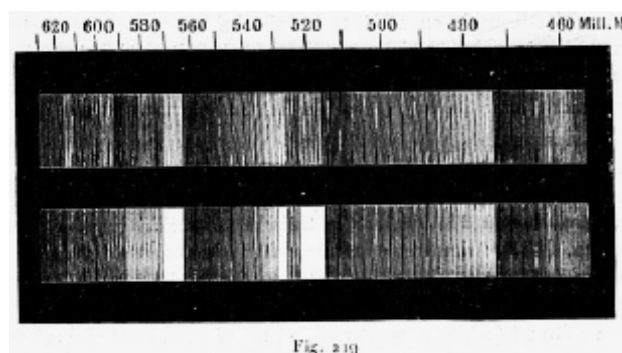


Fig. 217

Classe IIIa. Esterne alle righe scure, esistono bande chiaramente delimitate, dalla parte ruotata verso l'estremità violetta. - A questo tipo appartengono α (Rasalgethi) di Ercole, α (Bételgeuse) di Orione, β (Scheal) di Pegaso. Il numero di righe e bande è particolarmente elevato nella parte il più rifratta dello spettro, il che spiega il colore rossastro delle stelle di quella classe. Lo spettro di α Orione è quello più studiato; la figura 218 lo rappresenta, da un disegno di Vogel, che vi trovò 6 bande e 78 righe; Scheiner in seguito scoprì 169 righe in un piccolo intervallo da $\lambda = 429\mu\mu$ a $\lambda = 463\mu\mu$; molte di queste righe appartengono al ferro.



Classe IIIb. Bande scure, molto ampie, chiaramente delimitate verso l'estremità rossa. - Questo gruppo si compone esclusivamente di stelle deboli, al di sotto della quinta grandezza. Non c'è dubbio che alcune bande appartengono a vapori di idrocarburi. La figura 219 rappresenta, secondo Vogel, gli spettri delle stelle n° 152 e n° 273 della lista di stelle rosse di Schjellerup. La banda scura $576\mu\mu$ è caratteristica per le stelle della classe IIIb; il loro spettro contiene anche la linea (D) $589,7\mu\mu$ del sodio e alcune altre righe di origine sconosciuta.



Secondo Lockyer, tra le stelle studiate, quella con la temperatura più alta è della Poppa (della Nave); viene poi ε (Cintura) di Orionw e γ (Bellatrin) di Orione. Negli spettri delle stelle più calde, si vedono tra le altre le righe dell'elio, e quelle di una sostanza sconosciuta chiamata *asterium*³. Abbiamo già indicato che le righe del Mg sono caratteristiche per alcuni spettri stellari, e in particolare la riga $\lambda = 448,1\mu\mu$ che sembra molto intensa nella prima classe di Vogel, mentre $\lambda = 435,2\mu\mu$ è molto debole o non esiste affatto. Questo dovrebbe, secondo Scheiner, dimostrare l'alta temperatura delle stelle considerate: ma Hartmann ha contestato il valore di questa deduzione, e di conseguenza numerosi studi sulle righe di Mg sono stati fatti recentemente da Crew, Scheiner, Hartmann e Eberhard, Vogel, Huggins (1903), Kayser (1903) e Barnes (1905); il risultato di questi lavori non è favorevole alla teoria di Scheiner.

Le *nebulose*, che si osservano nel cielo, sono note per essere divise in due gruppi: le *nebulose risolvibili* e le *nebulose non risolvibili*. Prima dell'applicazione dello spettroscopio al loro studio, non si poteva dire con certezza, se questa divisione fosse ben giustificata; di un ammasso di stelle

³Riconosciuta dopo essere tre delle sei righe dell'elio.

distinte, si poteva pensare che provenisse dall'insufficienza del potere risolutivo del telescopio. Ma l'analisi spettrale ha mostrato che le nebulose danno due tipi di spettri: alcune uno spettro continuo debole, le altre un spettro costituito da righe brillanti. Tutto ciò che è certamente un ammasso di stelle dà uno spettro continuo, nel quale però nessun dettaglio può essere riconosciuto. D'altra parte, non si è mai stati in grado di scomporre, in ammassi di stelle, nessuna nebulosa che dia uno spettro con righe brillanti; queste ultime sono quindi in realtà nubi cosmiche, formate da semplici masse gassose incandescenti. Il primo osservatore di uno spettro di nebulosa è stato Huggins, che nel 1864, scoprì tre righe brillanti nello spettro della nebulosa 4374 di Herchel; queste righe furono poi ritrovate in quasi tutte le nebulose; spesso se ne aggiunge una quarta. Le lunghezze d'onda di queste quattro righe sono $500,71\mu\mu$, $495,90\mu\mu$, $486,15\mu\mu$, $434,07\mu\mu$ (Keeler).

La più brillante di queste righe è la prima; è la sola visibile nelle nebulose più deboli. La terza e la quarta appartengono indubbiamente all'idrogeno; la terza coincide con la riga F di Fraunhofer. Si è assegnata la prima riga all'azoto; ma nulla di preciso si può dire sulla sua origine; quella della seconda riga non è ancora nota.

Keeler ha studiato (1895) gli spettri di 14 nebulose. Un totale di 43 righe brillanti sono state osservate negli spettri di diverse nebulose, metà delle quali si trova nell'ultravioletto. Tra tutte queste righe, 6 solo sono state determinate dal punto di vista della loro origine: 4 appartengono all'idrogeno, una all'azoto e probabilmente una all'elio. Di grande interesse è la Nebulosa di Orione, che contiene le quattro stelle conosciute del trapezio. Huggins ha trovato nel suo spettro una riga ultravioletta molto nitida, vicino a $372,7\mu\mu$. Hartmann (1900) costruì uno spettrografo al quarzo a prisma-obiettivo e ottenne contemporaneamente, con questo strumento, una serie di immagini della nebulosa di Orione, corrispondenti alle righe isolate dello spettro. Ha anche fotografato la nebulosa utilizzando filtri di radiazione di diversi colori. Questi due metodi hanno dimostrato che le diverse parti della Nebulosa di Orione emettono luci di natura diversa, e che la riga ultravioletta $372,7\mu\mu$ fornisce l'immagine più ampia, la quale fa riconoscere dettagli completamente nuovi. La loro origine non è finora stata stabilita.

Hartmann (1902) ha trovato, per le lunghezze d'onda delle prime delle quattro righe precedenti, i valori $500,704\mu\mu$ e $495,917\mu\mu$. Scheiner ha dato una spiegazione del fatto singolare che la riga H_β (F) dell'idrogeno è visibile nello spettro delle nebulose, e che la riga H_α (C) è al contrario appena percettibile o addirittura completamente assente, mentre, nel spettro dell'idrogeno dato da un tubo di Geissler, la riga rossa H_α è più brillante della riga H_β . Si è scoperto che, se si indebolisce la luce emessa da un tubo Geissler, H_α scompare prima di H_β , cioè che, con una luce debole, l'occhio è meno sensibile ai raggi rossi.

La comparsa delle righe brillanti fornisce un metodo per riconoscere le vere nebulose; Pickering ha scoperto in questo modo meno di 11 nebulose.

18. Applicazione dell'analisi spettrale allo studio del moto stelle

Abbiamo già detto al § 14 che ogni movimento della sorgente luminosa o dell'osservatore, o in generale ogni variazione nella distanza tra loro, produceva spostamenti delle righe dello spettro. La misura di questi spostamenti ha permesso di determinare la componente della velocità, nei moti dell'oggetto osservato, lungo il raggio visuale.

Nel 1871 H. C. Vogel riuscì ad osservare lo spostamento delle righe di Fraunhofer, provenienti dalla rotazione del Sole attorno al proprio asse. A tale scopo ha utilizzato uno spettroscopio a inversione di Zöllner, composto da due sistemi di prismi a visione diretta paralleli tra loro, che danno, uno sopra dall'altro, due spettri i cui colori sono distribuiti in direzioni opposte. Questi due spettri sono osservati con un telescopio, il cui obiettivo fornisce due immagini di ciascuno degli spettri; perciò, questo obiettivo è diviso in due metà, che possono essere spostate indipendentemente l'una dall'altra. Se si dirige la fenditura sul centro del disco solare, e se si

sposta una delle metà del telescopio, si può portare una riga qualsiasi di uno degli spettri a coincidere con la stessa riga dell'altro spettro. Se si dirige poi la fenditura su uno dei bordi del Sole, in prossimità del suo equatore, le righe fatte coincidere si spostano in versi opposti, cosa che si osserva tanto più facilmente quanto lo spostamento relativo viene raddoppiato. Lo spostamento totale delle righe non supera $1/77$ dell'intervallo delle due righe D_1 e D_2 . Naturalmente le righe telluriche non si spostano, come abbiamo già detto (metodo Cornu).

Langley ha modificato il metodo precedente come segue. Egli proietta uno sopra l'altro gli spettri di due bordi opposti del Sole, e li dispone in modo che tutte le righe coincidano, quando questi luoghi del contorno del Sole si trovano ai suoi poli. Se si passa poi alle zone che si trovano alle estremità della proiezione dell'equatore solare, le righe coincidenti si separano, poiché uno dei bordi del Sole si avvicina all'osservatore e l'altro se ne allontana.

Dunér (dal 1887 al 1889) e Crew (1889) hanno effettuato osservazioni molto accurate della rotazione del Sole; ma i risultati che hanno ottenuto non sono in accordo: Dunér rileva che la velocità angolare di rotazione dello strato assorbente sul Sole diminuisce, quando la latitudine eliocentrica aumenta, mentre Crew trova che questa velocità angolare è la stessa per tutte le latitudini.

Abbiamo già parlato degli spostamenti delle righe spettrali, prodotti dai movimenti sulla superficie del Sole.

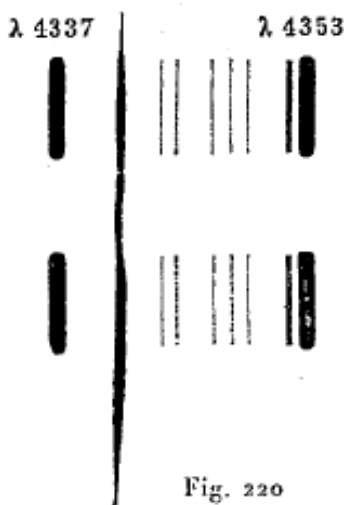
Relativamente al moto dei pianeti, ci sono dapprima le osservazioni di Vogel sulla velocità di Venere, che concordano con i risultati del calcolo. Nel 1895 Bieloposky, Deslandres e Keeler riuscirono a studiare il moto dell'anello di Saturno, e hanno scoperto che le velocità dei bordi interno ed esterno erano diverse, quella del bordo interno essendo maggiore di quella del bordo esterno (21 km e 16 km); queste osservazioni hanno stabilito che l'anello di Saturno non forma un tutto continuo. Deslandres e Bieloposky, hanno potuto osservare la rotazione di Giove intorno al proprio asse, e il primo ha mostrato che lo spostamento delle righe nello spettro dei pianeti dipende anche, tra l'altro, dalla velocità con cui il punto osservato si muove rispetto al Sole. Lowell (1904) ha misurato spettroscopicamente la rotazione di Marte attorno al proprio asse; ha trovato lo stesso risultato di quello ottenuto dall'osservazione diretta. Anche Bieloposky aveva pure trovato 23^h30^m per la rotazione di Venere attorno al proprio asse, ma questo risultato non è stato confermato da Lowell e Slipher.

Nel 1892, Vogel ha misurato lo spostamento delle righe D nello spettro della cometa Wells e ha anche determinato la velocità con cui si sta allontanando dalla Terra.

L'applicazione del principio di Doppler agli spettri delle stelle fisse ha un'importanza notevole. Le prime misure sono dovute a Huggins (1867) e a Vogel (1871). Maunder studiò a Greenwich, per 13 anni, il moto di 48 stelle molto brillanti; i risultati che ottenne non possono tuttavia essere considerato oggi come esatti, poiché si è riconosciuto che non si può raggiungere, con l'osservazione diretta degli spettri, una precisione sufficiente, nella misura della posizione delle righe. H. C. Vogel per primo (1887) ha fotografato a tale scopo gli spettri delle stelle (metodo spettrografico), e ha ottenuto eccellenti risultati; come termini di paragone, ci ci serve comunemente della riga H_γ dell'idrogeno, così come di alcune righe del ferro e di qualche altro metallo. Vogel determinò (fino al 1891) le velocità relative di 47 stelle molto brillanti. In seguito, Keeler e Campbell a Poulkovo hanno effettuato ricerche significative sulla velocità delle stelle fisse. I potenti strumenti dell'osservatorio Lick permettono di studiare gli spettri delle stelle fino alla quinta grandezza. La maggiore velocità rispetto al nostro sistema solare è stata trovata da Campbell, per la stella η Cefeide; essa è di 87 kms^{-1} . Lord (1905) ha misurato la velocità relativa di 31 stelle.

Keeler ha determinato dal 1890 al 1891 i moti di 14 nebulose, e la maggiore velocità misurata è stata di 65 kms^{-1} . Il lavoro di Vogel (1902) sullo spettro della nebulosa di Orione presenta il massimo interesse. La riga H_γ dell'idrogeno, i cui diversi punti corrispondono a zone diverse su una trasversale nella nebulosa, è sinuosa e la sua larghezza variabile; essa è rappresentata in

figura 220; le diverse parti di questa nebulosa si trovano quindi in condizioni fisiche diverse e sono dotate di velocità diverse.



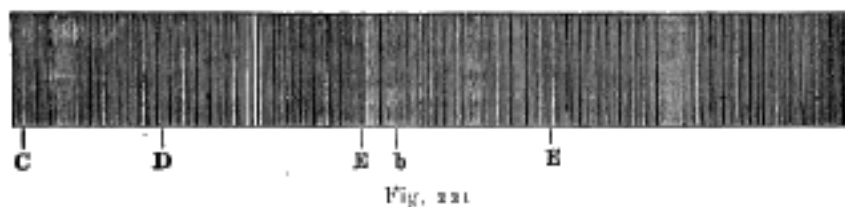
Bieloposky scoprì (fino al 1902) e studiò sette stelle doppie, cioè δ Cefeo, η dell'Aquila, α' dei Gemelli, β della Lira, λ del Toro, ξ dei Gemelli e θ dell'Orsa Maggiore. L'applicazione del principio Doppler alle stelle doppie, le cui componenti seguono traiettorie chiuse in tempi relativamente brevi, ha dato risultati estremamente significativi. La velocità di Algol (β Perseo) oscilla periodicamente tra $+45$ e -45 km s^{-1} , e il periodo coincide con quello delle variazioni di intensità luminosa ($2^d 20^h 40^m 52^s$). Questi dati, insieme alla legge di variazione dell'intensità luminosa (Algol rimane di seconda magnitudine durante $22^g 11^h 5^m$ poi scende a $4,5^h$ alla quarta grandezza e ritorna a $4,5^h$ alla seconda), hanno permesso di determinare le dimensioni delle due stelle, una più luminosa dell'altra, e di trovare la loro distanza. Si è così ottenuto per il diametro della prima $1.700.000 \text{ km}$, per quella del suo compagno 1330000 km , e per la distanza tra i loro centri 5180000 km ; la velocità della stella principale è di 42 km , quella del suo compagno di 89 km , e la velocità dell'intero sistema è di 4 km s^{-1} ; le masse delle due stelle sono rispettivamente $\frac{4}{9}$ e $\frac{2}{9}$ di quella del Sole.

Si osservano, negli spettri di alcune stelle, righe, che a volte si sdoppiano, a volte ridiventano semplici. In questo caso abbiamo a che fare con le stelle doppie, le cui componenti formano due soli che si muovono attorno ad un comune centro di inerzia. Tali sono, ad esempio, β dell'Auriga (periodo di 4 giorni), ζ dell'Orsa Maggiore, σ di Perseo, β della Lira, ecc. L'ultima di queste stelle dà uno spettro con righe doppie brillanti e scure; Bieloposky ha trovato che la distanza delle due componenti è pari a 6,4 milioni di miglia, e che le loro masse sono rispettivamente pari a 8,4 e 19 volte la massa del nostro Sole. Citiamo alcune stelle più interessanti. La stella α dell'Auriga (la Capra) è una stella doppia, le cui due componenti sono distanti tra circa 20 milioni di miglia; la loro massa comune è circa 7 volte la massa del Sole e la durata della loro rivoluzione è di soli 104 giorni. La velocità della stella δ di Orione oscilla, secondo Deslandres, tra $+95 - 50$ chilometri, e la durata della sua rivoluzione totale è $1,92^d$. Hartmann (1904) ha trovato invece per δ Orione un periodo di rivoluzione di $5^d 17^h 34^m 48^s$; una riga del Ca spostata rimane immobile, il che si spiegherebbe per il fatto che tra questa doppia stella e noi si trova una nuvola di Ca, che ha una velocità radiale di 12 chilometri. Julius (1905) ha mostrato che questo fenomeno trova pure la sua spiegazione nella sua teoria (rifrazione anomala). Per β Auriga, Vogel (1904) ha osservato un periodo di $3^d 23^h 2^m 16^s$; le masse delle due stelle sono quasi uguali e loro la somma è da 4 a 5 volte maggiore della massa del Sole. Un risultato notevole è stato trovato da Eberhard (1900) per χ del Cigno: le righe brillanti danno tutte una velocità radiale di $+20$ chilometri, e al contrario le righe scure hanno una velocità oscillante tra $2^k, 42$. e $-2^k, 3$; le due le stelle quindi differiscono molto, sia nella loro distanza che nella loro velocità.

Deslandres pubblicò nel 1895 le sue osservazioni sullo spettro di Altair (α dell'Aquila), che è una stella bianca; si trovano in questo spettro righe brillanti e larghe righe scure appartenenti al ferro e al calcio; la velocità che segue il raggio luminoso varia molto rapidamente e molto irregolarmente; il periodo principale è di 43 giorni e alcuni altri periodi si sovrappongono ad esso; con ogni probabilità, questa stella è almeno tripla. Campbell ha scoperto che la stella polare è una stella tripla: due delle sue componenti ruotano l'una attorno all'altra in 4 giorni ed entrambe ruotano intorno alla terza componente.

19. Gli spettri dell'aurora boreale, della luce zodiacale, dei fulmini e stelle cadenti

Lo spettro dell'aurora boreale (fig. 221) è caratterizzato da una bella riga verde $\lambda = 557,05\mu$. Una banda rossa appare vicino a $\lambda = 629,8\mu$, solo nelle parti rosse dell'aurora; essa manca nelle altre parti.



Winlock ha scoperto per la prima volta un grande numero di righe nello spettro dell'aurora boreale; attualmente si conoscono più di cento righe in questo spettro. Hasselberg e Angström sono stati portati dalla loro ricerca alla conclusione che lo spettro dell'aurora boreale probabilmente non è altro che lo spettro dell'aria rarefatta, a una molto bassa temperatura e attraversata da scariche elettriche. Finora, l'origine la riga verde brillante sopra menzionata è indeterminata; Vogel pensa che coincida con una delle righe dell'azoto più deboli; tuttavia, è anche possibile che appartenga a un elemento costitutivo particolare, leggerissimo, dell'aria, che si trova in quantità sensibile solo negli strati superiori dell'atmosfera.

Paulsen è riuscito, durante l'inverno dal 1899 al 1900, a fotografare in Islanda lo spettro dell'aurora boreale, tra $\lambda = 0,470\mu$ e $\lambda = 0,337\mu$; la durata dell'esposizione è stata di diverse settimane. La regione ottenuta presentava quattro righe brillanti ($0,337\mu$, $0,358\mu$, $0,3915\mu$, $0,420\mu$) e 18 righe più deboli. Le prime sono ottenute da luce debole; esse appartengono evidentemente alla luce pallida che, nelle regioni settentrionali, si diffonde la notte in tutto il cielo; le righe deboli, invece, sono date solo dalle parti più luminose dell'aurora boreale. Scheiner ha trovato che le righe scoperte da Paulsen erano identiche alle righe dello spettro dell'azoto, che si osservano in prossimità del catodo, in un tubo di Geissler. Runge (1904) ha indicato la grande somiglianza che esiste tra lo spettro dell'aurora boreale e quella del cripto. Berthelot (1898) fu il primo ad attribuire alcune righe all'argon. Infine, Stassano (1902) ha confrontato circa 110 righe con gli spettri di argon, neon, elio e idrogeno, e mostrato che in particolare le righe più brillanti dello spettro dell'aurora boreale appartenevano a questi quattro gas. La linea verde, che è la più luminosa, appartenerrebbe all'argon, mentre Ramsay l'ha attribuita al cripto, come fanno ancora Runge, Sykora e Baly.

Lo spettro della luce zodiacale è molto debole e, secondo le ricerche di Wright, certamente continuo; proviene dai raggi solari riflessi. Le righe di Fraunhofer non sono visibili, perché è necessario allargare la fenditura dello spettroscopio, per osservare un oggetto poco luminoso. Una volta si credeva che anche la riga verde dell'aurora boreale fosse anche nello spettro luce zodiacale; ma ciò non è corretto, perché è stato riscontrato che questa riga verde si osserva spesso in tutte le parti della volta celeste benché nessuna aurora boreale sia visibile; siccome

essa appare solo con questo ultima nello spettro della luce zodiacale, quindi non appartiene a questo spettro.

Lo spettro del fulmine è stato studiato prima da Kundt, poi da Vogel e altri ancora. I fulmini a forma di scintilla danno uno spettro di righe; quelli che abbracciano lo spazio, senza presentare alcun contorno apparente, danno uno spettro di bande. Entrambi gli spettri sicuramente appartengono all'aria; si osserva il secondo attorno al polo negativo, nell'ossigeno attraversato da scariche elettriche. H. Meier ha provato nel 1894 a fotografare lo spettro del fulmine, ma riuscì solo a ottenere una riga ultravioletta vicino a $382\mu\mu$. Pickering ha scoperto che lo spettro del fulmine contiene righe di argon, cripton e xenon.

Pickering attribuisce gli spettri delle *stelle cadenti* e delle *meteore* all'idrogeno e all'elio, il che concorda con un calcolo molto interessante di Hahn, in base al quale ha riconosciuto che l'atmosfera è composta, ad un'altezza di 100 km , per il 99,448% di H^2 , dello 0,453% di He e dello 0,099% di Az^2 , mentre sulla superficie terrestre ci sarebbero solo lo 0,01% di H^2 e lo 0,00015% di He.

20. Parti ultraviolette e infrarosse dello spettro

Considerando gli spettri di emissione e di assorbimento delle diverse sostanze, abbiamo studiato preferibilmente la loro parte visibile, e questo è solo per lo spettro del Sole di cui abbiamo parlato anche delle parti invisibili. Noi ci occuperemo qui in particolare delle parti ultraviolette e infrarosse dei diversi spettri.

I. Come abbiamo già visto, è con l'ausilio della fotografia che si studia nel modo più conveniente la parte ultravioletta dello spettro, di cui abbiamo parlato nel § 9, a proposito degli spettri dei vapori di metalli e metalloidi. Considereremo più avanti un altro metodo, basato sull'applicazione della fluorescenza; grazie a questo metodo, Stokes ha raggiunto $\lambda = 185\mu\mu$. Si è recentemente riusciti con un metodo termoelettrico a studiare del dominio della radiazione ultravioletta.

Hagen e Rubens (1902) sono stati in grado di avanzare fino a $\lambda = 220\mu\mu$, dove hanno ottenuto una deviazione del galvanometro di 7 divisioni. Pflüger (1903) è arrivato fino a $\lambda = 186\mu\mu$ (riga di Al), con una deviazione di 200 divisioni, e ancora di più rimuovendo l'aria assorbente. Anche Ladenburg, poi (1904) ha utilizzato il metodo termoelettrico per lo studio della parte ultravioletta dello spettro di Hg (fino a $249\mu\mu$).

Non si era riusciti, fino a poco tempo fa, con l'aiuto della fotografia, ad andare oltre $202\mu\mu$, ed è solo nel 1889 che Schumann riuscì a perfezionare il metodo fotografico in modo tale da raggiungere $100\mu\mu = 0,1\mu$. Il motivo per cui prima di Schumann non si poteva fotografare la parte più rifrangibile dello spettro, è triplice: le radiazioni appartenenti a questa regione dello spettro sono assorbite in primo luogo dalle lenti e dai prismi degli strumenti ottici, in secondo luogo dalla gelatina dello strato fotosensibile e infine dall'aria. Cornu aveva già dimostrato che una colonna d'aria lunga 10 metri assorbe completamente la radiazione estrema fino a $\lambda = 211,8\mu\mu$; uno strato d'aria spesso 1 metro trattiene tutte le radiazioni fino a $\lambda = 184,2\mu\mu$, e anche uno strato d'aria di solo $0,1\text{ m}$ assorbe tutta la radiazione fino alla lunghezza d'onda $156,6\mu\mu$. Edgar Meyer (1903) ha mostrato che questo assorbimento deve molto probabilmente essere attribuito all'ozono; questo ha una forte banda di assorbimento compresa tra $0,290\mu$ e $0,230\mu$, mentre vicino a $0,205\mu$ vi è un minimo di assorbimento. Schumann ha costruito uno strumento, le cui parti ottiche erano di fluorite incolore; lo strato fotosensibile era composto da bromuro d'argento puro, e ciò che era più importante, creava il vuoto più perfetto possibile nel dispositivo, per evitare l'assorbimento dell'aria; riuscì così ad ottenere una parte ancora del tutto sconosciuta dello spettro dell'idrogeno, tra $185\mu\mu$ e $100\mu\mu$, che contiene fino a 600 righe, la cui intensità massima si trova vicino a $\lambda = 162\mu\mu$. Schumann ha mostrato nel 1901 che l'idrogeno è completamente trasparente ai raggi ultravioletti. Nel 1903, ha pubblicato una descrizione dettagliata dei suoi dispositivi, dei suoi metodi di ricerca e tutti i risultati da lui ottenuti; indica

l'assorbimento e l'emissione ultravioletta per Az, O, H_2O , CO, CO^2 e H; citeremo solo che Az è trasparente fino a $162\mu\mu$, O fino a $185\mu\mu$, H fino a $100\mu\mu$; quest'ultimo risultato è stato confermato da Lyman (1904).

Gli *indici di rifrazione* dei raggi ultravioletti di cadmio e zinco sono stati determinati da Simon fino a $\lambda = 202\mu\mu$, in diverse sostanze solide e liquide. Martens (1902) raggiunse anche $\lambda = 185,2\mu\mu$, nella determinazione di questi indici per salgemma, silvina, fluorite, quarzo, calcare e diamante (fino a $313,3\mu\mu$. Ha trovato, usando la formula di Helmholtz-Ketteler che il salgemma deve avere una banda di assorbimento in $\lambda = 0,146\mu$, la silvina in $\lambda = 0,152\mu$. Torneremo sul lavoro di Martens nel § 21.

L'assorbimento dei raggi ultravioletti in diverse specie di vetri incolori e colorato è stato studiato da Eder e Valenta (1894), Knüss e Pflüger (1903). Si è riconosciuto che, per uno spessore di 1 cm, nessuna specie di vetro consente il passaggio di radiazioni al di sotto di $305\mu\mu$. Zschimmer (1903) riuscì ad ottenere nuove tipologie di vetri che, per uno spessore di 1 cm, lasciano passare ancora il 50% dei raggi $305\mu\mu$, e, per uno spessore di 1 mm, il 50% dei raggi $280\mu\mu$. Uno di questi tipi è un vetro viola che lascia passare solo i raggi blu, viola e ultravioletti e può quindi fungere da filtro per le radiazioni fotografiche. Allet Miller e Soret hanno studiato l'assorbimento dei raggi ultravioletti da soluzioni di diversi sali; hanno osservato un assorbimento relativamente debole nelle soluzioni di solfati e un forte assorbimento in soluzioni azotate. Pauer (1897) ha determinato l'assorbimento dei raggi ultravioletti, tra $\lambda = 0,283\mu$ e $\lambda = 0,231\mu$, in diversi liquidi e vapori; ha trovato che le bande di assorbimento si spostano verso l'estremità più rifratta dello spettro, quando la sostanza passa dallo stato liquido allo stato gassoso. Citeremo anche i lavori di Meyerheim (vapore acqueo, 1904), di Friederchs (vapore di benzina, 1905 e di E. Meyer (Ozono, 1903; Argon, 1905). L'argon non assorbe affatto le radiazioni tra $300\mu\mu$ e $186\mu\mu$.

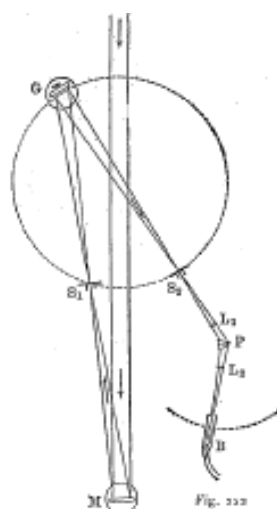
Hartley, Huntington, Th. Simon, Pauer e Glatzel hanno studiato l'assorbimento dei raggi ultravioletti da parte di varie sostanze; Simon e Glatzel sono stati i primi a eseguire misure quantitative precise. I risultati di Pauer e di Glatzel, relativi all'assorbimento nella benzina (C^6H^6), l'antracene ($C^{14}H^{10}$) e il retene ($C^{18}H^{18}$) sono particolarmente interessanti.

Wood (1903) ha scoperto una sostanza che lascia passare solo i raggi ultravioletti: la nitro-dimetilanilina; è completamente trasparente per tutti i raggi, da $0,37\mu\mu$ agli ultimi raggi del Cd, quasi a $0,20\mu$. Combinando uno strato di questa sostanza con due vetri di colore, ha costruito un filtro, che lascia passare i raggi tra $0,38\mu$ e $0,34\mu$. Goldhammer ha posto in un vaso di quarzo una soluzione di $CoSO^4$, $NiSO^4$ e violetto di Hoffmann, che consente il passaggio di tutte le radiazioni tra $0,38\mu$ e $0,3\mu$ (forse anche oltre).

W. Agafonoff ha studiato l'assorbimento dei raggi ultravioletti da parte dei cristalli di 200 sostanze. In sei di esse (tormalina, axinite, andalusite, cinnamico, nitranisico, emimellitico), riconobbe il policromismo, cioè, ha scoperto che l'assorbimento dipende dalla direzione in cui i raggi passavano attraverso il cristallo (vedi pi avanti). L'assorbimento delle radiazioni ultraviolette è trattato in Kayser, *Handbuch der Spektroskopie*, vol. III, pag. 154-226. Tra le ricerche più recenti, menzioneremo quelle di Magini (1904) e di Knüss (1905).

II. La parte infrarossa degli spettri di emissione e assorbimento può essere studiata con l'ausilio della fosforescenza, per mezzo della pila termoelettrica, del bolometro o del radiometro, e usando la fotografia.

H. W Vogel fu il primo (1873) a mostrare che raggi di grande lunghezza d'onda agiscono su un'emulsione fotosensibile di gelatina-bromuro, quando vi si aggiungono sostanze che assorbono tali raggi. Ha chiamato questo tipo di sostanze *sensibilizzatori*. Colui che si è occupato maggiormente di questa questione è Abney, che ha ottenuto risultati meravigliosi; è giunto a far agire fotograficamente radiazioni fino a $\lambda = 2\mu$.



La rifrazione dei raggi infrarossi in diverse sostanze è stata studiata da Langley, Rubens e altri ancora. Lo strumento, di cui si è servito Langley, è rappresentato schematicamente in figura 222. I raggi emessi dalla sorgente luminosa cadono sulla fenditura S_1 , dopo essere stati preliminarmente riflessi dallo specchio concavo M. Essi raggiungono poi un reticolo di diffrazione concavo G, che dà una serie di spettri, disposti, come vedremo in seguito, sulla superficie laterale di un cilindro, la cui sezione per sul piano della figura è rappresentata tratteggiata. I raggi λ_1 del primo spettro, λ_2 del secondo, λ_3 del terzo, ecc., sono tali che si abbia $\lambda_1 = 2\lambda_2 = 3\lambda_3$, ecc., cadono nello stesso posto. Di conseguenza, se il raggio visibile D_2 , per esempio, del sesto spettro attraversa la fenditura S_2 , questa è nello stesso tempo attraversata dai raggi seguenti:

del 6° spettro	$\lambda_6 = 0,5890\mu$	(D_2)	del 3° spettro	$\lambda_3 = 1,1780\mu = \frac{6}{3}\lambda_6$
del 5° spettro	$\lambda_5 = 0,7068\mu = \frac{6}{5}\lambda_6$		del 2° spettro	$\lambda_2 = 1,7670\mu = \frac{6}{2}\lambda_6$
del 4° spettro	$\lambda_4 = 0,8835\mu = \frac{6}{4}\lambda_6$		del 1° spettro	$\lambda_1 = 3,5341\mu = 6\lambda_6$

Tutti questi raggi cadono sul prisma P e si distribuiscono nello spettro. I primi due di loro sono visibili: la posizione degli altri è indicata dal bolometro B, e il loro indice di rifrazione è così determinato per la sostanza del prisma. Langley è giunto, mediante un prisma di salgemma, fino a $\lambda = 5,3\mu$ e con un prisma di vetro flint, fino a $\lambda = 2\mu$.

Rubens si è servito di un altro metodo, che non consideriamo, e ha determinato gli indici di rifrazione di numerosi tipi di vetro, fino a $\lambda = 2,502\mu$ (silicato-flint pesante, vetro di Jena n° 0,469): è giunto inoltre (nel suo primo lavoro) per le sostanze:

Acqua	fino a	$\lambda = 1,256\mu$	Quarzo	fino a	$\lambda = 2,348\mu$
CS^2	fino a	$\lambda = 1,998\mu$			raggio ordinario
Xilene	fino a	$\lambda = 1,881\mu$	Salgemma	fino a	$\lambda = 5,746\mu$
Benzina	fino a	$\lambda = 1,850\mu$	Fluorite	fino a	$\lambda = 3,332\mu$

In un lavoro più recente, Rubens e Snow sono andati molto oltre, per le seguenti sostanze:

Salgemma	fino a	$\lambda = 8,950\mu$	Quarzo	fino a	$\lambda = 2,348\mu$
Silvina	fino a	$\lambda = 8,022\mu$	Silicato flint pesante	fino a	$\lambda = 4,12\mu$
Fluorite	fino a	$\lambda = 8,95\mu$			

Non daremo qui i corrispondenti indici di rifrazione. Si è constatato che le osservazioni concordavano pregevolmente con la formula stabilita da Ketteler, vedi (3, c)], che scriveremo

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k\lambda^2 \quad (7.0.26)$$

Una nuova ricerca di Paschen sulla fluorite ha mostrato che i risultati sono ben espressi dalla formula più generale di Ketteler e Helmholtz, vedi (3, i),

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{N}{\lambda_2^2 - \lambda^2} \quad (7.0.27)$$

ma ancora meglio dalla formula seguente, che contiene cinque costanti

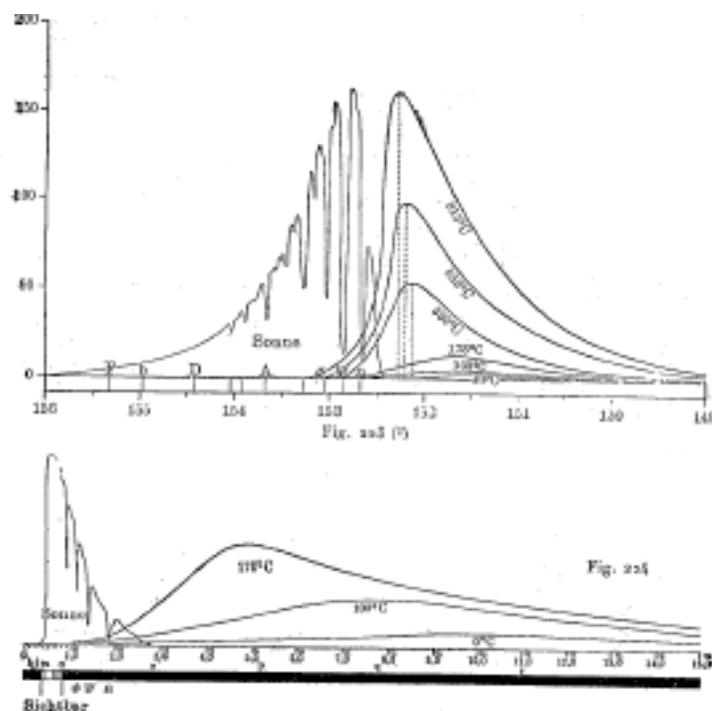
$$n^2 = A^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k\lambda^2 - h\lambda^4 \quad (7.0.28)$$

In un lavoro del 1901, Paschen ha confermato questo risultato e ha trovato che, nella formula (10, a), la grandezza $\lambda_1 = 35,47\mu$ e $\lambda_2 = 0,009426\mu$. La concordanza con la precedente formula è perfetta per il vasto dominio compreso tra $\lambda = 0,18\mu$ e $\lambda = 9,4\mu$.

Paschen ha calcolato, per il salgemma, una serie di valori dell'indice di rifrazione fino a $\lambda = 9,76\mu$. Rubens e Nichols hanno trovato che la formula di Ketteler e Helmholtz può essere applicata al salgemma, alla silvina, al quarzo e al vetro-flint. Trowbridge ha studiato la dispersione in silvina fino a $\lambda = 13\mu$ e l'ha trovata conforme alla formula (10, a).

Gli spettri di emissione infrarossa sono stati studiati utilizzando il bolometro. Snow, ad esempio, ha riscontrato che lo spettro dell'arco voltaico presenta un massimo principale di energia nella parte ultravioletta vicino a $\lambda = 0,388\mu$ e bande secondarie, ma più larghe, vicino a $\lambda = 0,8\mu$, $\lambda = 0,92\mu$ e $\lambda = 1,1\mu$.

Langley è riuscito a studiare gli spettri di emissione fino a $\lambda = 15\mu$, per tutta una serie di corpi che erano a temperature diverse, compresa quella del ghiaccio. I risultati delle sue misure sono mostrati graficamente nelle figure 223 e 224⁴.



⁴Le figure 223 e 224 essendo riprese dall'edizione tedesca, si deve leggere Sole per Sonne e visibile per Sichtbar.

Nella figura 223, si è preso come ascisse gli indici di rifrazione, come ordinate le deviazioni del galvanometro collegato al bolometro. Le curve a destra corrispondono agli spettri di emissione del rame alle temperature di 815° , 559° , 178° , 100° (Cu annerito), e 40° ; maggiore è la temperatura, più il massimo dell'irraggiamento si sposta verso sinistra; a sinistra, è rappresentato, in confronto, il curva dell'energia solare. Nella figura 224 sono rappresentate le curve per 178° , 100° , 0° , fino a $\lambda = 15\mu$, e si vede chiaramente quanto è grande la regione dell'infrarosso già esplorata, rispetto alla regione del visibile. Per il Cu a 100° , il massimo è vicino a $\lambda = 8\mu$.

Lo spettro della Luna ha il suo massimo principale vicino a $\lambda = 14\mu$, che corrisponde a una temperatura compresa tra 0° e -20° . Paschen(1896-1897) studiò anche la distribuzione dell'energia negli spettri dei corpi solidi riscaldati.

La regione infrarossa degli spettri di emissione dei vapori metallici incandescenti è stata studiata da Abney, H. Becquerel e, con particolare attenzione, da Snow, utilizzando il bolometro. Snow ha determinato le righe infrarosse degli spettri di Li, K, Na, Rb e Cs; trovò, ad esempio, nello spettro di K, 8 righe infrarosse, una delle quali è molto nitida in $\lambda = 1,155\mu$; ha osservato anche 8 righe infrarosse nello spettro di Na, comprese due nitide in $\lambda = 0,818\mu$ e $\lambda = 1,132\mu$; in ciascuno degli spettri di Rb e Cs, Snow ha trovato 15 righe nella regione infrarossa. Coblenz e Geer hanno studiato lo spettro di Hg e trovato una serie di righe in $0,97\mu$, $1,045\mu$, $1,285\mu$, $4,28\mu$, $4,53\mu$, $4,73\mu$, $5,20\mu$, $5,50\mu$, $5,73\mu$.

Lewis è arrivato, utilizzando il radiomicrometro, fino a $\lambda = 1,5\mu$. H. Lehmann ha studiato, con il metodo fotografico, gli spettri di Li, Na, K, Rb, Cs, Ca, Sr, Ba e Fe, e ha trovato 5 nuove righe di Rb, 9 di Cs, 13 di Ca, 12 di Sr, 85 di Ba, e circa 60 di Fe. In un lavoro più recente (1904), Lehmann è arrivato fino a $1,7\mu$; ha trovato righe di Rb in $1,4\mu$ e $1,7\mu$, righe di K molto forti in $1,25\mu$ e una riga di Na in $1,15\mu$. Con lo stesso metodo fotografico, Hermann (1900) ha studiato, tra $0,6\mu$ e $0,92\mu$, gli spettri infrarossi di K, Na, Zn, Cd, Hg e Mg.

Paschen, Rubens e Aschkinass e Angström hanno osservato gli spettri dell'acido carbonico, del vapore acqueo e dell'acqua. Paschen ha trovato, per primo, il massimo di emissione, compreso tra $\lambda = 4\mu$ e $\lambda = 4,8\mu$; per vapore acqueo vi sono due massimi, i quali, a 100° sono in $\lambda = 6,527\mu$ e $\lambda = 5,900\mu$; per l'acqua a 17° , l'emissione massima è in $\lambda = 6,061\mu$. Gli altri studiosi indicati hanno riscontrato che l'acido carbonico emette le radiazioni $2,7\mu$, $4,4\mu$, $14,8\mu$. Rubens e Aschkinass hanno constatato inoltre, nello spettro di emissione del vapore acqueo, dei massimi, in punti che corrispondono alle bande di assorbimento. Frank Very (1900) ha studiato con attenzione l'emissione dell'aria incandescente fino a $\lambda = 24\mu$. Angström, Koch e Arrhenius hanno dedicato un gran numero di memorie al ruolo che svolge l'assorbimento delle radiazioni, da parte dell'acido carbonico dell'aria, nei fenomeni meteorologici. Arrhenius ha trovato che, se vi è, nell'atmosfera terrestre, solo lo 0,3 di acido carbonico che vi si trova oggi, il periodo di glaciazione riapparirebbe; al contrario il clima caldo, che regnava sulla Terra prima del periodo glaciale, ritornerebbe, se questa quantità divenisse 5 volte maggiore. Drew (1905) ha anche studiato lo spettro di CO_2 ; ha trovato un massimo in $4,67\mu$, quando la pressione è di 3 mm . e in $4,70\mu$, quando la pressione è $0,6\text{ mm}$.

L'irraggiamento di gas soggetti a scariche elettriche è stato osservato da K. Angström. Ha trovato che l'emissione luminosa, attorno al polo positivo (anodo), è proporzionale all'intensità della corrente, dal quale la composizione dell'irraggiamento non dipende (per un gas e una pressione data). L'energia radiante invisibile rappresenta solo una piccola parte dell'energia visibile (per Az, circa il 10%).

Julius (1890) e W. Stewart (1901) hanno studiato gli spettri di emissione delle fiamme. Il primo ha riscontrato che ci sono, per ogni fiamma, delle radiazioni caratteristiche, che corrispondono ai valori massimi dell'energia radiante. La tabella seguente indica le sostanze introdotte nella fiamma, e la lunghezza d'onda λ delle radiazioni caratteristiche:

H^2O	$2,61\mu$	CO^2	$4,23\mu$	HBr	$> 15\mu$
CO	$2,85\mu$	COS	$8,48\mu$	P^2O^5	$> 85\mu$
HCl	$2,68\mu$	SO^2	$10,01\mu$		

W. Stewart ha osservato, nello spettro di emissione della fiamma dell'acetilene, dei massimi, che corrispondono alle bande di emissione del vapore acqueo e dell'acido carbonico.

Abbiamo trattato in dettaglio in precedenza la questione della distribuzione di energia nello spettro del corpo *assolutamente nero*. La relazione che esiste tra questo spettro e gli spettri di emissione e di assorbimento di altri corpi, è determinata dalla legge di Kirchhoff.

Spettri di assorbimento degli infrarossi.

H. Becquerel ha studiato lo spettro di assorbimento di diverse sostanze, mediante lastre fosforescenti (Cap. VIII); ha trovato diverse righe scure, nella parte infrarossa dello spettro di assorbimento dell'acqua. Paschen (1894) e Aschkinass (1895) hanno studiato in dettaglio lo spettro di assorbimento dell'acqua; Aschkinass faceva variare lo spessore dello strato d'acqua tra $0,001\text{ cm}$ e 100 cm . Osservò lo strato più sottile, per i raggi di lunghezza onda tra $1,6\mu$ e $8,5\mu$ e ha trovato dei massimi di assorbimento a $\lambda = 3,06\mu$, $\lambda = 4,70\mu$ e $\lambda = 6,10\mu$. Egli ha inoltre scoperto che il contenuto liquido del bulbo oculare è abbastanza trasparente, per le radiazioni fino a $\lambda = 1,4\mu$. Una soluzione concentrata di iodio in CS^2 non assorbe nessun raggio infrarosso, che, al contrario, sono completamente fermati da una soluzione di $CuSO^4$.

Abney e Festing hanno fotografato gli spettri di assorbimento infrarosso di una importante serie di liquidi, fino a $\lambda = 1,2\mu$. Hanno scoperto che solo i composti, che contengono idrogeno, danno righe precise. La figura 225 rappresenta gli spettri di assorbimento di nove liquidi diversi tra $\lambda = 0,650\mu$ e $\lambda = 1,2\mu$. Uno studio molto dettagliato degli spettri di assorbimento infrarosso di alcuni liquidi organici (alcol e glicoli) è stato fatto da Ransohoff; egli ha usato un bolometro ed è arrivato fino a $\lambda = 8\mu$.

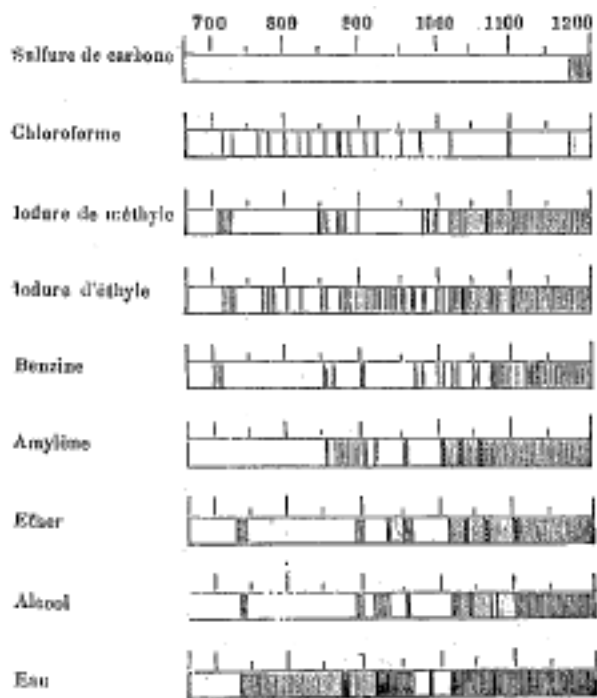


Fig. 225

Una doppia banda di assorbimento situata tra 3μ e $3,4\mu$ sembra dovuta alla presenza del gruppo; ossidrilie nel composto in esame.

Julius ha studiato, utilizzando il bolometro, gli spettri di assorbimento di diverse sostanze fino a 20μ . Ha osservato, per esempio per l'etere etilico, un forte assorbimento in $3,45\mu$; per la benzina in $8,05\mu$ e un assorbimento inferiore in $3,21\mu$, $8,98\mu$ e $11,9\mu$; per il cloroformio, un forte assorbimento in $11,13\mu$ e $14,6\mu$; per CS^2 in $8,05\mu$; per il diamante in $5,05\mu$ e da $9,5\mu$ fino a 20μ e oltre; per l'acqua un assorbimento completo a partire da 3μ . K. Angström e Paschen hanno fatto ricerche simili; quest'ultimo ha scoperto che l'acqua dà bande di assorbimento, che iniziano in $1,436\mu$, $1,768\mu$, $2,358\mu$, $4,405\mu$, $5,624\mu$. Friedel, Zsigmondy, Donati, Puccianti, Coblentz (1904), Iklé(1904) e altri hanno studiato gli assorbimenti in diversi liquidi organici. Puccianti ha trovato in particolare che dei liquidi, la cui molecola contiene l'atomo di C unito direttamente all'atomo H, hanno un assorbimento massimo in $\lambda = 1,71\mu$.

Coblentz (1903) ha scoperto che una soluzione di iodio in CS^2 lascia passare dal 60 all'80% di radiazione tra $1,1\mu$ e $2,7\mu$. Egli ha studiato lo iodio solido fino a 13μ ; tra 6μ e 10μ si trova una banda di assorbimento.

Nichols ha studiato l'assorbimento nel quarzo, e Rosenthal in quarzo, mica e vetro; quest'ultimo ha mostrato che l'assorbimento e l'emissione seguono la legge di Kirchhoff. Rubens e Aschkinass hanno trovato (1898) che la benzina è molto trasparente per i raggi rimanenti della fluorite ($\lambda = 24,4\mu$); CS^2 lascia pure ben passare questi raggi.

La fluorite è molto trasparente ai raggi infrarossi fino a $\lambda = 7\mu$. I raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 23,7\mu$ sono completamente assorbiti dalla fluorite; sono questi raggi che sussistono da soli, come hanno mostrato Rubens e Nichols, dopo quattro riflessioni, sulla fluorite, di un fascio complesso di raggi infrarossi; hanno anche trovato, studiando l'assorbimento di questi raggi da parte di diverse sostanze, che, sotto uno spessore d di solo 1 millimetro della sostanza assorbente, il salgemma, la silvina e il cloruro d'argento lasciano passare una notevole quantità di raggi di lunghezza d'onda $\lambda = 23,7\mu$; il salgemma lascia passare l'11% dei raggi sotto uno spessore $d = 1,92\text{ mm}$, la silvina il 34% per $d = 3,6\text{ mm}$ e il cloruro d'argento il 77,4% per $d = 0,25\text{ mm}$ e il 43,7% per $d = 1,7\text{ mm}$. Rubens e Trowbridge (1897) determinarono quali quantità di radiazioni di diverse lunghezze d'onda lasciano passare il salgemma, la silvina e la fluorite, sotto uno strato spesso 1 centimetro.

La tabella seguente indica le quantità trasmesse in centesimi di radiazioni incidenti:

λ	8μ	10μ	12μ	14μ	16μ	18μ	19μ	$20,7\mu$	$23,7\mu$
Salgemma	—	99,5	99,3	93,1	66,1	27,5	9,6	0,6	—
Silvina	—	99,8	99,5	97,5	93,6	86,2	75,8	58,5	15,5
Fluorite	84,4	16,4	—	—	—	—	—	—	—

Infine Rubens e Aschkinass (1898) hanno misurato l'assorbimento subito da raggi rimanenti di salgemma (52μ) e silvina (61μ), nel loro passaggio attraverso diverse sostanze. Daremo qui alcuni valori numerici indicanti in centesimi la quantità di raggi trasmessi; d indica lo spessore dello strato assorbente:

Sostanza	$d\text{ mm}$	$52\mu\%$	$61\mu\%$	Sostanza	$d\text{ mm}$	$52\mu\%$	$61\mu\%$
Paraffina	0,5	52	63	Solfuro di carbonio	1	98	97
Quarzo	0,5	61	77	Benzina	1	85	83
Fluorite	5,6	4	6	Olio minerale	1	66	82
Mica	0,02	53	55	Toluene	1	28	48
Gutta perca	0,1	50	56	Acqua	1	0	0
Vescica di pesce	0,03	60	63	Alcool	1	0	0
Salgemma	3,0	0	0	Etere	1	0	0
Silvina	2,0	0	0				
Vetro	0,12	0	0				

Gli spettri di assorbimento di vapori e gas incandescenti sono stati studiati da Angström e Paschen. Il primo ha riconosciuto le seguenti bande, nello spettro infrarosso: etilene (C^2H^4) $2,78\mu$, $9,21\mu$, $13,45\mu$ a 16μ e oltre; CO^2 $4,32\mu$; CO $4,52\mu$. Etere, benzina e solfuro di il carbonio forniscono, allo stato liquido e allo stato gassoso, spettri di assorbimento quasi identici. Paschen ha trovato, per il vapore acqueo, le bande principali di assorbimento tra $4,860\mu$ e $6,520\mu$ (il massimo è a $5,9\mu$) e tra $6,25\mu$ e $8,54\mu$ (il massimo è $6,527\mu$).

Rubens e Aschkinass hanno misurato l'assorbimento subito dall'irraggiamento fino a $\lambda = 20\mu$, attraversando il vapore acqueo e CO^2 . Essi hanno notato, per il vapore acqueo, sei bande di assorbimento tra $\lambda = 11\mu$ e $\lambda = 18\mu$; CO^2 ha un'ampia banda di assorbimento vicino a $14,7\mu$. L'assorbimento nel vapore acqueo è stato studiato anche da Fowle (1904). Angström (1904) ha trovato nell'ozono bande di assorbimento a $4,8\mu$, $5,8\mu$, $6,7\mu$ e un'ampia banda da $9,1\mu$ a 10μ . Schafer (1905) ha misurato l'assorbimento in CO^2 per diverse pressioni. Osservò a bassa pressione due righe a $2,7\mu$ e $4,4\mu$; all'aumentare della pressione le righe si allargano e alla pressione di 4 atmosfere entrano in contatto. Infine Rubens e Ladenburg (1905) hanno studiato l'assorbimento in CO^2 tra 12μ e 18μ ; hanno trovato che la riga a $14,7\mu$ si sposta in $15,1\mu$, quando lo spessore dello strato aumenta.

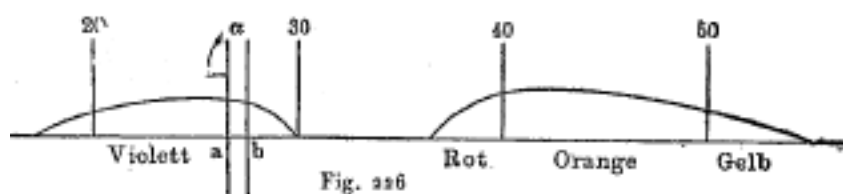
21. Dispersione anomala

Per la maggior parte delle sostanze, l'indice di rifrazione aumenta, quando la lunghezza d'onda λ del raggio nel vuoto diminuisce, almeno nella parte visibile dello spettro, cioè che l'ordine nel quale i colori si distribuiscono è sempre quello dal rosso al violetto, per un prisma realizzato con queste sostanze. Vi sono però corpi in cui si verifica una *dispersione anomala*, cioè per i quali l'indice di rifrazione n non è una funzione crescente costantemente al diminuire di λ ; queste sostanze danno spettri *anomali*, nei quali l'ordine di successione dei colori differiscono dall'ordine consueto.

Già nel 1862 Le Roux aveva scoperto che il vapore di iodio rifrange i raggi rossi più energicamente dei raggi indaco (gli altri vengono assorbiti); successivamente, Hurion misurò l'indice di rifrazione n del vapore di iodio a 700° e trovò, per i raggi rossi, il valore $n = 1,0205$; per i raggi violetti, $n = 1,019$. La scoperta di Le Roux non ha attirato molta attenzione prima che Christiansen (1870-1871) scoprisse una dispersione anomala in soluzioni alcoliche di fucsina. Diamo di seguito una tabella di indici di rifrazione relativi ad alcune righe di Fraunhofer, per una soluzione al 18,8% di fucsina in alcool puro:

Raggio	Soluzione di fucsina al 18,8%	Alcool puro	Raggio	Soluzione di fucsina al 18,8%	Alcool puro
B	1,450	1,363	F	1,312	1,370
C	1,502	—	G	1,285	1,373
D	1,561	1,365	H	1,312	1,376

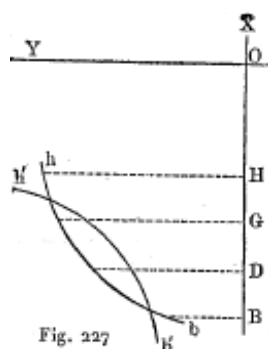
La figura 226 rappresenta graficamente lo spettro ottenuto per mezzo di un prisma cavo contenente una soluzione di fucsina; questo prisma è formato da due lastre di ghiaccio che formano tra loro un angolo $\alpha = 1^\circ 14' 10''$. Le ascisse corrispondono alle deviazioni dei raggi, le ordinate alla loro intensità. I raggi viola sono i meno deviati; i raggi gialli sono quelli che lo sono maggiormente; i raggi verdi sono totalmente assenti. La dispersione ottenuta è estremamente grande; i valori di n oscillano tra 1,280 e 1,561, la cui differenza è 0,276, mentre la stessa differenza per l'alcol è solo $1,376 - 1,363 = 0,013$. I due tratti verticali in α della figura 226 indicano l'estensione ab e la posizione dello spettro visibile totale, che si otterrebbe con lo stesso prisma contenente alcol puro.



Kundt ha esteso gli esperimenti di Christiansen a un gran numero di sostanze, e ha indicato, in tutta una serie di lavori classici, parecchi metodi convenienti per lo studio della dispersione anomala. Partendo da alcune considerazioni teoriche, ha previsto che doveva esistere una dispersione anomala nelle sostanze, che possiedono un *colore superficiale* molto vivo di luminosità metallica. Queste sostanze riflettono fortemente alcuni raggi e le loro soluzioni, anche molto estese, assorbono energeticamente questi stessi raggi, che mancano del tutto nello spettro luminoso trasmesso da uno strato di spessore notevole.

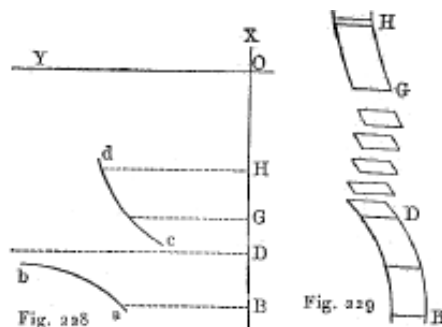
È stato Kundt a evidenziare per primo la relazione tra la dispersione anomala e l'assorbimento dei raggi. Studiando gli spettri di diverse sostanze, seguendo un metodo che verrà spiegato più avanti, Kundt ha trovato che l'assorbimento porta ad una dispersione anomala, secondo la seguente regola: *se si parte dai raggi di maggiore lunghezza d'onda, cioè dell'estremità infrarossa dello spettro normale, l'indice di rifrazione n aumenta in modo anomalo quando ci si avvicina ai raggi assorbiti; al contrario, i raggi vicini (per la lunghezza d'onda) ai raggi assorbiti, ma situati più vicino all'estremità violetta dello spettro normale, hanno un coefficiente di assorbimento anormalmente alto piccolo.*

Il metodo di Kundt (metodo dei prismi incrociati) è il seguente: la lunghezza della fenditura ben illuminata (di un dispositivo di proiezione) posta per esempio orizzontalmente, e si ottiene, per mezzo di un prisma a bordo orizzontale (o utilizzando un reticolo di diffrazione), uno spettro verticale, molto stretto; sia HGDR (fig. 227) questo spettro. Se si mette tra il primo prisma (o il reticolo) e lo schermo, o tra lo schermo e l'occhio, un secondo prisma a bordo verticale, lo spettro HB si deforma e le sue diverse parti si spostano lateralmente tanti più quanto l'indice di rifrazione della sostanza del secondo prisma è più grande per i raggi corrispondenti. Se questa sostanza ha un potere dispersivo normale, l'estremità dello spettro è la parte più deviata lateralmente, l'estremità B quella che lo è meno, e si vede il nuovo spettro in posizione inclinata. Siccome la dispersione parziale differisce a seconda delle sostanze, le ordinate Y non sono generalmente proporzionali alle ascisse X , soprattutto nel caso in cui il primo spettro è ottenuto per mezzo di un reticolo; quindi si ottiene uno spettro flesso in un senso o nell'altro: hb o $h'b'$.



Ma se la sostanza del secondo prisma ha un potere dispersivo anomalo, la deviazione laterale del primo spettro sarà irregolare e si ottiene un nuovo spettro, in cui la distribuzione dei colori indica direttamente la rifrangibilità di ogni raggio nella sostanza del secondo prisma. Se il secondo prisma contiene una soluzione di cianina sufficientemente concentrata, si ottiene un'immagine simile a quella di figura 228; in D si produce un assorbimento; la rifrazione aumenta rapidamente

a partire dall'estremità rossa B, di modo che si ottiene il ramo ab ; dopo la parte assorbita, viene una debole rifrazione (in c), e il secondo ramo dello spettro è cd .



In realtà, non si ottengono spettri di righe, ma spettri formati da bande strette. La figura 229, relativa ad un prisma contenente una soluzione debole di permanganato di potassio, presenta cinque bande scure nel verde; lo spettro è flesso in senso contrario alle sue due estremità HG e DB. Ad ogni banda separata, cioè ad ogni assorbimento, corrisponde una dispersione anomala, come mostrato in figura; se si parte dall'estremità rossa B, la rifrazione aumenta fortemente, prima della banda di assorbimento, e diminuisce dopo di essa. Kundt ha studiato allo stesso modo un certo numero di diverse soluzioni e di corpi solidi, tra i quali citeremo, oltre a permanganato di potassio, il blu, il violetto e il verde di anilina, la soluzione di indaco in acido solforico fumante, l'indaco carminio, la cartamina, la muresside disciolta nella potassa, la cianina e il carminio. Si deve a Mach una variante del metodo di Kundt, in cui si produce una doppia riflessione all'interno di due prismi incrociati, sotto l'angolo limite della riflessione interna, che è indipendente da λ .

Kundt (1880) ha fatto la scoperta particolarmente interessante della dispersione anomala nella fiamma di un bruciatore a gas, contenente vapori di sodio e agente come un prisma a bordo orizzontale ruotato verso l'alto. I raggi vicini alla riga D erano deviati dalla fiamma: i raggi $\lambda - \alpha$ (dove λ è la lunghezza onda del raggio corrispondente a D e α una piccola quantità), verso il basso; i raggi $\lambda + \alpha$ verso l'alto. Winkelmann (1887) ha ripetuto questi esperimenti, dando alla fiamma una forma più vicina a quella di un prisma a tre lati.

H. Becquerel (1898) ha poi osservato separatamente, nella fiamma del sodio, la dispersione anomala per ciascuna delle due righe D_1 e D_2 ; ottenne così, per valori molto piccoli di α , indici di rifrazione minore di uno. Julius (1900) studiò per primo questo caso di dispersione anomala con grande precisione; la figura 230 mostra parte dello spettro di luce bianca, che è passata attraverso una fiamma di sodio che agisce come un prisma il cui bordo è rivolto verso il basso; i raggi D_1 (λ_1), e D_2 (λ_2) sono assorbiti; i raggi $\lambda_1 - \alpha$ e $\lambda_2 - \alpha$ sono deviati verso il basso, i raggi $\lambda_1 + \alpha$ e $\lambda_2 + \alpha$ verso l'alto. Lummer e Pringsheim (1903) hanno osservato la dispersione anomala dei vapori di Na e Tl, nella cannella a ossigeno con forma prismatica della fiamma, e lo stesso fenomeno per i vapori di Sr, Ca e Ba.

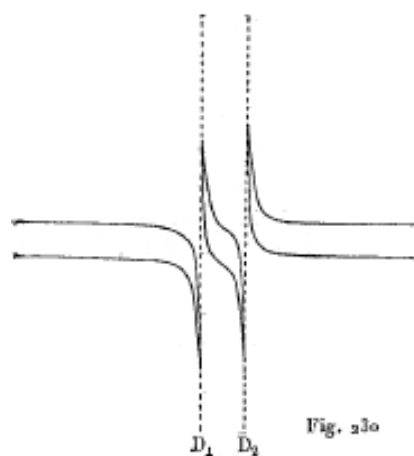


Fig. 230

Anche Wood è riuscito ad andare molto oltre; ha osservato la dispersione anomala nel vapore di sodio puro, riscaldando pezzi di questo metallo in un tubo orizzontale riempito di idrogeno; ottenne qui, per un vasto dominio dei raggi $\lambda - \alpha X$, il valore $n < 1$. In generale, si arriva ad ottenere, su entrambi i lati della linea D , i valori $n = 1,0024$ e $n = 0,9969$, come indici di rifrazione rispetto all'idrogeno. In un nuovo lavoro (1904), Wood ha determinato gli indici di rifrazione n , per il vapore di Na a 644° , relativo allo spettro interamente visibile da $\lambda = 750\mu\mu$ e allo spettro ultravioletto fino a $\lambda = 225\mu\mu$, e ha studiato in particolare la regione in prossimità di D_1, D_2 ; per $\lambda = 750\mu\mu$, si ha $n = 1,000117$; per λ minore, n è maggiore e raggiunge il valore $1,00297$ in $\lambda = 59,8\mu\mu$; poi, inizia una dispersione enorme, dove n assume i seguenti valori:

$\lambda = 589,76\mu\mu$	$589,7\mu\mu$	$589,64\mu\mu$	$588,96\mu\mu$	$588,84\mu\mu$	$588,06\mu\mu$
$n = 1,0557$	$1,094$	$1,386$	$0,697$	$0,945$	$0,975$

Infine n aumenta molto lentamente fino al valore $0,999987$ in $\lambda = 226\mu\mu$. I valori sopra risultano in parte dall'osservazione, in parte dal calcolo. Per $\lambda = 588,96\mu\mu$ il valore osservato era $n = 0,614$. Oltre $589\mu\mu$ (D_1, D_2), Wood è stato anche in grado di indicare una dispersione anomala in $330\mu\mu$ e in $285,2\mu\mu$, nella parte ultravioletta dello spettro.

Ebert (1903) ha dato ai vapori metallici la forma di un prisma, facendo circolare vicino a questi vapori, su entrambi i lati, idrogeno caldo che sfuggiva verso l'alto attraverso un tubo d'uscita. Vicino alle due righe del potassio, si osserva molto chiaramente la dispersione anomala; si trovò anche qui, in prossimità delle due righe, $n < 1$. Ebert inoltre (1904) ha vaporizzato metalli nell'arco voltaico tra un crogiolo di grafite e un'asta di carbone e, mediante uno specchio, ha rinviato orizzontalmente i raggi così ottenuti nello spettroscopio. Ha scoperto che le righe di assorbimento sono limitate dal lato rosso da uno fondo intenso, mentre si allargano maggiormente dal lato più rifrangibile. Questo fenomeno, che si osserva anche nelle stelle nuove, si può spiegare con la rifrazione anomala dei raggi bianchi inviati nel vapore metallico dal crogiolo e dal carbonio. Puccianti (1904) studiò anche la dispersione anomala nei vapori di Li, Tl, Na (fiamma Bunsen), Ca, Ba, Sr (arco voltaico).

Abbiamo indicato sopra l'importanza che i fenomeni di dispersione anomala hanno assunto, a seguito dell'opera di Julius, per la spiegazione fenomeni solari. Julius spiegò anche, con la dispersione anomala, il famoso fenomeno del raggio verde, in un tramonto al mare.

Molti fisici hanno cercato di determinare i valori precisi degli indici di rifrazione n dei raggi di diverse lunghezze d'onda λ , in sostanze che presentano la dispersione anomala. Sembra che Pflüger vi sia arrivato per primo nel 1895; misurò la rifrazione di una serie di raggi determinati nei prismi formati da sostanze solide, come la fucsina, la cianina, la malachite verde e altre due sostanze coloranti (rosso di Magdala o di naftalina e violetto di Hoffmann); l'angolo del prisma oscillava tra $40''$ e $130''$; il valore di n è stato determinato per i seguenti raggi:

Rosso estremo	703 $\mu\mu$	Tl (verde)	535 $\mu\mu$	$H_\gamma(G)$	433 $\mu\mu$
Li	671	$H_\beta(F)$	486	$H_\delta(h)$	410
Na(D)	589	Sr	461		

Le lettere tra parentesi indicano le corrispondenti righe di Fraunhofer. Per la fucsina, si sono trovati i seguenti valori:

Rosso estremo	Li	D	Tl	F	Sr	Gl	h	405 $\mu\mu$
$n = 2,30$	2,34	2,64	1,95	1,05	0,83	1,04	1,17	1,38

Si è preso come ascisse, nella figura 231, le lunghezze d'onda λ e, come ordinate, i valori di n ; il tratto nero indica il dominio dei raggi assorbiti dalla fucsina.

È davvero notevole che si sia ottenuto un valore di $n < 1$, per $\lambda = 461\mu\mu$ (Sr), così che questa radiazione si propaga nella fucsina con velocità maggiore che nell'etere. La dispersione anomala nella fucsina è stata pure studiata da Cartmel (1903). Fricke (1900) ha misurato gli indici di rifrazione dei liquidi assorbenti con il metodo interferenziale (Cap. XIII); ha osservato soluzioni di fucsina, malachite verde, di blu di metilene e di auramina e inoltre Br e CS^2 ; il bromo fornisce la dispersione anomala tra 424,5 $\mu\mu$ e 383 $\mu\mu$; CS^2 in 326 $\mu\mu$.

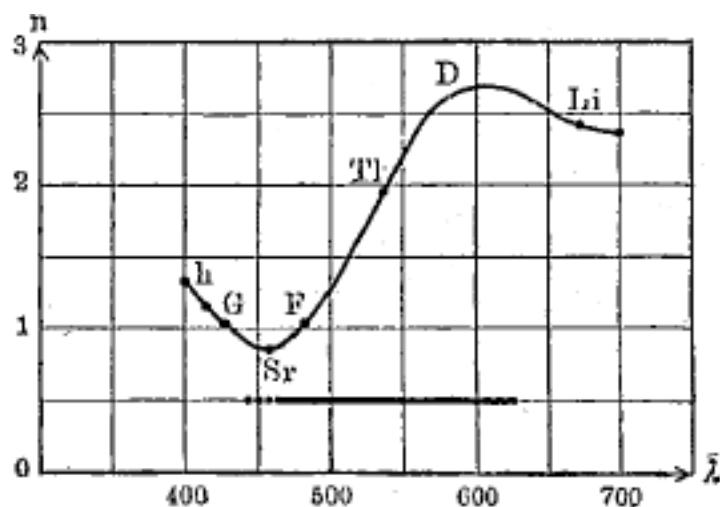


Fig. 231

Un risultato simile è stato ottenuto da Hoffmann nel violetto: si è trovato $n = 0,86$ per il raggio F (486 $\mu\mu$). Tra le altre sostanze studiate da Pflüger, di particolare interesse la malachite verde; dà due bande di assorbimento nella luce trasmessa; i valori corrispondenti dell'indice di rifrazione sono:

Rosso estremo	Li	D	Tl	F	G	416 $\mu\mu$	h
$n = 2,49$	2,50	1,33	1,16	1,45	1,38	1,37	1,28

si è rappresentato sulla figura 232 i risultati delle misure e le due regioni di assorbimento menzionate.

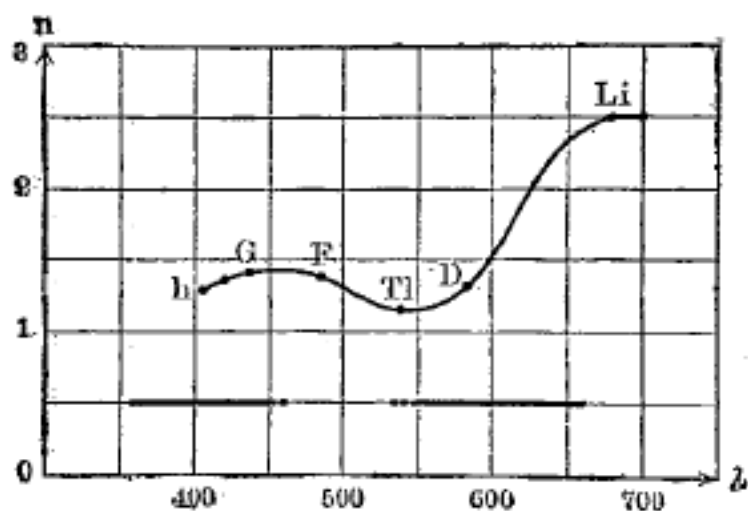


Fig. 232

Abbiamo già visto che i metalli appartengono alle sostanze con dispersione anormale; si trovano valori di $n < 1$, per Cu, Ag, Au e per i vapori di Na.

I. Schtschegliaieff ha studiato molto in dettaglio la dispersione anomala, in soluzioni di fucsina; egli trovò il minimo dell'indice rifrazione vicino a $\lambda = 470\mu$, ciò che concorda perfettamente con i risultati di Pflüger.

Wood ha osservato la dispersione anomala soprattutto nella cianina ($C^{27}H^{35}Az^{21}$). Riuscì dapprima (1898) a preparare con questa sostanza un prisma avente un angolo di rifrazione di $12'35''$. I raggi gialli erano completamente assorbiti e, di conseguenza, non poté determinare n per i raggi inclusi tra $\lambda = 0,510\mu$ e $\lambda = 0,650\mu$. Ottenne per altri raggi i valori seguenti di n :

$\lambda = 0,760\mu$	$0,723\mu$	$0,685\mu$	$0,660\mu$	$0,648\mu$	$0,508\mu$	$0,497\mu$	$0,484\mu$	$0,455\mu$	$0,410\mu$
$n = 1,93$	$2,02$	$2,12$	$2,25$	$2,35$	$1,12$	$1,25$	$1,35$	$1,47$	$1,57$

Magnusson (1901) scoprì che doveva esserci ancora una banda di assorbimento nella parte ultravioletta dello spettro della cianina e, di conseguenza, una regione di dispersione anomala. Wood e Magnusson (1901) hanno poi costruito prismi più sottili (con angoli da $24'$ a $17'$), che hanno permesso di esplorare l'intera regione compresa tra $\lambda = 0,770\mu$ e $\lambda = 0,370\mu$. La curva $n = f(\lambda)$ era regolare e aveva approssimativamente la forma della curva nella figura 232. Aggiungendo un reticolo a un tale prisma, Wood ha costruito uno strumento molto comodo, per osservare, secondo il metodo di Kundt, lo spettro della cianina deviato lateralmente; il reticolo sostituiva il secondo prisma. Pflüger (1902) ha anche scoperto che la cianina ha una banda di assorbimento nell'ultravioletto.

Horn ha riconosciuto un interessante esempio di dispersione anomala nel doppio cianuro di magnesio e del platino; ha trovato per il raggio ordinario (si veda il Cap. XVI sulla doppia rifrazione):

Raggio	C	D	E	F	G
$n =$	$1,363$	$1,294$	$1,141$	$0,974$	$0,902$

Wood (1902) ha osservato una notevole dispersione anomala nella nitrosodimetilanilina ($C^6H^5 - Az(AzO)CH^2$; un prisma di 5° è trasparente per la radiazione dal rosso al verde; la parte più lontana dello spettro è assorbita e il limite di assorbimento è estremamente ben definito; la parte visibile dello spettro è dodici volte più lunga che nel quarzo, per esempio, Wood (1903) ha misurato anche gli indici di rifrazione di questa sostanza, per i quali ha trovato i seguenti valori:

$\lambda = 763\mu\mu$	$669\mu\mu$	$584\mu\mu$	$508\mu\mu$	$427\mu\mu$
$n = 1,697$	$1,743$	$1,815$	$2,025$	$2,140$

L'assorbimento si estende da $500\mu\mu$ fino a $370\mu\mu$; sembra esservi un nuovo assorbimento nell'estremo ultravioletto.

Wood inoltre ha studiato il selenio; questo si è dimostrato trasparente per i raggi compresi tra $\lambda = 0,41\mu$ e $\lambda = 0,75\mu$; l'indice di rifrazione, per $\lambda = 0,41\mu$, è $n = 2,95$; per $\lambda = 0,50\mu$, si ha $n = 3,14$: *è il massimo valore finora noto nell'indice di rifrazione per dei raggi visibili*; da $\lambda = 0,50\mu$ a $\lambda = 0,75\mu$, n diminuisce fino a 2,60.

Nichols ha osservato un caso notevole di dispersione anomala dei raggi infrarossi nel quarzo; ha mostrato dapprima che il quarzo assorbe le radiazioni per le quali $\lambda > 8\mu$; il dominio della dispersione anomala si trova in $\lambda < 8\mu$, e ha ottenuto, per l'indice di rifrazione, i seguenti valori:

$\lambda = 4,5\mu$	$5,0\mu$	$5,8\mu$	$6,25\mu$	$6,45\mu$	$7,0\mu$	$7,2\mu$	$7,4\mu$	$7,6\mu$	$7,8\mu$	$8,0\mu$	$8,05\mu$
$n = 1,450$	$1,417$	$1,368$	$1,309$	$1,274$	$1,167$	$1,080$	1,000	$0,930$	$0,702$	$0,478$	$0,366$

si trova qui quindi $n < 1$ per $\lambda > 7,4\mu$.

La prima spiegazione teorica della dispersione anomala fu data da Sellemeyer, che aveva già sviluppato la sua teoria, prima che gli esperimenti di Christiansen fossero conosciuti; prevedeva l'esistenza della dispersione anomala e aveva già cercato nel 1866 di trovarla in una soluzione di fucsina. Espose in dettaglio la sua teoria nel 1872; era basata su uno studio dell'azione delle molecole materiali sull'etere in vibrazione che le circonda; se le molecole sono in grado di compiere delle vibrazioni di una determinata durata, queste vibrazioni devono trasmettersi dall'etere alle molecole, e si produce un assorbimento dei raggi corrispondenti; l'indice di rifrazione dei raggi vicini varia allora in modo anomalo. Boussinesq aveva inoltre già data prima (1868) una teoria, che si basava sull'azione reciproca di etere e materia; O. E. Meyer (1872) sviluppò una teoria simile. Perseguendo la stessa idea, Helmholtz (1874) ha stabilito una nuova teoria della dispersione; ha ottenuto la formula

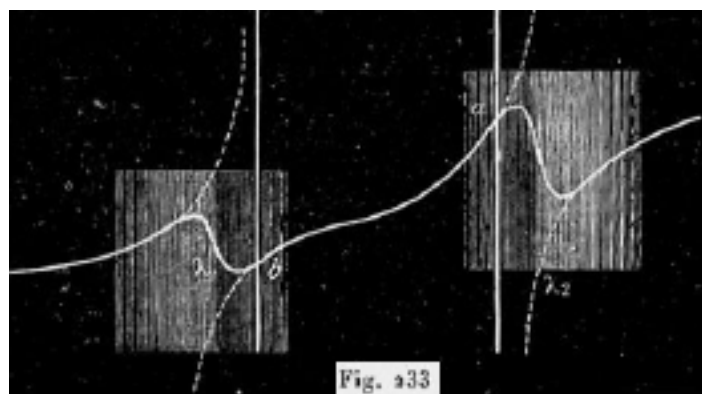
$$n^2 = 1 + P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$$

nella quale P, Q e λ_1 sono costanti e questa differisce poco dalla formula di Ketteler. Nel 1893, Helmholtz ha posto le fondamenta di una teoria elettromagnetica della dispersione e ha mostrato direttamente la possibilità dei casi in cui $n < 1$.

Abbiamo citato in precedenza le formule più generali (3, g), a cui porta la teoria della dispersione allo stato attuale. In pratica, la formula (3, i), cioè

$$n^2 = a^2 + \frac{M}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{N}{\lambda^2 - \lambda_2^2} \quad (7.0.29)$$

è sufficiente in molti casi; λ_1 e λ_2 , rappresentano, in questa formula, le lunghezze d'onda medie delle bande o delle righe di assorbimento. Se si prende la formula (3, g), e se ci si limita a due termini della somma, la relazione che lega n e λ si esprime, come mostrato da Paschen (1894), dalla curva continua rappresentata in fig. 233; se si trascura la grandezza g (e quindi k), cioè se si prende la formula (12), si ottiene la curva tratteggiata. Nuova ricerche teoriche sono dovute a Drude (1904-1905) e Planck (1905).



I lavori di Pflüger, Ketteler, Paschen, Aschkinass e altri, che abbiamo già ricordato, hanno pienamente confermato che le leggi della dispersione anomale sono effettivamente espresse dalle formule precedenti. Lo studio della dispersione di una sostanza permette, invece, di calcolare le sue bande o le sue righe di assorbimento, cioè di trovare le lunghezze d'onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, ecc. dei raggi che vengono assorbiti, emessi e riflessi metallicamente da quella sostanza. Questi raggi corrispondono alle vibrazioni proprie della sostanza, per la quale sono caratteristiche, e come tali la loro determinazione è di grande interesse. V. Martens (1901) ha tracciato una tabella delle lunghezze d'onda di queste specifiche vibrazioni, per varie sostanze, in parte dalle sue misure personali della dispersione e dai suoi calcoli delle lunghezze d'onda λ_1, λ_2 ecc., in parte dai lavori di altri scienziati; i suoi risultati sono i seguenti:

<i>Fluorite</i>	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
<i>CaFl²</i>	0,09508 μ (calc.)	24,0 μ (oss)	31,6 μ (oss)	40,526 μ (calc.)
<i>Silvina</i>	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
KCl	0,11527 μ (calc.)	0,16073 μ (calc)	61,1 μ (oss)	
<i>Salgemma</i>	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
NaCl	0,11073 μ (calc.)	0,15632 μ (calc)	51,2 μ (oss)	87 μ (calc.)
<i>Sulfuro di carbonio</i>	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
<i>CS²</i>	0,2175 μ (calc.)	0,321 μ (oss)		
<i>Naftalina monobromata</i>	λ_1			
	0,243 μ	(calc. e oss.)		
<i>Essenza di cassia</i>	0,2709 μ	(calc. e oss.)		
<i>Soluzione di BaI² + HgI² in H²O</i>	0,319 μ	(calc.)		
<i>Benzina</i>	0,1745 μ	(calc.)		
<i>Alcool etilico</i>	0,133 μ	(calc.)		
<i>Acqua</i>	0,1151 μ	(calc.)		
<i>Xilolo</i>	0,1366 μ	(calc.)		

Diverse bande di assorbimento ultraviolette, corrispondenti alle vibrazioni proprie delle sostanze, sono state calcolate in questo modo. In un lavoro più recente (1903), F. Martens studiò il diamante, P, S, Cl, Se, Br e I, e ha determinato per loro le lunghezze d'onda λ_1 ; ha scoperto che la lunghezza d'onda λ_1 vibrazioni proprie degli elementi designati trasparenti, non conduttori, era, nella parte ultravioletta dello spettro, approssimativamente proporzionale alla radice quadrata del loro peso atomico; se si indica il peso atomico con A , si ha approssimativamente

$$\lambda_1 = 37,3\sqrt{A}\mu\mu$$

Martens ha dato, in un altro lavoro, le lunghezze d'onda seguenti di vibrazioni proprie:

<i>Ca</i>	<i>Na</i>	<i>K</i>	<i>Cl</i>	<i>CO³</i>
0,095 μ	0,111 μ	0,115 μ	0,153 μ	0,160 μ

Ricorderemo ancora una volta l'esistenza di una dispersione anomala estremamente grande, nelle sostanze, come l'acqua, diversi alcool, alcune specie di vetro, ecc., la cui costante dielettrica è molto grande, di modo che i raggi di lunghezza d'onda molto grande (raggi elettrici) hanno, in queste sostanze, indici di rifrazione molto elevati, che raggiungono, per esempio, il valore $n = 9$ per l'acqua. Risulta dalla relazione $K = n^2$, dove K è la costante dielettrica e n l'indice di rifrazione dei raggi di lunghezza d'onda molto grande, che tutte le sostanze, per le quali K ha grandi valori, superiori per esempio a 5, possiedono la dispersione anomala per i raggi di grande lunghezza d'onda.

La formula (12), applicabile in generale, mostra che non è soddisfacente parlare di dispersione normale e di dispersione anomala, e che ciò non ha in realtà alcun senso. Tutte le sostanze hanno domini di assorbimento; di conseguenza, *tutte le sostanze possiedono la dispersione anomala*. La dispersione che si chiama normale ($dn/d\lambda < 0$) ha luogo, quando l'intervallo di assorbimento si trova nelle lunghezze d'onda più piccole, e si verifica la dispersione anomala, quando questo intervallo si trova in quelle più grandi. La comparsa della normale dispersione ordinaria, nella regione dei raggi visibili, mostra quindi che la sostanza in esame possiede un intervallo di assorbimento nell'ultravioletto. Non c'è alcun fenomeno fisico anomalo nella natura.

Th. Th. Petrouschewski ha indicato casi interessanti di dispersione anomala apparente, che si verificano, nel passaggio della luce da un mezzo in un altro, quando gli indici di rifrazione dei due mezzi differiscono poco tra loro: ad esempio nel passaggio dal vetro flint a 20° nel vetro flint a 0°, dall'essenza di cassia a 10° nella stessa essenza a 22°, 5, da una soluzione di NaCl acquoso in acqua, in SO^4H^2 di una certa densità in SO^4H^2 di altra densità, dall'etere nell'acqua, ecc. Così, per esempio, nel passaggio della luce da SO^4H^2 di densità 1,78683 in SO^4H^2 con densità 1,74247, l'ordine di successione abituale (ABCDEFGH) delle righe di Fraunhofer è sostituito dal seguente:

H G E F D B C A

22. Colori dei corpi e radiazioni

Le diverse sostanze solidi, liquidi e gas hanno generalmente una colorazione determinata; hanno un colore dipendente da quello delle radiazioni, che provengono, in determinate condizioni, dalla superficie della sostanza all'occhio dell'osservatore. La sensazione del colore dipende dall'azione di queste radiazioni su l'organo della vista e allo stesso tempo rappresenta certe proprietà della sostanza considerata. È quindi necessario distinguere due questioni nello studio dei colori: quella del colore come proprietà della sostanza e quella della sensazione di colore prodotta da determinate radiazioni.

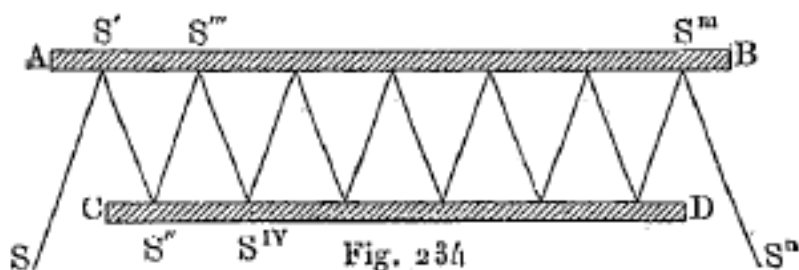
Si deve considerare come una sensazione di colore, l'impressione provocata da un corpo nero, poiché la sensazione prodotta da un tale corpo, o quando chiudiamo gli occhi, dallo spazio chiaramente delimitato, che si trova, per così dire, davanti a noi, differisce completamente dall'assenza di ogni impressione, che corrisponde, ad esempio, al caso degli oggetti posti dietro di noi.

È consuetudine chiamare *incolori* quelle sostanze che, sebbene si trovino sulla traiettoria della radiazione che raggiunge l'occhio, non influenzano affatto la sensazione di colore prodotta da queste radiazioni.

Occorre distinguere, per una sostanza o un corpo dato, la colorazione detta superficiale della colorazione interna, che si manifesta nel passaggio delle radiazioni attraverso la sostanza. In

entrambi i casi, la colorazione dipende dall'azione della sostanza sulle radiazioni visibili; un caso eccezionale sarà considerato separatamente, nel Capitolo sulla fluorescenza; è quello in cui la colorazione dipende anche, tra l'altro, dalle radiazioni ultraviolette.

La figura 234 mostra schematicamente il metodo di Prevost per determinare il vero colore dei metalli. AB e CD sono due piastre del metallo dato, che rivolgono una verso l'altra le loro facce levigate; il raggio SS' subisce tra essi una riflessione multipla e alla fine prende direzione S''S''. Ad ogni riflesso, i raggi, che non entrano nella composizione del colore proprio del metallo, vengono assorbiti. Si può ammettere che dopo diverse riflessioni, questi raggi sono tutti fermati e che rimangono soltanto le radiazioni emesse dallo strato superficiale del metallo illuminato e che ne determinano il vero colore; quindi è così che si osserva in S''. Prevost ha trovato in questo modo che l'oro era rosso arancio, l'argento arancio, e che il rame aveva un colore porpora brillante.



Margot ha osservato che alcune leghe di metalli bianchi avevano un colore particolare; così, ad esempio, una lega del 72% di Al e 28% di Pt è giallo dorato, una lega del 20 – 25% di Al e 75 – 80% di Co è giallastra, una lega del 18% di Al e dell'82% di Ni è di colore giallo rossastro, e una lega di Pd e Al è rosa.

Si troverà nel lavoro di Walter, *Oberflächen-oder Schillerfarben*, Braunschweig, 1895, un resoconto molto interessante della questione della produzione dei colori superficiali dei metalli e di altri corpi con *colorazione metallica*; come si incontra spesso, anche nel regno animale; noi torneremo più avanti su questo lavoro di Walter.

Hacker e G. Meyer hanno mostrato che bisogna distinguere, nelle piume multicolori degli uccelli, colori pigmentari (rosso e giallo) e colori strutturali (blu e verde in parte); questi ultimi sono prodotti allo stesso modo del blu del cielo (vedi più avanti).

La *colorazione interna* di una sostanza dipende dall'assorbimento di determinate radiazioni all'interno di questa sostanza. Si osserva anche nei corpi detti opachi, quando si considera uno strato sufficientemente sottile di questi corpi; così, ad esempio, un sottile foglio d'oro lascia passare raggi verde, una foglia d'argento, raggi azzurri. Si distingue nei cristalli una colorazione *idiocromatica*, che appartiene alla sostanza stessa (cromati gialli e rossi, sali di rame verdi e blu, composti nitrati e azotati, ecc.), e una colorazione *allocromatica*, che deriva dai coloranti aggiunti e spesso distribuiti in modo disuguale.

Il carbone presenta un notevole esempio di opacità. Dufour ha scoperto che uno strato di carbone spesso solo $\frac{1}{2000}$ di millimetro è opaco, sebbene si possa vedere attraverso il disco del Sole; uno strato spesso $\frac{1}{7000}$ di mm. è completamente opaco; se ci fossero $0,75 \text{ km}^3$ di carbone distribuito uniformemente, sotto forma di fumo, nell'atmosfera, una completa oscurità regnerebbe sulla superficie della Terra.

L'acqua pura ha, di per sé, dalle ricerche di Spring, una colorazione blu. Sono stati fatti molti studi per spiegare il colore natura delle acque, in particolare quelle del mare; si troverà una esposizione dettagliata nelle memorie del Barone Aufsess (1903), che è arrivato al risultato che il colore del mare è prodotto in modo univoco dal discioglimento di diverse sostanze; ha diviso i mari in 4 gruppi: mari blu, verdi, giallo-verdi e gialli o marroni.

Wood (1902) ha osservato che precipitati sottili di vapori di metalli alcalini, su vetro freddo, mostrano un'intensa colorazione nella luce che li attraversa (vedi risonanza ottica).

Gli allumi di cromo presentano una caratteristica interessante. Una soluzione preparata a freddo è di colore blu scuro e cristallizza facilmente; riscaldandola intorno ai $60 - 70^\circ$, assume un colore verde e, dopo il raffreddamento, riacquista solo molto lentamente il suo colore blu scuro. Monti (1895) ha trovato, nello studio delle proprietà di queste soluzioni, che la soluzione blu lascia meglio passare una corrente elettrica della soluzione verde. Soret, Borel e Dumont (1897) hanno scoperto che, per l'allume di cromo ammoniacale e l'allume di cromo sodico, l'indice di rifrazione delle soluzioni blu è maggiore di quello delle soluzioni verdi di 0,00047.

A volte un cambiamento insignificante nella costituzione chimica di una sostanza agisce in modo molto forte sulla sua capacità di assorbimento e cambia il colore delle radiazioni che la attraversano; così, ad esempio, il gas Az^2O^4 debolmente giallastro si trasforma, con il calore, in AzO^3 rosso bruno scuro. Il fatto che una soluzione di iodio nel solfuro di carbonio è viola e marrone nell'etere, sembra ancora più singolare.

Schütze ha sottolineato che al crescere del peso molecolare degli elementi della stessa famiglia, il loro colore diventa più saturo; il fluoro (incolore), il cloro, il bromo e lo iodio ne forniscono un esempio. A una bassa temperatura molto bassa, S, I, Br e Cl (solido) sono bianchi; Moissan e Dewar (1903) hanno mostrato che lo FI solido è bianco anche alla temperatura dell'idrogeno liquido ($20^\circ, 5 \text{ ass.}$). Jules Schmidlin (1905) ha studiato l'azione delle basse temperature sul colore di diverse soluzioni; non ha trovato alcuna azione in soluzioni di blu di metilene e di malachite verde nell'alcool, mentre le soluzioni rosse o viola delle varie rosaniline tendono al bianco.

Le sostanze coloranti, le cui molecole presentano la struttura più semplice, sono gialle o giallo verdastro. Come la struttura della molecola diventa più complessa, per l'introduzione di uno dei gruppi chiamati balocromi (ossidrilico, metile, ossimetile, carbossile, fenile), o degli elementi FI, Cl, Br, I, il colore diventa, gradualmente arancione, rosso, viola, indaco e verde: è la regola di Nietzke (1879). Questo cambiamento corrisponde ad uno spostamento graduale delle bande di assorbimento verso i raggi di lunghezza d'onda maggiore. Schütze (1892) ha mostrato che ci sono gruppi ipsocromi, che producono uno spostamento inverso delle bande di assorbimento, e di conseguenza un cambiamento di colore altrettanto inverso. O. Witt ha trovato che, in molte

sostanze, la colorazione, cioè l'assorbimento di tali o tali altre parti dello spettro, è prodotto dai gruppi di atomi determinati, ad esempio $AzO^2 - Az = Az-$, ecc., che ha chiamato cromofori. Per l'aggiunta di alcuni altri gruppi, che chiamò auxocromi, il colore risponde ad un maggiore assorbimento; a questi gruppi appartengono il gruppo amminico (AzH^2) e il gruppo ossidrilico (OH). Schütze ha mostrato che i carburi, ed in particolare l'aggiunta della benzina esercita un'influenza analoga a quella degli auxocromi. Recentemente sono state condotte nuove ricerche su questa questione da Jules Schmidlin (1903), Kaufmann (1903), Byk (1905) e altri. Kaufmann è giunto al risultato che l'origine del colore va ricercata nell'aggiunta di più combinazioni doppie.

O. Wiener ha mostrato che la superficie di un corpo può, in certi casi, assumere il colore delle radiazioni che agiscono su di essa per un tempo sufficientemente lungo; una superficie sensibile alla luce, rivestita con cloruro d'argento ne è un esempio; un altro esempio è fornito dalla superficie del corpo di alcuni animali (bruchi). Parleremo più in dettaglio di queste straordinarie ricerche di O. Wiener nel Capitolo sulle azioni chimiche dell'energia radiante.

Ora affrontiamo il tema importante della miscela di colori; dobbiamo distinguere qui due casi o più esattamente due tipi di miscele.

Il primo caso si verifica nella miscela di due pigmenti polverulenti (colori nel senso comune del termine) o di due liquidi colorati, non agenti chimicamente uno sull'altro. L'impressione di colore ottenuta in questo caso non è affatto la stessa di quella che viene prodotta dall'azione simultanea, sul nostro occhio, da due fasci di raggi, i cui colori sarebbero gli stessi di quelli dei pigmenti o dei liquidi miscelati. In quest'ultimo caso, abbiamo una sorta di sommatoria delle impressioni; il raggio di luce, che agisce sul nostro occhio, contiene radiazioni di tutti i colori (lunghezze d'onda) che entrano nella composizione dell'uno o dell'altro dei due fasci misti. Se confrontiamo le varie radiazioni dei due fasci a dei fattori, si può dire che il fascio risultante dalla loro miscela richiama in qualche modo ho il minimo comune multiplo.

Al contrario, nella miscela di pigmenti o liquidi colorati, non si tratta di una sommatoria di impressioni, ma piuttosto di una sorta di sottrazione. Il fascio, che agisce sul nostro occhio, contiene solo le radiazioni entranti contemporaneamente nella composizione dei due colori misti; si ha quindi qualcosa che ricorda il massimo comun divisore di numerose grandezze. La miscela è analoga a quella che si ottiene quando i raggi bianchi attraversano successivamente due mezzi colorati, ad esempio due vetri colorati sovrapposti; si ottiene qui un fascio formato da radiazioni, che hanno attraversato sia un mezzo che l'altro, cioè che entrano nella composizione del colore di ciascun mezzo, presi separatamente. C'è una selezione dello stesso tipo, tra le radiazioni della miscela di pigmenti di diversi colori, perché i raggi incidenti penetrano nella miscela fino a una certa profondità e sono in parte rinviati dalle particelle che non sono in superficie; nel loro percorso, le radiazioni attraversano quindi in successione particelle dei diversi pigmenti, e, tra esse, ci sono quelle che entrano contemporaneamente nella composizione dei colori, dei due pigmenti, che possono raggiungere la superficie.

Mescolando un pigmento giallo e un pigmento blu, si ottiene, come si sa, un colore verde, che spiegano le precedenti considerazioni, perché i raggi verdi, come vicini dei raggi gialli o dei raggi blu, appartengono sempre alle radiazioni che hanno attraversato in successione mezzi gialli e blu. Nuove ricerche di Raehlmann (1903), utilizzando l'ultramicroscopio di Sidentopf e Zsigmondy (vedi Cap. X, § 6), tuttavia, sembrano mettere in dubbio il valore di questa spiegazione, almeno per le soluzioni.

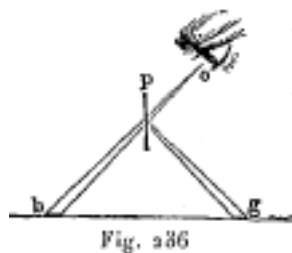
Passiamo ora al secondo caso, cioè a quello della miscela di fasci di radiazioni di diversi colori. Il risultato di una tale miscela, cioè l'impressione prodotta sull'occhio da una miscela di radiazioni, dipende in parte da un elemento puramente soggettivo, variabile magari con le persone; tutto ciò che è relativo a questo argomento si collega più o meno strettamente allo studio dell'occhio e della visione.

Helmholtz ha indicato quattro metodi per determinare l'azione sull'occhio di una miscela di radiazioni.

1. Si sovrappongono due spettri o parti diverse di uno stesso spettro; può essere fatto oggettivamente (su uno schermo) o soggettivamente. Helmholtz ha proceduto come segue: la fenditura del collimatore di uno spettroscopio avente la forma AB (fig. 235), ciascuna metà di questa fenditura dà uno spettro, le cui estremità sono inclinate sul bordo inferiore LT; questi spettri si sovrappongono, nella loro parte mediana, in modo che nei diversi punti si ottengono diverse combinazioni di due colori ciascuno; si vede, ad esempio, che in 1 si forma un miscuglio di rosso e verde, in 2 un miscuglio arancione e blu, in 4 una mescolanza di giallo e blu chiaro, ecc.



2. Si pone in *b* e *g* (fig. 236), su una superficie piana, due fogli di carta colorata, e in *p* una lamina di vetro. L'occhio assume una posizione *o* tale da ricevere simultaneamente i raggi in arrivo da *b* che attraversano *p*, e quelli provenienti da *g* che si riflettono su *p*.



3. Si dispongono, su un disco circolare o su un cilindro, settori o bande colorate; quando il disco o il cilindro sono dotati di un movimento di rotazione rapida, si ottiene la stessa impressione come se i colori fossero mescolati e la sensazione cromatica risultante è la somma delle impressioni prodotte da ciascuno dei colori componenti.

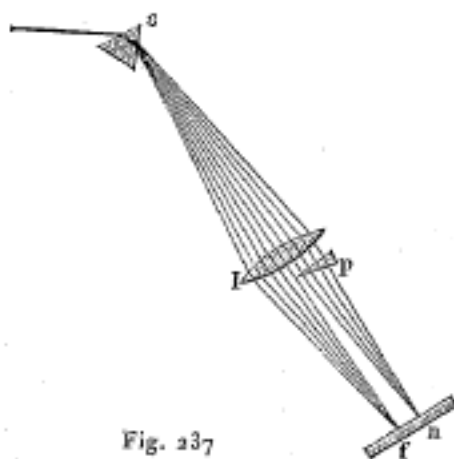
4. Utilizzando un prisma calcareo birifrangente (vedi più avanti), il bordo comune di due superfici colorate contigue; tra le due immagini del bordo appare allora una banda, nella quale i due colori sono mescolati.

Un dispositivo piuttosto complicato per lo studio della miscela di due colori è stato costruito da Asher (1903).

Per mescolare più di due colori, è possibile utilizzare il terzo dei metodi precedenti.

W. L. Rosenberg ha costruito un dispositivo molto semplice, con il quale si può mostrare il risultato della miscela di radiazioni o colori.

La miscela di tutti i colori spettrali dà, come ha mostrato Newton, il colore bianco. Se si dividono tutti i raggi dello spettro in due gruppi qualsiasi, e si mescolano separatamente i raggi di ogni gruppo, si ottengono due colori, che devono ovviamente dare il bianco, quando saranno poi mescolati insieme. Due di questi colori vengono chiamati *complementari*. Li si può ottenere ponendo all'uscita dei raggi della prisma *P*, una lente *l* (fig. 237), che li raccoglie in un piccolo cerchio bianco *f*, e deviando alcuni di questi raggi per mezzo del piccolo prisma *p*. L'esperimento riesce meglio, se si pone dietro il prisma *P* un particolare diaframma, la cui apertura è proiettata dalla lente *l* su uno schermo; tuttavia, è necessario posizionare il prisma piccolo *p* nel punto in cui la fenditura della lanterna, il prisma *P* e la lente *l* danno uno spettro. I fenomeni ottici che si verificano nei cristalli consentono di ottenere, con ancora altri metodi, miscele complementari di raggi spettrali; ma ne parleremo più tardi.



Le ricerche di Helmholtz hanno mostrato che la luce bianca può essere ottenuta, non solo mescolando tutti i colori dello spettro, ma anche dalla mescolanza di un piccolo numero e anche solo di due raggi di diversi colori. Si chiamano così complementari i due colori semplici o composti, la cui combinazione dà il bianco.

Helmholtz, e dopo di lui, Kries, Frey, Schelske, König e Dieterici si sono serviti di vari metodi oggettivi e soggettivi vengono utilizzati per studiare le miscele di raggi di diverso colore. Il metodo delle fenditure inclinate, descritto in precedenza (metodo 1), appartiene a queste procedure. Per far variare il rapporto delle intensità dei due raggi da mescolare, si può cambiare la larghezza di ciascuna delle due fenditure separatamente, o fare ruotare le due fenditure attorno all'asse del collimatore, cambiando così l'inclinazione degli spettri rispetto alla loro base comune; uno di essi diventa più stretto e più brillante, l'altro più largo e più debole. Helmholtz ha inoltre proceduto come segue: proiettava uno spettro obiettivo su uno schermo avente due fenditure parallele attraverso le quali passavano due fasci di colore diverso, riuniti poi su un secondo schermo mediante una lente convergente. Infine Helmholtz costruì anche uno spettrofotometro per la mescolanza delle radiazioni, che usarono anche i suoi successori.

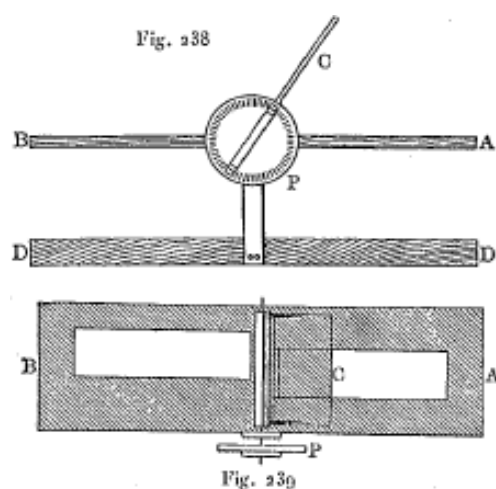
Mescolando due colori spettrali, si ottengono i nuovi colori seguenti: porpora, bianco e colori di transizione dai colori spettrali al bianco. Questi ultimi sono miscele di colori dello spettro e del bianco; esse sono tanto più saturate quanto meno contengono il bianco; i colori spettrali puri possiedono il più alto grado di saturazione. Il colore porpora risulta dalla miscela di rosso e viola. Il colore porpora non saturato appare rosa; si ottiene mescolando l'arancio con l'indaco. Due colori spettrali puri possono dare il bianco, cioè essere complementari tra loro. I seguenti colori spettrali sono, secondo Helmholtz, complementari tra loro:

Nome	Lunghezza d'onda in $\mu\mu$	Nome	Lunghezza d'onda in $\mu\mu$
Rosso	656,2	Blu verde	492,1
Arancio	607,7	Blu chiaro	489,7
Giallo	585,8	Blu chiaro	485,4
Giallo	573,9	Blu chiaro	482,1
Giallo	567,1	Indaco	464,5
Giallo	564,4	Indaco	461,8
Giallo verdastro	563,6	Violetto	433,0 (e al di sotto)

È notevole che la combinazione di raggi gialli e blu (o indaco) diano il bianco; abbiamo già spiegato perché si ottengono colori verdi, mescolando pigmenti gialli e indaco. I successori di

Helmholtz hanno anche stabilito tabelle di colori complementari, ma che differiscono leggermente le une dalle altre. Il verde ha il colore viola come complementare, cioè un colore composto.

Lambert ha costruito un dispositivo per la ricerca del colore complementare del colore di una data superficie, e Dove un dispositivo per determinazione di gruppi di due colori complementari. Questi due dispositivi sono stati perfezionati da Th. Th. Petroschewsky. La figura 238 mostra la prima vista di fronte, e la figura 239 vista in pianta; la tavoletta DD, che funge da piede per il dispositivo, supporta una tavola metallica annerita, provvista di due tacche, in cui si collocano due tavolette colorate o parti di corpi trasparenti colorati, o ancora recipienti piatti pieni di liquidi colorati; negli ultimi due casi viene steso un foglio di cartone bianco su DD.



La lastra di vetro incolore C, mobile attorno ad un asse orizzontale, permette di vedere, nella stessa direzione, le due superfici considerate, una per riflessione su C, l'altra attraverso C (vedi fig. 236). Si vedono quindi contemporaneamente due superfici colorate (dal lato A), e, facendo variare l'inclinazione di C, per effetto delle quantità relative di luce riflessa, si può arrivare a una miscela di colori che appare bianca. Le formule Fresnel (vedi capitolo sulla polarizzazione) permettono di calcolare quale frazioni dei due fasci di raggi colorati, riflessi sul vetro C o attraversanti quest'ultimo, danno bianco con la loro mescolanza.

Anche Helmholtz, König e Dieterici hanno studiato miscele di colori spettrali non complementari. Hanno scoperto che se si mescolano due colori situati nello spettro normale più vicini tra loro rispetto ai colori complementari, si ottiene uno dei colori che si trovano tra di loro, il quale è tanto meno saturo quanto lo sono i colori misti più distanti tra loro, cioè più vicini ai colori supplementari. Al contrario, se si mescolano due colori situati nello spettro più distanti tra loro rispetto ai colori complementari, si ottiene il porpora, o uno dei colori che sono tra uno dei colori scelti e l'estremità dello spettro più vicino. In questo caso, il grado di saturazione del colore ottenuto è tanto più alto quanto i due colori scelti sono più distanti tra loro; questo è mostrato nella tabella seguente:

Nome	Violetto	Indaco	Blu	Verde bluastro	Verde	Giallo verdastro	Giallo
Rosso	Porpora	Rosa scuro	Rosa chiaro	Bianco	Giallo chiaro	Giallo oro	Arancio
Arancio	Rosa scuro	Rosa chiaro	Bianco	Giallo chiaro	Giallo	Giallo	—
Giallo	Rosa chiaro	Bianco	Verde chiaro	Verde chiaro	Giallo Verde	—	—
Giallo verde	Bianco	Verde chiaro	Verde chiaro	Verde blu	—	—	—
Verde	Blu chiaro	Blu	Verde Blu	—	—	—	—
Verde blu	Blu	Blu	—	—	—	—	—
Blu	Indaco	—	—	—	—	—	—

C. Maxwell ha studiato da vicino la questione della produzione di differenti colori, in particolare di quelli dello spettro, dalla mescolanza di tre colori spettrali ben determinati. Indichiamo con P, Q, R le quantità di luce di questi tre *colori fondamentali*, per una larghezza della fenditura dello spettroscopio preso come un'unità; le lunghezze d'onda delle radiazioni corrispondenti sono:

$$\begin{array}{ccc} \text{P (rosso)} & \text{Q (verde)} & \text{R (blu)} \\ \lambda = & 0,630\mu & 0,528\mu \quad 0,457\mu \end{array}$$

Maxwell ha mostrato che qualsiasi colore X può essere ottenuto miscelando parti p, q, r (larghezze delle fenditure) dei tre colori P, Q e R; è quello che ha espresso con la formula

$$X = pP + qQ + rR \quad (7.0.30)$$

Maxwell ha anche redatto una tabella (completata da Lord Rayleigh) delle grandezze p, q, r , per i diversi colori spettrali; estrarremo i seguenti valori:

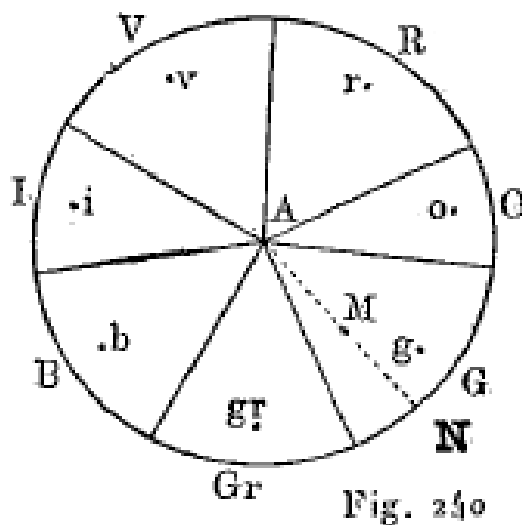
λ	p	q	r
0,630 μ	0,420	0,009	0,063
0,562	0,484	1,246	-0,032
0,488	-0,050	0,340	0,495
0,441	0,025	0,016	0,693

I valori negativi dei coefficienti significano che se si aggiunge al colore X, ad esempio a 0,562 μ , una certa quantità del colore R (0,032), si ottiene lo stesso colore che miscelando 0,484P + 1,246Q. Doubt (1898) ha perfezionato il metodo per la determinazione dei coefficienti p, q, r . La teoria di Maxwell ha trovato un'applicazione pratica, in ciò che si chiama fotografia a tre colori; il lavoro di Vogel, *Photographie*, Braunschweig, 1902, contiene informazioni dettagliate su questo argomento; tra i lavori recenti relativi alla stessa questione, possiamo citare le ricerche di Clay (1901). Maxwell ha indicato anche un metodo grafico interessante, per la rappresentazione dei colori, usando ciò che è chiamato *triangolo dei colori*; ci limiteremo a segnalarlo. Si troverà, in un'opera molto interessante di L. Pilgrim (1901), una presentazione dettagliata del lavoro di Maxwell, Lord Rayleigh, ecc., nonché tabelle e tante informazioni.

Veniamo ora alla questione generale della mescolanza dei colori spettrali semplici in qualsiasi numero e in quantità diverse. Il numero delle possibili combinazioni e delle tonalità così ottenute è infinito; ma in realtà, si ottiene *solo uno dei colori dello spettro o il porpora*, che sembrano più

o meno saturi, cioè più o meno mischiati di bianco. *L'impressione di colore prodotta da qualsiasi miscela è una funzione di tre variabili: 1° la quantità x del colore saturo (colore spettrale o porpora); 2° la lunghezza d'onda λ di quel colore (se non è porpora); 3° la quantità y di colore bianco aggiunto al colore saturo.*

Newton diede una regola, per determinare la tonalità di una miscela di sette colori dello spettro. Si divide la circonferenza di un cerchio (fig. 240) in sette parti, proporzionalmente ai numeri $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, o ai numeri 80, 45, 72, 80, 45, 80 (la cui somma è 474). Il primo arco (R) corrisponde al colore rosso, il secondo (O) all'arancione, ecc.; siano r, o, g, v , ecc. i centri di gravità di questi archi. Per determinare il risultato della miscela, che si ottiene prendendo quantità a di rosso, b di arancio, c di giallo, ecc., basta supporre applicate nei punti r, o, g, v , ... delle forze parallele a, b, c, d , ... e cercare il punto di applicazione M della risultante F di queste forze.



Il punto M determina, per la sua posizione, il colore cercato, che è lo stesso che si otterrebbe miscelando l'unità di quantità di colore spettrale nel punto N con la quantità $\frac{MN}{AN} = \frac{s-\delta}{s}$ di colore bianco ($s = AN$, $\delta = AM$). Lo splendore del colore cercato è dato dalla grandezza della risultante F. Questa regola di Newton è lungi dall'essere verificata perfettamente.

Abbiamo visto che tutti i colori, tranne quelli dello spettro e del porpora, sono i colori di transizione tra questi ultimi e il bianco; si può quindi disporre *tutti i colori possibili* all'interno di un cerchio, i colori saturi (colori spettrali e porpora) che si trovano sulle corde della circonferenza con il bianco al centro: tutte le varie sfumature di colori si trovano allora lungo i settori. Se si esprimono le differenze di brillantezza con una terza coordinata, perpendicolare al piano del cerchio, si ottiene *la piramide dei colori* di Lambert, in cima alla quale si trova il nero. Sono stati fatti tentativi per stabilire una nomenclatura dei colori da Chevreul, Forbes, Doppler e altri. Dovremo ancora tornare alla questione dei colori, quando parleremo della teoria di Young-Helmholtz.

Th. Th. Petrouschewsky ha pubblicato un articolo molto interessante sull'armonia dei colori, nel dizionario enciclopedico russo di Brockhaus-Efron, T. VIII, p. 135 (1892). Questo articolo contiene due tavole cromolitografiche che indicano i colori complementari, l'influenza reciproca di due colori contigui, nonché combinazioni di colori che presentano un'analogia con i tripli accordi maggiori e minori dei differenti scale; si troveranno pure nello stesso articolo informazioni bibliografiche dettagliate sui colori e le loro combinazioni.

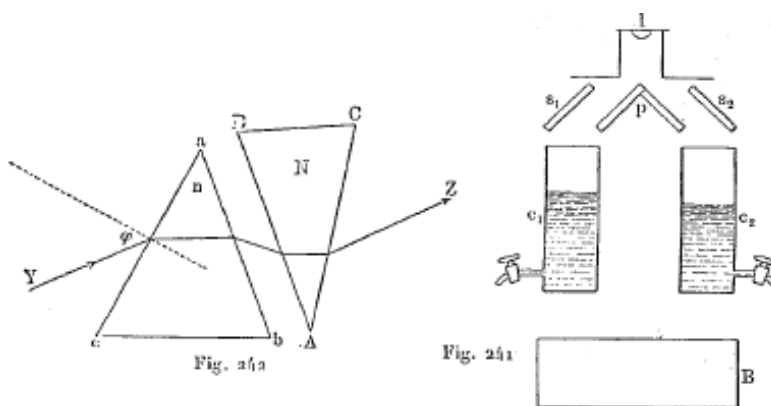
La sensazione di colore prodotta da una superficie colorata dipende molto dalla natura della sua illuminazione, cioè dalla composizione dei raggi che cadono su di essa. Se uno spettro luminoso viene proiettato su uno schermo bianco e se si mettono nelle diverse parti di questo

schermo pezzi di carta colorata, la colorazione apparente di quest'ultimo dipende dalla parte dello spettro in cui sono. La carta bianca prende immediatamente il colore dello spettro stesso; ma la carta rossa sembra, al contrario, quasi completamente nero, nelle parti verde e blu dello spettro, ecc. Quando si illuminano superfici colorate in modo diverso, con una fiamma di sodio (fiamma di alcool o gas contenente un sale di sodio), esse appaiono gialle, grigie o nere. Th. Th. Petrouschewsky ha mostrato che una superficie bianca, produce di sera, alla luce di una lampada a petrolio, la stessa sensazione sull'occhio di una superficie arancione scuro di giorno; una superficie azzurra produce, nelle stesse condizioni, la stessa impressione di una superficie marrone chiaro di giorno, ecc.; nonostante ciò, diciamo che una superficie bianca è bianca alla luce di una lampada a petrolio.

Il colore di una soluzione dipende dalla quantità di sostanza disciolta che essa contiene e, di conseguenza, può servire a determinare quest'ultima. Si prepara, a tale scopo, una soluzione di concentrazione determinata c_1 , e se ne prende uno strato di spessore d_1 , per esempio; si determina poi lo spessore d_2 di uno strato della soluzione di cui si cerca la concentrazione c_2 tale che i due strati appaiano esattamente della stessa colorazione; si ha ovviamente allora $c_1 d_1 = c_2 d_2$, da cui

$$c_2 = \frac{c_1 d_1}{d_2}$$

Gli strumenti, che servono quindi a misurare in modo conveniente le grandezze d_1 e d_2 sono detti *colorimetri*. La figura 241 rappresenta schematicamente un dispositivo di questo tipo: B è uno specchio inclinato, rivolto verso l'alto, dove essi attraversano contenitori cilindrici di vetro, dei raggi di luce venuti dal basso; questi contenitori sono provvisti di scale sulle pareti laterali; p , s_1 , s_2 sono piccoli specchi; l'osservatore vede in l , uno accanto all'altro, due campi visivi colorati. C. H. Wolf, Krüss, Martens, e altri ancora hanno perfezionato la costruzione di colorimetri ordinari, nonché di *spettrocolorimetri*; questi ultimi sono usati per determinare l'assorbimento, in una soluzione, di raggi di determinata rifrangibilità.



23. Prismi e lenti acromatiche; prismi a visione diretta

Si chiama *sistema acromatico*, un sistema di mezzi trasparenti che modifica la direzione dei raggi in modo dipendente anche poco della lunghezza onda λ ; una tale combinazione di mezzi produce una deviazione (rifrazione) dei raggi, con quasi totale assenza di dispersione, di modo che i raggi emergenti diano immagini (acromatiche) quasi incolori, quando il raggio incidente è formato da luce bianca.

Esiste anche, per i prismi, una combinazione inversa, che dà una dispersione senza deviazione di uno dei raggi medi dello spettro a partire dalla sua direzione iniziale; questi sono i *prismi a visione diretta*, di cui abbiamo già parlato.

1. PRISMI ACROMATICI - La costruzione di questi prismi richiede la risoluzione del problema seguente: sia dato un prisma abc (fig. 242), cioè il suo angolo di rifrazione a e suoi indici di rifrazione n per i diversi raggi dello spettro; si dia anche la sostanza di un secondo prisma ABC , cioè i suoi indici di rifrazione N . Le facce BA e ab sono parallele tra loro (sono a contatto, per esempio). Si tratta di determinare l'angolo di rifrazione A del secondo prisma dalla condizione che *due raggi determinati*, un raggio rosso (r) e un raggio blu (b), ad esempio, abbiano direzioni Z parallele alla loro uscita dal secondo prisma, cioè siano deviati dello stesso angolo ε rispetto alla loro direzione iniziale comune Y .

Consideriamo solo il caso in cui gli angoli a e A sono piccoli. Siano n_r, n_b, N_r, N_b i valori degli indici di rifrazione n e N , per i due raggi scelti ($b = \text{blu}$, $r = \text{rosso}$). Dalla formula (12), la deviazione del raggio rosso, nel primo prisma, è

$$\varepsilon_1 = (n_r - 1) a$$

e nel secondo,

$$\varepsilon_2 = (N_r - 1) A$$

la deviazione totale del raggio rosso è quindi

$$\varepsilon_r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = (n_r - 1) a - (N_r - 1) A$$

Analogamente per il raggio blu

$$\varepsilon_b = (n_b - 1) a - (N_b - 1) A$$

Conformemente alla condizione posta, si deve avere

$$\varepsilon_r = \varepsilon_b = \varepsilon$$

da cui si deduce

$$(n_b - n_r) a = (N_b - N_r) A$$

cioè

$$A = a \frac{n_b - n_r}{N_b - N_r} \quad (7.0.31)$$

Se si indicano in forma generale con Δn e ΔN le differenze degli indici di rifrazione dei due raggi considerato, si ha la condizione

$$a \Delta n = A \Delta N \quad (7.0.32)$$

in modo che questi raggi lasciano il secondo prisma lungo direzioni parallele. L'entità della deviazione si ottiene, riportando la (14) nelle espressioni di ε_r o di ε_b ; si ha così

$$\varepsilon = a \frac{(N_b - N_r)(n_r - 1) - (n_b - n_r)(N_r - 1)}{N_b - N_r} \quad (7.0.33)$$

o

$$\varepsilon = a \frac{(n_r - 1) \Delta N - (N_r - 1) \Delta n}{\Delta N} \quad (7.0.34)$$

La deviazione ε non è nulla, quando si ha

$$\frac{\Delta N}{\Delta n} = \frac{N_b - N_r}{n_b - n_r} \leq \frac{N_r - 1}{n_r - 1} \quad (7.0.35)$$

Se uno dei prismi è in vetro crown, l'altro in vetro flint, si ha $N_r > n_r$; ma il potere dispersivo del flint è maggiore di quello crown, quindi che il primo membro della disuguaglianza (18) è

maggiore del secondo; si ha quindi $\varepsilon > 0$. I raggi considerati sono di conseguenza deviati dai prismi combinati; ma, se i raggi incidenti sono inizialmente paralleli, alla fine emergono nella stessa direzione, nella quale si osserva la loro mescolanza.

La formula 815) mostra che tutte le coppie di raggi, per le quali si ha

$$\frac{\Delta N}{\Delta n} = \frac{a}{A} = \text{cost} \quad (7.0.36)$$

si mescolano anche, ma che le direzioni seguite da ciascuno di essi sono diverse. Un prisma doppio fornisce quindi uno spettro corto, che rappresenta una sorta di spettro semplice piegato nel mezzo; questo spettro risultante è chiamato *spettro secondario*; forma una banda quasi bianca nella sua parte centrale, ma porpora a una delle sue estremità (se si fanno coincidere i raggi rossi con i raggi violetti) e verdastri all'altra. Recentemente si è riusciti a fabbricare vetri in cui l'andamento della dispersione è quasi lo stesso; si è potuto così ridurre notevolmente lo spettro secondario.

Si può trattare in un modo leggermente diverso la questione della combinazione acromatica di due prismi. Dalla relazione $\varepsilon_r = \varepsilon_b$, risulta

$$(n_b - 1) a - (n_r - 1) a = (N_b - 1) a - (N_r - 1) A \quad (7.0.37)$$

Il membro sinistro e destro rappresentano le grandezze angolari φ degli spettri ottenuti con il primo prisma e con il secondo. Questi due prismi devono dare uguali dispersioni, ma differenti deviazioni. La relazione (19) dà

$$\varphi = a (n_b - n_r) = A (N_b - N_r) \quad (7.0.38)$$

La formula (20) permette di calcolare la grandezza angolare dello spettro, per ciascuno dei due prismi presi separatamente.

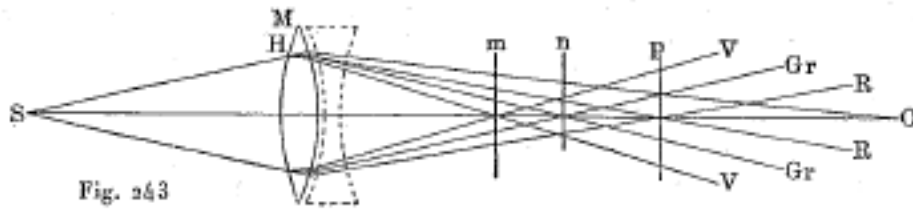
Combinando *tre prismi* di sostanze date, si possono ottenere *tre raggi paralleli*; lo spettro totale ha quindi un numero infinito di gruppi di tre raggi, essendo le direzioni di questi gruppi, mentre emergono dal secondo prisma, diverse. Si ottiene così uno spettro terziario, ancor meno colorato dello spettro secondario.

Si può, inoltre, con un'opportuna scelta delle sostanze di due prismi, ottenere tre raggi paralleli.

La teoria che abbiamo appena esposto è solo approssimativa; per dare una più esatta, bisognerebbe partire dalle formule (13) e (14, a) della descrizione dei prismi.

II. PRISMA A VISIONE DIRETTA O PRISMA DI AMICI - Abbiamo già parlato della costruzione di un tale prisma, e abbiamo indicato sulla figura 148 il percorso dei raggi in un prisma triplo, formato da un prisma mediano in flint e due prismi estremi in crown. Il prisma mediano rifrange il raggio giallo con la stessa forza dei due estremi: ma la dispersione prodotta dal flint non è compensata dai prismi estremi, così che si ottiene uno spettro, la cui estremità rossa si trova sul lato dell'angolo di rifrazione del prisma flint. Invece di tre prismi, a volte se ne usano cinque; quello di mezzo e i due estremi sono in crown, gli altri due in flint. Il calcolo degli angoli dei prismi è piuttosto complicato, ma non presenta alcuna difficoltà particolare.

III. LENTI ACROMATICHE - Raggi bianchi partenti da un punto dato S (fig. 243) non convergono, dopo il loro passaggio attraverso una lente M, in un solo punto (a prescindere dall'aberrazione sferica), poiché raggi di diverso colore sono rifratti in modo disuguale; ciò è mostrato in figura 243, dove la distanza tra i diversi fuochi è stata volutamente esagerata: il fuoco dei raggi rossi è nel piano p , quello dei raggi violetti nel piano m , mentre quello dei raggi verdi è in n ; questo fenomeno è chiamato *aberrazione cromatica*.



Per evitarla, è necessario aggiungere alla lente M una seconda lente, che deve distruggere la dispersione prodotta dalla prima, senza però far scomparire la convergenza dei raggi; quest'ultima è così ridotta, e il nuovo fuoco dei raggi si trova in O. La seconda lente deve essere una lente divergente, una lente biconcava, ad esempio, come quella mostrata con linee tratteggiate sulla figura; può essere in flint, quando M è in crown.

È opportuno dare qui alcune indicazioni storiche sull'acromatismo. Newton riteneva che la dispersione fosse proporzionale alla rifrangibilità, e aveva concluso che era impossibile costruire prismi e lenti acromatiche, l'una non potendo essere cancellata senza cancellare l'altra. Eulero protestò contro questa affermazione, ma indicando erroneamente l'occhio come un esempio di sistema ottico acromatico. Nel 1754 Klingenstjerna dimostrò l'inesattezza dell'ipotesi di Newton e comunicò il suo lavoro a Dollond, che nel 1755 costruì la prima lente acromatica. Ma il maggiore progresso in questa questione è stato realizzato da Fraunhofer, che per primo misurò la dispersione delle lenti, ciò che permise di calcolare un sistema acromatico. La teoria delle lenti acromatiche ha ricevuto nuovi miglioramenti negli ultimi tempi, grazie ai lavori di Abbe, Schott, Czapski, Pauly, ecc.

Senza entrare nei dettagli, consideriamo dapprima il caso più semplice di due lenti infinitamente sottili, *affiancate*; trascureremo di conseguenza lo spessore delle lenti, cioè la quantità e che entra nella formula (69). Siano n_1 e n_2 gli indici di rifrazione di due lenti, F_1 e F_2 le loro distanze focali, R_1 e R_2 i raggi delle superfici della prima lente, R_3 e R_4 le stesse grandezze per la seconda. Si ha, dalla formula (51)

$$\frac{1}{F_1} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

se si introducono, per brevità, le notazioni $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = k_1$, $\frac{1}{F_1} = \varphi_1$, si ha

$$\varphi_1 = (n_1 - 1) k_1 \quad (7.0.39)$$

Supponiamo che n_1 e n_2 si riferiscono a uno dei due raggi spettrali, i cui fuochi devono coincidere nella lente doppia; siano $n_1 + \Delta n_1$ e $\varphi_1 + \Delta \varphi_1$ le quantità corrispondenti a n_1 e φ_1 , per l'altro dei due raggi; la formula (21) dà

$$\Delta \varphi_1 = k_1 \Delta n_1 \quad (7.0.40)$$

analogamente, si ottiene, per la seconda lente

$$\Delta \varphi_2 = k_2 \Delta n_2 \quad (7.0.41)$$

Prendiamo, come misura della dispersione relativa delle sostanze di due lenti

$$m_1 = \frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} \quad m_2 = \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} \quad (7.0.42)$$

le grandezze inverse ν_1 e ν_2 sono i valori numerici di ν già in precedenza introdotti. La formula (6-74) assume ora la forma seguente

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \quad (7.0.43)$$

e ponendo $\frac{1}{F} = \varphi$, si ha

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (7.0.44)$$

se ne deduce

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$$

o, dalle (22) e (23)

$$\Delta\varphi = k_1\Delta n_1 + k_2\Delta n_2$$

Siccome F , e di conseguenza φ , devono avere lo stesso valore per i due raggi, la condizione di acromatismo cercata sarà $\Delta\varphi = 0$, cioè

$$k_1\Delta n_1 + k_2\Delta n_2 = 0 \quad (7.0.45)$$

ma la (21) dà

$$k_1 = \frac{\varphi_1}{n_1 - 1}$$

e si ha pure

$$k_2 = \frac{\varphi_2}{n_2 - 1}$$

introducendo queste espressioni nella (27) e tenendo conto della (24), otteniamo

$$\varphi_1 m_1 + \varphi_2 m_2 = 0 \quad (7.0.46)$$

si ha quindi

$$\frac{m_1}{F_1} + \frac{m_2}{F_2} = 0$$

cioè

$$\frac{F_1}{F_2} = -\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\nu_2}{\nu_1} \quad (7.0.47)$$

la (26) e la (21) danno

$$\frac{1}{F} = \varphi = (n_1 - 1)k_1 + (n_2 - 1)k_2 \quad (7.0.48)$$

le due formule (27) e (30) danno

$$\begin{cases} k_1 &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{F} \cdot \frac{1}{\Delta n_1} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \\ k_2 &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = -\frac{1}{F} \cdot \frac{1}{\Delta n_2} \cdot \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \end{cases} \quad (7.0.49)$$

e inoltre

$$\frac{1}{F} = k_1\Delta n_1(\nu_1 - \nu_2) = -k_2\Delta n_2(\nu_1 - \nu_2) \quad (7.0.50)$$

Segue dalla (32) che si ha $\nu_1 \leq \nu_2$, e che k_1 e k_2 hanno segni opposti. Le formule (29), (31) e (32) danno la seguente serie di teoremi:

I. *Un sistema di due lenti affiancate può essere acromatico solo per valori diversi di ν o per dispersioni relative disuguali; le lenti devono essere di sostanze diverse.*

II. *Una delle lenti deve essere convergente, l'altra divergente.*

La distanza dall'oggetto alla lente non entra affatto nelle relazioni (27) e (29); di conseguenza,

III. *Una lente acromatica rimane acromatica per tutte le distanze dall'oggetto alla lente.*

Dalla formula (29)

IV. *Le lunghezze focali delle due lenti (indipendentemente dai loro segni) devono essere proporzionali alle relative dispersioni o inversamente proporzionali alle grandezze ν .*

La formula (3.2) mostra che le quantità F e k_1 hanno lo stesso segno per $\nu_1 > \nu_2$; al contrario, se $\nu_2 > \nu_1$, queste sono F e k_2 che hanno lo stesso segno; ma k_1 e F_1 , k_2 e F_2 hanno lo stesso segno, e si ha inoltre $\nu_1 = 1/m_1$, $\nu_2 = 1/m_2$; di conseguenza,

per $m_1 < m_2$ F e F_1 sono dello stesso segno
 per $m_2 < m_1$ F e F_2 sono dello stesso segno

e si vede che

V. *Delle due lenti, quella che deve avere la dispersione relativa più bassa è quella il cui effetto è simile all'effetto totale del sistema di lenti.*

Se quindi il sistema deve essere convergente ($F > 0$), la lente convergente deve essere realizzata con la sostanza meno dispersiva, in vetro crown ad esempio, e la lente divergente deve essere in flint; deve avvenire il contrario, purché il sistema sia divergente.

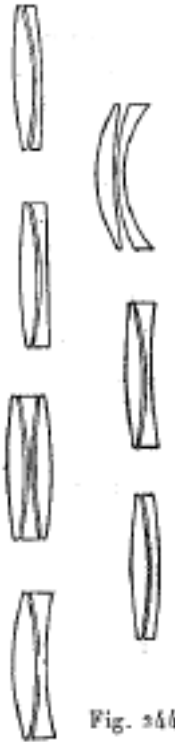
Se le sostanze delle due lenti sono date e se F è determinato, le formule (32) esprimono due condizioni alle quali devono soddisfare i quattro raggi R_1, R_2, R_3, R_4 ; molto spesso si aggiunge una terza condizione

$$R_3 = -R_2 \quad (7.0.51)$$

in modo che le facce opposte delle due lenti si applichino esattamente una sull'altra. Vedremo che uno dei quattro raggi può essere scelto arbitrariamente, o che si può introdurre una condizione arbitraria relativa ad entrambi i raggi di una delle lenti. Molto spesso, la quarta condizione consiste nel ridurre al minimo l'aberrazione sferica. Il problema è del tutto diverso, quando si possono scegliere arbitrariamente le grandezze ν ; in questo caso, si può cercare di ridurre il più possibile lo spettro secondario, che appare qui per lo stesso motivo di un sistema di due prismi.

Combinando tre o più lenti, è possibile annullare sia l'*aberrazione sferica* che quella *cromatica*. La figura 244 rappresenta le sezioni trasversali di vari obiettivi acromatici; a sinistra e in basso è rappresentato il sistema di J. Dollond; sopra, quella di P. Dollond (1765); il terzo e i quarti sono dovuti a Fraunhofer; a destra e in basso è il sistema di J. Herschel (1821); sopra, quello di Barlow (1827) e in cima quello di Gauss (costruito da Steinheil, nel 1860).

La scoperta, già citata più volte, di nuovi tipi di vetri da parte di Schott a Jena ha permesso a Pauly (marchio Zeiss) di costruire con due lenti un obiettivo, che, dal punto di vista del grado di acromatismo, lascia molto indietro tutti gli obiettivi realizzati in precedenza. W. Wolf a Heidelberg ha verificato le qualità di questo nuovo obiettivo, il cui diametro libero ha 212 millimetri e la lunghezza focale 445 centimetri. La tabella seguente mostra i risultati del confronto dell'obiettivo di Pauly con quelli particolarmente noti: quello di Fraunhofer (all'Osservatorio di Berlino), di Grubb (rifrattore di Potsdam) e quello di Clark (Osservatorio Lick). I numeri inseriti indicano la distanza dal fuoco dei raggi di lunghezza d'onda λ al fuoco dei raggi F ($446\mu\mu$), essendo queste distanze espresse in centomillesimi della lunghezza focale stessa dell'obiettivo; sono conteggiati positivamente nella direzione del cammino dei raggi.



Raggi	λ in $\mu\mu$	Fraunhofer	Grubb	Clark	Pauly
B	690	-19	+10	0	+2
C	660	-30	-19	-35	-2
D	590	-65	-51	-65	-3
E-b	520	-28	-57	-42	0
F	486	0	0	0	0
G	434	+92	+203	+209	+53

Figura 7.0.1:

Fig. 244

La distanza totale dei fuochi, per i raggi ben visibili (tra B e F), è pari a $445 \text{ cm} \cdot 2+3/100000 = 0,2 \text{ mm}$; è evidente che questo obiettivo è incomparabilmente migliore di tutti gli altri; si può dire che l'acromatismo vi è realizzato completamente dal punto di vista pratico.

Il problema di costruire un oculare composto acromatico, formato da due lenti ad una certa distanza D l'una dall'altra, presenta un carattere del diverso da quello che abbiamo appena trattato. Per ottenere nell'occhio un'immagine incolore dell'oggetto osservato (l'immagine data dall'obiettivo, ad esempio), le immagini fornite dai raggi rossi e blu devono avere uguali grandezze angolari. Questa condizione è soddisfatta quando la lunghezza focale F è la stessa per due tipi di raggi. Come sappiamo, F è contato a partire dal piano principale, la cui posizione dipende dalla natura dei raggi. La formula (77, b) fornisce il relazione

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 D$$

la condizione $\Delta\varphi = 0$ ci dà

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 - (\varphi_1 \Delta\varphi_2 + \varphi_2 \Delta\varphi_1) D = 0 \quad (7.0.52)$$

se ne deduce

$$D = \frac{\nu_2 F_2 + \nu_1 F_1}{\nu_1 + \nu_2}$$

se $\nu_1 = \nu_2$, cioè se le due lenti sono fatte con la stessa sostanza, si ha

$$D = \frac{1}{2} (F_1 + F_2)$$

La distanza tra le due lenti deve essere uguale alla semi somma delle loro lunghezze focali.

L'oculare di Huyghens e l'oculare Ramsden, che descriveremo in seguito, soddisfano la condizione appena indicata.

È utile sottolineare alla fine di questo Capitolo che le unità μ e $\mu\mu$ non sono impiegate, per indicare le lunghezze d'onda, se non in modo eccezionale; ora è uso generale nella spettroscopia fornire lunghezze d'onda in unità Angström. Così, ad esempio, se si dà la lunghezza d'onda della linea D_1 solo con tre cifre, si esprime questa lunghezza in $\mu\mu$ e si scrive $\lambda = 590\mu\mu$; ma con quattro cifre, si deve scrivere $\lambda = 5896 \text{ Å}$. Nell'infrarosso e nell'estremo infrarosso, ci si serve di $\mu\mu$ e anche di μ . Per definire correttamente la posizione di una riga è assolutamente necessario dare i decimi dell'unità di Angström; per esempio $\lambda = 5896,2 \text{ Å}$ per D_1 .

Citeremo un'altra modifica importante che attualmente deve essere aggiunta al testo dell'autore (spettro dell'azoto). L'azoto ha tre diversi spettri, uno spettro di righe e due di bande. Questi tre spettri possono essere ottenuti con scariche elettriche che attraversano il gas a pressione atmosferica o nel tubo di Geissler. Lo spettro delle bande osservate vicino al catodo è chiamato spettro di bande negativo. L'altro di solito visto nel capillare e vicino all'anodo è lo spettro di bande positivo. Lo spettro di righe è ottenuto dalla scarica di un condensatore come una bottiglia Leyda. Questa scarica può avvenire nell'azoto a pressione atmosferica sotto forma di scintilla o in un tubo di Geissler, dove il gas è rarefatto. La scintilla di induzione non condensata fornisce lo spettro bande positive a pressione atmosferica; la guaina che circonda il catodo dà, nelle stesse condizioni, lo spettro di bande negativo. Anche quest'ultimo spettro è ottenuto inserendo un'autoinduzione nel circuito di scarica di un condensatore (vedi Hagebbach e Kosen, *Physikalische Zeitschrift*, 4, p. 227, 1902; Hemsalech, *Ricerche sugli spettri di scintille*, Parigi, Hermann, 1901, p. 111).

NOTA - SUI MODERNI METODI DI OSSERVAZIONE NELL'ANALISI SPETTRALE

di M. A. de Gramont

Per desiderio espresso dall'editore, daremo qui alcune osservazioni informazioni complementari sui metodi attualmente utilizzati nei laboratori in cui viene utilizzata l'analisi spettrale.

1. **Spettri di fiamma.** - *fiamma di gas.* Per poter fotografare con esposizioni di diverse ore, gli spettri delle soluzioni saline regolarmente evaporate alla fiamma, MM. Eder e Velenta⁵ facevano ruotare con un movimento a orologeria una ruota rivestita di tela di platino, inclinata a 45°, immergendosi da un lato nella soluzione allo studio, e dall'altra nel fiamma di un bruciatore Bunsen, dove il sale disciolto veniva così introdotto da una rotazione regolare e continua.

M. C. de Wetteville⁶ si è applicato a fotografare anche nell'ultravioletto estremo gli spettri che corrispondono alle diverse regioni della fiamma: cono interno o nucleo e fiamma avvolgente propriamente detta che lo circonda. Queste due regioni presentano, dal punto di vista spettrale, delle caratteristiche nettamente divise. Modifica un dispositivo già utilizzato dal Sig. Gouy⁷, M. de Wetteville spruzzava tra le fiamme di una rotaia a gas di trenta becchi le soluzioni saline da studiare, spinte da una corrente d'aria compressa. Le intensità delle piccole fiamme si aggiungono, grazie alla trasparenza che hanno le une per le altre e l'osservazione ha luogo nel verso della lunghezza della rotaia. Si è così ottenuto, sia con un reticolo concavo sia con prismi, spettri, di finezza estrema, si metalli alcalini, alcalino terrosi, e di Cu, Ag, Zn, Cd, Hg⁸, Sn, Pb, Bi, Cr, Fe. Le conclusioni generali del sig. de Wetteville sono riassunte come segue: Gli spettri di fiamma sono considerevolmente più ricchi di righe di quanto non si sia osservato finora, e si estendono fino all'ultravioletto (Sn: $\lambda.2199$). Le divisioni della fiamma in regioni mostrano serie differenti di righe spettrali. Se, ad esempio, si proietta mediante una lente un'immagine della fiamma, la cui altezza totale sia inferiore a quella della fenditura dello spettroscopio, si osserva che gli spettri dei metalli alcalini sono divisi longitudinalmente in tre bande parallele, differenziate dal punto di vista del loro contenuto in righe, le quali corrispondono a serie diverse a seconda della temperatura relativa della regione della fiamma. Confrontando gli spettri di fiamma con quelli dell'arco e della scintilla, si riconosce che queste sono le righe più forti nell'arco, che si trovano nella fiamma; si è, inoltre, portati ad avvicinare lo spettro del cono blu, (la parte più calda), dello spettro della scintilla fatta oscillare dall'effetto di un'autoinduzione. Per Fe, Ni, Co, in particolare, le stesse righe sono comuni ai due spettri e le righe della fiamma sono sul prolungamento di quelle della scintilla oscillante, fotografate sulla stessa lastra. Semplici variazioni termiche sembrano sufficienti a produrre le differenze spettrali rilevate dal Sig. de Wetteville che così corrobora le idee di Sir Norman Lockyer sull'origine puramente termica degli spettri stellari, le cui righe sono però quelle delle nostre sorgenti elettriche, arco o scintilla.

2. **Fiamma ossidrica.** - M. Hartley⁹ ha studiato soprattutto gli spettri dei corpi solidi volatilizzati nella fiamma molto calda di un cannello ossidrico che fonde facilmente il platino. Introduceva la sostanza in fusione nella fiamma su un supporto formato da una lamina di clivaggio di Disthène ($Al^2O^3.SiO^2$), minerale assolutamente infusibile, che forniva solo la riga rossa del Litio e le righe D del Sodio, alle quali si aggiungevano le bande del vapore acqueo dovute al cannello stesso.

Ottenne così con brevi esposizioni un certo numero di righe dello spettro d'arco o scintilla dei corpi studiati, righe che ritrovate poi con lunghe esposizioni. di M. de Wetteville nella fiamma o nel cono del bruciatore Bunsen. Con diversi corpi semplici: Mg, Zn, Cd, Al, In, Tl, Cu, Ag, Au, appaiono spettri molto belli di bande scanalate, che MM. Hartley e Ramage¹⁰ attribuiscono, non all'ossido, ma alla molecola del metallo stesso, perché li si ottiene ugualmente bene con metalli o non ossidabili nelle condizioni dell'esperienza, o ossidabili in ossidi non volatili. Questi stessi

⁵ *Denkschr. d. Wien. Akad.* (1893), T. LX, p. 468 e *Beiträge zur Photochemie*, 2, Vienna, 1904.

⁶ *Spectres de flamme*, Tesi di dottorato, Parigi, 1904 e *Phil. Trans. Roy. Soc.* Londra, 1904.

⁷ *Ann. de Chim. et Phys.* (quinta serie), T. XVIII.

⁸ *Comptes rendus*, T. CXLII, 1906.

⁹ *Flame Spectra at high temperatures. Phil. Trans. Roy. Soc.*, Londra, T. CLXXXV, 1894.

¹⁰ *Trans. Roy. Soc.*, Dublino, II, T. VII, 1901.

spettri di bande sono stati inoltre ottenuti da M. Basquin¹¹ con l'arco prodotto in un'atmosfera di idrogeno.

3. Spettri d'arco. - Come si sa, il carbone positivo dell'arco elettrico viene svuotato per effetto del trasporto di corrente in una specie di cratere incandescente: viene posto in fondo allo strumento, e nel cratere vengono posti frammenti dell'elemento di cui si vuole produrre lo spettro d'arco. Ancora più vantaggiosamente, il polo positivo è formato da un tubo di carbone, la cui cavità è riempita con la sostanza da studiare. Per lo spettro di un metallo a poco fusibile, le barre di carbone sono sostituite da barre o cilindri dello stesso metallo; questo dispositivo è particolarmente utilizzato con il ferro. Kayser e Runge¹² per lo studio dello spettro di questo metallo facendone ruotare i poli, in verso contrario, orizzontalmente, con un sistema meccanico. In precedenti ricerche Lieveing e Dewar¹³ facevano risplendere l'arco in una sorta di crogiolo di calce o magnesia, dove si ponevano i corpi il cui spettro doveva essere prodotto. Questo dispositivo era particolarmente favorevole all'inversione delle righe. Per liberarsi delle bande di carbonio e cianogeno, sempre presenti nell'arco, Crew e Tatnall¹⁴ si avvalgono di un elettrodo formato da un disco del metallo studiato, animato da un rapido movimento rotatorio, rivolto verso un'asta dello stesso metallo, tenuta alla distanza voluta da una vite a passo molto fine. Se il corpo, di cui si vuole ottenere lo spettro, è raro, se ne fissano dei frammenti solo sul bordo del disco rotante. In questo modo l'arco è proiettato lateralmente a ventaglio in modo molto favorevole all'osservazione, e tutte le impurità dovute ai carboni dell'arco ordinario sono evitati. La corrente utilizzata è alternata a 100 volt e da 2 a 10 ampere.

4. Spettri di scintilla di liquidi. - Il tubo chiuso di fig. 163 è stato abbandonato per lo studio spettrale dei liquidi, perché il calore della scintilla lo riempie molto rapidamente di vapore acqueo e goccioline polverizzate lungo i bordi. M. Lecoq de Boisbaudran (*Spectres lumineux*, Parigi, 1876), fece semplicemente esplodere la scintilla della bobina senza bottiglia di Leida alla superficie del liquido contenuto in un tubicino, corto, aperto, di capacità doppia di quello di un ditale e attraversato nella sua parte inferiore da un filo di platino per portare la corrente nel liquido. M. Demarcay (*Spectres électriques*, Parigi, 1895) usava una speciale bobina a filo grosso, permettendo l'impiego di una forte corrente induttrice; ottenne così una scintilla indotta molto breve e molto calda, che scaturiva tra uno spesso filo di platino e un piccolo stoppino di filo di platino immerso nel liquido da studiare, contenuto in un cucchiaino di platino. Questo stoppino, formato attorcigliando insieme tre o quattro fili da 0,1 a 0,2 mm, superava il liquido di circa un millimetro. I sali utilizzati erano preferibilmente fluoruri o cloruri, in alcuni casi gli azotati, talvolta i sali alcalini di certi metalli con ossidi acidi (Al, Cr, W, Mo). Ai ottengono così spettri molto belli abbastanza vicini a quelli dell'arco, e reazioni spesso di estrema sensibilità.

Recentemente Sir William Crookes¹⁵ dovendo studiare una sostanza preziosa, e per non perdere le goccioline proiettate dalla scintilla, faceva uso di un tubo qui raffigurato, dotato all'altezza dello scoppio della scintilla di una piccola apertura allungata CC che consentiva l'entrata dell'aria, e permetteva al fascio luminoso emesso di uscire senza subire l'assorbimento del vetro.

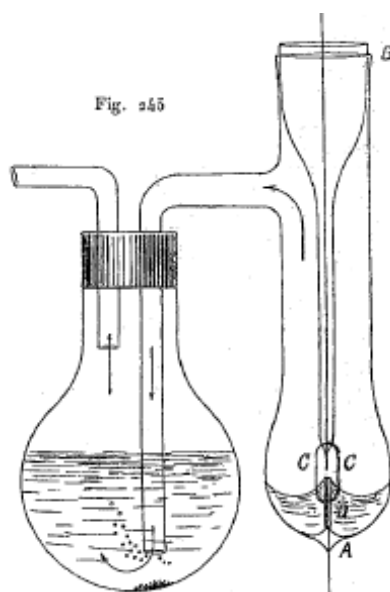
¹¹ *Proc. Amer. Acad.*, T. XXXVII, 1901.

¹² *Handbuch der Spectroscopie*, T. I. p. 169.

¹³ *Proc. Roy. Soc.*, T. XXVIII (1879), p. 352.

¹⁴ *Phil. Mag.*, (5), T. XXXVIII (1904), p. 379. - *Astron. et Astrophys.*, T. XIII (1894), p. 741.

¹⁵ *Ultra-violet Spectrum of Radium, Proced. Roy. Soc.*, Londra, vol. 72, p. 295 (1903).



L'elettrodo inferiore A è sormontato da un piccolo tubo di platino D, che lo supera di 3 mm e si innalza quasi nel mezzo della finestra CC, portando, per capillarità la soluzione per alimentare la scintilla: l'elettrodo superiore attraversa il tappo di vetro B e il tubo capillare che lo chiude. Un tubo adduttore a gomito saldato lateralmente, porta a una piccola palla condensatrice, trasportando i vapori e le goccioline con una corrente d'aria. Ciò è dato da un aspiratore che è collegato al fondo del sistema Sir William Crookes impiegò una soluzione nitrica, e la scintilla di un condensatore di circa 0,004 mf con una debole autoinduzione di 0,00025 H per eliminare lo spettro dell'aria. Lo spettrografo usato sarà descritto in seguito.

5. Spettri della scintilla oscillante, o di autoinduzione. - Nel corso delle loro ricerche sulla costituzione della scintilla elettrica (*Phil. Trans.*, vol. 193, 1894), MM. A. Schuster e G. Hemsalech furono portati ad inserire una bobina di filo nel circuito di scarica del condensatore, per poter separare le scariche oscillanti. Essi scoprirono che se l'autoinduzione era elevata, lo spettro di righe dell'aria scompariva completamente. Sembra che le righe dell'aria siano prodotte interamente dalla prima scarica iniziale, quando lo spazio dove brilla la scintilla non contenga ancora vapore metallico. Le oscillazioni successive passano al contrario attraverso il metallo vaporizzato che ha avuto il tempo di diffondersi attorno agli elettrodi. L'inserimento della bobina ritarda la scarica iniziale e questa non scalda molto l'aria tanto da fornire il suo spettro di righe. La durata totale della scintilla è considerevolmente aumentata e questa attraversa solo il vapore metallico che riempie in qualche milionesimo di secondo lo spazio esplosivo. Si può così riconoscere ed eliminare facilmente lo spettro dell'aria.

M. Hemsalech ha ripreso in una sua memoria speciale (*Recherches expérimentales sur les spectres d'étincelles*, Parigi, Hermann, 1901), lo studio degli effetti dell'autoinduzione variata, senza nucleo o con nucleo metallico (ferro o rame), sugli spettri delle scintille. Il nucleo agisce solo per la sua superficie: l'effetto massimo si ottiene con un tubo sottile; le oscillazioni sono sopresse dal magnetismo del ferro, o molto diminuite di numero dalle correnti di Foucault, usando il rame. Nel caso del ferro queste due cause si aggiungono l'una all'altra. Per avere scintille ben oscillanti e formate unicamente da frammenti vaporizzati degli elettrodi, sarà quindi necessario inserire delle bobine di autoinduzione senza nucleo metallico qualunque sia. M. Hemsalech ha così riconosciuto i seguenti fatti:

La scintilla ordinaria è formata da tre parti: la scarica iniziale, o lampo di fuoco, che dà principalmente le righe dell'aria, poi alcune oscillazioni molto veloci producenti le righe metalliche, dette di alta temperatura, "*enhanced lines*" di N. Lockyer, e infine l'alone stesso che fornisce le righe metalliche, dette di bassa temperatura.

La scintilla oscillante, invece, ottenuta dall'inserimento di un'autoinduzione nel circuito di scarica del condensatore, è composta quasi esclusivamente dell'alone e contiene solo righe dei metalli. Le righe di alta temperatura o righe corte della scintilla ordinaria si indeboliscono fino a scomparire e le righe di bassa temperatura diventano più vivide. Con una debole autoinduzione, le righe dell'aria sono scomparse: quanto a quelle dei metalli, l'azione di autoinduzione le divide in tre classi: 1^a righe decrescenti rapidamente di intensità per scomparire con l'aumento dell'autoinduzione, ad esempio le righe dell'aria, i doppietti verdi di Cd e Zn, le forte righe 4245 e 4387 del Piombo; 2^a righe che si indeboliscono lentamente e in modo continuo per l'aumento dell'autoinduzione, come il tripletto Mg del verde, che corrisponde al gruppo *b* dello spettro solare e la maggior parte dei componenti della serie di righe di Kayser e Runge; 3^a righe che, dopo essere diminuite e raggiunto un minimo, aumentano considerevolmente la luminosità fino a un massimo per poi diminuire ancora, come le principali righe di Fe, Co. M. Hemsalech divide i quattordici corpi semplici che ha studiato in due gruppi, il primo formato solo da Fe, Ni e Mn, le righe sono quasi tutte più o meno rinforzate da autoinduzioni crescenti, il secondo comprendente Cd, Zn, Co, Mg, Al, Sb, Sn, Bi, Pb, Cu, Ag, che danno righe relativamente meno numerose, meno distinte e quasi tutte più o meno indebolite dall'autoinduzione.

M. Berndt¹⁶ ha cercato di confrontare l'azione dell'autoinduzione con quella di una resistenza equivalente, sugli spettri di scintilla; ha mostrato che la resistenza non produce in alcun modo gli stessi effetti dell'autoinduzione e non apporta, come questa, un ritardo nella scarica. Ha esteso le sue misure, fatte con uno spettrografo di quarzo, fino al $\lambda 2000$, quelle di M. Hemsalech essendo state limitate a $\lambda 3500$ da un sistema ottico in flint.

6. Spettri di scintilla condensati o di "dissociazione". - Con il dispositivo di figura 162 si ottengono spettri particolarmente brillanti dei metalli EE', tra i quali scoppia brilla la scintilla di scarica della bottiglia di Leida L, continuamente ricaricata attraverso l'interruttore TP da una bobina Rhumkorff J. Lo spettroscopio posto in S permette di osservare che la scintilla così ottenuta dà uno spettro di righe costanti per uno stesso metallo e le caratteristiche di questo. Un certo numero di righe dell'azoto e dell'ossigeno dell'aria e la riga rossa dell'idrogeno del vapore acqueo, sono pure presenti. Le leghe danno allo stesso modo le righe dei metalli costituenti. Ricorrendo a una condensazione più forte, da due a sei bottiglie di Leida, ovvero da 25 a 75 dm^2 di superficie di condensazione, fornenti una capacità da 0,08 a 0,026 microfarad, M. A. de Gramont¹⁷, con bobine che danno una scintilla da 5 a 15 *cm*, ha trovato che i minerali a lucentezza metallica, i prodotti metallurgici e i sali fusi, non si comportavano solo come leghe, ma davano veri "spettri di dissociazione" dove, non solo i metalli ma anche gli spettri dei metalloidi erano rappresentati dalle loro righe caratteristiche. Diminuendo la condensazione, le righe dei metalloidi si indeboliscono, quindi scompaiono, e; rimuovendola, cioè togliendo tutte le bottiglie di Leida, le righe più brillanti dei metalli persistono da sole, talvolta mescolate (soprattutto nel caso di sali fusi) alle bande dovute alla molecola, non, o incompletamente dissociata. In questo processo, il supporto G'H di figura 162, viene sostituito da una robusta asta verticale con due cremagliere, ciascuna portante un'asta di ebanite alla cui estremità viene mantenuta, per mezzo di una vite di bloccaggio, una fascetta d'acciaio o pezzi di platino, per inserire il piccolo frammento di sostanza da cui scaturirà la scintilla. Si possono vantaggiosamente sostituire le bottiglie di Leida con grandi piastre di vetro spesse 3 *mm*, ricoperte su ogni lato da fogli di stagno; se si dà a questi una superficie di 50 × 50 *cm*, si ottiene una capacità di circa 0,004 microfarad per piastra [Hemsalech].

In questo studio degli spettri di dissociazione, M. De Gramont ha riconosciuto che il basso contenuto di un corpo in un dato composto può manifestarsi in due modi diversi: 1° per uno spettro persistente ma ridotto alle sue poche righe capitali; 2° per uno spettro transitorio o

¹⁶ *Ueber die Einfluss von Selbstinduction in Ultra-violett.* Halle, 1901.

¹⁷ *Comptes Rendus*, T. CXVIII, CXIX (1894); T. CXX, CXXI (1895); T. CXXII (1896); T. CXXIV (1897) e *Analyse spectrale directe des Mineraux*, Parigi 1895, e *Bull. Soc. Franc. de Minéralogie*, T. XVIII (1896).

irregolare. Ha potuto, con questo metodo, ottenere all'aria aperta e senza l'uso di tubi Plücker gli spettri dei metalloidi, con scintilla diretta, sia su di essi senza accenderli, come per lo zolfo, il selenio, l'arsenico, sia sui loro sali fusi, come per il fosforo, cloro, iodio, fluoro.

Per lo studio dei sali fusi, questi vengono posti sull'estremità appiattita di un grosso filo di platino orizzontale, riscaldato da una fiamma, e formante il ramo inferiore di un sorta di V distesa, dove il vertice dell'angolo è il punto di getto della scintilla portata sullo strato fuso, da un secondo filo di platino che chiude l'altro ramo della V, e collegato come il precedente ai poli della batteria di Leida¹⁸. Si ottengono così bei spettri di righe, non solo dei metalli, ma anche dei metalloidi, S, Se, Te, Cl, Br, I, As Pb, contenuto nei sali fusi, a condizione di introdurre nel circuito di scarica una capacità sufficiente, e di eliminare ogni autoinduzione, perché ciò farebbe scomparire le righe dei metalloidi prima di quelle dei metalli¹⁹.

7. Sulla fotografia spettrale o sulla spettrofotografia. - La maggior parte dei recenti lavori di analisi spettrale essendo stati eseguiti utilizzando la fotografia, riteniamo utile dare qui alcune nozioni sugli spettrografi e sul loro utilizzo.

Le lastre sensibili al bromuro di gelatina sono difficilmente impressionabili ai raggi di lunghezza d'onda maggiore di $\lambda 5000$, cioè meno rifrangibili rispetto alla fine del verde. Per ottenere il rosso, l'arancio, il giallo e una parte del verde, si è obbligati a sottoporli a sensibilizzatori speciali e a lunghe pose. In pratica, la ricerca attuale in spettrofotografia è quindi fatta dalla fine del verde e riguarda l'indaco, il blu, viola e ultravioletto, che inizia alla linea K di Fraunhofer (calcio $\lambda 3934$). L'estensione dello spettro fotografabile nell'ultravioletto dipende dall'assorbimento dell'aria e dalla traslucidità dei prismi e delle lenti impiegate. I comuni vetri ottici, crown e flint, assorbono i raggi più rifrangibili di $\lambda 3500$ circa. Per consentire il passaggio di radiazioni di lunghezza inferiore, si fa uso di sistemi ottici, in spato d'Islanda (Calcite) o in cristallo di rocca, (Quarzo), la cui doppia rifrazione, molto forte nella Calcite, debole nel Quarzo, obbliga a condizioni di orientamento e dimensione molto precise.

I prismi in spato d'Islanda devono avere il bordo rifrangente parallelo all'asse ottico del cristallo, fornendo la doppia rifrazione così due spettri nettamente separati, di cui solo il secondo, dovuto a un raggio ordinario, il più rifrangibile e il più disperso, è utilizzato. I prismi in quarzo, invece, hanno l'asse ottico normale al piano bisecante l'angolo di rifrazione; questo dispositivo è preferibile a causa della bassa birifrangenza del quarzo. Al fine di evitare gli effetti della polarizzazione rotatoria di questo, poiché i raggi viaggiano in prossimità dell'asse ottico, il sig. Cornu ha sostituito il prisma di 60° con due semi prismi di 30° , uniti lungo la bisettrice dell'angolo di rifrazione e provenienti, uno da un cristallo levogiro, l'altro da un cristallo destrogiro. Questa disposizione, adottata da allora, fornisce spettri molto puri. Se si vuole mantenere il vetro liscio e la lastra sensibile perpendicolarmente all'asse ottico delle lenti, si è costretti ad acromatizzare questi con combinazioni di Quarzo e Calcite, o Fluorite e Quarzo. Per il calcolo di obiettivi di questo tipo, ci si deve riferire alla memoria di M. Cornu [*Spectre normal du Soleil, partie ultraviolette. Ann. Ec. Normale supér.*, 2° serie, T. IX, 1880] e ai dati più recenti di M. J. W. Gifford [*Proceed. of Roy. Soc.*, Londra. volo. 70, n. 463, 1902]. È sempre più vantaggioso, per la nitidezza delle righe e il potere risolutivo del sistema, utilizzare obiettivi semplici, non acromatici, in quarzo, tagliati perpendicolarmente all'asse; bisogna inclinare fortemente il telaio porta lastra rispetto all'asse ottico dell'obiettivo; i raggi più rifrangibili avendo i fuochi più corti, la lastra dovrà essere inclinata verso di essi. Si può anche utilizzare un obiettivo acromatizzato per il solo collimatore, regolare quest'ultimo all'infinito con i raggi violetti visibili, mediante l'osservazione visiva diretta,²⁰ e ottenere la regolazione dell'apparecchio, per il semplice obiettivo della camera

¹⁸ *Comptes Rendus*, T. CXXI (1895); T. CXXII (1896); T. CXXIV, CXXV (1897); T. CXXVI (1898) e *Bull. Soc. Franc. de Minéralogie*, T. XXI (1898).

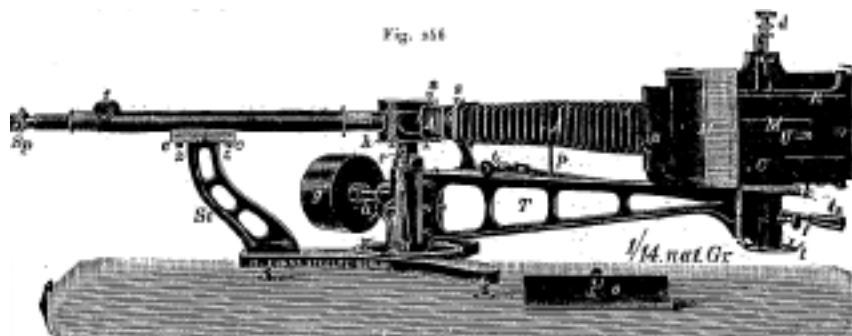
¹⁹ *Comptes Rendus*, T. CXXXIV (1902).

²⁰ Preferibilmente con l'impiego di lamine spesse a facce parallele di M. Lipmann, *Comptes rendus* T. CXXIX, p. 569, 1899.

iniziando con un vetro fluorescente di uranio, e terminando con pose successive della lastra fotografica.

Si troveranno descrizioni dettagliate di spettrografi con sistemi ottici al quarzo, e di ottimo uso, nelle memorie di Hartley²¹, di V. Schumann, di Eder e Valenta²², di Sir W. Crookes²³.

Riproduciamo qui la figura di uno di questi strumenti, costruito secondo le indicazioni di Schumann da M. Leiss, della casa Fuess di Berlino²⁴, la cui parte ottica è interamente in quarzo.



Se p è la fenditura del collimatore di cui t è la cremagliera di messa a punto, il prisma di Quarzo, destro e sinistro, di Cornu è assolutamente al riparo dalla luce esterna nel perno hs formato da due involucri concentrici, uno dei quali è solidale col collimatore in h e l'altro con il braccio porta camera T , la cui posizione è letta da un nonio n su un cerchio graduato k e il cui equilibrio è assicurato dal contrappeso g . La messa a punto dell'obiettivo s compreso tra i due soffietti A_1 e A è comandata dalla cremagliera ad asta t_1t_2 .

Il supporto del telaio RC è mobile attorno ad un asse verticale, in un tamburo M a tenuta di luce come l'intero dispositivo. La sua inclinazione si legge sul cerchio k , e la vite d , con molla di arresto, permette il suo spostamento nella direzione verticale per fare pose successive sulla stessa lastra. Il vetro smerigliato di messa a punto rappresentato in figura, nel posto che deve occupare il telaio, è formato da due parti, una M è un vetro finemente satinato ordinario, l'altra U è un vetro all'uranio, la cui fluorescenza consente una prima messa a punto dei raggi ultravioletti più estremi, che si osservano facilmente con una lente d'ingrandimento, ma con una fenditura largamente aperta; si restringe poi per la regolazione fotografica finale.

Per usare questi dispositivi, si proietta sulla fenditura dello spettrografo l'immagine della sorgente luminosa, per mezzo di una lente sferica di quarzo, che permette di determinare esattamente la parte dell'immagine attraversata dalla fenditura e sottoposta all'analisi, o di una lente cilindrica che dà allora una risultante lineare, coincidente con la fenditura, dell'emissione totale della sorgente. Uno schermo mobile davanti alla fenditura e con aperture in grado di scoprire successivamente questa a diverse altezze permette di ricevere sulla stessa lastra spettri successivi in perfetta coincidenza ottica, essendo le righe comuni continue, da uno spettro all'altro.

Lo spato d'Islanda ferma, come si sa, i raggi più rifrangibili rispetto che la riga Cd ($n^\circ 25$) $\lambda 2195$. Utilizzando sistemi ottici al quarzo o al quarzo-fluoro acromatizzati, M. Cornu²⁵ ha potuto fotografare una riga dell'alluminio di $\lambda 1854$. Ma, già in questa regione dello spettro, l'aria ambiente esercita un assorbimento così sensibile che è necessario utilizzare al collimatore e alla fotocamera, obiettivi il cui fuoco non supera i $40cm$. Bisogna rimuovere anche la lente

²¹Scien. Proceed. Roy. Dublin Soc. Vol. III, Parte III (1881).

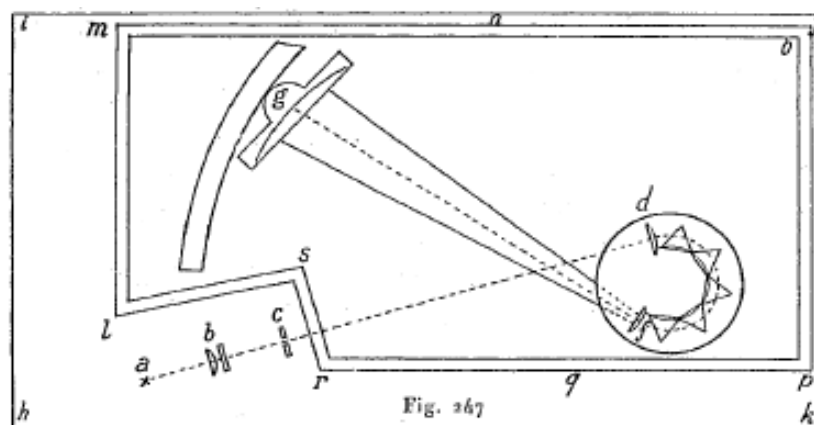
²²Denkschr. d. Kays. Akad. d. Wissenschaften, Vienna, T. LX (1893),

²³Proced. of the Roy. Soc. Londra, T. LXXII (1897) e T. XVIII (1898).

²⁴Zeitschr. f. Instrumentenkunde, T. XVII (1897) e T. XVIII (1898).

²⁵Archives des Sc. phys. et nat. de Genève, (3), T. II. n° 7 (1879).

condensatrice, limitandosi a posizionare la sorgente luminosa a soli 2 o 3 cm dalla fenditura. MM. Eder e Valenta hanno ripreso le ricerche in questa parte dello spettro con un reticolo e determinato con grande precisione le righe di un gran numero di corpi²⁶.



Ecco lo schema del grande spettrografo di Sir William Crookes²⁷: *a* è la sorgente luminosa da analizzare, *b* la lente condensatrice, *c* la fenditura le cui guance sono formate da due prismi di Quarzo (tagliati in modo da intercettare la luce per riflessione totale), *d* l'obiettivo collimatore, di seguito al quale sono disposti cinque prismi di Quarzo (destra-sinistra, modello Cornu), *f* l'obiettivo della camera, in Quarzo non acromatico come il precedente. Lo spettro ottenuto attraverso il sistema è fotografato su una pellicola posta in *g* lungo una curvatura corrispondente al diacaustico della regione considerata; per avere una maggiore nitidezza, ogni fotografia è limitata a una piccola estensione dello spettro, per cui l'intero è così diviso in otto porzioni, dall'ultravioletto estremo al limite di sensibilità delle lastre nel visibile. M. Crookes ha così ottenuto spettri di una nitidezza che non era ancora stata raggiunta.

8. Ricerche fatte senza assorbimento dell'aria. - Per ricercare la presenza di radiazioni di lunghezza d'onda minore fotografabili, M. Victor Schumann²⁸ ha costruito uno spettrografo interamente chiuso, dove il vuoto è realizzato in tutto lo strumento per mezzo di una pompa a mercurio. Il prisma e le lenti sono in fluorite (Fluorine. $CaFl^2$), più traslucide ancora del quarzo per i raggi di lunghezza d'onda molto corta. Riproduciamo qui (fig. 248), il modello costruito dal sig. Fuess di Berlino, interamente in metallo con giunti che mantengono il vuoto²⁹.

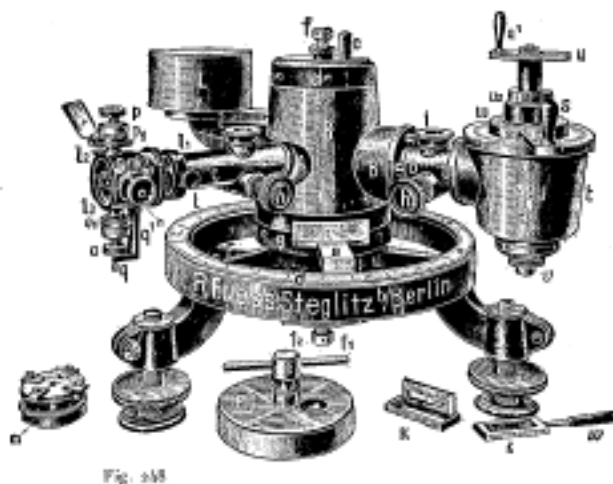
B è la perno contenente il prisma di fluorite, che porta l'ugello *c* destinato a creare il vuoto in tutto lo strumento. È il collimatore che forma il corpo con il perno, e la cui messa a punto è controllata dal pignone *h*.

²⁶ *Denkschr. d. K. Akad. d. Wissensch.*, Vienna, T. LXVIII (1899).

²⁷ *Proc. Roy. Soc.*, Vol. 65 (1899), vol. 72 (1903).

²⁸ *Sitz. ber. Wiener Akad.* 102, I parte. p. 59; II parte, 625, 1903.

²⁹ C. Leiss, *Zeitschr. f. Inst.*, 17, p. 353, 1897.



Due sistemi di viti a tamburo graduato, n, p, q consentono la regolazione, dall'esterno, della larghezza della fenditura, e di scoprirne le altezze successive. Il manicotto B accuratamente alesato ruota attorno al perno che porta il sistema dell'obiettivo e della camera B'DJ, il cui spostamento è letto sul cerchio con il nonio a . La camera stessa, contenente il telaio portante, è disposta in modo tale da consentire il cambio della piastra e del telaio, senza presa fa entrare aria, così da non dover rifare il vuoto ad ogni scatto. Questo è una specie di valvola posta verticalmente, dove una rotazione di 180° per mezzo della manovella S fa passare la lastra dalla sua posizione interna di esposizione, all'esterna per fare il cambiamento. La vite u a maniglia u' , permette di spostare la lastra nel piano verticale per fotografare spettri successivi.

Le misure di λ sono state valutate semplicemente applicando alla fluorite le formule di dispersione Helmholtz-Ketteler. I metalli, esaminati producenti la loro scintilla a 1 mm dalla lastra di fluorite terminante il collimatore, forniscono spettri fino a $\lambda 1700$ circa, limite invalicabile a causa dell'assorbimento del piccolo strato d'aria di 1 millimetro interposto. Per l'idrogeno, il tubo Plücker disposto "alla fine", aveva un'estremità stuccata proprio sulla lastra dell'estremità del collimatore, davanti alla fenditura, e si creava il vuoto sull'idrogeno, sia nel tubo che nello strumento. Il nuovo spettro dell'idrogeno così ottenuto comprendeva quindici gruppi di righe approssimativamente equamente distribuite, la più rifrangibile delle quali era in prossimità di $\lambda 1000$. Per fotografare in questa regione dello spettro, M. Schumann aveva dovuto rinunciare all'uso delle lastre con gelatina; fece anche uso di semplici depositi molto sottili di sali d'argento³⁰.

Di recente M. Théodore Lyman³¹ ha ripreso le ricerche di Schumann sullo spettro dell'idrogeno ed effettuato, per mezzo di un reticolo concavo posto nel vuoto, la misura precisa delle lunghezze d'onda delle righe di questo gas. Si è anche liberato, con questo procedimento, dal possibile assorbimento della fluorite. Le principali righe dell'idrogeno, così ottenute, hanno come lunghezze d'onda: 1613, 0; 1607, 8; 1601, 6; 1046, 7; 1544, 1; 1494, 9; 1486, 0; 1363, 5. L'ultima riga osservabile era $\lambda 1033$.

9. Spettrografi a reticolo. - I reticoli concavi di Rowland consentono di ottenere spettri perfettamente nitidi e nel fuoco, senza l'uso di alcuna lente, il che esclude qualsiasi questione di assorbimento o acromatismo; così si è svolto il lavoro di Kayser e Runge³², di Exner e Haschek³³, e una parte di quelli di Eder e Valenta³⁴. Si troverà nelle memorie indicate nelle note, il dispositivo e l'impiego dei rispettivi strumenti. Vengono forniti gli spettri normali di tutti i corpi, così ottenuti, senza ingrandimento, nell'atlante degli spettri degli elementi, recentemente pubblicato da MM. Hagenbach e Konen. Per la parte più rifrangibile dell'ultravioletto, l'uso del

³⁰ *Sitz. berichte Wien. Akad.*, Vienna, T. CII, 2^a parte (1893).

³¹ *Astrophysical journal*. Vol. 19, p. 263 (1904), vol. 23, p. 181 (1906).

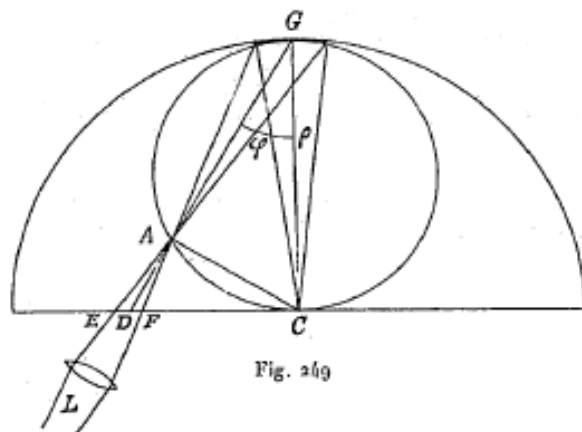
³² *Ueber die Spektren der Elemente, I. Eisers-Abhandl. Preuss. Akad.*, Berlino (1888)

³³ *Sitzber. Wien. Akad.*, T. CIV, seconda parte (ottobre 1895).

³⁴ *Denkschr. Wien. Akad.*, T. LXIII (1896).

reticolo presenta il doppio inconveniente di una grande perdita di luce, che ne limita l'uso a sorgenti luminose molto potenti, e di non sfruttare la dispersione crescente offerta dai prismi, essendo questa, come si sa, grosso modo proporzionale all'inverso del quadrato della lunghezza d'onda. Per completare quanto detto dei reticoli concavi di Rowland, nel capitolo VII, diamo qui lo schema della loro facilità.

Essendo G il reticolo il cui raggio di curvatura è ρ , la fenditura A e la lastra fotografica C dovranno trovarsi in due punti della circonferenza di diametro pari a ρ , dove φ è l'angolo di diffrazione AGC . Rowland ha proposto il dispositivo generalmente adottato da allora³⁵, che consiste nello stabilire saldamente due sistemi di rotaie ad angolo retto nelle direzioni AG e AC . La fenditura è definitivamente stabilita in A . Il reticolo G , e la camera fotografica o l'oculare sono fissati alle due estremità di un tubo rigido GC la cui lunghezza è uguale al raggio di curvatura del reticolo, e possono muoversi, il reticolo sulla rotaia AG , la camera sulla rotaia AC , nel prolungamento di queste rette sulla figura. La fenditura, il reticolo e la camera soddisferanno quindi sempre la condizione di essere sulla circonferenza avente per diametro il raggio di curvatura del reticolo, e l'immagine della fenditura sarà sempre nel fuoco o sulla lastra o sull'oculare.



In queste condizioni, l'equazione $\lambda = \frac{c}{m} (\sin \psi - \sin \varphi)$ si ridurrà a

$$\lambda = \frac{c}{m} \sin \psi$$

poiché GC è normale al reticolo e l'angolo ψ della figura 159 non è altro che l'angolo φ di diffrazione della figura 249.

10. Spettro solare. - Ecco una prova dello spettro solare ottenuto da M. Eder con uno spettrografo con parte ottica interamente in quarzo e con un prisma singolo, modello Cornu, di cui abbiamo dato sopra la figura. Le righe di Fraunhofer sono indicate dalle loro lettere, e le lunghezze d'onda corrispondenti, espresse in U.A. sono scritte sopra.

Le n. 1 e 2 sono ottenute con pose leggermente diverse, e senza sostanze assorbenti interposte.

La n. 3 mostra l'assorbimento da una lamina di 1 mm di Flint leggero, e la n. 4 da un'analogha lamina di vetro all'uranio.

È molto difficile ottenere un'impressione sulla lastra oltre la riga S ($\lambda 3100$), a meno che non si operi in piena estate, verso mezzogiorno, e in buone condizioni di secchezza e trasparenza atmosferica. L'indebolimento dello spettro è sempre notevole a partire dalla riga S. M. Cornu aveva osservato un'ultima riga U ($\lambda 2948$); sul picco di Tenerife a 3700 m, il dottor Simony ha esteso ulteriormente lo spettro ($\lambda 2922$). Si stima che a un'altezza di 663 m si può guadagnare solo 10 U.A.

³⁵ *Amer. J. of Sc.*, (3), T. XXVI, 1883; e *Phil. Mag.*, (5), T. XVI, p. 197, 1883; si veda anche Ames: *Phil. Mag.*, (5) T. XXVII, p. 369, 1889.

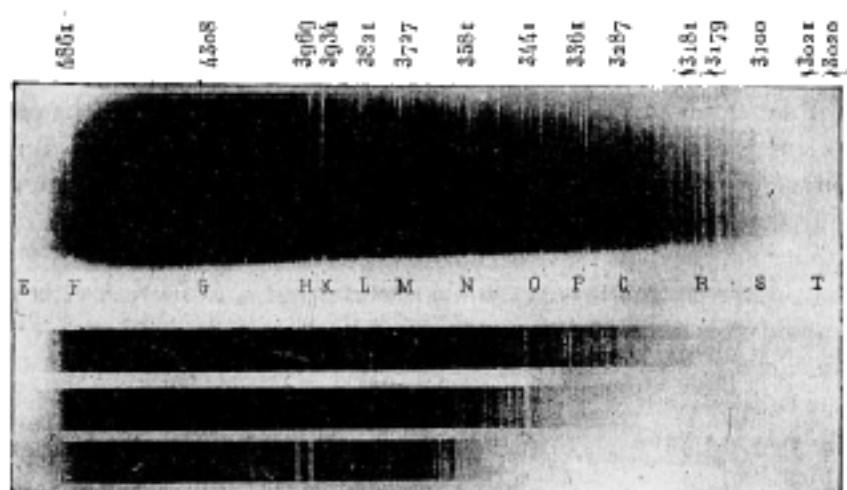


Fig. 250

8 Trasformazione dell'energia radiante

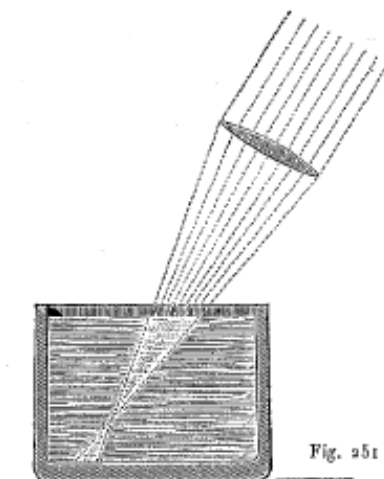
1. Introduzione

Ogni energia ha la proprietà fondamentale di trasformarsi, totalmente o parzialmente, in un'altra forma di energia. È il caso, come abbiamo già visto, dell'energia radiante: *assorbita* da corpo qualsiasi, il più delle volte si trasforma in *energia termica*, mediante la trasmissione del moto dell'etere alle molecole della materia. Questa trasformazione dell'energia radiante in energia termica è già stata studiata al Cap. II. Considereremo qui il caso in cui *l'energia radiante si trasforma in energia che è ancora radiante*, ma ha un altro periodo, e il caso in cui *si trasforma in energia chimica*; in altre parole, studieremo i fenomeni di *fluorescenza* e *fosforescenza*, e quella delle *azioni chimiche* dell'energia radiante.

2. Fluorescenza

Certe sostanze hanno la facoltà di assorbire energia radiante di un determinato periodo T , e, dopo averla trasformata in energia radiante di un altro periodo T_1 , di emetterla in tutte le direzioni; tali sostanze sono dette *fluorescenti* e il corrispondente fenomeno di trasformazione dell'energia radiante è chiamato *fluorescenza*. Quando questo fenomeno non si manifesta con intensità troppo debole, si presenta con il seguente aspetto: se le radiazioni solari o quelle dell'arco elettrico cadono sulla superficie di un corpo fluorescente, appare all'interno del corpo, in prossimità della sua superficie, sotto forma di bagliore poco intenso, una colorazione caratteristica, visibile soprattutto quando si guarda il corpo lateralmente; questo bagliore si estende all'interno del corpo solo fino a una certa profondità, generalmente abbastanza piccola. J. Herchel, che per primo ha studiato questo fenomeno (già osservato in precedenza dal mineralogista Hauy), lo ha definito con il nome di dispersione o di *diffusione* superficiale.

Brewster ha mostrato che la fluorescenza non si verifica solo sulla superficie stessa del corpo. Egli riceveva i raggi solari su una lente convergente (fig. 251) orientata così quella parte del cono emergente penetra all'interno di un liquido fluorescente (soluzione di solfato di chinino). Si osservava allora, in tutte le direzioni, una luce fluorescente blu, emessa non solo dallo strato superficiale, ma anche dagli strati più profondi del liquido. Brewster chiamava questo fenomeno *diffusione interna*.



È a Stokes che si deve la vera spiegazione della fluorescenza; per primo come l'ha presentata come una trasformazione di energia radiante di un certo periodo o di una certa rifrangibilità in energia radiante di un altro periodo; diede a questa trasformazione il nome di fluorescenza, perché fu osservata, per la prima volta, con la fluorite.

Bisogna distinguere, nei fenomeni di fluorescenza, i raggi eccitatori o induttori e i raggi eccitati o indotti emessi dalla sostanza fluorescente. Soluzioni di solfato di chinino ed esculina emettono fluorescenze composte da raggi blu, una soluzione di clorofilla emette raggi rossi, la fluorite raggi violetti-bluastrì, il vetro di uranio (che appare giallo alla luce che lo attraversa) e una soluzione di fluoresceina raggi brillanti verdi, il rosso di Magdala raggi giallo-arancio, la tintura di girasole raggi marroni, ecc. Il numero di sostanze più o meno fluorescenti è estremamente grande.

La fluorescenza è prodotta principalmente da radiazioni altamente rifrangibili, raggi blu, violetti e ultravioletti. È quindi necessario avvalersi, nello studio della fluorescenza, di sorgenti luminose che contengono la maggior parte di queste radiazioni; tali sono l'arco voltaico, la scintilla della bobina di Ruhmkorff (soprattutto tra elettrodi di Cd o Al), la fiamma del magnesio, del solfuro di carbonio, e della luce da un tubo Geissler contenente azoto e attraversato da scariche elettriche. Poiché il vetro assorbe le radiazioni ultraviolette, è necessario utilizzare lenti o prismi di quarzo, fluorite incolore, o di spato calcareo (quest'ultimo è meno adatto).

I *raggi catodici* (T. IV) possono produrre, in molti corpi, una fortissima fluorescenza. E. Widemann e G. C. Schmidt (1895), poi P. Lewis (1902), hanno mostrato che i vapori di Na, R, Mg, Hg, Zn, Cd e Tl diventano fluorescenti sotto l'influenza di questi raggi, così come la luce positiva (T. IV).

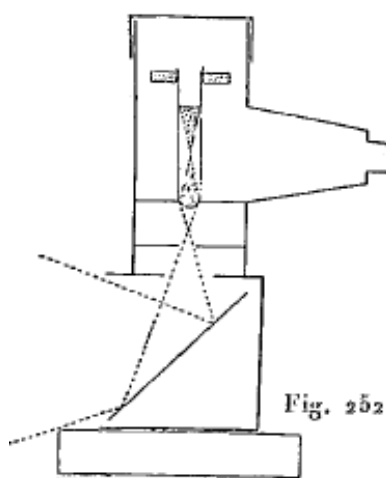
Esistono vari metodi per riconoscere se una determinata sostanza è fluorescente e per studiare in dettaglio il fenomeno stesso. Uno dei più semplici è il seguente: si proietta, su uno schermo bianco, uno spettro il più brillante e lungo possibile, e si mantiene per un certo tempo la sostanza da studiare, nelle varie regioni di questo spettro, a una piccola distanza dallo schermo. Se si fa questo esperimento, con una lamina (o un cubo) di vetro d'uranio, ad esempio, si osservano i seguenti fatti: finché il vetro è di fronte alle parti rossa, arancione e gialla dello spettro, *non proietta alcuna ombra*, e le radiazioni passano liberamente attraverso il vetro, che appare incolore; ma non appena si introduce il vetro nelle parti indaco o viola dello spettro, proietta un'ombra nera sullo schermo e, allo stesso tempo, esso emette raggi di un verde brillante in tutte le direzioni. Si vede che il vetro di uranio assorbe i raggi blu e violetti e li trasforma in raggi verdi.

La *fluorescenza è sempre accompagnata da assorbimento*; questa legge fondamentale è una conseguenza del principio di conservazione dell'energia, secondo il quale nessuna energia (in questo caso l'energia radiante emessa dalla sostanza fluorescente) può apparire se non a spese di un'altra energia che scompare contemporaneamente (l'energia dei raggi eccitanti). Si capisce ora perché la fluorescenza non si manifesta molto profondamente all'interno dei corpi. Supponiamo di trovare una soluzione di fluoresceina in un trogolo di vetro, su una delle pareti laterali sulla quale cadono raggi bianchi da un arco voltaico; i primi strati della soluzione assorbono i raggi eccitatori indaco e viola ed emettono essi stessi raggi verde brillante; quindi raggiungono gli strati più profondi solo le radiazioni complesse, non contenenti più raggi eccitatori, e non si può, quindi, osservare fluorescenza in questi strati. Se si guarda dal lato del recipiente di vetro, il liquido appare di un bel verde su una faccia, e questa colorazione non cambia, quando si interpone, tra la sorgente luminosa e il liquido, una lana di vetro indaco; al centro del contenitore, questa colorazione si attenua e cambia rapidamente: diventa debolmente giallastra. i raggi, che hanno attraversato il liquido, danno una macchia gialla brillante su uno schermo bianco; al contrario, liquidi ordinari (non fluorescenti: una soluzione di solfato di rame, per esempio) presentano lo stesso colore, nella luce che li attraversa e in quella che cade lateralmente.

Dobbiamo a Stokes un metodo, che permette di scoprire anche deboli tracce di fluorescenza. Supponiamo che due lamine A e B abbiano colori complementari tra loro; se li si sovrappone, non lasciano più passare alcuna radiazione visibile; se si pone A, tra la sorgente luminosa e qualsiasi

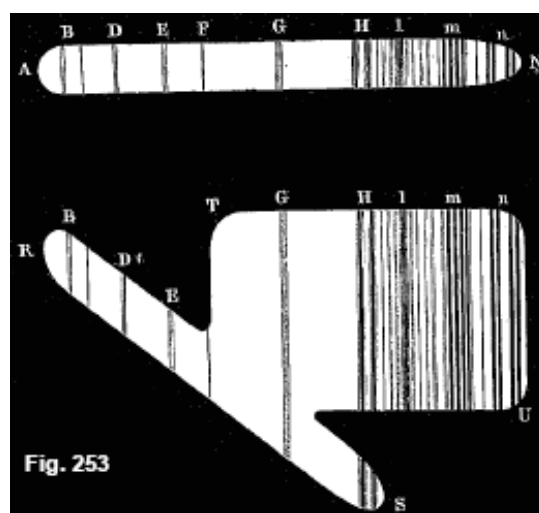
sostanza P, e se si considera quest'ultima attraverso B, non si percepisce alcuna luce, quando P non è fluorescente, perché, qualunque sia il suo colore, P riflette solo le radiazioni trasmesse da A, per le quali B è quindi opaco; se invece la sostanza P è fluorescente, una parte delle radiazioni trasmesse dalla lamina A si trasforma da essa in altre radiazioni, alcune delle quali possono attraversare pure B. Stokes raccomandava l'utilizzo, come primo filtro (A) di radiazioni, due vetri di cobalto sovrapposti, uno azzurro, l'altro viola scuro, e, come secondo filtro (B), un vetro giallo chiaro, o ancora come primo filtro, una soluzione di solfato di rame ammoniacale, e, come secondo filtro, un vetro giallo leggermente temprato, colorato con argento. Stokes ha scoperto con questo metodo tracce di fluorescenza in un grandissimo numero di sostanze come la carta bianca, le ossa, il sughero, il corno, il legno, la pelle delle mani, alcune conchiglie bianche e quasi tutti i tipi di vetro incolore.

Zswett (1901) ha costruito uno strumento semplice e comodo, di cui è facile capire la conformazione sulla figura 252: la sostanza da studiare si trova in una piccola provetta, ed è illuminata dal basso; la si osserva lateralmente; le pareti interne della camera sono annerite.



Dall'assenza di righe di Fraunhofer nella luce emessa dalle sostanze fluorescenti, quando la fluorescenza è prodotta dai raggi solari, si può ricavare una dimostrazione indiretta della trasformazione dell'energia radiante da queste sostanze e della non identità tra le radiazioni che emettono e quelle che ricevono.

Quando uno spettro obiettivo viene prodotto in superficie di un corpo fluorescente, la parte ultravioletta dello spettro diventa direttamente percepibile, perché i raggi ultravioletti sono sostituiti da raggi di minore rifrangibilità, cioè da radiazione visibile. La figura 253 rappresenta il fenomeno notevole che si osserva, quando si proietta dapprima, per mezzo di un prisma a bordo verticale, uno spettro AN stretto di raggi solari, su a striscia di carta imbevuta di solfato di chinino, e quando si considera poi questo spettro attraverso un secondo prisma con bordo orizzontale. Si vede, in primo luogo, che lo spettro AN si estende abbastanza oltre la riga di Fraunhofer; si possono così osservare in tal modo le righe di Fraunhofer, nella regione ultravioletta dello spettro (questo metodo è tuttavia molto meno sensibile del metodo fotografico). Si nota, attraverso il secondo prisma la figura RTUS, che ha una forma peculiare; è costituita dallo spettro RS, che si ottiene come di consueto (fig. 227) per mezzo dei raggi diffusi dalla superficie della carta, e dalla parte TU, in cui i colori si distendono in bande orizzontali dal rosso, lungo il bordo superiore, fino al blu, lungo il bordo inferiore. Ogni banda verticale rappresenta di per sé uno spettro, ottenuto per scomposizione della radiazione complessa, nella quale si è in qualche modo trasformata, sotto l'influenza della sostanza fluorescente, la radiazione semplice che si trova in AN sulla stessa retta verticale. Si vede così immediatamente quali sono le radiazioni che producono fluorescenza e quali quelle che ne risultano.



Stokes è stato condotto, dallo studio preciso di numerosi fenomeni di fluorescenza, alla scoperta della seguente legge, che porta il suo nome:

Legge di Stokes. - *La radiazione emessa da una sostanza fluorescente ha lunghezze d'onda maggiori o rifrangibilità minori di quelle dei raggi eccitatori, cioè delle radiazioni assorbite da questa sostanza.* In altre parole, si verifica, nei fenomeni di fluorescenza, una trasformazione di vibrazioni più rapide in vibrazioni di più breve durata.

Inizialmente si credeva che la legge Stokes fosse vera in tutti i casi; ma, già nel 1871, Lommel affermò che c'erano sostanze che non obbedivano a questa legge. Le osservazioni di Lommel hanno dato luogo ad una discussione molto lunga e vivace; infine, la loro accuratezza è stata riconosciuta. Esse sono state confermate per la prima volta da Stenger, il quale ha riscontrato che la dispersione anomala è spesso accompagnata anche da fluorescenza anomala, cioè fluorescenza che non segue la legge di Stokes. Ricerche recenti di Nichols e Merritt (1904) sullo spettro della luce fluorescente hanno definitivamente mostrato che, in molti casi, i fenomeni non rispettano questa legge.

Con misure precise, O. Knoblauch (1895) ha dimostrato che la fluorescenza delle soluzioni è proporzionale all'intensità dei raggi eccitanti.

Nichols e Merritt hanno studiato la fluorescenza di molti corpi alla temperatura aria liquida (-186°). Hanno trovato 62 sostanze che manifestano la fosforescenza a questa temperatura, ma non mostrano alcuna fluorescenza, e al contrario solo 10 sostanze dove invece si osservava la fluorescenza, ma nelle quali non si osservava una fosforescenza apprezzabile; a queste ultime appartengono le soluzioni alcoliche di fucsina e di cianina, di azotato di uranio, ossido di uranio giallo, eiconogeno, eccetera. Infine hanno riconosciuto a -186° , in 21 sostanze, una fluorescenza e una fosforescenza altrettanto evidenti; tra queste sostanze si trovano l'acido acetico, acido anisico, l'antracene, il diantracene, l'acido benzoico, il benzoato di calcio, la soluzione acquosa di solfato di chinino, l'acido ossalico, acido stearico, ecc.

L'influenza dello stato di aggregazione sulla fluorescenza varia a seconda delle sostanze. Alcune (il platinocianuro di bario, per esempio) manifestano la fluorescenza allo stato solido, ma non in soluzione; al contrario, l'esculina e il solfato di chinino, ad esempio, sono altamente fluorescenti in soluzione ma molto poco allo stato solido; l'eosina, la fluoresceina, il rosso di Magdala, la resorcina rossa e indaco sono fluorescenti solo in soluzione.

Anche il solvente gioca un ruolo importante. La safranina e il rosso di Magdala sono fluorescenti allo stato solido e soprattutto in soluzione alcolica, ma non lo sono in soluzione acquosa. I colori dell'anilina non sono fluorescenti, quando sono puri; la maggior parte non lo sono nemmeno nelle soluzioni liquide, ma in molte soluzioni solide, come ha mostrato G. C. Schmidt, ad esempio nell'acido ippurico, l'acido ftalico, nella gelatina, ecc. Kaufmann e Beisswenger (1904) hanno studiato la fluorescenza di diverse amine in una serie di liquidi organici e hanno scoperto che il

colore della fluorescenza si sposta, in generale, sempre di più dal verde o dal blu, verso l'estremità rossa dello spettro, e che la costante dielettrica del mezzo solvente è più grande.

Per la prima volta è stata osservata la fluorescenza di corpi allo stato gassoso da Lommel sul vapore di iodio: Lord Ramsay e Young, nonché E. Wiedemann hanno scoperto che alcune sostanze sono fluorescenti al di sopra della temperatura critica. Più tardi (1885), E. Wiedemann e G. C. Schmidt hanno scoperto tutta una serie di vapori fluorescenti; tali sono i vapori di antracene, antrachinone, indaco, naftalena, naftazarina, ecc. Hanno anche scoperto (1897) che i vapori di K e Na sono fluorescenti e che inoltre lo spettro dei vapori fluorescenti di sodio si compone di una parte continua nel rosso, di una parte scanalata nel verde e di una riga gialla brillante, che sembra coincidere con la linea D. Wood e Moore (1903) fecero uno studio approfondito di questo spettro; illuminando il vapore con luce bianca, hanno osservato che lo spettro di fluorescenza si trova principalmente nel verde tra $534\mu\mu$ e $460\mu\mu$; una parte anche nel rosso, ma non c'era nulla al contrario nel giallo. Hanno inoltre evidenziato questo notevole risultato che lo spettro di fluorescenza è completamente identico allo spettro di assorbimento dello stesso vapore; ogni banda o riga brillante nel primo corrisponde a una banda o a una riga scura nel secondo. Wood e Moore eccitarono inoltre il vapore con una luce monocromatica e hanno mostrato che nessuna fluorescenza è prodotta dalle radiazioni, la cui lunghezza d'onda è inferiore a $460\mu\mu$; parimenti i raggi gialli in D non eccitano alcuna fluorescenza. Le radiazioni di lunghezza d'onda ancora più grande producono la fluorescenza nel rosso. Contrariamente alla legge di Stokes, lo spettro di fluorescenza conteneva, in molti casi, radiazioni, la cui lunghezza d'onda era inferiore a quella della luce induttrice.

In un nuovo lavoro di grande interesse, pubblicato alla fine del 1905, Wood sottopose lo spettro di fluorescenza del vapore di Na ad un'analisi molto dettagliata, ma non ancora conclusa. Il vapore era generato in un tubo di acciaio orizzontale; era illuminato da una delle estremità di questo tubo e la fluorescenza era osservata dalla stessa estremità, in una direzione un poco inclinata, mediante uno spettroscopio, o fotografata in uno spettrografo. Illuminando con luce bianca, si otteneva uno spettro di fluorescenza che consisteva in una serie di bande e di righe comprese tra $468\mu\mu$ e $571\mu\mu$, di una riga doppia debole coincidente con D_1 ($589,6\mu\mu$) e D_2 ($589,0\mu\mu$), e di una serie bande deboli nel rosso. Per illuminazione con una fiamma di Na molto luminosa, le righe D_1 e D_2 assumevano una grande brillantezza; Wood considera ciò come un puro fenomeno di risonanza e pensa che si deve distinguere nettamente tra risonanza e fluorescenza. Più denso è il vapore di Na, più bassa è la profondità dove si manifesta la luce gialla, e quindi minore è la risonanza prodotta. I risultati più notevoli sono stati ottenuti da Wood illuminando il vapore di Na con luce monocromatica, che era isolata da una fenditura in uno spettro intensivo. Quando questa fenditura era molto stretta, lo spettro era costituito da un piccolo numero di bande, la cui posizione cambiava, anche se la lunghezza d'onda dei raggi illuminanti variava estremamente poco. Quando quella lunghezza d'onda si modificava in modo continuo, le bande sembravano tremolare, come "l'immagine della Luna sulla superficie dell'acqua". Le radiazioni viola generavano una fluorescenza al giallo più estremo (in $571\mu\mu$); quando la lunghezza d'onda dei raggi eccitatori aumentava, lo spettro si estendeva verso il verde; la legge di Stokes non era soddisfatta. Nuove ricerche sono pianificate da Wood, per esempio sul conoscere se le radiazioni D_1 e D_2 risuonano indipendentemente l'una dall'altra, o se ciascuna di esse genera entrambe le radiazioni.

G. C. Schmidt pubblicò nel 1897 interessanti studi sulla fluorescenza; ha scoperto che tutte le sostanze possono diventare fluorescenti se si aggiunge loro un solvente adatto, che può essere una sostanza solida.

Donath e G. C. Schmidt hanno svolto ricerche approfondite sugli spettri di assorbimento delle sostanze fluorescenti; hanno usato a questo scopo il metodo bolometrico. Hanno osservato che le sostanze altamente fluorescenti, come l'uranina, l'eosina, la fluoresceina, l'esculina e la clorofilla non assorbono i raggi infrarossi fino a $\lambda = 2,7\mu$.

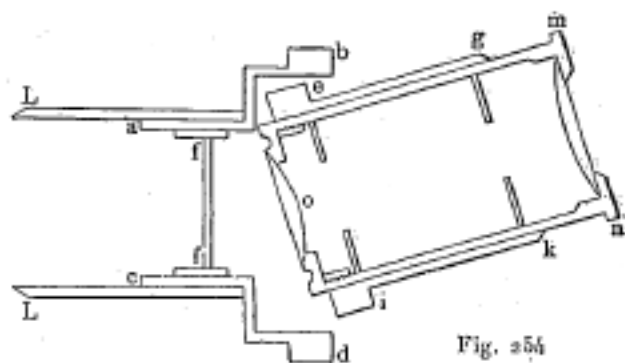
Molte sostanze mostrano una forte fluorescenza sotto l'influenza di scosse elettriche; considereremo questi fenomeni nel Volume IV.

Liebermann, Buckingham e soprattutto Richard Meyer e Hewitt hanno cercato la relazione che poteva esistere tra la capacità di una sostanza di essere fluorescente e la sua *struttura molecolare*. Meyer ha studiato, a tale scopo, soluzioni di diversi gruppi organici (fluoresceina, xantone, antracene, acridina, xantene, fenacina, ecc.), e ha scoperto che la fluorescenza dei gruppi studiati è subordinato alla presenza di gruppi atomici determinati, il più delle volte a sei membri (anelli eterociclici), che devono tuttavia trovarsi tra altri insiemi atomici più densi (a nucleo di benzolo); questi gruppi atomici sono indicati come lucigeni o fluorofori. Se l'idrogeno del nucleo di benzolo viene sostituito da gruppi più pesanti, la fluorescenza diminuisce. Nei composti inorganici, si può considerare come lucigeno il gruppo uranile, il radicale dell'acido platino cianidrico. In quest'ultimo caso, il contenuto di sale in acqua gioca un ruolo importante.

Lo spettro della luce fluorescente, di cui si è già parlato spesso, è stato oggetto delle osservazioni di molti studiosi, e in particolare, molto recentemente, di Nichols e Merritt, che hanno studiato il rosso di naftalene, l'esculina, l'eosina, la fluoresceina, la clorofilla in alcool, il solfato di chinino in acqua, ecc. Come raggi eccitanti hanno impiegato i raggi di tre regioni strette dello spettro, da $0,518\mu$ a $0,536\mu$, da $0,487\mu$ a $0,502\mu$, e da $0,460\mu$ a $0,471\mu$. Per la fluoresceina, gli stessi spettri della fluorescenza sono stati ottenuti nei tre casi, con un massimo in $0,517\mu$; le intensità di questi spettri erano solo diverse. La maggior parte delle sostanze studiate ha dato risultati simili. La legge di Stokes, in casi molto numerosi, non si è rivelata esatta; l'intensità massima, nello spettro di fluorescenza, aveva spesso una lunghezza d'onda più o meno corta dei raggi induttori. Lo spettro stesso consiste in una banda solamente, la cui posizione è indipendente dalla lunghezza d'onda dei raggi eccitatori; questa banda si trova vicino all'estremità meno rifrangibile della banda di assorbimento della sostanza in esame. I corpi solidi hanno uno spettro di fluorescenza che il più delle volte è composto da *numerose* bande. Risultati particolarmente interessanti sono stati ottenuti da Morse (1905), nelle sue ricerche sulla fluorescenza di diversi tipi di spati fusibile, dove si usava come induttore la luce solare, l'arco voltaico e la scintilla elettrica tra poli di Fe, Mg, Cd, Al, Zn, Hg, Sn e Pb. Trovò in molti casi spettri che consistevano in righe sottili e bande strette; le righe più brillanti erano comprese tra $0,57\mu$ e $0,641\mu$: queste righe non appartenevano a nessuna sostanza conosciuta.

Poco si sa ancora sul meccanismo interno dei fenomeni di fluorescenza. Si deve pensare che l'energia radiante del movimento dell'etere viene prima trasmessa alle molecole materiali e che queste poi generano un nuovo movimento dell'etere, in generale più lento. Lommel ha cercato di fornire una teoria completa della fluorescenza; ma, come ha dimostrato G. C. Schmidt, non concorda con l'esperienza.

La proprietà delle sostanze fluorescenti di trasformare la radiazione invisibile luce ultravioletta in radiazioni visibili, ha portato Soret alla costruzione di un spettroscopio a *oculare fluorescente*. Quest'ultimo è mostrato in figura 254. Nel piano focale dell'obiettivo del telescopio, dove lo spettro si forma, è posizionata una lamina fluorescente *ff* di vetro di uranio o di un liquido fluorescente contenuto tra due lastre di vetro parallele molto sottili e vicine. Si fa cadere la parte ultravioletta dello spettro sul vetrino *ff* e si osserva attraverso l'oculare inclinato *omn* la luce fluorescente diffusa. L'estensione dello spettro osservato dipende dalla sostanza fluorescente utilizzata; quando *ff* contiene una soluzione di esculina, si possono osservare le righe di Fraunhofer fino a N, e anche fino a O.



Abbiamo già parlato della straordinaria esperienza di Burke, che mostra che un corpo fluorescente assorbe i raggi che emette, quando viene reso fluorescente. La legge di Kirchhoff, sebbene si riferisca teoricamente solo alla radiazione puramente termica, si applica anche alla luminescenza, ma solo in modo qualitativo. Ricorderemo anche che Camichel (1905) non ha confermato le osservazioni di Burke. Al contrario, Nichols e Merritt (1904) hanno studiato (per la fluoresceina) l'influenza della fluorescenza sull'assorbimento e hanno trovato che esiste effettivamente uno speciale assorbimento di fluorescenza. Burke (1905) ha sollevato obiezioni contro le osservazioni di Camichel, che questo in nuove memorie (1905) ha cercato di confutare; Camichel ha mostrato che i metodi di Burke e di Nichols e Merritt contengono molte cause di errore; eliminandole, ha trovato che la fluorescenza non modificava l'assorbimento: la questione resta quindi provvisoriamente indecisa.

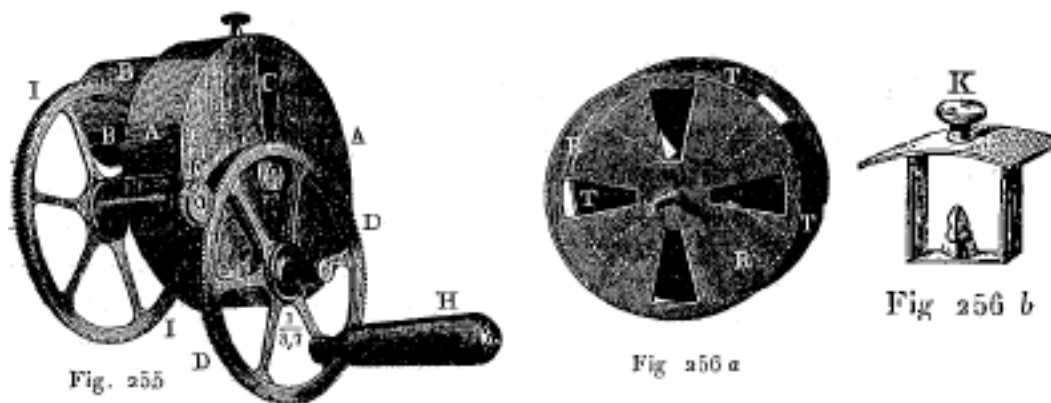
3. Fosforescenza

Abbiamo indicato all'inizio di questo testo i diversi casi di luminescenza, cioè di luminosità non prodotta da un innalzamento corrispondente della temperatura. La *fatoluminescenza*, cioè la *luminosità prodotta dall'illuminazione precedente di un corpo* rappresenta uno di questi casi. Questo fenomeno viene anche chiamato *fosforescenza* e le sostanze che lo manifestano si dicono *fosforescenti*. Se tali sostanze sono sottoposte a una luce sufficientemente intensa, dei raggi del sole, dell'arco elettrico, della scintilla elettrica o della fiamma del magnesio, esse emettono, al buio, una luce più o meno intensa, per un intervallo di tempo abbastanza lungo, che può durare anche diverse ore.

Alle sostanze fosforescenti appartengono i composti solforati della .metalli alcalino-terrosi, calcio, bario e stronzio, che si ottengono riscaldando al rosso del fiore di zolfo con calce, barite o ossido di stronzio. Il diamante, lo spato calcareo e alcuni tipi di fluorite, in particolare la specie chiamata clorofano e che si trova vicino a Nertchinsk, sono anch'essi fosforescenti, ma in una certa misura minore. Il leucofane e il topazio siberiano (la cui luminosità dura a volte solo pochi minuti), l'aragonite, il gesso, il fosfato di calce e molti sali di calcio, bario e stronzio (la cui luminosità dura fino a 15 secondi), emettono pure bagliori fosforescenti, ma anche meno vividi e più fugaci.

Molte sostanze sono fosforescenti solo per un tempo molto breve. Ci si serve in questo caso, per l'osservazione della fosforescenza e per la misura della sua durata, di uno strumento costruito da E. Becquerel e chiamato *fosforoscopio*. La figura 255 rappresenta questo strumento, e la figura 256a la sua partet principale. Quest'ultima è composto da due dischi metallici opachi, forati da quattro finestre equidistanti, aventi la forma di settori la cui apertura è pari a un quarto di angolo retto. I dischi sono fissati su un asse comune, quindi in modo che ciascuna apertura di uno dei dischi sia rivolta verso una parte pieno del disco opposto; il tutto è racchiuso in una scatola circolare, i cui fondi sono formati da due dischi più grandi, ciascuno forato da un'apertura nella parte superiore. I dischi mobili R e T (fig. 256 a) possono ricevere un

movimento di rotazione rapida, per mezzo di una manovella H e di un sistema di ruote dentate agenti sull'asse comune. La sostanza da analizzare è introdotta all'interno della scatola; è posta in un piccolo telaio (fig. 256 b) fissato alla parte superiore di questa scatola. Di fronte a una delle aperture di AA (fig. 255) si trova una sorgente luminosa e l'osservatore si pone sul lato opposto. Quando i dischi sono in movimento, il corpo è illuminato quattro volte durante ogni rotazione e la durata di ciascuna delle sue esposizioni alla luce è di $\frac{1}{16}$ della durata di un giro completo. L'illuminazione si produce, quando una finestra del disco posteriore T (fig. 256 a) è opposta all'apertura dell'estremità posteriore del cassonetto AA: Dopo $\frac{1}{16}$ di giro, il corpo diviene nuovamente visibile, per l'osservatore, per un tempo di $\frac{1}{16}$ di giro; poi è di nuovo illuminato per $\frac{1}{16}$ di giro, e così via. In una rapida rotazione dei dischi, l'osservatore vede il corpo brillare in modo continuo, purché la durata della sua fosforescenza, dopo ogni cessazione dell'illuminazione, non sia inferiore a $\frac{1}{16}$ della durata di un giro dei dischi.



Il numero di giri di questi ultimi può raggiungere il numero di 500 al secondo e, di conseguenza, utilizzando il fosforoscopio, si può scoprire una fosforescenza, la cui durata non supera 0,000125 secondi.

La durata della fosforescenza è determinata dalla velocità di rotazione, con la quale l'osservatore vede una luminosità continua del corpo dato. Il vetro di urano i cristalli di azotato di urano si illuminano per $\frac{1}{25}$ di secondo; ma il massimo della loro luminosità si ottiene, quando $\frac{1}{16}$ di giro è compiuto in $\frac{1}{250}$ di secondo, cioè per un tempo di esposizione alla luce di 0,004 secondi, e l'osservazione dura lo stesso intervallo di tempo, dopo ogni cessazione dell'illuminazione. Non si deve dimenticare, quando si utilizza il fosforoscopio, che la durata delle illuminazioni successive diminuisce contemporaneamente al crescere della velocità di rotazione dei dischi.

Kester (1899) costruì uno strumento, in cui la sostanza oggetto allo studio ricopre la superficie di un cilindro in rotazione; su una fenditura posta vicino a questa superficie, cadono i raggi provenienti da una banda stretta dello spettro. Sul lato opposto del cilindro, si osserva la luce fosforescente, utilizzando uno spettrofotometro (vedi sotto). Si può così far variare la natura dei raggi eccitatori, così come l'intervallo di tempo che passa tra l'illuminazione e osservazione. Si deve a Lenard un fosforoscopio molto semplice, in cui i raggi eccitatori sono raggi elettrici.

Il colore delle sostanze fluorescenti dipende in misura molto elevata dal loro modo di preparazione; ciò vale, in particolare, per il solfuro di calcio, la cui luminosità può essere arancione, gialla, verde chiaro, verde brillante o violetto, a seconda di come è stato preparato questo solfuro. Il metodo di preparazione influisce anche sulla durata della fosforescenza del solfuro di stronzio, come mostrato da Mourelo.

La luminosità è prodotta da una delle sorgenti luminose, ricca di raggi di grande rifrangibilità, sopra citate. Si ottiene una luminosità molto intensa, se la sostanza fosforescente è posta allo stato polveroso in un tubo Geissler, e se si fanno passare sulla superficie delle scariche elettriche per un certo tempo.

La luminosità deriva dai raggi, che vengono *assorbiti* dalla sostanza fosforescente; la *rifrangibilità dei raggi emessi durante la fosforescenza è inferiore a quella dei raggi eccitatori*, è ciò che ricerche recenti hanno confermato, e quindi la legge di Stokes appare davvero valida nel campo dei fenomeni di fosforescenza.

Se si proietta uno spettro su una superficie ricoperta da una sostanza fosforescente, ed è opportuno impiegare lenti e prismi di quarzo, si può facilmente determinare, dopo che l'azione diretta dei raggi è cessata, da quali radiazioni viene prodotta la fosforescenza, ed in che misura.

Diremo qualche parola sui numerosi studi sull'influenza della modalità di preparazione e composizione delle sostanze sulla natura e intensità della luminosità ivi osservata; tutte queste ricerche si riferiscono quasi esclusivamente ai solfuri di Ca, Ba e Sr.

Già E. Becquerel (1867) aveva notato che l'intensità della fosforescenza di CaS (proveniente da gusci di ostriche) era notevolmente rafforzata da una piccolissima aggiunta di MnO^2 . Lo stesso fatto è stato osservato da Lecoq de Boisbaudran (1886-1890), per piccole aggiunte di Mn, Bi, Cu, o Fe. Verneuil (1886) ha trovato nel cosiddetto colore illuminante di Balmair (CaS) piccole quantità di Bi e ha attribuito a questo metallo la bella fosforescenza blu violetta di questa sostanza. Ha anche scoperto che piccole quantità di NaCl o Na^2CO^3 aumentano l'intensità luminosa.

Klatt e Lenard (1889) hanno mostrato, nel loro primo lavoro, che i solfuri chimicamente puri non sono del tutto fosforescenti. La fosforescenza è prodotta da piccole quantità di metalli attivi, principalmente Cu, Mn e Bi, ed è estremamente aumentato di un'aggiunta fusibile. Il colore dipende solo dal solfuro e dal metallo attivo; l'aggiunta produce solo un cambiamento quantitativo, non qualitativo. Il Cu dà, nello spettro CaS, una banda appartenente al blu-verde; nello spettro SrS, una banda appartenente al giallo-verde; e, nello spettro di BaS, una banda appartenente al rosso. Un secondo lavoro molto esteso di Lenard e Klatt apparve nel 1904. Oltre a Cu, Mn e Bi, i metalli Pb, Ag, Zn, Ni e Sb. si mostrano attivi. Molte aggiunte fusibili sono state studiate, ad esempio Na^2SO^4 , $Na^2S^2O^3$, Na^2HPO^4 , $Na^2B^4O^7$, $NaFl$, $LiSO^4$, $Li^2B^4O^7$, $K^2B^6O^{10}$, $CaFl^2$, $NaCl$, KCl , ecc., e inoltre anche combinazioni binarie di questi sali. È stato riscontrato che ogni metallo attivo non produce solo nel solfuro considerato una banda, ma una serie di bande. Con le aggiunte, le bande non vengono spostate, ma alcune bande solo rinforzate in modo sensibile; in particolare, con Pb e Cu, differenti bande, in seguito all'aggiunta, sono diventate più intense. La scomparsa della fosforescenza, dopo l'illuminazione, avviene in modi molto diversi; le bande scompaiono separatamente con velocità diverse; le bande che si verificano più rapidamente, cioè dopo un'accensione più breve, scompaiono anche in un tempo più breve; un'illuminazione lenta dà origine a bande che si estinguono lentamente. Lenard e Klatt hanno inoltre studiato il ruolo che gioca la natura della luce induttrice. Per ciascuna banda esiste un intervallo spettrale eccitatore (fino a $0,2\mu$), con diversi massimi e minimi di eccitazione; la regola di Stokes si rivela sempre esatta. L'intervallo di induzione di una certa banda è indipendente dall'aggiunta e dalla temperatura (tra -180° e $+200^\circ$). Le osservazioni a -180° , -45° , $+17^\circ$ e -200° hanno mostrato che ci sono bande calde e fredde; alle alte temperature, le primi hanno la più lunga durata; a basse temperature, sono le secondi, e ciò indipendentemente dall'aggiunta e dalla natura dell'eccitazione. La posizione delle bande di emissione è indipendente dalla temperatura, ma non dall'intensità relativa delle bande, né di conseguenza dal colore della fosforescenza, e dalla durata delle bande considerate separatamente. Per ogni banda c'è un limite superiore di temperatura, o per quanto riguarda l'inducibilità; questa temperatura è spesso quella del rosso, ma scende fino a 100° , per le fasce prese isolatamente (ad esempio, in BaS con Pb o Bi). Per riscaldamento, durante la fosforescenza, l'emissione è frequentemente potenziata. Non possiamo qui andare oltre nella esposizione degli altri numerosi risultati di questo lavoro interessante.

E. Wiedemann e G. C. Schmidt (1895) hanno anche scoperto che la fosforescenza dei solfuri è dovuta a una miscela con altre sostanze e che i corpi fosforescenti sono quindi considerarsi come soluzioni solide, espressione usata per la prima da Lecoq de Boisbaudran.

Wanting (1905) è riuscito a produrre SrS con una tale purezza che la sostanza preparata non è più del tutto fosforescente. Ha trovato che l'intensità della fosforescenza aumenta costantemente, quando il contenuto di metallo pesante aumenta, finché il metallo è disciolto in modo perfettamente uniforme nella sostanza. Con l'aumento della temperatura, la solubilità del metallo pesante aumenta; ma alla temperatura ordinaria è estremamente bassa, in modo che di solito si hanno soluzioni super sature (vedi Volume III), che si trovano in uno stato di equilibrio instabile.

Ricerche in parte teoriche e in parte sperimentali sono state svolte da Buchner (1902), Visser (1903), Lenard e Klatt (1903), Dahms (1904), Le Roux (1905), Goldstein (1905), Nichols e Merritt (1905). Buchner ha studiato la graduale scomparsa della fosforescenza. Lenard e Klatt, in un lavoro non menzionato in precedenza, hanno cercato quale fosse l'influenza della pressione sulla fosforescenza dei corpi; hanno trovato che la fosforescenza dei alcalino-terrosa diventa più scura con la pressione, e che, a causa dell'illuminazione posteriore, la luminosità è più debole di prima. L'azione stessa della pressione è accompagnata dalla comparsa di una luminosità.

L'azione dei *raggi rossi e infrarossi* su una lastra già fosforescente è davvero notevole. Sotto l'azione di questi raggi, la luminosità è dapprima rafforzata per un brevissimo tempo, poi scompare. Se si proietta uno spettro su una lastra fosforescente, che è stata precedentemente portata a brillare molto fortemente, si forma, dopo qualche tempo, una banda scura su uno sfondo brillante, nei punti in cui hanno agito i raggi rossi e infrarossi. Quando lo spettro è quello dei raggi solari, si riconoscono le righe di Fraunhofer, appartenente alla regione dell'infrarosso, dove la fosforescenza non è estinta; in altre parole, rimangono nei luoghi corrispondenti delle righe brillanti su sfondo scuro. Ecco come Becquerel ha studiato la parte infrarossa dello spettro solare. Si osserva sul fondo stesso parecchie bande più scure, che corrispondono ai raggi assorbiti con una forza particolare dalla sostanza fosforescente, da cui risulta un'estinzione più completa della luminosità. Un nuovo studio di questi fenomeni interessanti è stato realizzato da Dahms (1904), avendo Fomm già mostrato che, in determinate circostanze, anche le radiazioni violette possono esercitare un'azione estinguente. Dahms ha concentrato la sua ricerca sul colore illuminante di Balmain ($CaS + Bi$), su $SrS + Cu, ZnS$ e lo spato fusibile. Ha scoperto che tra i raggi eccitatori e i raggi estinguenti non c'è differenza essenziale. Se uno di questi corpi è incontrato da determinati raggi, si stabilisce uno stato di equilibrio, e inoltre con una velocità che dipende dell'intensità dell'irraggiamento. Se il corpo è stato dapprima fatto risplendere fortemente, e se è poi raggiunto da raggi, ai quali corrisponde un'intensità molto più bassa nell'equilibrio, allora si verifica un'estinzione. La quantità totale di luce emessa è diversa, a seconda che si verifichi l'estinzione liberamente o è prodotto dai raggi.

La temperatura ha una notevole influenza sui fenomeni di fosforescenza. Il colore dei raggi emessi dipende soprattutto dalla temperatura alla quale si trova la sostanza fosforescente. Becquerel cita i seguenti risultati dell'osservazione sul solfuro di stronzio:

Temperatura	Colore della fosforescenza	Temperatura	Colore della fosforescenza
-20°	Violetto scuro intenso	$+90^{\circ}$	Giallo verdastro
$+20^{\circ}$	Violetto bluastr	$+100^{\circ}$	Giallo
$+40^{\circ}$	Blu chiaro	$+200^{\circ}$	Arancio pallido
$+70^{\circ}$	Blu verdastro		

Qui la rifrangibilità dei raggi emessi *diminuisce*, quando la temperatura cresce; in altre sostanze, si osserva però una variazione inversa dei colori.

Baudetscher (1888), Dewar (1894), E. Wiedemann e G. C. Schmidt (1894), Pictet (1894), Henry (1896), A. e L. Lumière (1899), Trowbridge (1899), Micheli (1901), Le Roux (1905) e altri

hanno studiato l'influenza della temperatura. Abbiamo già considerato in precedenza alcuni fenomeni relativi alla temperatura, che sono stati osservati da Lenard e Klatt. Bardetscher ha studiato il fenomeno nel quale un corpo, che ha smesso di brillare, recupera questa proprietà quando lo si riscalda; ha trovato che questa luminosità cessa intorno ai 390° (per i diversi tipi di CaS e SrS). Dewar ha scoperto tutta una serie di fatti interessanti: CaS, SrS, BaS smettono di emettere luce a -80° ; gelatina, cellulose, paraffina, avorio, corno e gomma, poco luminosi a temperatura normale, presentano una fosforescenza molto viva a 180° . Molti idrocarburi, alcoli, acidi, eteri e la maggior parte dei sali incolori sono fosforescenti a -180° ; acetofenone, benzofenone, asparagina, acido ippurico, urea, difenile, acido salicilico, glicogeno, gusci d'uovo, piume, ecc., emettono una luce particolarmente intensa a questa temperatura. Un cristallo di cianuro doppio dell'ammonio e del platino risplende debolmente a -180° ; ma se si versa l'aria liquida, che serve a ottenere questa temperatura, in modo che il cristallo inizia a scaldarsi velocemente, si mette a brillare con altrettanta brillantezza di una lampada. A. e L. Lumière hanno anche mostrato che molti corpi, che sono raffreddati durante la fosforescenza, perdono la loro forza luminosa. Se certi corpi sono illuminati a -200° , non danno luogo a fosforescenza: nel successivo riscaldamento, la luce si manifesta come una termoluminescenza. Trowbridge ha scoperto che la gomma arabica, il cotone (fibre), la carta da lettere, l'amido, la cellulose, la colla e il cuoio sono pure fosforescenti a -180° . Micheli ha studiato i composti solforati di Ca, Ba e Sr, e osservato che CaS, per esempio, emette una più brillante luce fosforescente, dopo la cessazione dell'illuminazione, quando la temperatura è compresa tra 40° e 60° . Il più forte assorbimento di energia, reso solo libero per aumento di temperatura, avviene tra -10° e -20° . Le Roux (1905) ha anche scoperto che la fosforescenza del CaS, per raffreddamento in aria liquida, si spegne; nel successivo riscaldamento, la luce riappare, e inoltre l'intensità è maggiore di quella che sarebbe stata nello stesso istante, se il solfuro, abbandonato a se stesso, non fosse stato raffreddato. L'illuminazione nell'aria liquida non risveglia fosforescenza, ma si manifesta per riscaldamento (al buio). L'energia luminosa che si accumula durante l'illuminazione sembra essere indipendente dalla temperatura; a bassa temperatura rimane in uno stato potenziale. E. Wiedemann (1888) hanno scoperto che CaS (colore illuminante di Balmain) emette, durante la fosforescenza, circa 0,05 della quantità di energia radiante, che aveva prodotto questa fosforescenza. Recentemente, sotto il nome di diaframma Sidot, si è diffuso uno schermo ad altissima luminescenza; la sostanza principale qui è ZnS. Questo schermo diventa luminoso, come ha mostrato Baumhaur (1894), per azioni meccaniche (compressione, estensione, flessione, ecc.), per azione dell'acqua (bagnatura), o dell'aria calda umida (ventilazione), della luce, dei raggi di corpi radioattivi, ecc. Nichols e Merritt (1905) hanno studiato la luminescenza, così come la fosforescenza, nello schermo Sidot; la luce fosforescente consiste in una banda violetta e una verde; la prima impiega per spegnersi da 0,1 a 0,2 secondi; la seconda dura diverse ore.

I liquidi non sono fosforescenti, ma solo fluorescenti. E. Wiedemann è riuscito in qualche modo ad ottenere il passaggio dalla fluorescenza alla fosforescenza, mescolando con gelatina soluzioni fortemente fluorescenti di eosina, esculina e di solfato di chinino, e lasciando indurire la miscela; ottenne così corpi fosforescenti (soluzioni colloidali); E. Wiedemann ha attribuito questo fenomeno a una diminuzione della mobilità delle molecole.

La proprietà posseduta dalle sostanze fosforescenti di brillare al buio, quando sono state precedentemente illuminate, è stato utilizzato nella copertura, con queste sostanze, di scatole di fiammiferi, candelieri, ecc.

4. Azioni meccaniche e chimiche della luce

Si possono indicare tre casi di azioni meccaniche dell'energia radiante:

1. I movimenti causati dalla pressione dell'energia radiante; noi abbiamo già considerato i corrispondenti fenomeni nel cap. II.

2. I movimenti generati indirettamente dai raggi luminosi nel radiometro, che non possono essere considerati come azioni meccaniche propriamente dette di radiazione; sono stati citati nel Cap. I, § 10 (vedi anche T. III, Cap. V, § 1).

3. Il fenomeno scoperto da Lenard e Wolf, dove certi corpi sono polverizzati dalle radiazioni ultraviolette; hanno scoperto che i metalli sono molto più polverizzati, gli isolanti solo un po' o per niente. L'elettrizzazione negativa dei metalli favorisce questa azione; liquidi elettrizzati negativamente allo stesso modo emettono polvere nella radiazione ultravioletta.

Studieremo ora le *azioni chimiche* dell'energia radiante.

Quando l'energia radiante dell'etere si propaga all'interno di una sostanza qualunque, si possono produrre, in quest'ultima, diversi tipi di fenomeni chimici: scomposizioni, combinazioni o cambiamenti della struttura molecolare. Quando la reazione chimica prodotta dalla radiazione è accompagnata da un dispendio di energia, avviene evidentemente una trasformazione dell'energia cinetica dell'etere in energia potenziale chimica delle sostanze che si scompongono. Ma, se la reazione è accompagnata da una diminuzione della riserva di energia chimica, cioè alla liberazione di calore, come, ad esempio, nella combinazione di cloro con idrogeno, non si può presumere che la reazione stessa abbia avuto luogo a spese della riserva di energia radiante. Si è così portati, in quest'ultimo caso, ad ammettere che una parte dell'energia radiante è stata spesa per rimuovere gli ostacoli, che si opponevano alla combinazione di sostanze, cioè, esercita solo un'azione liberatrice.

Una data reazione chimica non viene prodotta nella stessa misura, in date condizioni, da tutti i raggi dello spettro: certi raggi causano una reazione violenta e rapida, altri una reazione debole e lenta, altri infine non producono in generale alcuna reazione.

Le prime osservazioni sulle diverse azioni chimiche della radiazione, hanno mostrato che le azioni più energetiche erano dovute ai raggi indaco, viola e ultravioletto. Questo fatto ha portato ad ammettere l'esistenza di *una natura particolare di radiazioni*, che sono state designate con il nome di *radiazioni chimiche o attiniche*; ma attualmente questo modo di vedere è stato completamente abbandonato; si è accertato che la capacità di produrre reazioni chimiche non è in alcun modo una proprietà specifica dei raggi di determinata rifrangibilità, ma che tutti i raggi dello spettro visibile ed anche i raggi infrarossi possiedono questa proprietà. Perché avvenga, in una sostanza data, una reazione chimica, sotto l'azione di determinate radiazioni, bisogna che questa sostanza abbia la proprietà di assorbire queste radiazioni. H. W. Vogel ha mostrato che spesso basta aggiungere ad una data sostanza una piccola quantità di un'altra sostanza, in grado di assorbire determinate radiazioni, per conferire alla prima la stessa proprietà e per consentire, di conseguenza, la produzione di una reazione chimica. Torneremo più tardi su queste sostanze, che sono denominate sensibilizzatori.

Le azioni chimiche dell'energia radiante svolgono in natura un ruolo molto importante, perché è grazie ad esse che possono aver luogo le reazioni chimiche complesse, alle quali sono subordinate la vita e la crescita delle piante; lo studio dettagliato di queste reazioni trova il suo posto nei Trattati di Fisiologia Vegetale.

Sulle azioni chimiche dell'energia radiante si basa ancora la *fotografia*, la cui importanza cresce giorno dopo giorno in tutti gli ambiti dell'attività umana.

Drapper ha dapprima dimostrato che una condizione indispensabile per la produzione di una reazione chimica è, in ogni caso, l'*assorbimento* di energia radiante. Se i raggi hanno attraversato una sostanza, producendovi una determinata reazione chimica, non causano più questa reazione, quando penetrano in un'altra quantità della stessa sostanza.

È molto naturale ammettere che l'entità dell'azione chimica, misurata dalla quantità di sostanza che si è combinata o scomposta in un dato tempo, è proporzionale al flusso di energia radiante che ha raggiunto durante questo tempo la sostanza o miscela considerata, in cui si è prodotta l'azione chimica. Quest'ultima è quindi proporzionale al prodotto della durata dell'azione per l'intensità del flusso stesso. Di solito si indica, per le radiazioni visibili, l'intensità

del flusso di energia radiante sotto il nome di *intensità luminosa*. Tuttavia, incontreremo più avanti un fenomeno di matura particolare (*induzione fotochimica*), che accompagna le azioni chimiche dell'energia radiante, che ci mostrerà che la relazione precedente non è così semplice. In generale, si può dire che i fenomeni fotochimici si verificano nella direzione che cui essi potrebbero prendere anche al buio, quindi nel senso della stabilità o dell'entropia crescente o crescente (Volume III). La luce quindi agisce, nella maggior parte dei casi, solo sulla velocità della reazione. Lo stato di equilibrio, che si verifica nell'illuminazione, può essere essenzialmente distinto dall'equilibrio nell'oscurità. L'equilibrio fotochimico è a equilibrio *statistico*, ed è ottenuto dal continuo afflusso di energia radiante.

Considereremo separatamente, come esempi di azioni chimiche dovute all'energia radiante, le modificazioni molecolari, le combinazioni e scomposizioni chimiche. Si troveranno informazioni più complete nel Trattato di fotografia di Eder.

I. MODIFICHE MOLECOLARI. - Il fosforo bianco si trasforma in fosforo rosso, sotto l'azione dei raggi solari; il selenio amorfo finemente polverizzato, al contrario, si trasforma in selenio cristallizzato, che possiede la notevole proprietà che la sua conducibilità elettrica, generalmente molto bassa, aumenta nella luce e diminuisce di nuovo nell'oscurità. Il cinabro rosso cristallizzato si annerisce alla luce e diventa amorfo. Molti minerali subiscono modifiche analoghe; così, ad esempio, i cristalli rosso chiaro di giacinto diventano marrone scuro al sole e lo spato verde di Annaberg (Sassonia) diventa marrone. Quasi tutti i tipi di vetri incolori si colorano a poco a poco e assumono una tonalità gialla, verde o viola.

Un caso molto interessante di reazione fotochimica *reversibile* è stato studiato da Luther e Weigert (1905), ovvero la trasformazione dell'antracene, $C^{14}H^{10}$ in parantracene o diantracene $C^{28}H^{20}$. Questa trasformazione avviene sotto l'influenza della luce nel fenetolo bollente a 170° , nell'anisolo a 154° e nello xilolo a 140° . Nell'oscurità il diantracene si trasforma di nuovo in antracene. Si constata che la concentrazione di diantracene allo stato stazionario è proporzionale alla luminosità della sorgente luminosa e alla superficie illuminata e inversamente proporzionale al volume della soluzione.

L'ossigeno è parzialmente trasformato in ozono dalla radiazione ultravioletta. Questo fenomeno è stato scoperto da Lenard (1900), ed è stato studiato da Goldstein (1903), Warburg (1904), e infine da Fischer e Brahmer (1905). Questi ultimi hanno usato come sorgente una lampada al mercurio con finiture in quarzo. È molto probabile che negli strati superiori dell'aria, avvenga una notevole ozonizzazione da parte delle radiazioni solari ultraviolette; negli strati inferiori l'ozono viene distrutto dalle sostanze ossidabili.

II. COMBINAZIONI CHIMICHE. - Una miscela di cloro e idrogeno, che si mantiene indefinitamente nell'oscurità, si trasforma alla luce in HCl (questo esperimento è dovuto a Gay-Lussac (1811)). Esposti alla luce solare vivace, i due gas si uniscono istantaneamente con detonazione e rilasciano calore e luce. Bunsen e Roscoe, e successivamente Pringsheim, hanno studiato in dettaglio l'azione della luce su miscele di Cl e H ; torneremo più avanti sul loro lavoro.

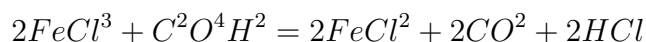
Il cloro disciolto in acqua decompone quest'ultima alla luce; si forma HCl e viene rilasciato ossigeno. Il cloro si unisce anche, sotto l'azione della luce, a diversi idrocarburi. Una miscela di Cl con CH^4 dà gradualmente una serie di composti: CH^3Cl , CH^2Cl^2 , $CHCl^3$ (cloroformio) e CCL^4 . Il monossido di carbonio e Cl danno cloruro di carbonile; questa reazione è stata studiata da Weldermann (1902) e da Dyson e Harden (1902). Si può anche classificare alcune delle reazioni citate tra i fenomeni di scomposizione.

In molti casi, la luce favorisce l'ossidazione, ad esempio per alcuni metalli. Sottili strati di solfuro di piombo si trasformano alla luce in solfato di piombo; le soluzioni di acido solfidrico e acido solforoso vengono ossidati. Gli oli grassi, ossidandosi alla luce, diventano meno fluidi; l'essenza di terebentina forma, in presenza di acqua, acqua ossigenata. Anche le resine si ossidano e cambiano colore; l'asfalto perde la sua solubilità nell'etere, il benzolo, ecc. La gomma diviene insolubile nel benzolo e nell'essenza di terebentina. Si può ancora menzionare l'ossidazione di

molti coloranti organici e lo scolorimento di stoffe colorate, carta, ecc., che avviene nello stesso modo. Lo sbiancamento della tela al sole riguarda ancora le azioni chimiche dei raggi solari. Il colore porpora, che era ben noto nell'antichità, è formato solo dall'azione della luce sulla secrezione giallastra di un mollusco (*Purpura lapillus*).

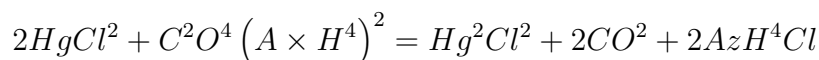
III. SCOMPOSIZIONE CHIMICA. - Una soluzione di acqua ossigenata in acqua si scompone, sotto l'influenza della luce, in acqua e ossigeno. L'acido azotidrico concentrato diventa marrone alla luce (Scheele, 1777), a causa della formazione di perossido di azoto. L'acido iodidridico gassoso si scompone in I e H. Il dicromato di potassio, in presenza di sostanze organiche (albumina, glicerina, ecc.), si scompone, sotto l'azione della luce, dando cromato di potassio e persino ossido di cromo.

Una soluzione, contenente $FeCl^3$ e acido ossalico, si scompone, sotto l'azione della luce, secondo la formula



G. Lemopine, che si è occupato molto di questa questione, ha trovato che la velocità di questa reazione esotermica aumenta contemporaneamente all'intensità luminosa e che la reazione si interrompe, non appena la luce cessa di agire.

Una soluzione, contenente cloruro di mercurio e ossalato di ammonio, si conserva indefinitamente nell'oscurità, ma si scompone alla luce secondo la formula



L'azotato d'argento si colora di nero alla luce.

Il chinino è ossidato alla luce dall'acido cromatico. Goldberg (1902) ha mostrato che agiscono solo i raggi assorbiti e che l'azione è proporzionale al prodotto dell'intensità dei raggi per la durata dell'azione.

Le soluzioni di iodoformio in cloroformio, il benzolo, CS^2 , ecc. sono arrossate dalla luce, come notò per la prima volta Humbert (1856). Questo fenomeno è stato oggetto di un preciso studio da parte di Hardy e Miss Willcock (1901) e di Van Aubel (1904). Quest'ultimo ha scoperto che il fenomeno si verifica anche nelle miscele di vaselina e iodoformio. A -45° non c'è scomposizione dello iodoformio.

L'azione esercitata dalla luce sui composti aloidi dell'argento, cioè sul cloruro, bromuro e ioduro d'argento, presenta un notevole interesse pratico; queste sostanze subiscono una scomposizione, il cui carattere chimico non è ancora ben noto in dettaglio. Già nel 1727 il medico Schultze aveva notato che il gesso, spruzzato con una soluzione di un sale d'argento in alcool concentrato, si colorava di nero, ma solo in luoghi esposti alla luce. Scheele (1777) e Senebier (1782) studiarono più in dettaglio l'azione della luce sul cloruro d'argento. Il cloruro d'argento molto secco è meno sensibile all'azione della luce del cloruro umido; alla temperatura del rosso-bianco, questa azione cessa completamente; $AgCl$ si scompone alla luce e fornisce diversi composti meno ricchi di cloro, Ag^3Cl^2 e persino Ag^2Cl . Carey Lea ha studiato una particolare sostanza, che gli parve formata dall'azione della luce sul cloruro d'argento, e che chiamò fotocloridrato d'argento; Hodgkinson ha trovato per questa sostanza la formula $Ag^3Cl^2Ag^2O$.

Quando si è sottoposta una lastra d'argento all'azione del cloro o dei vapori di bromo o iodio, i vapori di mercurio precipitano su questa lastra solo in luoghi precedentemente esposti alla luce. La carta, l'albumina, il collodio, la gelatina, ecc., impregnati di cloruro, bromuro o ioduro d'argento, hanno una proprietà notevole simile: acquisiscono alla luce la facoltà di attrarre argento metallico in *statu nascendi*, che si separa da una soluzione di azotato d'argento, sotto l'azione del solfato ferroso (vetriolo verde), dell'acido pirogallico, ecc. Il precipitato d'argento è tanto più denso quanto il luogo corrispondente è stato precedentemente illuminato più fortemente (*eccitazione o induzione fisica*).

Il cloruro d'argento e soprattutto il bromuro d'argento, sottoposto ad illuminazione di breve durata, assumono uno stato di equilibrio instabile, particolare, ancora poco spiegato; essi possono

allora essere scomposti da tutta una serie di sostanze, ad esempio da soluzioni di acido pirogallico, pirogallolo alcalino, di doppio ossalato di potassio e ferro, di idrochinone, di metolo, eccetera. Anche qui il grado di intensità della scomposizione dipende dall'intensità dell'illuminazione preventiva (*eccitazione o induzione chimica*). Ciò che si chiama *l'emulsione di gelatino bromuro* si distingue per una sensibilità peculiare alla luce; ne riparleremo più avanti. Una esposizione prolungata di sali d'argento alla luce diminuisce la loro capacità di annerire (ciò che si chiama la *solarizzazione*); poi aumenta e, in generale, diminuisce e aumenta periodicamente, secondo A. e L. Lumière, quando la durata dell'illuminazione aumenta.

Deawr ha scoperto che a -180° la sensibilità alla luce è ridotta dell'80%; tuttavia, anche a -200° , dove quasi tutte le reazioni chimiche cessano, l'azione della luce persiste; A. e L. Lumière sono arrivati agli stessi risultati. Il raffreddamento non agisce da solo su a lastra di gelatino bromuro.

La sensibilità alla luce è aumentata dall'aggiunta di determinate sostanze, che assorbono cloro, bromo e iodio, come l'azotato d'argento, l'iposolfito di soda, l'arseniuro di soda, il tannino, ecc.; queste sostanze sono chiamate *sensibilizzatori chimici*. I *sensibilizzatori ottici* scoperti da Vogel, di cui abbiamo già parlato, giocano un ruolo del tutto diverso; questi hanno la proprietà di assorbire i raggi luminosi di bassa rifrangibilità e rendono sensibili a questi raggi i sali d'argento che sono aggiunti. I migliori sensibilizzatori ottici sono il cloruro di cianina per i raggi rossi e arancioni, l'eritrosina per i raggi gialli, l'eosina per i verdi e giallo verdi, ecc. Un'emulsione di bromuro di gelatina può anche essere resa sensibile ai raggi infrarossi mediante sensibilizzatori adeguati.

Come altro esempio di sostanze che si scompongono alla luce, possiamo menzionare ancora qui menzionare l'azotato di amile $C^3H^{11}AzO^2$. Tyndall ha mostrato che se si fa passare un fascio di raggi solari o di raggi dell'arco elettrico attraverso un tubo riempito con i vapori completamente trasparenti di questa sostanza, a causa della sua scomposizione, si forma una nuvola pesante e biancastra e contenente azotato di amile e perossido di azoto.

È nelle piante che si osservano i più importanti processi fotochimici. Vi si verifica una trasformazione di CO^2 e H^2O in sostanze organiche, meno ricche di ossigeno e quindi combustibili; nella combustione di queste sostanze si sprigiona, sotto forma di calore, l'energia chimica generata a spese dell'energia radiante originariamente assorbita. Il potere di scomporsi alla luce in CO^2 è stato attribuito, prima delle ricerche di Engelmann, solo a una materia colorante verde, la clorofilla. Dalle ricerche di questo scienziato risulta che altre sostanze coloranti possiedono la stessa proprietà e che la scomposizione della CO^2 è sempre operata dai raggi assorbiti da queste sostanze; Engelmann li ha chiamati cromofili; queste sostanze includono anche la porporina batterica, che assorbe i raggi infrarossi da $\lambda = 0,8\mu$ a $\lambda = 0,9\mu$.

Alcune azioni fotochimiche non si manifestano dall'inizio dell'illuminamento, ma solo dopo un certo tempo, necessario per superare in qualche modo una particolare resistenza interna della sostanza; questo fenomeno è chiamato *induzione fotochimica*.

È opportuno qui parlare dell'interessante lavoro di O. Wiener (1895), riguardante le sostanze che possono assumere il colore di altri corpi vicini, cioè il colore delle radiazioni che ricevono; tale è, ad esempio, il fotocloruro scoperto da Carey Lea; è inoltre necessario classificare, tra queste sostanze, le materie coloranti contenute nella pelle di alcuni animali, in particolare di certi bruchi e delle loro crisalidi.

Il fotocloruro può assumere qualsiasi colore dello spettro; se è illuminato con raggi omogenei, assume il loro colore. Wiener spiega così questo fenomeno: qualsiasi varietà del fotocloruro, ad esempio la varietà rossa, si scompone sotto l'azione di tutti i raggi non rossi, che assorbe; al contrario, i raggi che hanno il colore del dato fotocloruro, sono riflessi dalla sua superficie e quindi non agiscono chimicamente su di essa; così, nella luce rossa, non può esistere che la varietà rossa del fotocloruro, e questa ha la sua origine nelle altre varietà, perché è questa che, nelle condizioni esterne date, possiede la *maggiore stabilità*. I pigmenti della pelle di certi bruchi

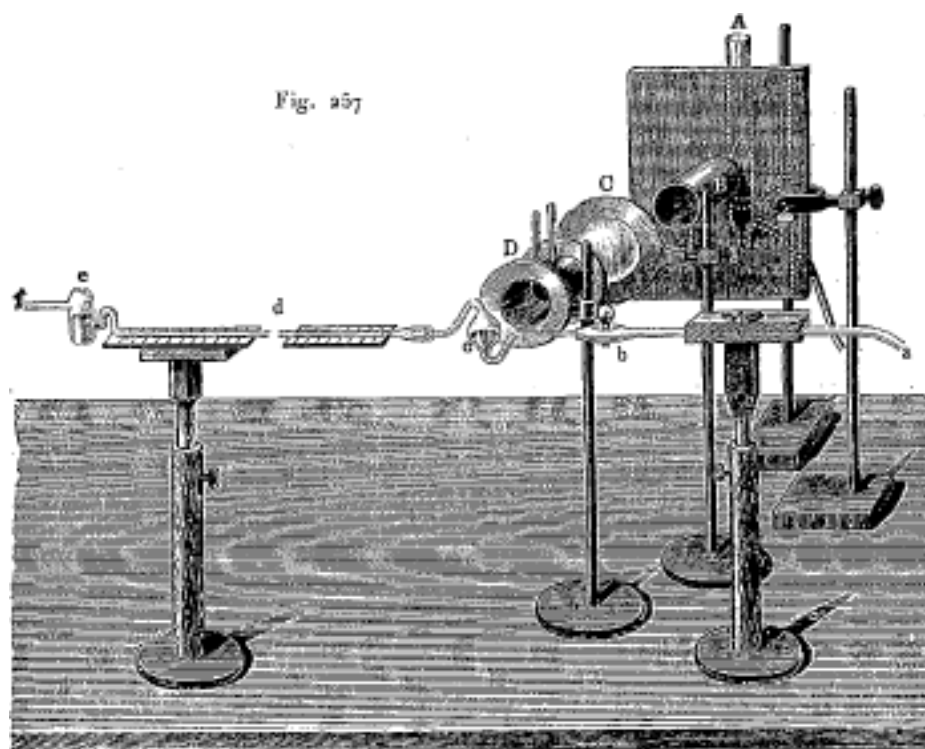
possiedono probabilmente proprietà analoghe; per una data illuminazione, si forma quella dei pigmenti che non è scomposta dai raggi incidenti (perché questo pigmento non assorbe questi raggi, ma li riflette), cioè quella che ha lo stesso colore dei raggi incidenti.

Molti studiosi, partendo delle idee precedenti di O. Wiener, hanno cercato di scoprire sostanze coloranti che soddisfacano le condizioni che sono state appena esposte. Possiamo citare su questo argomento il lavoro di Vallot, Worel, Garbasso, ecc. Garbasso ha riscontrato che alcune sostanze coloranti (derivate dalla chinolina) mostrano una tendenza ad assumere il colore dei raggi che le illuminano. Neuhauss riuscì ad andare molto oltre, e i suoi lavori porteranno forse alla *fotografia vera e propria dei colori*; ha saputo preparare miscele di sostanze coloranti che, ricevendo la luce attraverso dei vetri colorati, assumevano realmente la colorazione di questi vetri; per ottenere del verde, Neuhauss ha aggiunto clorofilla alle miscele. Per rendere più attivo lo scolorimento delle sostanze, il cui colore differiva da quello dei vetri e che, di conseguenza, assorbiva i raggi trasmessi da questi, impiegava della gelatina con acqua ossigenata. Dopo aver illuminato per cinque minuti, attraverso vetri di diversi colori, otteneva tutti i colori sulla piastra formata dalla miscela; per la fissazione (vedi più avanti), è possibile utilizzare una soluzione di sale di rame. La notevole importanza della scoperta precedente non è in dubbio.

Alcune piante hanno la proprietà di assumere il *colore complementare* a quello dei raggi che cadono su di esse; questa proprietà, studiata dapprima da Engelmann e poi in un caso particolare da Gaidoukoff (1902), presenta un grandissimo interesse; il risultato è che la pianta assorbe in modo particolare le radiazioni che riceve; Engelmann ha dato a questo fenomeno il nome di *adattamento cromatico complementare*. Questo spiega perché troviamo le piante verdi (alghe) negli strati superiori dell'acqua e piante rosse e marroni negli strati più profondi; sono i raggi verde e blu che hanno la massima intensità sul fondo. Gaidoukoff ha studiato il cambiamento di colore dei fili vivi di *oscillaria sancta* sotto l'azione della luce colorata; ha trovato che, con una illuminazione continua, il colore della clorofilla contenuta nelle cellule di queste alghe diventa, a poco a poco (per settimane o anche per mesi) e sempre più complementare a quello dei raggi incidenti, mentre il potere assorbente della clorofilla aumenta per i raggi che dominano nella luce incidente, ma diminuisce per coloro la cui intensità è debole o che sono totalmente carenti. Si tratta qui di un interessante caso di adattamento degli organismi viventi, che utilizzano l'energia radiante incidente e a tale scopo la assorbono; ma il risultato di questo adattamento è esattamente opposto a quello di cui abbiamo parlato sopra.

5. Ricerche di Bunsen, Roscoë e altri sull'unione di cloro e idrogeno alla luce. Ionizzazione di gas alla luce

Lo strumento impiegato da Bunsen e Roscoë per studiare l'azione della luce su una miscela di idrogeno e cloro è rappresentato nella figura 257. La sua parte essenziale è costituita da un tubo di vetro graduato, orizzontale, *abcdef*, presentante in *c* ed *e* rigonfiamenti a forma di vasetti contenenti acqua. Una miscela chimicamente pura di cloro e di idrogeno, ottenuta per elettrolisi dell'acido cloridrico, era preventivamente introdotta nello strumento, per un tempo abbastanza lungo, per saturare completamente di cloro e idrogeno l'acqua nei vasi *c* ed *e*. La miscela contenuta nel vaso *c*, che è detta *isolatore*, fu poi esposta alla luce; e l'acido cloridrico formatosi si scioglie in acqua. Il volume di gas così scomparso era determinato dalla quantità di acqua che entrava da *e* nel tubo graduato *d*. Per l'illuminazione è stata utilizzata una lampada A, i cui i raggi raggiungevano il tubo D, dopo aver attraversato il tubo B e la lente biconvessa C. All'interno della doppia parete dell'ultimo tubo circolava una corrente d'acqua continua, in modo da proteggere il vaso *c* da un surriscaldamento diretto.



Bunsen e Roscoë osservarono per primi che l'azione fotochimica di una sorgente luminosa data è proporzionale all'intensità luminosa di questa sorgente. Ma sorgenti diverse danno origine ad azioni fotochimiche, che non sono in alcun modo proporzionali alla loro azione fisiologica, che è però determinata dall'intensità della luce; così, ad esempio, la fiamma del gas illuminante è 109 volte più brillante della fiamma di monossido di carbonio, che Bunsen e Roscoë usavano solitamente, e l'azione fotochimica della prima è solo 1,962 volte più viva di quella della seconda; la luminosità ottica della luce solare è 524,7 volte maggiore di quella della luce emessa dal filo di magnesio che brucia all'aria aperta, mentre la sua lucentezza chimica è solo 36,6 volte più grande. Ciò è ovviamente dovuto alla differenza nella ricchezza delle sorgenti luminose in raggi assorbiti dalla miscela e che di conseguenza producono la reazione chimica. Bunsen e Roscoë hanno cercato di determinare, in un lavoro successivo, l'azione fotochimica delle diverse parti dello spettro, ottenuta mediante prismi e lenti al quarzo; le ordinate della linea tratteggiata *a a a...* di figura 258 indicano l'entità dell'azione fotochimica dei raggi dello spettro solare, mentre le ascisse danno la posizione di questi raggi relativamente alle linee Fraunhofer.

Bunsen e Roscoë hanno determinato pure la quantità di luce, che è assorbita dal cloro secco o da una miscela di cloro e idrogeno. Essi hanno calcolato il coefficiente di assorbimento α con la formula

$$J = J_0 \cdot 10^{-\alpha h}$$

dove J_0 indica l'intensità della luce incidente, J l'intensità della luce trasmessa da uno strato di spessore h (in millimetri), vedi (14); hanno ottenuto per il cloro secco, alla pressione di 760 millimetri, il valore $\alpha = 1/173,3$. Per una miscela in parti uguali di cloro e di un gas trasparente (aria o idrogeno), α deve essere il doppio, cioè si ha $\alpha = 1/346,6$; essi hanno trovato tuttavia, per una miscela di volumi uguali di cloro e idrogeno, $\alpha_1 = 1/234$. La differenza $\alpha_2 = \alpha_1 - \alpha = 1/723$ fornisce il *coefficiente di assorbimento fotochimico* e determina la quantità di energia radiante utilizzata per la reazione chimica.

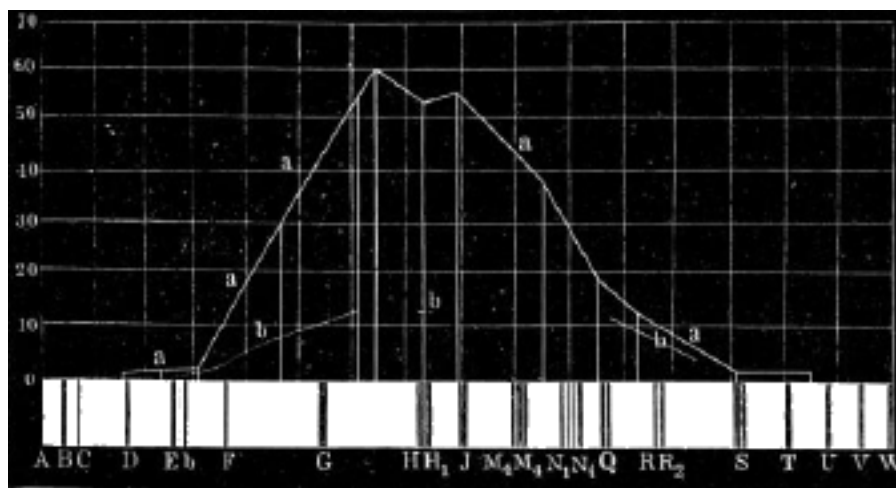


Fig. 258

L'*induzione fotochimica* si manifesta particolarmente grande nell'azione della luce sulla miscela di Cl e H. Quando l'illuminazione avveniva con il luce diurna diffusa, non si manifestava alcuna azione durante i primi due minuti; questa azione è poi aumentata fino all'undicesimo minuto e rimaneva poi costante. Un'aggiunta di 0,005 di ossigeno alla miscela di Cl e H rendeva l'azione fotochimica dieci volte di più piccola.

Pringsheim ha mostrato che la presenza di vapore acqueo ha un'influenza molto grande sull'azione fotochimica prodotta nella miscela di cloro e idrogeno: agisce sull'induzione fotochimica, come spiega Pringsheim per la formazione di una particolare sostanza intermedia, all'inizio dell'illuminazione; ciò che indica l'improvviso aumento di volume, osservato da Pringsheim al primo momento di illuminazione e probabilmente dovuto alla scomposizione del vapore acqueo.

Gautier e Helier hanno mostrato che, nella completa oscurità, una miscela di Cl e H secca o umida si può conservare indefinitamente, senza che si formino tracce di acido cloridrico. Hanno anche misurato la velocità di formazione di HCl , in una miscela di Cl e H secchi, sotto l'azione dell'illuminazione di lunghissima durata. Recentemente Devan (1903), così come Chapman e Burgess (1904) hanno studiato l'azione della luce su una miscela di Cl e H.

Prima di concludere questa breve esposizione delle azioni chimiche dell'energia radiante, dobbiamo dire qualche parola in più su un gruppo di fenomeni scoperti poco tempo fa; in cui una delle forme di energia radiante, le *radiazioni ultraviolette*, produce un'azione che, se non del tutto identica alle azioni chimiche per le sue caratteristiche, si avvicina in ogni caso molto a una di esse, ovvero alla dissociazione. Ci limiteremo ad indicare brevemente i risultati del lavoro di Lenard (1900) e Wilson (1899). Questi studiosi hanno scoperto che *l'aria subisce, sotto l'azione di radiazioni ultraviolette, una particolare modifica, che può, almeno in parte, essere considerata come una sua ionizzazione*. Appaiono nell'aria centri mobili, elettricamente attivi, che sono analoghi agli ioni, e che sono considerati come prodotti della dissociazione della sostanza; Lenard li chiama *vettori dell'elettricità*. Indica quattro fenomeni risultanti dal passaggio dei raggi ultravioletti attraverso l'aria: la comparsa di vettori di elettricità positiva, la comparsa di supporti di elettricità negativa, la formazione di ozono e la formazione di centri di condensazione del vapore, che Lenard chiama nuclei di nebbia (Nebelkerne), e che sono stati scoperti, prima di Lenard, da Wilson. Affrontiamo prima questi ultimi.

I raggi emessi dall'arco voltaico o dalla scintilla di induzione, attraversando una finestra di quarzo e cadendo su una rete trasparente di vapore acqueo, provocano la formazione di una nuvola. Wilson ammette che le particelle d'acqua, in cui si forma l'acqua ossigenata, servono da centri attorno ai quali le goccioline si condensano; Lenard ritiene inoltre che questi centri non siano identici ai vettori di elettricità o ioni. Lenard è arrivato a determinare la lunghezza d'onda λ di queste radiazioni attive; ha trovato che $\lambda = 0,18\mu$ e che di conseguenza queste

radiazioni appartengono ai raggi estremi, studiati prima da Schumann e che l'aria assorbe molto fortemente; è sotto l'azione di questi raggi che si forma nell'aria l'ozono. Infine, si formano ancora nell'aria i vettori dell'elettricità di cui abbiamo parlato, la cui presenza si manifesta in particolare con determinate azioni dell'aria sui corpi elettrizzati; questi ultimi perdono la carica, quando entrano a contatto con dell'aria attraversata dai radiazioni attive.

6. Fotografia

Non può non esserci posto in un Trattato di Fisica generale, anche di un succinto resoconto di quest'importante arte, alla quale sono dedicati molti libri e riviste speciali. Le basi fisico-chimiche su cui si basa la fotografia, sono state esposte al §4. Ci limiteremo qui a dare alcune brevi indicazioni.

Fu il 19 agosto 1839, in una riunione dell'Accademia di Francia, che Arago presentò al mondo intero il metodo di Daguerre, o il *dagherrotipo*. Una lastra di rame argentato è sottoposta all'azione del vapore di iodio e quindi collocata in una stanza buia in un luogo in cui l'immagine dell'oggetto si forma sulla sua superficie. Esponendo la lastra ai vapori di mercurio, quest'ultimo si precipita sulle parti che hanno subito l'azione della luce; se poi la lastra viene lavata in un liquido che scioglie lo ioduro d'argento, e se è vista in modo tale che su di essa si riflettano oggetti scuri, le parti ricoperte di mercurio appaiono luminose su uno sfondo scuro, e su questo sfondo risalta l'immagine dell'oggetto.

La *fotografia*, così come si è sviluppata in seguito, comporta le seguenti operazioni fondamentali: si prende un piatto ricoperto di uno *strato fotosensibile* contenente uno o più dei sali d'argento AgCl , AgBr e AgI ; si fa agire, nella stanza oscura, sulla superficie di questa lastra, l'immagine reale dell'oggetto, per un tempo opportuno; dopo questa *esposizione*, la lastra viene immersa in una soluzione di un rivelatore, che produce una scomposizione dei sali d'argento nei punti in cui la luce ha agito (*sviluppo*); la lastra viene poi lavata in un liquido che scioglie i sali non scomposti (*fissazione*), poiché questi devono essere rimossi perché la lastra possa essere esposta, inalterata, alla luce del giorno. Tutte le operazioni indicate vengono eseguite al buio o alla luce rossa, dopo di che si ottiene un'*immagine negativa*, sulla quale le parti chiare dell'oggetto fotografato appaiono nere ed è trasparente nei punti meno illuminati di questo oggetto.

Tramite la lastra negativa si realizzano poi le *stampe positive*; si pone a tale scopo, in una cornice di stampa, il negativo trasparente e sotto di esso una lastra sensibile; il tutto è esposto alla luce solare. Le radiazioni, che attraversano il negativo, producono un'azione sulla seconda lastra, tanto più intensa quanto l'area corrispondente del negativo è più chiara. A seconda della natura di questa seconda lastra, la scomposizione del sale d'argento in essa contenuto avviene immediatamente o solo sotto l'azione di un rivelatore. Resta poi da fissare l'immagine ottenuta, cioè togliere i sali scomposti, e si ha così un *positivo*, nel quale le parti chiare e scure sono distribuite come nell'oggetto riprodotto, perché sotto le regioni chiare del negativo, la luce ha prodotto un'azione più vivida ed è lì che si trovano le ombre sul positivo.

Il negativo si ottiene generalmente su una lastra di vetro, ricoperta da uno strato *impressionabile*. Quest'ultimo in passato veniva preparato coprendo il vetro con uno strato di collodio, che conteneva ioduro di potassio, e immergendo poi la lastra in una soluzione di azotato d'argento, che produceva uno strato di ioduro d'argento. L'acido pirogallico è stato utilizzato come rivelatore e come fissante una soluzione di cianuro di potassio o iposolfito di soda, che scioglie lo ioduro d'argento non attaccato.

Oggi per ottenere il negativo vengono universalmente utilizzate lastre di vetro su cui è depositato uno strato uniforme di bromuro d'argento emulsionato nella gelatina (lastre di *gelatino-bromuro*); questa emulsione è costituita da una soluzione essiccata di gelatina, in cui si trova del bromuro d'argento in uno stato di divisione estrema. Le lastre essiccate che si trovano in commercio contengono talvolta anche una certa quantità di ioduro d'argento. L'emulsione si

prepara mescolando una soluzione di azotato d'argento con una soluzione di bromuro di potassio o bromuro di ammonio, che contiene un po' di ioduro di potassio e di gelatina. Si ricopre con questa emulsione una lastra di vetro molto pulita, che viene poi essiccata. Si possono usare tra gli altri, come rivelatori, ossalato ferroso, acido pirogallico, idrochinone, paramidofenolo, metolo, amidolo e glicina. Si impiega, per fissare, iposolfito di soda.

Ci si serve anche oggi, al posto delle lastre di vetro, di carte negative particolari o film di celluloidi, una sostanza abbastanza trasparente per dare un positivo e che è allo stesso tempo sufficientemente consistente. Le sostanze sopra elencate possono anche fungere da rivelatori. Se si aggiungono sensibilizzatori ottici all'emulsione di gelatina e bromuro, le lastre prendono il nome di ortocromatiche.

L'estrema sensibilità della gelatina-bromuro ha reso possibile la *fotografia istantanea*, ovvero ha permesso di ridurre il tempo di esposizione, a seconda dell'intensità della luce, a una piccola frazione di secondo. Un tempo di esposizione di 0,00001 secondi è sufficiente per ottenere un'azione fotochimica della luce solare diretta; in pratica, l'esposizione di solito dura, nella fotografia istantanea da 0,01 s a 0,1 s. Per ottenere tempi di posa così brevi, vengono utilizzati dispositivi speciali chiamati *otturatori istantanei*.

Per ottenere un positivo, secondo il metodo sopra esposto, si utilizzano diverse carte o lastre impressionabili. Particolarmente diffuso è l'uso della *carta all'albumine*, che porta uno strato di albumina contenente cloruri. Questa carta è immersa in una soluzione di azotato d'argento, che dà origine nell'albumina a cloruro d'argento. Quando la carta è asciutta, dà direttamente l'immagine positiva senza sviluppo; resta solo da fissare questa immagine in una soluzione di iposolfito di sodio e per darle il tono che si desidera, la si immerge in un bagno di reazione formato da una soluzione di cloruro d'oro, a cui si aggiunge una proporzione variabile di sali alcalini: borato, acetato, carbonato di sodio, ecc. Dalla composizione di questo bagno dipendono il colore e l'inalterabilità dell'immagine ottenuta.

Per ottenere positivi su carta o su vetro (diapositive), ci si serve di pellicole di collodio al cloruro, pellicole di gelatina-cloruro (aristotipo, carta aristo), e infine di una carta di celloidina con pellicola sensibile di celluloidi, che è molto diffusa. Tutte queste pellicole non hanno bisogno di essere sviluppate.

Inoltre per la preparazione dei positivi vengono impiegate emulsioni di cloruro-gelatina d'argento e bromuro-gelatina d'argento; in entrambi i casi la durata della stampa è molto breve, ma è necessario uno sviluppatore. L'emulsione di cloruro-gelatina può anche essere preparata in modo tale da non essere necessaria svilupparla dopo la stampa; carta ricoperta di una tale emulsione porta, nel commercio, il nome di *carta di aristo*.

Ci limiteremo a queste indicazioni generali sulle principali operazioni e sui metodi più importanti della fotografia. Noi abbiamo lasciato da parte tutta una serie di procedimenti, tra i quali la *stampa dei colori* presenta un interesse particolare; questa stampa è basata sulla proprietà che una soluzione di dicromato di potassio in gelatina di rendere quest'ultima insolubile, sotto l'azione della luce.

Non insisteremo sulla notevole importanza assunta dalla fotografia nella scienza. Citeremo solo la microfotografia, che mira a fissare, per mezzo di processi fotografici, immagini *ingrandite* di oggetti microscopici e l'uso della fotografia nelle osservazioni astronomiche; le fotografie del cielo hanno portato alla scoperta di nebulose, ad esempio, che fino ad ora erano rimaste invisibili nei migliori telescopi, sia perché le radiazioni che mandano sulla Terra sono troppo deboli, sia perché non producono generalmente nessuna impressione sulla retina dell'occhio, mentre agiscono su una lastra sensibile, con un'esposizione sufficientemente prolungata; un accordo è stato stipulato tra molti osservatori per intraprendere a rappresentazione fotografica di un terzo della volta celeste, che richiederà non meno di 2200 negativi.

La fotografia ha reso possibile lo studio dello spettro ultravioletto. Ha anche reso servizi inestimabili nella costruzione di molti apparecchi di registrazione, meteorologici, magnetici e

altri; noi ne incontreremo alcuni più tardi.

Infine, la fotografia istantanea ha permesso di studiare diversi movimenti rapidi, ad esempio il movimento dei proiettili, i dettagli del volo degli uccelli, il cammino degli animali, la forma delle gocce nella loro caduta, ecc. Per mostrare fino a quale grado di perfezione tecnica si è arrivati, basterà indicare che Lucien Bull (1904) ha costruito un dispositivo con quale si possono ottenere 1500 immagini in un secondo. Il cinematografo è ben noto, e ci limiteremo a menzionarlo.

Parleremo più avanti della *fotografia dei colori*.

9 Misura dell'energia radiante

1. Problemi che sorgono nella misura dell'energia radiante. Terminologia

Il problema della misura dell'energia radiante si divide naturalmente in tre parti, che sono strettamente correlate, in modo che gli stessi metodi siano loro applicabili. Questi tre problemi parziali sono: 1) misura della *sorgente radiante*, cioè, determinazione della sua capacità di emettere energia radiante; 2) misura del *flusso* di energia radiante, cioè la quantità di energia E , che attraversa, nell'unità di tempo, l'unità di superficie perpendicolare alla direzione dei raggi; 3) misura dell'*azione esercitata dalla sorgente radiante sulla superficie di un altro corpo*, per una posizione dell'uno e dell'altro; a quest'ultimo problema si collega la misura della quantità di energia radiante, che cade sulla superficie data, e della quantità che ne è emessa; tale è in particolare il caso, quando ci si propone di determinare l'*illuminamento* e la *luminosità della superficie illuminata*.

Molto spesso, tuttavia, è necessario misurare non l'energia totale del flusso dato, ma solo la grandezza, che di solito è chiamata *intensità luminosa* del flusso in un dato luogo, e che si potrebbe ancora chiamare *energia fisiologica* o *ottica* del flusso in questo luogo. Questa grandezza, che indichiamo con i , è talvolta definita come la *quantità di luce* che attraversa l'unità di superficie perpendicolare ai raggi nell'unità di tempo; ma una tale definizione non può essere considerata come scientifica, a causa della mancanza di precisione del termine "quantità di luce". La grandezza i si misura osservando l'effetto fisiologico prodotto dal flusso di energia, e di conseguenza è funzione di due grandezze: l'energia del flusso e la sensibilità dell'occhio.

Dobbiamo qui fare un'osservazione importante: *non siamo in grado di confrontare tra loro gli effetti fisiologici delle radiazioni, che non hanno la stessa composizione; non possiamo nemmeno valutare l'uguaglianza di questi effetti*. In altre parole non possiamo determinare se le intensità di due sorgenti luminose di *colore diverso*, ad esempio di una sorgente rossa e di una sorgente verde, siano o meno uguali tra loro.

Ne consegue che possiamo solo confrontare tra loro l'intensità luminosa o l'energia ottica di radiazioni di una determinata composizione. dato. *Le energie ottiche del flusso di diversa composizione, ad es. di colore diverso, sono grandezze, che non hanno misura comune*.

Non c'è dubbio che per un flusso *omogeneo*, determinato dalla lunghezza d'onda λ , l'energia ottica i è proporzionale all'energia meccanica E . Se indichiamo con k il fattore di proporzionalità, che dipende dalla scelta dell'unità di intensità luminosa per la data lunghezza d'onda λ , si ha

$$i = kE \quad (9.0.1)$$

La formula (1) rimane applicabile solo per un flusso composito, a condizione che qualsiasi variazione della sua energia E sia il risultato di una variazione relativa identica di energie di tutte le sue parti costitutive visibili. La formula (1) può essere verificata sperimentalmente, perché esiste tutta una serie di casi, in cui la variazione di E si può determinare teoricamente, e la corrispondente variazione della grandezza i misurare direttamente. Così, ad esempio, l'energia E emessa da una piccola sorgente deve essere inversamente proporzionale al quadrato della distanza da questa sorgente; si può mostrare con un esperimento diretto, che l'intensità luminosa dove anche l'energia ottica del flusso è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente radiante.

L'assoluta incommensurabilità delle energie ottiche di irraggiamento di colore diverso è dimostrata dal seguente importante esperimento di Purkinje: si è cercato di rendere uguali

dal punto di vista della loro intensità luminosa due radiazioni di colore diverso, ad esempio, una radiazione rossa e una blu, e se le si indebolisce entrambe allo stesso modo, la radiazione blu appare più luminosa della rossa. Questo esperimento mostra chiaramente quanto siano inutili tutti i tentativi di confrontare le intensità luminose di sorgenti di diversi colori.

Quando i flussi di energia radiante differiscono poco nella composizione delle loro parti visibili (per il loro colore), il loro confronto ottico è ancora possibile, ma la precisione è molto inferiore rispetto al caso in cui i flussi hanno la stessa composizione.

In pratica, nella stragrande maggioranza dei casi, si tratta di flussi, il cui colore è più o meno vicino al *bianco*.

Per flussi di *data composizione*, bianchi o colorati, l'effetto fisiologico è certamente proporzionale all'energia E , essendo E riferita all'unità di superficie. Si può quindi riferire anche la quantità i , cioè l'intensità luminosa, l'energia fisiologica o la quantità di luce in un dato luogo, all'unità di superficie. Si ammette qui, che la grandezza precedente, *che non ammette una definizione puramente fisica*, abbia la seguente proprietà: la quantità di tale grandezza, che attraversa in un dato luogo la sezione trasversale di un flusso omogeneo, è proporzionale al tempo e all'area di questa sezione. Possiamo basare la misura della grandezza i , in primo luogo, sulla scelta dell'unità di quantità di luce, relativa ad un dato flusso di stessa composizione, in secondo luogo sulla formula (1) che permette di far variare i in un determinato rapporto, poiché conosciamo in modo preciso per un numero elevatissimo di casi le leggi, secondo le quali E varia.

Intenderemo per *potenza luminosa o intensità J di una sorgente luminosa* una grandezza, misurata dalla quantità di luce, che cade nell'unità di tempo sull'unità di superficie di una sfera (o che la attraversa), avente per centro la sorgente luminosa e per raggio l'unità di lunghezza. In altre parole, l'intensità luminosa J di una sorgente è misurata dall'intensità luminosa all'unità di distanza da tale sorgente. Se i è l'intensità luminosa alla distanza r dalla sorgente, si ha $J = air^2$, essendo a un fattore di proporzionalità. Si può porre $a = 1$, ma si impone alle unità delle grandezze J e i la condizione che la sorgente luminosa, la cui intensità $J = 1$, dia alla distanza $r = 1$ un'energia fisiologica di flusso $i = 1$. In questo caso si ha

$$\begin{cases} J &= i r^2 \\ i &= \frac{J}{r^2} \end{cases} \quad (9.0.2)$$

La definizione, che abbiamo appena dato della grandezza J , si applica in tutto rigore solo a sorgenti luminose molto piccole, a ciò che si chiamano *punti luminosi*; possiamo tuttavia estenderla a qualsiasi sorgente luminosa di piccole dimensioni rispetto alla distanza r , alla quale osserviamo l'irraggiamento.

La grandezza i può avere valori diversi in diversi punti di una sfera, descritta attorno alla sorgente luminosa con raggio r . Questo è il caso, quando la sorgente luminosa ha un'intensità J disuguale nella diverse direzioni; si può quindi considerare J in funzione delle coordinate polari φ e ψ , la cui origine è al centro della sorgente.

Si chiama *intensità totale I* della sorgente luminosa la quantità totale di luce emessa da questa sorgente nell'unità di tempo in tutte le direzioni. Per una sorgente, la cui intensità J è indipendente dalla direzione, si ha

$$I = 4\pi J = 4\pi ir^2 \quad (9.0.3)$$

Si deve porre al contrario, nel caso generale

$$I = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} J \sin \varphi d\varphi d\psi \quad (9.0.4)$$

Per molte delle sorgenti luminose J è indipendente dall'azimut; prendendo l'asse delle coordinate verticali, si ha in questo caso

$$I = 2\pi \int_0^\pi J \sin \varphi d\varphi \quad (9.0.5)$$

Si chiama *intensità media della sorgente radiante* la grandezza

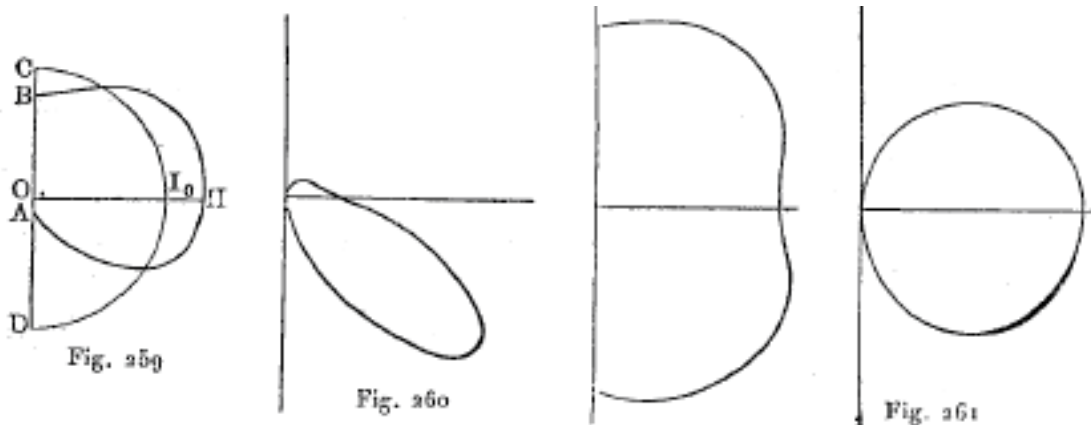
$$J' = \frac{I}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} J \sin \varphi d\varphi d\psi \quad (9.0.6)$$

Quando J è indipendente da ψ , si ha, si veda la (5)

$$J' = \frac{1}{2} \int_0^\pi J \sin \varphi d\varphi \quad (9.0.7)$$

Se si tracciano in tutte le direzioni a partire dal centro della sorgente luminosa dei raggi vettori e se si portano su questi delle lunghezze, proporzionali ai valori di J corrispondenti alle varie direzioni, il luogo geometrico delle estremità di questi raggi vettori è una certa superficie.

La curva BHA (fig. 259), rappresenta il meridiano di questa superficie per la fiamma di una lampada Carcel (vedi sotto), per cui J è indipendente dall'azimut ψ . La figura 260 rappresenta la stessa curva per una lampada ad arco elettrico, e la figura 261 rappresenta a sinistra il curva equatoriale, a destra la meridiana per una lampada a incandescenza con un semplice filo di carbone curvato ad arco. Liebhenthal ha svolto ricerche molto precise sulla distribuzione della luce attorno a una lampada a incandescenza per forme diverse dei fili di carbone. Blondel ha indicato un metodo per la determinare direttamente l'intensità luminosa media di una sorgente radiante. Dyke (1905) ha determinato nelle lampade a incandescenza il rapporto tra l'intensità *sferica* media e l'intensità *orizzontale* media e l'ha trovato uguale a circa 0,8.



Se le dimensioni delle sorgenti luminose non possono essere trascurate, è necessario scomporre le loro superfici in elementi e considerare ciascuno di questi come una sorgente luminosa, che emette luce in tutte le direzioni. Per i corpi solidi e liquidi incandescenti si deve tenere conto della legge dell'irraggiamento, spesso indicata come *legge del coseno*.

Nella considerazione della superficie di una sorgente luminosa c'è ancora una grandezza caratteristica, ovvero la *luminosità della sorgente* o più esattamente la sua *luminosità superficiale*.

Questa grandezza è determinata dalla quantità di luce emessa dall'unità di superficie nell'unità di tempo. Due sorgenti luminose possono avere la stessa intensità, ma una luminosità disuguale,

se le loro superfici differiscono. È evidente che le varie parti della superficie di una data sorgente luminosa possono avere una luminosità diversa.

Per non introdurre una nuova notazione, indicheremo ora con $Jd\sigma$ la quantità di luce, emessa nell'unità di tempo dall'elemento $d\sigma$ della superficie radiante, nella direzione della normale a tale elemento. Calcoliamo la quantità di luce Q , emessa dall'elemento $d\sigma$, all'interno dell'angolo solido $d\sigma$, nel vertice del cono, che ha come asse la normale precedente e le cui generatrici formano l'angolo φ con questo asse.

Introducendo le coordinate polari, si ha

$$Q = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\varphi} Jd\sigma \cos \psi \sin \varphi d\varphi d\psi$$

Questo integrale è uguale a

$$Q = 2\pi Jd\sigma \sin^2 \varphi \quad (9.0.8)$$

Consideriamo ora la superficie su cui cadono i raggi luminosi. *L'illuminamento q di una superficie* in un dato luogo è determinato dalla quantità di luce, che cade nell'unità di tempo sulla sua unità di superficie. Sia i l'intensità luminosa nel luogo in cui si trova la parte illuminata di questa superficie, e α l'angolo formato dalla normale alla superficie con la direzione dei raggi incidenti; l'illuminamento è

$$q = i \cos \alpha = \frac{J}{r^2} \cos \alpha \quad (9.0.9)$$

La quantità di luce dq , che cade nell'unità di tempo sull'elemento di superficie ds , è

$$dq = i \cos \alpha ds \quad (9.0.10)$$

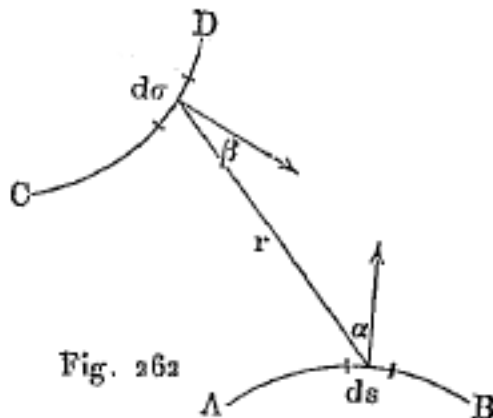
Se la sorgente (di piccole dimensioni e di intensità luminosa J) si trova alla distanza r da ds , si ha

$$dq = \frac{J \cos \alpha ds}{r^2} \quad (9.0.11)$$

Sia AB (fig. 262) la superficie su cui cadono i raggi dalla superficie irradiente CD; per determinare l'illuminamento dell'elemento ds della prima, supponiamo la seconda (CD) divisa in elementi $d\sigma$ e ammettiamo che $Jd\sigma$ sia la quantità di luce, emessa da una di esse nell'unità di tempo lungo la direzione normale. La quantità di luce, in arrivo dall'elemento $d\sigma$, che arriva a ds , è uguale a

$$dq = \frac{J \cos \alpha \cos \beta d\sigma ds}{r^2} \quad (9.0.12)$$

dove β indica l'angolo tra r e la normale ds .



La quantità di luce totale dq , che cade sull'elemento di superficie ds , è

$$dq = ds \int \frac{J \cos \alpha \cos \beta d\sigma}{r^2} \quad (9.0.13)$$

L'illuminamento q della superficie AB attorno a ds è uguale è

$$q = \int \frac{J \cos \alpha \cos \beta d\sigma}{r^2} \quad (9.0.14)$$

Infine si ottiene ancora per l'illuminamento medio q' della superficie AB da parte della superficie CD l'espressione

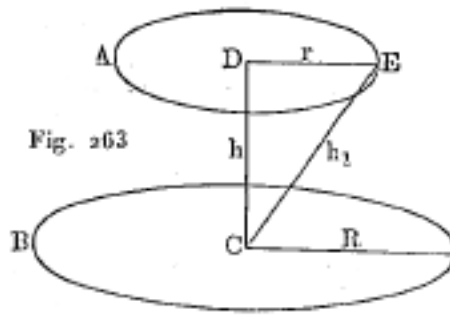
$$q' = \frac{1}{s} \int ds \int \frac{J \cos \alpha \cos \beta d\sigma}{r^2} \quad (9.0.15)$$

dove s è la grandezza della superficie AB.

Ci limiteremo a fornire qui il risultato dei calcoli per un caso particolare, e lasceremo al lettore la verifica della formula. L'illuminamento medio q' di un disco circolare B (fig. 263) da parte di un altro A che gli è parallelo, è, nel caso in cui la loro distanza normale $CD = h$,

$$q' = \frac{1}{4R^2} (h_1 - h)^2$$

dove R è il raggio del cerchio B, r quello di A e dove $h_1 = CE = \sqrt{h^2 + r^2}$.



L'illuminamento q di una superficie dipende dal flusso che cade su di essa e dalla sua posizione. Ci rimane ancora da definire una grandezza, che chiameremo la *luminosità di una superficie illuminata* e che indicheremo con p ; questa grandezza dipende dall'illuminamento della superficie e dalle sue proprietà particolari. Sia dq la quantità di luce che cade sull'elemento di superficie ds , μdq la frazione di questa quantità che è uniformemente diffusa in tutte le direzioni, essendo μ inferiore all'unità.

Supponiamo ds circondato dalla superficie di una semi sfera di raggio 1 e *consideriamo l'elemento illuminato ds come una sorgente luminosa* di luminosità pds . Prendiamo, come nella determinazione della formula (7,a), la normale a ds come asse delle coordinate polari φ e ψ ; si trova per la quantità totale di luce, che attraversa la superficie della semi sfera, l'espressione seguente

$$\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi/2} pds \cos \varphi \sin \varphi d\varphi d\psi = \pi pds$$

Questa quantità deve, d'altra parte, essere uguale a μdq , da cui si deduce per la luminosità della superficie illuminata:

$$p = \frac{\mu dq}{\pi ds} = \frac{\mu q}{\pi} \quad (9.0.16)$$

dq e q sono determinati dalle formule (9) e (8).

La frazione μ si chiama l'*albedo* della superficie considerata. Kononowitsch ha trovato per il cartone bianco $\mu = 0,852$.

Ebert ha sviluppato alcune considerazioni interessanti basate sulla formula (8). Supponiamo distribuite in qualche modo nello spazio delle sorgenti luminose di intensità J_1, J_2, J_3, \dots . Immaginiamo anche in un punto qualsiasi M dello spazio una piccola superficie, la cui normale l forma gli angoli $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ con le distanze r_1, r_2, r_3, \dots dal punto M alle sorgenti luminose. L'illuminamento q della superficie è allora uguale a

$$q = \sum \frac{1}{r^2} \cos \alpha \quad (9.0.17)$$

Questa espressione è del tutto analoga a quella che si otterrebbe per la forza che agirebbe nella direzione l , supponendo che le intensità delle sorgenti luminose sostituite da masse attrattive, numericamente uguali. Poiché questa forza è uguale alla derivata presa negativamente del potenziale nella direzione l , q può essere visto come la derivata presa negativamente di una grandezza L , chiamata da Ebert il *luminale*.

Essa è uguale a

$$L = \sum \frac{J}{r} \quad (9.0.18)$$

Si ha allora

$$q = -\frac{\partial L}{\partial l} \quad (9.0.19)$$

Si ottiene il massimo q_m dell'illuminamento possibile nel punto M, quando l ha la direzione della normale n alla superficie piana del luminale. Si ha quindi

$$q_m = -\frac{\partial L}{\partial n} \quad (9.0.20)$$

e questo *massimo di illuminamento ha luogo, quando la piccola superficie è tangente alla superficie piana del luminale*.

In alcuni corpi si verifica una *diffusione interna della luce*, ad esempio nel *vetro opalino*. Se una lamina di vetro opalino è illuminata da un lato, l'altro suo lato rappresenta una sorgente luminosa, la cui intensità è proporzionale all'illuminamento a cui è sottoposta. Ma la legge del coseno non si applica in questo caso per l'emissione. Un elemento di superficie ds , che emette nella direzione della normale la quantità di luce Jds , dovrebbe secondo la legge del coseno emettere in una direzione, formando un angolo di 60° con questa normale, la quantità di luce $0,5Jds$ (perché $\cos 60^\circ = 0,5$); ma si trova solo $0,435Jds$.

All'interno del vetro opalino, l'illuminamento viene trasmesso di strato in strato quasi esclusivamente nella direzione normale alla superficie della lastra, indipendentemente dall'angolo di incidenza dei raggi. Se si pongono uno sopra l'altra più lastre di vetro opalino in modo da ottenere una lastra ABCD (fig. 264) spessa 10 mm , e se si dirige sulla superficie AB, ricoperta di carta nera forata con un foro circolare ab , un fascio di raggi che forma un angolo $\beta = 78^\circ$ con la normale, si forma in mm una macchia circolare, il cui raggio non differisce sensibilmente da quello dell'intaglio ab ; non vi sono che i bordi della macchia mm che non sono nitidi. Nella fig. 264, L rappresenta una sorgente luminosa, H una lente, FG un tubo, SS uno schermo.

La diffusione interna, osservata nei liquidi, è dovuta alle polveri presenti. Abbiamo indicato in precedenza i lavori di Spring e Battelli e altri, che sono riusciti ad ottenere acqua e altri liquidi *otticamente puri*.

Gli strumenti, che vengono utilizzati per confrontare due sorgenti luminose o due illuminamenti sono chiamati *fotometri*.

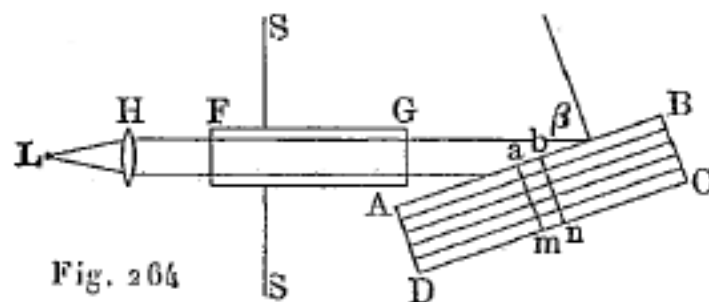


Fig. 264

Abbiamo precedentemente considerato in dettaglio le grandezze con cui si ha a che fare, quando si tratta di effetti luminosi di un flusso di energia radiante.

Vi sono, tuttavia, casi in cui si deve trovare l'entità dell'effetto *chimico* di un flusso di energia radiante. Non ci può essere quindi alcun dubbio sulla misura di una data grandezza fisica, che caratterizza completamente il flusso dato. L'entità dell'effetto chimico dipende non solo dalla composizione del flusso e dall'energia delle sue varie parti costituenti, ma anche della natura della reazione chimica, che deve essere prodotta. Si ottiene quindi per il rapporto delle energie chimiche di due flussi di diversa composizione valori del tutto differenti, se si misurano queste energie per varie reazioni chimiche. Ma si possono confrontare tra loro gli effetti chimici di due flussi, se *si parte dalla stessa reazione chimica ben definita*, ad esempio della combinazione di cloro con idrogeno o della scomposizione di sali di alogenuro d'argento. Gli strumenti necessari per questi confronti si chiamavano actinometri; ma oggi questo nome è usato universalmente per designare dispositivi che soddisfano uno scopo completamente diverso (vedi sotto); chiameremo quindi i dispositivi utilizzati per misurare l'effetto chimico *actinometri chimici o dinamici*.

Abbiamo parlato del confronto degli effetti ottici e chimici di due flussi; questi effetti dipendono da alcune parti dell'energia E del flusso complesso. Ci resta da parlare della *misura dell'energia totale E* di un flusso di energia radiante. Questa misura è possibile solo mediante l'assorbimento dell'energia radiante da una superficie annerita (ricoperta di nerofumo), ciò che la trasforma quasi interamente (la perdita probabile di energia è del 2%) in energia termica. Questa può essere misurata in diversi modi, con il metodo termoelettrico, il metodo del bolometro, i metodi che si basano sull'osservazione dell'innalzamento della temperatura, della fusione del ghiaccio, ecc.

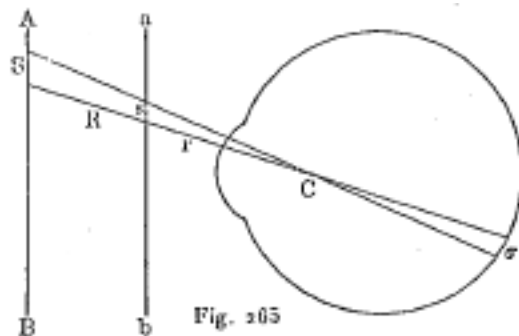
Di particolare interesse è la misura della radiazione *solare*. La scienza, che si occupa della misura dell'energia dei raggi solari, si chiama *actinometria*, e gli strumenti necessari alle misure actinometri (per la misura relativa) e *pireliometri* (per la misura assoluta).

Le grandezze di cui si è parlato finora in questo paragrafo, hanno per per così dire un carattere *oggettivo*; esistono, per così dire, in un determinato luogo nello spazio, indipendentemente dalla presenza di un osservatore. Dobbiamo ancora considerare certe grandezze di carattere *soggettivo*, che misurano l'intensità dell'impressione subita dall'osservatore. Sebbene la descrizione anatomica dell'organo della vista debba essere fatta solo nel cap. XI, è dire già qui qualche parola su queste grandezze.

La grandezza dell'impressione luminosa, cioè *la luminosità visibile*, dipende dalla quantità di luce, che cade nell'unità di tempo sull'unità di superficie, o in un dato punto della retina dell'occhio. Qui si devono distinguere due casi:

I. *La sorgente luminosa è puntiforme*: questo è il caso, per esempio; stelle fisse. L'immagine sulla retina è prodotta dalla quantità di luce che penetra nell'occhio attraverso la pupilla. È evidente che *la luminosità visibile del punto luminoso è inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza dall'osservatore e direttamente proporzionale alla superficie della pupilla*. Si suppone qui che il cerchio di diffrazione, che rappresenta l'immagine di questo punto sulla retina, sia così piccolo, che l'osservatore vede solo un punto senza alcuna dimensione apprezzabile.

II. *La sorgente luminosa è formata da una superficie uniformemente illuminante.* È facile assicurarsi che il teorema seguente, molto importante si applichi a questo caso: la *luminosità visibile di una superficie luminosa non dipende dalla sua distanza dall'occhio dell'osservatore.*



Infatti, sia σ (fig. 265) una molto piccola parte della retina. AB un piano luminoso, H la sua distanza dall'occhio, C il centro ottico dell'occhio, (vedi sotto). Si forma su σ l'immagine della parte S del piano AB; la luminosità di questa immagine dipende la quantità di luce q emessa da S, che attraversa la pupilla e riunisce sulla superficie σ . Ma questa quantità di luce è uguale a

$$q = C \frac{S \cos \varphi}{R^2}$$

dove C è un fattore di proporzionalità, φ l'angolo compreso tra la normale a S e i raggi. Se si porta AB in ab alla distanza r dall'occhio, la quantità di luce q' che si riunisce su σ è quindi uguale a

$$q' = C \frac{s \cos \varphi}{r^2}$$

Ma siccome $S : s = R^2 : r^2$, si ha evidentemente $q = q'$, ciò che significa che la luminosità visibile di una superficie non dipende dalla distanza di quest'ultima dall'occhio.

Si può ancora arrivare in altro modo al risultato precedente: se la distanza della parte S di una superficie luminosa diventa K volte minore, la quantità di raggi che formano l'immagine nell'occhio diventa K^2 volte maggiore; ma la dimensione dell'immagine aumenta nella stessa proporzione, così che la luminosità visibile non cambia.

2. Unità di luce. Equivalente meccanico della luce

Si deve prendere come unità di intensità luminosa l'intensità luminosa all'unità di distanza da una data sorgente luminosa. Una tale sorgente deve essere costante, cioè la sua intensità luminosa non deve variare durante l'intervallo di tempo necessario per eseguire le misure. È anche necessario rispetto che gli strumenti, fungenti da sorgenti luminose e costruiti in diversi momenti e in luoghi differenti, diano davvero la stessa intensità luminosa. Le sorgenti luminose più comunemente utilizzate sono:

I. - *La candela inglese* di spermaceti: brucia 7,77 g all'ora; spessore 2 cm; altezza media della fiamma 45 mm.

II. - *La candela tedesca* V. -K (Vercinskerze), in paraffina; punto di fusione 55°, dimensioni ben definite, altezza della fiamma 50 mm.

La candela alla stearina di Monaco è usata oggi più raramente.

III. - L'antica candela francese (de l'Etoile), uguale a 1/7 di Carcel (vedi sotto); le nuove candele (6 in 500 g) circa 1/8 di Carcel.

Queste tre unità tendono ad essere sostituite dalle seguenti:

IV. - La lampada Carcel, di cui tutte le parti sono state accuratamente determinate nelle loro dimensioni da Dumas e Regnault; deve bruciare 42 g all'ora di olio di colza purificato.

V. - La lampada Hefner-Altenack, di costruzione molto semplice, con stoppino pieno, in cui viene bruciato acetato di amile. La fiamma libera (senza vetro) ha un'altezza di 40 mm e una larghezza di 8 mm. Questa unità è ora *universalmente utilizzata* e ci torneremo più avanti.

VI. - La lampada Vernon-Harcourt al pentano, che è fatta secondo due modelli, uno di 1 candela, l'altro di 10 candele. In quest'ultimo, alimentato da una corrente d'aria carica di vapore di pentano, l'altezza della parte visibile dalla fiamma è di 47 mm.

A un'evidente facilità d'uso, le lampade uniscono i difetti intrinseci alle fiamme, sostanzialmente variabili con le circostanze. Per evitare la variabilità, è necessario affrontare un fenomeno fisico definito.

VII. L'Unità di Violle. - Il Congresso Internazionale degli Elettrici a Parigi nel 1884 ha adottato, su proposta di Violle, come unità di intensità luminosa di una luce di qualsiasi lunghezza d'onda, così come della luce bianca, l'*intensità luminosa* di natura corrispondente (luce semplice o bianca), *in una direzione normale, di un centimetro quadrato della superficie di un bagno di platino alla sua temperatura di fusione* (circa 1700°). Il Congresso degli Elettrici del 1889 ha adottato, come *unità pratica*, la *candela decimale* che vale esattamente 1/20 dello standard Violle.

La realizzazione pratica dello standard Violle richiede grande cura.

Pétavel, che ha fatto uno studio approfondito di questo campione, ha costruito uno strumento, che consente a un singolo sperimentatore di condurre l'intera operazione. Ha verificato che lo standard Violle è molto costante e quindi costituisce, di conseguenza, un valido prototipo per il campionamento di nuove unità.

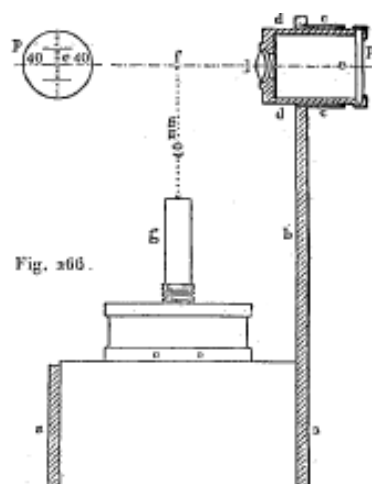
È importante conoscere il rapporto di diverse unità di intensità luminosa. Si può considerare approssimativamente uguali tra loro la candela della Stella e la V. K., così come la candela inglese e la lampada di Hefner-Altenack, così come la lampada Carcel e Vernon-Harcourt di 10 candele.

La tabella seguente fornisce il rapporto approssimativo delle unità di luce precedenti:

	Lampada Carcel	Candela della Stella V. K.	Lampada Hefner- Altenack	Candela decimale	Campione Violle
Campione Violle	2,08	16,6	22,8	20	1
Lampada Carcel o V. Harcourt	1	8,0	10,9	9,6	0,48
Lampada Hefner-Altenack	0,092	0,84	1	0,885	0,044

I dati per la lampada di Hefner sono dovuti alle attente misurazioni di Lummer e Brodhun (1898) e di Laporte (1898).

La lampada di Hefner, molto impiegata in Germania, è sicura e comoda, benché di una tinta leggermente rossastra e di fiamma un poco debole. Essa è rappresentata di taglio in fig. 266. L'acetato di amile si trova nel recipiente *aa*; lo stoppino si può essere tolto o abbassati in modo ordinario nel tubo *g*. Sulla colonnetta *b* si trova un anello *cc*, che stringe il tubo *ddp*: *l* è una lente che proietta un'immagine della punta della fiamma su un disco di vetro opaco graduato; questo è raffigurato separatamente a sinistra. Spostando il tubo *ddp*, si ottiene un'immagine nitida della fiamma e variando l'altezza dello stoppino, si riesce a dare alla fiamma l'altezza desiderata di 40 mm.



La lampada di Hefner è stata studiata molto attentamente, tra l'altro, nella *Physikalisch-Technische Reichanstalt* (1890, 1893, 1895). Liebenthal ha studiato l'influenza esercitata sull'intensità luminosa di questa lampada sull'umidità dell'aria, la sua pressione e il suo contenuto in acido carbonico. Ha scoperto che la pressione atmosferica agisce poco; quindi una variazione di 40 mm di quest'ultima comporta solo una variazione dello 0,4% nell'intensità luminosa. L'umidità era misurata dal volume v espresso in litri, che il vapore che passa su un metro cubo di aria secca avrebbe occupato, se si fosse trovato allo stato saturato alla temperatura e pressione atmosferica data. Si è riscontrato che l'intensità luminosa è diminuita dello 0,55% quando questo volume di vapore aumentava di un litro. La quantità v si calcola con la formula

$$v = 1000 \frac{e}{b - e - e_1}$$

in cui e indica la pressione del vapore determinata per mezzo dello psicrometro (vedi T. III), e_1 , la tensione dell'acido carbonico, che peraltro può essere trascurata, e b la costante corrispondente nella formula psicometrica di Sprung

$$e = e' - \frac{1}{2} (t - t') \frac{t'}{755}$$

in quest'ultima formula e' rappresenta la tensione del vapore saturo alla temperatura t' del termometro umido.

Si prende come unità l'intensità luminosa della lampada di Hefner nel caso in cui $v = 8,6$ litri.

Si è trovato che l'intensità della luce diminuisce dello 0,72%, quando il volume di CO_2 in un metro cubo di aria secca aumenta di un litro.

Hefner-Altenneck ha pubblicato nel 1902 i risultati di nuovi studi sulla sua unità di luce. Il liquido più adatto sarebbe l'acetato di isobutile.

Particolarmente apprezzata è la lampada Vernon-Harcourt a 10 candele in Inghilterra.

In cima a una colonna cava c'è un serbatoio, in cui l'aria si satura di vapore a contatto con il pentano precedentemente introdotto al suo interno e da dove la miscela aria-vapore, inserita al di sopra del liquido, discende per il suo peso ad un bruciatore d'Argand in stearite, dove si consuma dando una fiamma di forma ben definita. Un lungo camino in ottone, posto a una certa distanza sopra il bruciatore, maschera la sommità della fiamma; tuttavia una piccola finestra in mica permette di vedere la parte superiore della fiamma, per regolarne l'altezza. Intorno al camino c'è un ampio tubo aperto dal basso verso l'aria esterna, che salendo si riscalda, ridiscende nuovamente nella colonna e alimenta l'interno della fiamma, secondo un reale recupero. All'esterno l'aria arriva attraverso un secondo manicotto posto alla base del becco. La fiamma è inoltre circondata da uno schermo conico forato con un'apertura che permette una buona

visuale dell'intera porzione libera sotto il camino. Non c'è vetro, né alcun meccanismo esterno per portare il vapore di pentano al bruciatore. La fiamma è bianca e tesa.

Questa lampada è stata studiata da Liebenthal (1895) e da Paterson (1904). L'influenza dell'umidità è sostanzialmente la stessa della lampada Hefner; la pressione agisce di più.

Siemens aveva cercato di sostituire il platino al momento della sua solidificazione con del platino fuso. La lampada molto ingegnosa che aveva costruito a tal fine non ha prodotto i risultati sperati.

Lummer e Kurlbaum (1894) hanno cercato di introdurre un'unità precisa di intensità luminosa. È la quantità di luce normalmente emessa da un centimetro quadrato di una superficie di platino alla temperatura per la quale le indicazioni del bolometro, ricevendo i raggi in primo luogo direttamente e in secondo luogo dopo il loro passaggio attraverso uno strato d'acqua di 2 *cm*, posto tra due lamine di quarzo spesse 1 *mm*, stanno tra di loro come 10 a 1.

Negli ultimi anni sono stati proposti anche diversi campioni di fiamma, in particolare con fiamma ad acetilene.

Violle (1896) brucia acetilene alla pressione di 30 *cm* d'acqua in un ugello che lo diffonde in una larga fiamma la cui intensità supera le 100 candele, con una portata di 58 litri all'ora, e la cui luminosità è sostanzialmente uniforme su una vasta superficie. L'acetilene arriva attraverso un orifizio conico, porta con sé l'aria necessaria e brucia in un bruciatore a farfalla. La fiamma è racchiusa in una scatola metallica formante un camino e traforata con due fori affacciati, uno dei quali porta un diaframma iride e l'altro può ricevere aperture calibrate in anticipo.

Fery ha proposto (1898) di utilizzare una fiamma di acetilene, che scorre in un tubo del diametro di 0,5 *mm*. Per un'altezza della fiamma compresa tra 10 e 25 *mm*, l'intensità luminosa è proporzionale a questa altezza. Nuovi studi lo hanno portato in seguito (1904) alla costruzione seguente la lampada ad acetilene. L'altezza della fiamma può oscillare tra 32 *mm* e 28 *mm*; l'immagine della fiamma è proiettata da una lente su uno schermo verticale, in cui è presente un'apertura rettangolare che la luce attraversa nel punto più chiaro; la fiamma consuma in un secondo 7 litri di acetilene. L'intensità è pari a 0,25 Carcel.

Blondel ha pubblicato una panoramica molto interessante sulle unità luminose. Inoltre Clayton, Sharp e Turnbull hanno effettuato un accurato confronto di alcune unità di intensità luminosa utilizzando il bolometro; hanno trovato:

$$\frac{\text{candela tedesca}}{\text{candela inglese}} = 1,2275 \quad \frac{\text{Unità di Hefner}}{\text{Candela inglese}} = 0,9415$$

Di recente (1905) sono state fatte esperienze presso il Laboratorio di prove del Conservatorio nazionale delle Arti e Mestieri di Perot e Langlet, e presso il Laboratorio Centrale di Elettricità di Laporte e Jouaust, al fine di fissare i valori comparativi delle tre fiamme campione: Carcel, Hefner e V. Harcourt.

I primi due sperimentatori determinarono direttamente i rapporti delle sorgenti tra loro, in modo da evidenziare l'eventuale esistenza del fenomeno di Purkinge. Questi ultimi hanno effettuato misure indirette per confronto con una lampada elettrica e misure dirette per confronto di sorgenti a due a due.

I risultati ottenuti, in condizioni atmosferiche molto diverse dal punto di vista dello stato igrometrico, sembrano mostrare che è necessario applicare alla lampada Carcel un coefficiente di variazione per 100 pari a $0,006 \times n$, essendo n il numero di litri di vapore acqueo per metro cubo di aria secca. Questo coefficiente è intermedio tra quello della lampada Hefner e quello del campione Vernon-Harcourt.

Se apportiamo questa correzione portando la Carcel al tasso di 10 litri di vapore acqueo, l'Hefner a 8,8 *l* e la Vernon-Harcourt a 10 litri, si ha la seguente tabella:

	Valori dei campioni		
	Carcel	Hefner	Vernon-Harcourt
In Carcel	1	0,0930	1,004
In Hefner	10,75	1	10,74
In Vernon-Harcourt	0,996	0,0931	1

Consideriamo ora la questione di sapere come *l'energia radiante visibile viene misurata in unità ordinarie di energia, cioè in calorie o in erg*. È consuetudine chiamare *l'equivalente meccanico della luce* il numero di unità di energia precedenti, equivalenti all'energia radiante visibile, emessa nell'unità di tempo in un angolo solido uguale all'unità, da una sorgente avente l'unità di intensità luminosa. Per determinare questa grandezza, che indicheremo con e , è necessario conoscere la quantità totale di energia E , emessa dalla sorgente, così come il rapporto c dell'energia visibile e con l'energia totale E , cioè il rapporto

$$c = \frac{e}{E} \quad (9.0.21)$$

Il primo tentativo fu fatto da J. Thomsen (1865). Le prime misure accurate sono dovute a Tumlriz. Egli misurò E usando un particolare termometro ad aria, e il rapporto c per mezzo di una pila termoelettrica, su cui i raggi cadevano prima direttamente e poi dopo aver attraversato una colonna d'acqua.

Tumlriz ha trovato, per la lampada ad acetato di amile $E = 0,1483 \text{ cal g}$ e $c = 1/41,1$; l'energia visibile rappresenta quindi $1/41,1$ dell'energia totale emessa.

Conoscendo E e c , si ottiene

$$e = 0,00361 \text{ cal} \cdot g = 151500 \text{ erg} \quad (9.0.22)$$

Tumlriz dedusse da questo valore, che il sole emette

$$102 \cdot 10^{25} \text{ H.A.}$$

unità di luce, *H.A.* (Hefner-Alteneck) indicando l'unità di intensità luminosa dell'acetato di amile.

Contemporaneamente a Tumlriz, E. Wiedemann ha determinato l'energia emessa da alcuni corpi luminosi. Ha scoperto, tra l'altro, che 1 grammo di sodio, nella fiamma di un bruciatore Bunsen, emette ogni secondo una quantità di luce gialla, equivalente a 3210 cal.gr .

K. Angström (1902) ha effettuato una nuova determinazione dell'H.-A.; i suoi valori differiscono notevolmente da quelli di Tumlriz. Ha misurato la grandezza E , per mezzo del suo pireliometro di compensazione, che verrà descritto più avanti. Ha trovato $E = 0,215 \text{ cal g}$ al secondo per unità di angolo solido, o, che è la stessa cosa, per centimetro quadrato alla distanza di 1 cm . Per determinare il rapporto c , Angström impiega due lampade, scompone la luce proveniente di una di esse in uno spettro, blocca i raggi invisibili intercalando degli schermi e raccoglie i raggi visibili per mezzo di una lente sulla superficie di un fotometro. La seconda lampada è posta in modo tale da illuminare il fotometro tanto quanto il primo. Il fotometro è poi sostituito da un bolometro e il rapporto delle energie dei due flussi di energia radiante. Questo rapporto, ovviamente uguale a c , era

$$c = 0,009$$

L'energia visibile della lampada di Hefner arriva a meno del 1% dell'energia totale che emette. Si ottiene come equivalente meccanico e dell'energia radiante visibile della lampada di Hefner:

$$c = 0,215 \cdot 0,009 = 0,00194 \text{ cal g} = 81000 \text{ erg} \quad (9.0.23)$$

A una distanza di un metro dalla lampada arrivano $8,1 \text{ erg}$ al secondo su 1 cm^2 . Angström trovò per la fiamma di acetilene

$$c = 0,05$$

Tumlirz, Angström e Hertzsprung hanno pubblicato nel 1904 nuove ricerche su questa lampada.

3. Fotometri di Bouguer, Foucault, Rumford, Ritchie e Joly

I fotometri servono a determinare il rapporto tra le intensità luminose J_1 e J_2 di due sorgenti luminose, una delle quali può rappresentare l'unità prescelta di intensità luminosa.

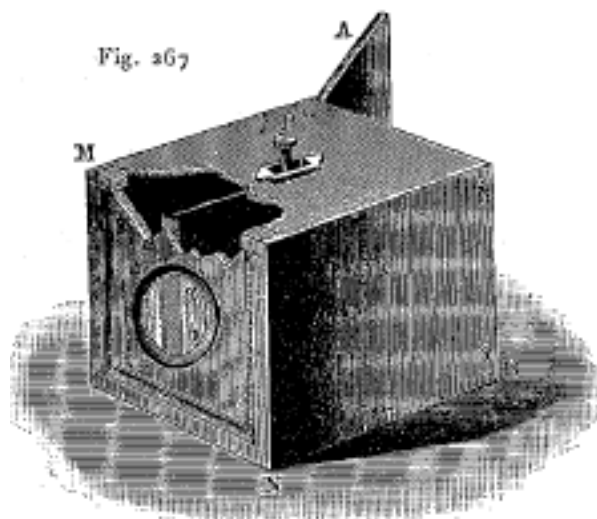
La figura 267 rappresenta un fotometro, le cui basi erano state poste da Bouguer e in seguito Foucault ne modificò la forma. Una delle pareti MN della cassa MB presenta un'apertura circolare ab , chiusa da una lamina di vetro opaco; la cassa è divisa in due parti da un divisorio, mobile per mezzo del pulsante P. La parete opposta AB si può aprire come una porta. Le due sorgenti da confrontare J_1 e J_2 sono poste su ogni lato del divisorio supposto prolungato, in modo che ogni metà del disco di vetro ab sia illuminato da una sorgente. Spostando il divisorio, si possono avvicinare le metà illuminate di ab . Le sorgenti sono poste a distanze d_1 e d_2 del disco ab tali che le due metà di quest'ultima appaiano ugualmente illuminate. Si ha allora

$$\frac{J_1}{d_1^2} = \frac{J_2}{d_2^2} \quad (9.0.24)$$

o

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad (9.0.25)$$

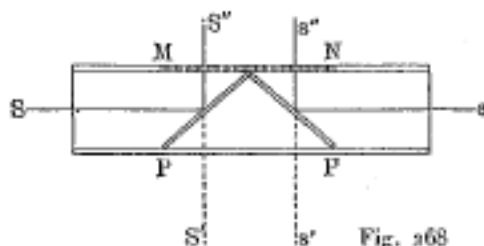
Le intensità luminose di due sorgenti sono direttamente proporzionali ai quadrati delle loro distanze da una superficie ugualmente da esse illuminata.



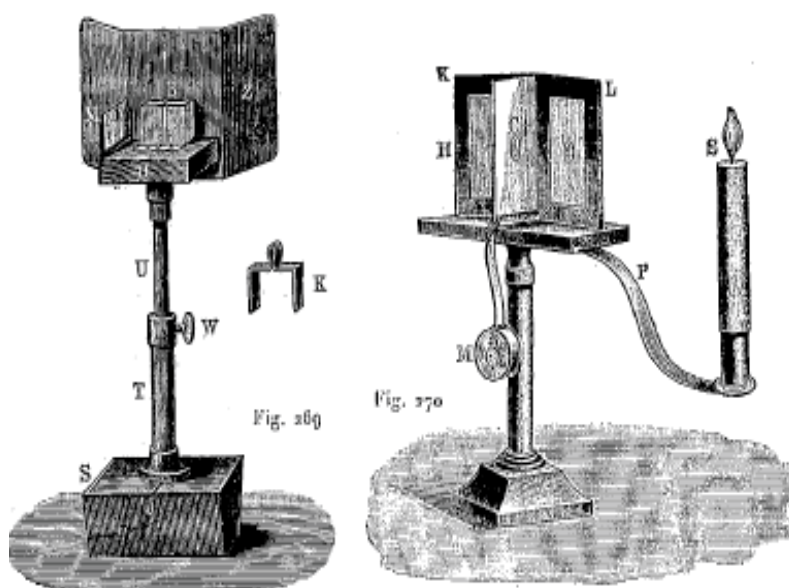
È comodo, come ha fatto Violle, dotare la cassa di un cono oculare davanti allo schermo di Foucault e di fissare la cassa stessa a un carrello mobile su un sistema di rotaie, in modo da poterla spostare tra le due sorgenti da confrontare, che rimangono fisse. Un'apertura praticata su ognuna delle due facce laterali della cassa lascia penetrare la luce proveniente dalla sorgente posta da questo lato e uno specchio a 45° la rinvia sulla metà corrispondente dello schermo.

Il fotometro di Rumford è descritto nei trattati di fisica elementare: si compone di uno schermo di vetro smerigliato, davanti al quale è fissata un'asta opaca verticale. Le sorgenti luminose sono poste a distanze d_1 e d_2 dallo schermo, in modo che le ombre proiettate dall'asta su questo appaiano ugualmente spesse. La formula (19) si applica ancora a questo strumento.

Il fotometro di Ritchie è rappresentato schematicamente in fig. 268. I raggi S e s di due sorgenti luminose giungono agli specchi P e P e sono riflessi verso le due metà di una lamina di vetro opaco MN , che è rivolta verso l'alto; la formula (19) si applica pure a questo caso.



La fig. 269 rappresenta il fotometro di Joly (fotometro a diffusione). Sulla tavoletta H sono posti due pezzi di paraffina, ben affiancati tra loro. Nella piastra B è praticato un'incisione, mediante la quale l'osservatore vede la linea di separazione dei due pezzi di paraffina. Il telaio M serve a installare i vetri colorati. Le sorgenti da confrontare sono poste ai due lati dello strumento a distanze tali che la linea di separazione menzionata scompaia; la formula (19) rimane sempre applicabile. Si sostituiscono talvolta i due pezzi di paraffina con le lastre spesse di vetro opalino, tra le quali si interpone un sottile strato di stagno.



4. Fotometro di Bunse. Fotometro di N. A. Héséhoux

La parte essenziale del fotometro di Bunsen consiste in un foglio verticale di carta bianca, sulla quale si produce una macchia di grasso di paraffina, di spermaceti o di olio. Quando si illumina questo foglio inegualmente dai due lati, la macchia appare più o meno brillante, a seconda del lato dal quale la si guarda. Quando l'illuminamento è lo stesso dalle due parti, la macchia presenta la stessa chiarezza da qualunque parte la si guardi. Spostando una delle due sorgenti si può sempre arrivare a far sì che la macchia sia da un lato determinato brillante tanto quanto il fondo che la circonda e non la si distingua più. Ma dall'altro lato la macchia rimane sempre visibile, cioè essa *non può svanire simultaneamente dalle due parti*. Per poter osservare comodamente la macchia contemporaneamente dalle due parti, si pone il foglio di carta tra due specchi formanti un angolo ottuso, come mostra la fig. 270, dove K e L sono i due specchi, C la macchia grassa.

Esistono diversi metodi per confrontare mediante il fotometro di Bunsen le intensità luminose J_1 e J_2 di due sorgenti.

Primo metodo. - Da un lato la macchia è illuminata da una sorgente luminosa fissata, ad esempio, da una candela S: dall'altra parte si pongono in successione le sorgenti J_1 e J_2 alle distanze d_1 e d_2 tali che la macchia scompaia ogni volta dalla stessa parte, ad esempio dalla parte di H. È evidente che le due sorgenti hanno prodotto la stessa illuminazione della carta e della macchia di questo lato, e quindi la formula (19) è applicabile a questo caso. Il nastro M serve per misurare le distanze d_1 e d_2 .

Attualmente si monta il fotometro Bunsen su ciò che si chiama il banco ottico. Questo è costituito da due righe orizzontali, uno dei quali è graduato; lungo questi righe scorrono tre tavolette, recanti indici e a volte anche dei noni. Sulla tavoletta centrale è posizionato il fotometro e sugli altri due le sorgenti luminose.

Secondo metodo. - Le sorgenti da confrontare sono poste su entrambi i lati del foglio di carta a distanze d_1 e d_2 tali che la macchia appaia ugualmente luminosa su entrambi i lati. È evidente che qui si applica la formula (19), cioè che si ha $J_1 : J_2 = d_1^2 : d_2^2$. Se una delle sorgenti è l'unità di intensità scelta, si ottiene direttamente l'intensità luminosa dell'altra espressa mediante questa unità.

Terzo metodo. - Si Posizionano le sorgenti J_1 e J_2 a sinistra e a destra del fotometro, prima a distanze d_1 e d_2 tali che la macchia scompaia dal lato sinistro, cioè, ad esempio, sul lato della sorgente J_1 , poi a distanze δ_1 e δ_2 , per le quali la macchia scompare dal lato di J_2 .

Quando lo schermo è considerato da un lato, giungono all'occhio dei raggi riflessi dalla macchia così come dallo schermo e provenienti dalla sorgente J_1 ; che si trova davanti allo schermo, e allo stesso tempo dei raggi dell'altra sorgente J_2 che hanno attraversato lo schermo o la macchia. La scomparsa della macchia avviene, quando, per lo schermo e per la macchia, le somme delle quantità di luce riflessa e trasmessa sono uguali tra loro. Introduciamo le seguenti notazioni:

coefficiente di riflessione della carta r	coefficiente di riflessione della macchia ρ
coefficiente di trasparenza della carta s	coefficiente di trasparenza della carta σ

Prima posizione: le distanze sono d_1 e d_2 ; la macchia scompare dalla parte di J_1 ; la condizione della sua scomparsa è

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{J_1}{d_1^2} r & + & \frac{J_2}{d_2^2} s & = & \frac{J_1}{d_1^2} \rho & + & \frac{J_2}{d_2^2} \sigma \\ \text{riflessa} & & \text{trasmessa} & & \text{riflessa} & & \text{trasmessa} \\ & & \text{dallo schermo} & & \text{dalla macchia} & & \end{array}$$

Seconda posizione: le distanze sono δ_1 e δ_2 ; la macchia scompare dalla parte di J_2 ; si ottiene come prima la condizione

$$\frac{J_1}{\delta_1^2} s + \frac{J_2}{\delta_2^2} r = \frac{J_1}{\delta_1^2} \sigma + \frac{J_2}{\delta_2^2} \rho$$

Queste uguaglianze danno

$$\begin{array}{l} \frac{J_1}{d_1^2} (r - \rho) = \frac{J_2}{d_2^2} (\sigma - s) \\ \frac{J_1}{\delta_1^2} (\sigma - s) = \frac{J_2}{\delta_2^2} (r - \rho) \end{array}$$

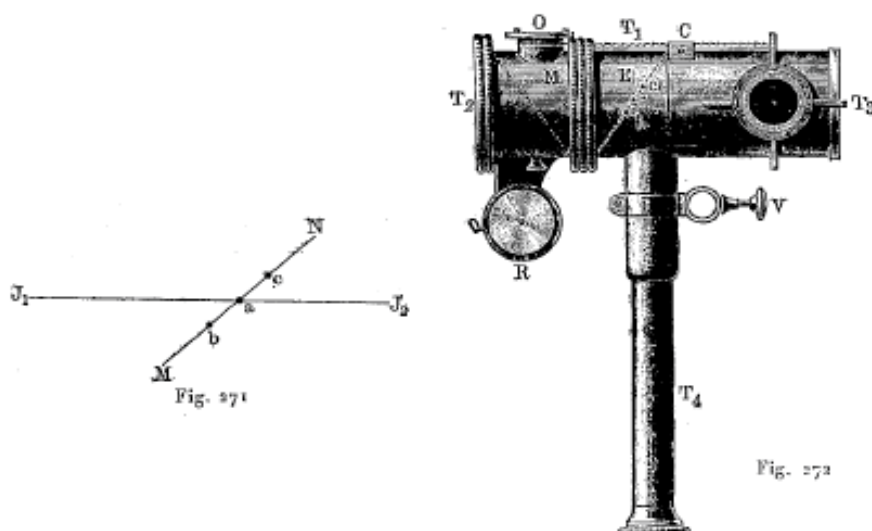
Moltiplicando le ultime due uguaglianze tra loro, dividendo entrambi i membri per $(r - \rho)(\sigma - s)$ e prendendo la radice quadrata, si ha

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{d_1 \delta_1}{d_2 \delta_2} \quad (9.0.26)$$

Le intensità luminose delle due sorgenti stanno tra loro, come i prodotti delle loro distanze dallo schermo nelle due posizioni indicate.

N. A. Héséhoux ha introdotto nella costruzione del fotometro di Bunsen un perfezionamento essenziale, che permette di confrontare tra loro le intensità di due sorgenti, la cui colorazione non è del tutto la stessa.

A tale scopo lo schermo di carta è posto verticalmente, ma in una posizione inclinata rispetto alla retta che unisce le due sorgenti luminose, e presenta tre macchie su una retta orizzontale. La fig. 271 rappresenta in MN lo schermo visto dall'alto; a, b, c sono le tre macchie, tra le quali b è più vicina a J_1 e c più vicina a J_2 della macchia a .



La posizione da assegnare alle sorgenti è determinata dalla condizione che una macchia appaia più brillante e l'altra più scura del fondo circostante, mentre la macchia a scompare, quando le sorgenti hanno esattamente lo stesso colore, e assumono una certa tinta media, quando non hanno la stessa colorazione. Questa posizione può essere determinata molto più esattamente che con una sola macchia. La fig. 272 mostra la veduta esterna dello strumento, vista dall'alto: si compone di quattro tubi: T_1 contiene lo schermo di carta E con le tre macchie a, b, c ; il tubo T_2 può essere chiuso in O da un vetro colorato e contiene uno specchio inclinato M , che rinvia la luce di una delle sorgenti sullo schermo. Questo tubo è mobile attorno al proprio asse, di modo che l'apertura O può essere ruotata in una direzione qualsiasi utile per misurare il grado di illuminazione. R è una rotella con un nastro graduato per misurare le distanze. Il tubo T_3 è destinato a ricevere una piccola lampada che fornisce allo schermo un'illuminazione costante, mentre le sorgenti da confrontare J_1 e J_2 sono poste successivamente davanti apertura O . All'interno di T_3 c'è una fenditura, attraverso la quale la luce della piccola lampada raggiunge lo schermo. Si può far variare la distanza di questa lampada dallo schermo, così come la lunghezza della fenditura, e quindi la dimensione della parte della fiamma, che illumina lo schermo. Questo dispositivo permette di confrontare tra loro sia luci deboli che sorgenti molto intense. Il tubo T_4 viene utilizzato per osservare lo schermo e l'anello e la vite di pressione V servono a fissare lo strumento ad uno dei supporti del laboratorio. N.-A. Héséhoux ha semplificato considerevolmente il suo dispositivo nel 1897 rendendolo in grado di misurare il livello di illuminazione della luce del giorno. Krüss e D. Latschinoff hanno pure apportato miglioramenti essenziali al fotometro Bunsen.

5. Fotometro di Lummer e Brodhum

Lummer e Brodhum hanno costruito tutta una serie di fotometri, in cui la macchia grassa del fotometro di Bunsen è sostituita dalla superficie di contatto di due lastre di vetro affiancate. Dei seguenti cinque metodi secondo i quali hanno applicato il loro principio fondamentale, ne

considereremo uno brevemente, servendoci della figura schematica 273. Due prismi di vetro rettangolari A e B, di cui uno A ha la sua faccia ipotenusa curva con una parte piana rs ben lucidata, sono attaccati l'uno all'altro in modo che non ci sia aria tra di loro in rs . La lastra opaca ik , colorata di bianco su entrambi i lati l e λ (un cartongesso o due fogli di carta, tra i quali c'è un foglio metallico), è illuminata dalle sorgenti luminose m e n ; gli specchi f e c riflettono la luce diffusa dalle superfici l e λ in una direzione normale alle facce dell'angolo retto dp e bc . L'occhio dell'osservatore posto in o percepisce, attraverso la lente d'ingrandimento w diretta sulla superficie ba , luce su tutta questa superficie, tranne della parte rs ; questa luce è riflessa dallo specchio c e subisce una riflessione totale in ba . Su questo sfondo, la cui brillantezza dipende dal grado di illuminazione della faccia λ da parte della sorgente n , si vede in rs la luce che, riflessa da f , ha attraversato rs , e che forma come una macchia, la cui limpidezza dipende dal grado di illuminazione della faccia l da parte della sorgente m .

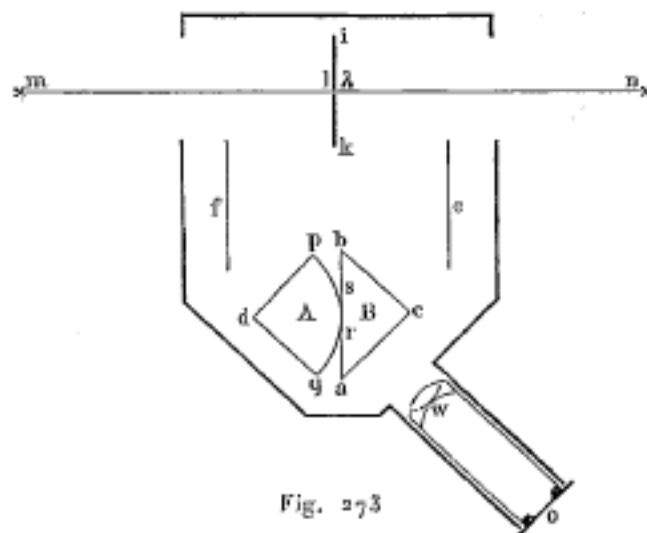
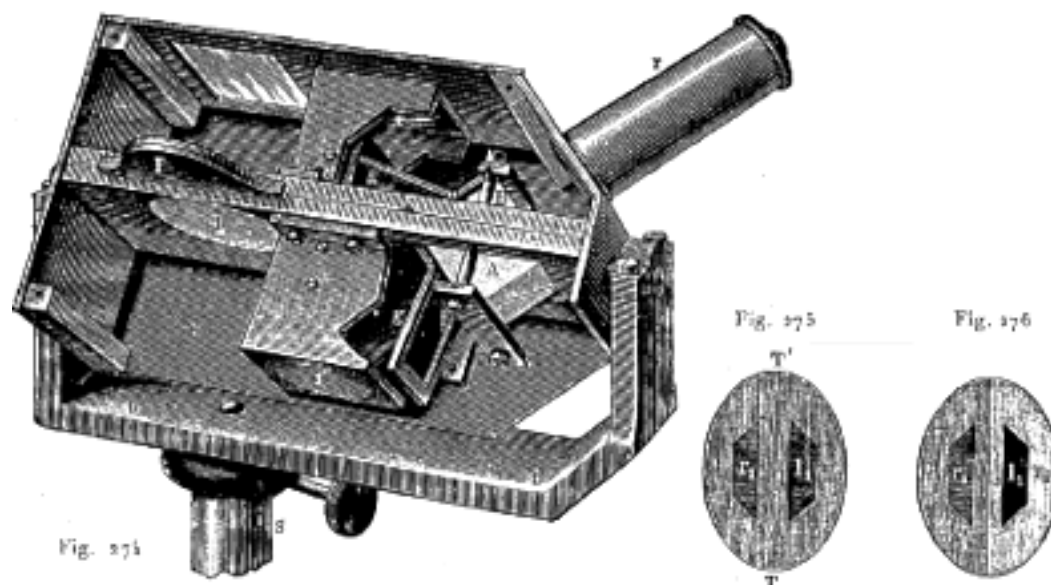


Fig. 273

È necessario posizionare le sorgenti luminose a distanze da ik tali che la macchia scompaia in rs ; le facce l e λ sono quindi ugualmente illuminate dalle sorgenti m e n .

La Fig. 274 mostra la costruzione interna del fotometro Lummer-Brodhum appena descritto. Nelle facce laterali di una cassa allungata si praticano due aperture quadrate, di cui una sola, quella dietro, è visibile in figura, essendo la parete frontale stata rimossa. La lastra bianca l (ik nella figura 273) è posta in una cornice P e le sue due facce sono illuminate dalle sorgenti da confrontare la cui luce passa attraverso le aperture citate. Come in figura 273 i due specchi sono di nuovo qui designati da f e c , e i due prismi da A e B ; il microscopio r serve per l'osservazione della lastra bianca.

Lummer e Brodhum hanno, in seguito (1892), notevolmente perfezionato il loro fotometro, applicando ciò che è chiamato il *principio di contrasto*. La messa a fuoco non è destinata qui a far scomparire una differenza tra una parte del campo visivo e il resto che lo circonda, ma per arrivare a che le due parti del campo visivo si distinguano ugualmente dalle altre due parti che servono loro da sfondo. Il campo visivo si compone quindi di quattro parti; la figura 275 rappresenta uno dei casi in cui lo sviluppo non è ancora completo. Quando lo è perfettamente, si può vedere l'immagine rappresentata dalla figura 276. Non affronteremo qui la questione della messa fuoco dei prismi, che danno questo campo luminoso.

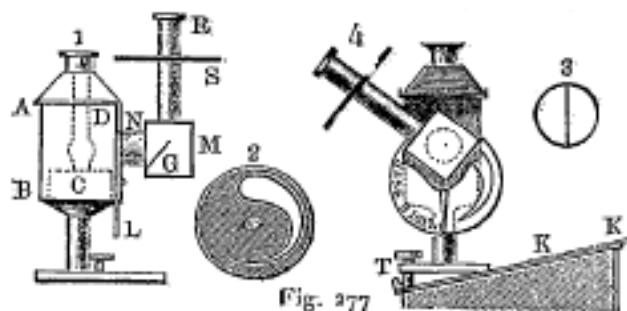


Knott ha sottolineato che W. Swan aveva già costruito un fotometro nel 1859, che si avvicinava molto nella sua idea fondamentale alla forma primitiva del fotometro Lummer-Brodhum.

6. Fotometri di Petruschewsky, Weber, Rood ecc.

Il fotometro di Petruschewsky serve a confrontare il grado di illuminazione di superfici, poste in diverse posizioni: ad esempio, di banchi (di scuola) orizzontali o inclinati in un dato locale. La figura 277 mostra la costruzione di questo prezioso fotometro per l'igiene delle scuole. Si compone di una: lanterna B (fig. 277, 1) contenente una lampada a petrolio CD. Sul lato rivolto a N si trova davanti alla fiamma uno schermo di ferro con un'apertura a forma di lunula, in modo che solo i raggi che giungano in N solo i raggi di una certa parte della fiamma; l'intensità di questi raggi varia poco al variare dell'intensità luminosa dell'intera lampada. La luce della lampada passa attraverso due lamine di vetro opaco e cade su un pezzo di cartone bianco, posto nelle scanalature della cornice inclinata G all'interno del cubo M. Il tubo R che serve all'osservazione, può ruotare assieme a M e N attorno all'asse di N. Tra la lampada e il tubo N si trova una parte della lastra circolare L, che presenta una fenditura che si restringe poco a poco (fig. 277.2).

Ruotando L, si fa variare il grado di illuminazione del cartone G. Per determinare il grado di illuminazione di una data superficie, si pone il fotometro, come è rappresentato in figura 277,4, dopo aver posto preventivamente su questa superficie un foglio di carta grigio blu KK, sul quale si dirige il tubo R.



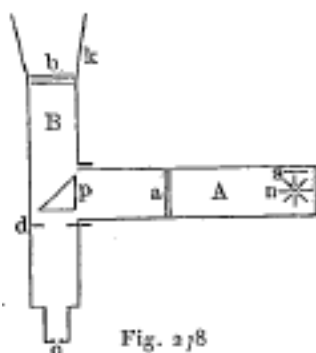
Si vede allora un cerchio (fig. 277, 3), di cui una metà appartiene al cartone G illuminato dalla lampada, e l'altra al foglio di carta KK. Ruotando la lastra L, si riesce a rendere il più

possibile ugualmente brillanti le due metà del cerchio. Un indice fisso stabilisce immediatamente il grado di illuminazione cercato mediante la lettura di un numero inscritto sul contorno del disco (fig. 277, 4). Si è scelta come unità è l'illuminamento di una superficie verticale, sulla quale cadono normalmente i raggi di una candela di stearina da un quarto di libbra (candela russa) posta a 1 metro di distanza (1,28 unità di Hefner alla distanza di 1 metro).

La figura 278 rappresenta schematicamente il fotometro di L. Weber. Una lampada a benzina n illumina una lastra di vetro opalino a , la cui distanza da n varia e può essere letta su una scala, posta sulla superficie esterna del tubo A. All'interno del tubo B, che può ruotare attorno all'asse orizzontale di A, si trova il diaframma d , il prisma p e la lastra di vetro opalino b , illuminati dalla sorgente luminosa esterna all'apparecchio. Guardando in o , si vede, in una metà del campo visivo, la lastra a ; nell'altra, la lastra b . Se si cambia la distanza $an = r$ e l'altezza della fiamma l , fino a che le due metà appaiono ugualmente illuminate, si ottiene la misura S dell'illuminamento di a e b con la formula

$$S = C \frac{p + ql}{r^2}$$

dove p e q sono quantità costanti per ogni dispositivo, che devono essere determinate una volta per tutte. Si vede facilmente come questo fotometro dovrebbe essere utilizzato in diversi casi.



Difficoltà molto grandi appena finora superate, si oppongono al confronto fotometrico di sorgenti di luce di colore differente. Fabry (1903) ha proposto di intercalare davanti alla lampada normale una soluzione di iodio nello ioduro di potassio e una soluzione di ossido di ammoniacale di rame e di rendere simili i colori della lampada normale e della sorgente di luce data.

L'indebolimento provato dalla lampada normale è determinato, una volta per tutte, per diverse concentrazioni delle soluzioni.

Rood (1893) ha costruito un *fotometro a scintillazione* per il confronto dell'intensità luminosa di sorgenti di *diversamente colorate*. Se due superfici bianche, illuminate da sorgenti differentemente colorate, si susseguono con grande rapidità davanti all'occhio di un osservatore, la scintillazione può scomparire e si percepisce un colore persistente e uniforme, corrispondente alla miscela dei colori delle due sorgenti luminose. Rood pensa che ciò avvenga, quando le due sorgenti possiedono la stessa intensità. Su questo fatto è basata la costruzione del suo fotometro. L e L' (fig. 279) sono le due sorgenti luminose, una delle quali può essere spostata; G e G' sono vetri differentemente colorati, P un prisma di gesso. In C si trova una lente cilindrica, che effettua 16 oscillazioni al secondo (verso destra e sinistra); essa è messa in movimento da un motore elettrico E e da un sistema di ruote dentate W. L'osservatore vede nel tubo T alternativamente le due facce del prisma P e si pone la sorgente L in modo tale che la scintillazione cessi.

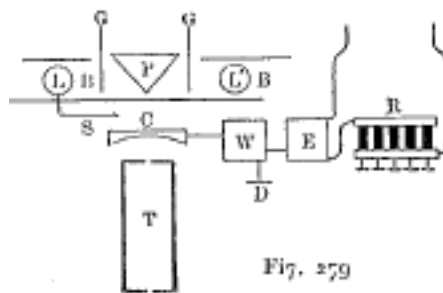


Fig. 279

Withmann (1896), Simmance e Abbady (1904), Krüss (1904) e Beichstein (1905) hanno pure costruito fotometri a scintillazione. Krüss ha sviluppato in una serie di memorie la teoria generale di questi fotometri e ha studiato in modo approfondito i diversi fotometri a scintillazione. Lauriol (1904) ha fatto pure uno studio critico del fotometro di Simmance e Abbady.

Tra i numerosi altri fotometri, citiamo ancora quello di Lehmann; ricorderemo pure il metodo di Talbot, che consiste nell'indebolire la luce di una delle sorgenti da confrontare, facendo ruotare davanti ad essa un disco con settori ritagliati di larghezza tale che le due sorgenti appaiono ugualmente luminose. Ricerche più recenti di E. Ferry hanno mostrato che con questo metodo si possono commettere errori fino al 15%. Lummer e Brodhun (1896) e Brodhun (1904) hanno perfezionati ad un alto livello questo tipo di fotometro. In molti fotometri (Pickering, Sabine, ecc.), la luce di una delle sorgenti è indebolita da una lastra assorbente a cuneo o da un diaframma, la cui apertura è ridotta e che è posta davanti a una lente convergente (Mascart).

7. Fotometro a polarizzazione e fotometro a interferenza

Figura 9.0.1: *

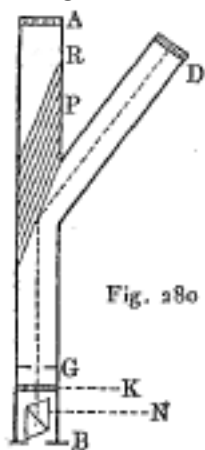


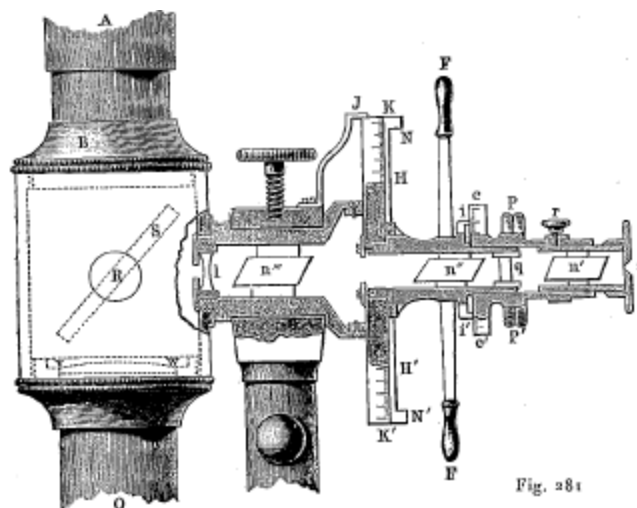
Fig. 280

Esiste tutta una serie di fotometri, la cui costruzione si basa sulla polarizzazione della luce nella riflessione, rifrazione e doppia rifrazione. Sebbene la teoria di questi fenomeni sarà esposta in seguito, preferiamo descrivere ora questi fotometri, per unire il più possibile nello stesso capitolo tutto quanto si riferisce alla misura dell'energia radiante. Raccomandiamo al lettore di differire la lettura di questo paragrafo e di intraprenderla solo dopo lo studio dei fenomeni di polarizzazione e doppia rifrazione.

La figura 280 rappresenta schematicamente il fotometro di Babinet. Esso è costituito dai tubi AB e CD, anneriti all'interno; nel tubo AB è posto un polarizzatore in vetro P, che occupa una posizione tale che dei raggi, lungo la direzione del tubo DC, cadono sulla sua superficie sotto l'angolo di polarizzazione totale e sono riflessi nella direzione dell'asse del tubo CB. Le estremità A e D sono chiuse da lastre di vetro opaco, su cui cadono i raggi di due sorgenti luminose, una delle quali, quella che illumina D, deve essere costante. Davanti alla lastra A sono poste successivamente le due sorgenti da confrontare. Lungo il tubo CB, si propagano i raggi emessi da A e D, che sono completamente polarizzati in piani tra loro perpendicolari; attraversano il diaframma G, la lastra di quarzo K, lucidata perpendicolarmente all'asse e che danno origine al fenomeno della rotazione del piano di polarizzazione, ed infine il prisma N di spatto d'Islanda; arrivano quindi in B, dove l'osservatore vede due cerchi, che sono incolore solo se i raggi ACB e DCB presentano la stessa luminosità, in modo che agiscano insieme come luce non polarizzata. Si deve quindi collocare successivamente le sorgenti J_1 e J_2 a distanze d_1 e d_2 da A tali che i cerchi appaiano incolore; le due sorgenti illuminano allora ugualmente la lastra A e si ha $J_1 : J_2 = d_1^2 : d_2^2$.

Fotometro di Zöllner - Questo strumento viene utilizzato per misurare la luminosità delle stelle rispetto a una stella artificiale, la cui luminosità può variare a piacere. Lo strumento è rappresentato in figura 281; è adattato a un telescopio, di cui qui si può vedere solo la parte

centrale AO. All'interno del tubo *la* ci sono tre prismi di NICOL n', n'', n''' e una lastra di quarzo *q*. Il sistema $n'qn''$ fornisce luce completamente polarizzata; può ruotare attorno al proprio asse per mezzo di manovelle FF e l'angolo di rotazione viene letto sulla superficie del cilindro KK' grazie all'indice J. Il prisma n' può ruotare anche separatamente utilizzando la testa PP'. I raggi di una lampada posta di fronte all'apertura *a* passano attraverso i prismi n', n'', n''' , la lastra di quarzo *q* e la lente divergente *l*, cadono sulla lastra di vetro S e sono riflessi dalle sue due superfici verso l'oculare del telescopio. L'osservatore vede due punti luminosi, il più luminoso dei quali è dovuto ai raggi, riflessi dalla faccia frontale di S; questo punto luminoso funge da stella artificiale, e il suo colore e la sua luminosità sono resi uguali a quelli della stella osservata, che appare nella campo visivo del telescopio vicino alla stella artificiale.



Il colore di quest'ultima è completamente determinato dall'angolo, di cui il prisma n' ha ruotato separatamente; lo si conta a partire dalla posizione, per la quale le sezioni principali dei prismi n' e n'' sono paralleli tra loro. Lo splendore della stella artificiale viene modificato ruotando l'intera parte K a K'. Se si conta l'angolo di rotazione dalla posizione, per la quale l'intensità luminosa della stella è nulla, cioè per la quale le sezioni principali dei prismi n'' e n''' sono perpendicolari tra loro, e se l'intensità luminosa della stella artificiale e di conseguenza di quella da misurare è uguale a *J* per l'angolo di rotazione α , si ha

$$J = J_0 \sin^2 \alpha$$

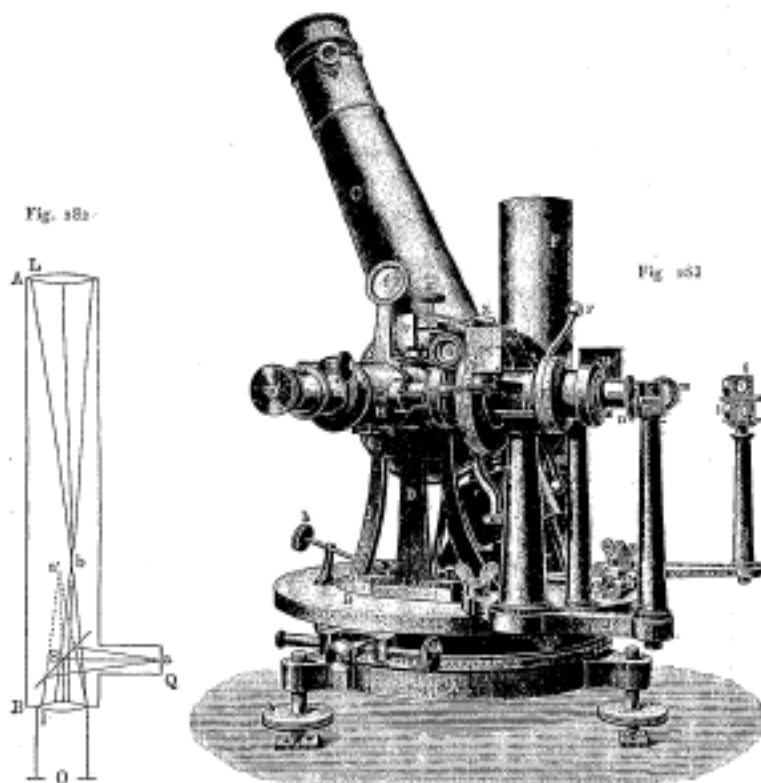
Si ottiene da ciò per le intensità luminose J_1, J_2, \dots di differenti stelle i seguenti rapporti

$$\frac{J_1}{\sin^2 \alpha_1} = \frac{J_2}{\sin^2 \alpha_2} = \frac{J_3}{\sin^2 \alpha_3} = \dots$$

La fig. 282 rappresenta schematicamente il cammino dei raggi nel fotometro e nel telescopio. Il punto luminoso *a* dà due immagini dietro la lastra di vetro riflettente S, di cui una sola è rappresentata in *a'*; l'immagine della stella da osservare si forma in *b*. Si devono rendere uguali tra loro gli splendori dei punti *a'* e *b*.

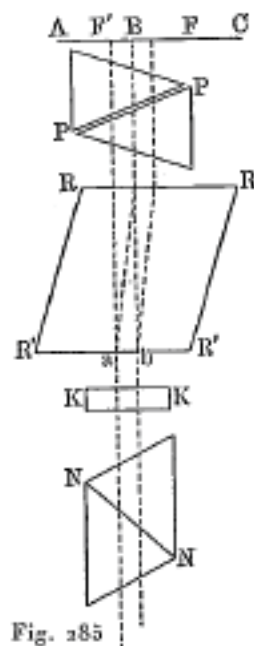
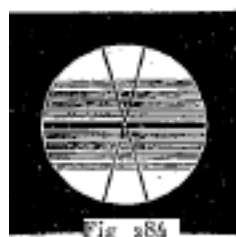
Il fotometro di Zöllner si adatta facilmente a un telescopio qualsiasi. Ha ricevuto in seguito dei perfezionamenti molto importanti. La fig. 283 rappresenta questo fotometro sotto la forma a lui data da Wanschaff a Berlino dall'osservatorio di Postdam. Il disco circolare fisso A riposa su tre viti e porta una scala graduata. Al di sopra di questo disco se ne trova un altro B che può ruotare su delle rotelle; le viti *c* e *d* servono a posizionare lo strumento con più precisione in un azimut voluto; due livelle *bb* servono a garantirne l'orizzontalità. L'oculare del telescopio C si trova in una posizione orizzontale. Il cerchio di altezze E, il nonio *e*, la lente di ingrandimento *f*

e le viti g, h servono a dare al telescopio una posizione corrispondente all'altezza della stessa osservata. La lampada usata per produrre la stella artificiale è circondato da un manicotto F , provvisto di una piccola apertura; i suoi raggi attraversano le lenti m, l , nonché i due prismi riflettenti i (alla destra di l) e k (alla sinistra di m), in modo che in n si ottiene un punto luminoso brillante. I cerchi divisi p e o corrispondono a cc' e KK' nella figura; 281. Il prisma di riflessione t , su cui cade anche un fascio di raggi della lampada, e gli specchi u, v, w illuminano i noni, che servono alle letture sui cerchi E, p, o .



Fotometro di Wild. - Wild ha costruito due fotometri, nei quali ha fatto uso delle proprietà di quella che prende il nome di piastra Savart; quest'ultima è composto di due lastre di quarzo tagliate ad angolo di 45° rispetto all'asse del cristallo, e incollate l'una sull'altra in modo tale che le loro sezioni principali siano tra loro reciprocamente perpendicolari. Una tale lastra e un prisma di Nicol tra essa e l'occhio costituiscono il polariscopio di Savart, cioè un dispositivo, che serve a rivelare tracce di polarizzazione in una luce, che ha attraversato la lastra ed il prisma di Nicol. Se la luce è polarizzata o è composta da due fasci di raggi, polarizzati in piani perpendicolari tra loro e che hanno un'intensità diversa, si osserva nel campo visivo una serie di bande scure, come mostrato in figura 284. Queste fasce scompaiono non appena i due fasci hanno la stessa intensità luminosa.

La figura 285 mostra la disposizione delle parti essenziali di uno dei fotometri di Wild. Le due sorgenti luminose da confrontare illuminano due superfici BF e BF' contigue. I raggi emessi da queste superfici attraversano il prisma di Nicol PP e cadono sul grande cristallo di spato d'Islanda RR' ; ogni raggio si divide in questo in un raggio ordinario e uno straordinario. Da ab partono insieme il raggio ordinario E_0 , proveniente da BF , per esempio, e quello straordinario raggio E'_0 proveniente da BF' ; essi sono polarizzati in piani perpendicolari tra loro. La loro intensità può essere variata ruotando RR' o PP di un angolo α , contato a partire dalla posizione, per la quale le sezioni principali del cristallo RR' e del prisma PP sono parallele tra loro. Inoltre RR è una doppia piastra di Savart, NN un prisma di Nicol, di modo che queste due parti riunite rappresentano un polariscopio di Savart.



Se l'angolo di rotazione del cristallo RR' o del prisma PP è uguale ad α , le intensità luminose dei fasci che escono da ab sono uguali a

$$J_1 \sin^2 \alpha \quad J_2 \cos^2 \alpha$$

se in questa posizione le bande scompaiono dal campo visivo, si ha

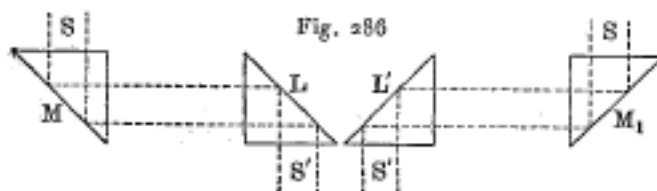
$$J_1 \sin^2 \alpha = J_2 \cos^2 \alpha \quad \frac{J_2}{J_1} = \tan^2 \alpha$$

È necessario tuttavia secondo Wild impiegare la formula

$$\frac{J_2}{J_1} = C \tan^2 \alpha$$

dove C è un fattore, vicino all'unità, che ha un valore costante per uno strumento dato. La presenza di questo fattore deriva dal fatto che i raggi ordinari e straordinari non subiscono nello strumento assorbimenti abbastanza uguali tra loro.

La Figura 286 mostra come si ottengono due fasci di raggi $S'S'$, vicini tra loro, essendo le loro direzioni primitive SS e questi raggi provenienti da due sorgenti da confrontare o da due lastre di vetro opaco da esse illuminati.



La Figura 287 rappresenta l'intero fotometro di Wild. M , M_1 e L hanno la stessa designazione di fig. 286. Il polarizzatore si trova nel tubo collegato alla ruota dentata P , il cristallo birifrangente ($RRR'R'$ in figura 285) all'interno del cilindro R . Il tubo cKi è un polariscopio Savart. L'angolo di rotazione del polarizzatore si legge su un cerchio graduato.

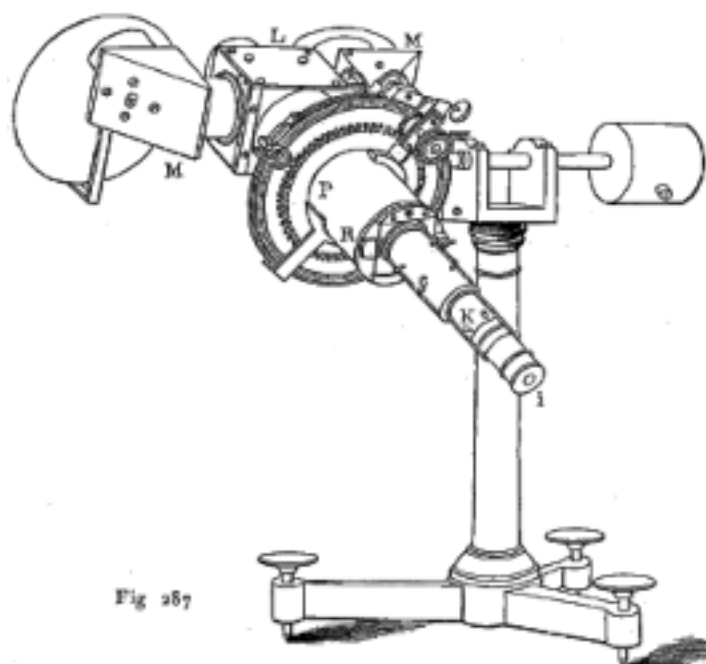


Fig. 287

Tra i numerosi altri fotometri a polarizzazione ricorderemo ancora quelli di L. Weber, di Chacornac (che permette di confrontare le intensità luminose di due stelle), di Pickering (al quale si deve tutta una serie di strumenti impiegati in astrofisica), di Martens, e il fotometro di Wedge, che è stato descritto da Parkhurst e studiato con completezza da Maddrill (1905).

Lummer (1901) ha costruito un interessante fotometro a interferenza, sul quale ritorneremo. Faremo conoscere nella teoria dell'interferenza della luce le cosiddette frange di uguale inclinazione (frange di Haidinger-Mascart-Lummer): è sulla loro osservazione che è basata la costruzione del fotometro che trattiamo. Si compone (fig. 288) di due prismi di vetro rettangolari ABD e DBC, tra i quali si trova uno strato di aria a facce piane parallele. S_1 e S_2 sono due lastre di vetro opaco, illuminate dalle sorgenti L_2 e L_1 , di cui L_1 può essere spostata. L'osservazione avviene attraverso un cannocchiale messo a fuoco sull'infinito. Ciascuno dei due fasci di raggi, provenienti da L_1 e L_2 (o S_1 , S_2) dà in un piano focale dell'obiettivo del cannocchiale un sistema di frange scure risultanti dall'interferenza dei raggi, riflessi dalle ipotenuse dei due prismi. I due sistemi di frange sono, come vedremo, complementari tra loro, cioè che, dove i raggi di L_1 , che attraversano il prisma BAD, danno una frangia scura, i raggi riflessi provenienti da L_2 , danno una frangia brillante e viceversa. *Quando S_1 e S_2 sono ugualmente illuminati, le frange scompaiono*; si vede quindi, come lo strumento può servire a confrontare tra loro le intensità luminose di due sorgenti.

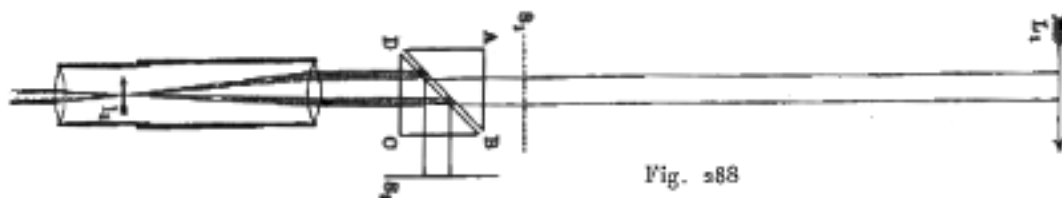


Fig. 288

Questo strumento è molto comodo *per confrontare il grado di illuminamento di differenti superfici*. Supponiamo che L_1 e L_2 siano due superfici illuminate, e che S_1 , S_2 siano allontanate. Le bande scompaiono, quando vi è parità di illuminamento. Se si ha una grande superficie illuminata, se ne può confrontare le diverse parti in base alla loro luminosità.

Si può annoverare tra i fotometri, con polarizzazione, anche il *microfotometro* di Königsberg (1901), che gli serviva, ad esempio, per misurare l'assorbimento della luce in lastre molto piccole (di circa mezzo millimetro quadrato).

8. Spettrofotometri

Si può dapprima dare questo nome agli strumenti, che vengono utilizzati per confrontare la luminosità di diverse parti di un dato spettro (per quanto possibile tale confronto), e inoltre agli strumenti, in cui il confronto delle intensità di due sorgenti luminose si riduce al successivo confronto delle diverse parti di due spettri, ottenuti per scomposizione della luce di queste sorgenti.

Fraunhofer è stato il primo a tentare di determinare la luminosità relativa delle diverse parti dello spettro solare. Lo strumento che ha utilizzato a tale scopo è rappresentato schematicamente in figura 289. Sull'obiettivo di un cannocchiale cadono i raggi appartenenti ad una determinata regione dello spettro; la lastra opaca riflettente m copre una parte del campo visivo e invia all'oculare i raggi della lampada S . Per ogni tipo di raggio si cerca la distanza della lampada da m , per la quale la linea di separazione delle due metà del campo visivo è resa il meno visibile possibile. Si presumeva che la luminosità dei raggi osservati fosse inversamente proporzionale al quadrato della distanza di S da m .

Vierordt, Draper, Crova e Lagarde, Macè De Lépinay e Nicati, König e altri ancora hanno affrontato la stessa questione. Infine Abney ha modificato in modo molto ingegnoso il metodo di Fraunhofer, confrontando tra loro le ombre, ottenute in primo luogo con luce bianca, indebolita in una determinata proporzione, e secondariamente con una data parte del suo spettro. I risultati ottenuti dai diversi osservatori nelle loro misure differiscono notevolmente, come era da attendersi.

Sembra che Govi abbia per primo proposto di confrontare sorgenti di colore diverso, scomponendo la luce di ciascuna di esse utilizzando un prisma e confrontando le luminosità delle parti corrispondenti dei due spettri. Quando gli spettri non sono continui e le parti mancanti differiscono, il metodo diventa inapplicabile.

Vierordt ha confrontato lo spettro dei raggi che cadono su una data superficie con quello dei raggi che essa diffonde. A tale scopo è stato prima necessario indebolire la luce incidente (luce solare) utilizzando vetri affumicati, il cui potere assorbente è stato preventivamente determinato per ciascuna specie di raggi. Si producevano poi gli spettri di due fasci di raggi da confrontare mediante uno spettroscopio a doppia fenditura (fig. 290). La larghezza di ogni metà della fenditura poteva essere modificata con una vite micrometrica. Vierordt divideva allora i due spettri in un certo numero di parti, fino a 24, e faceva variare la larghezza delle fenditure, finché le bande da confrontare avessero la stessa luminosità.

Figura 9.0.2: *

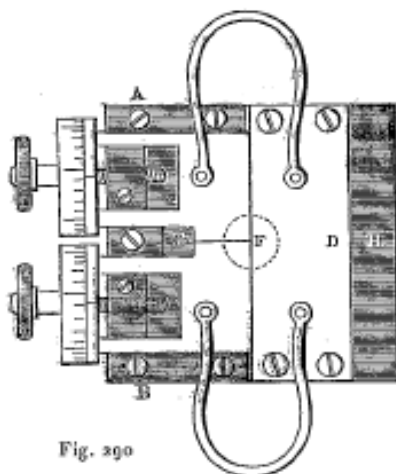
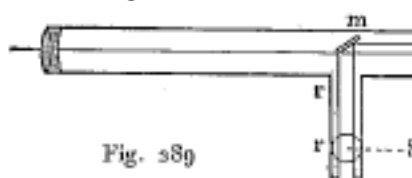
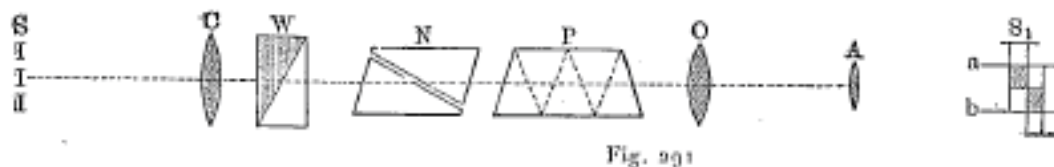


Fig. 290

Nello spettrofotometro di Crova una sola fenditura dà due spettri paralleli di due sorgenti; la luce di uno di essi attraversa due prismi di Nicol e può essere indebolita un numero determinato di volte, facendo ruotare uno dei prismi di un angolo, che si può misurare.

Lo strumento di Violle è più complicato, ma permette di effettuare misure estremamente precise. L'occhio è infatti particolarmente sensibile al fenomeno sul quale si basa la misura: scomparsa delle scanalature (frange di Fizeau e Foucault) nella regione considerata dello spettro.

Considera di nuovo per finire lo spettrofotometro di Glan, che è rappresentato schematicamente in sezione verticale dalla figura 291. La fenditura S è suddivisa da una lamina paca trasversale larga 4 mm in due parti uguali lunghe 4 mm ciascuna. Dalla lente C , nel cui piano focale si trova la fenditura, emergono due fasci di raggi paralleli, provenienti da due sorgenti luminose da confrontare. Questi fasci incontrano un prisma di Wollaston, che, come mostreremo nel capitolo sulla polarizzazione, separa ogni raggio in due, polarizzati in piani rettangolari e deviati uno verso l'alto, l'altro verso il basso. L'osservatore vede nel telescopio OA due immagini delle due metà della fenditura, il cui spostamento relativo è tale che la metà superiore dell'una è esattamente sopra la metà inferiore dell'altra.



Si è rappresentato separatamente in S_1 una accanto all'altra, le due immagini, che in realtà si sovrappongono tra a e b ; solo questa parte è visibile nel cannocchiale AO . Il sistema di prismi P (a visione diretta) scompone i raggi delle due sorgenti da confrontare in due spettri paralleli contigui, le cui parti differenti si osservano separatamente mediante una fenditura mobile, posta nel piano focale del cannocchiale OA . Questi due spettri essendo polarizzati in piani rettangolari prima di entrare nel prisma di Nicol, che è attraversato da una parte della luce, in funzione dell'angolo α compreso tra le sezioni principali del prisma N e di uno dei due prismi del polarizzatore W . Ruotando N si riesce a ottenere l'uguaglianza di luminosità dei due spettri nelle parti dello stesso colore. Indichiamo con J_1 e J_2 le luminosità di queste due parti nella luce delle sorgenti da confrontare, che cade sulle due metà della fenditura S , con c_1 e c_2 i coefficienti di trasparenza delle parti del fonometro per raggi ugualmente colorati, ma diversamente polarizzati. La luminosità delle bande, osservate nel cannocchiale OA , è quindi uguale a

$$J_1 c_1 \cos^2 \alpha \quad J_2 c_2 \sin^2 \alpha$$

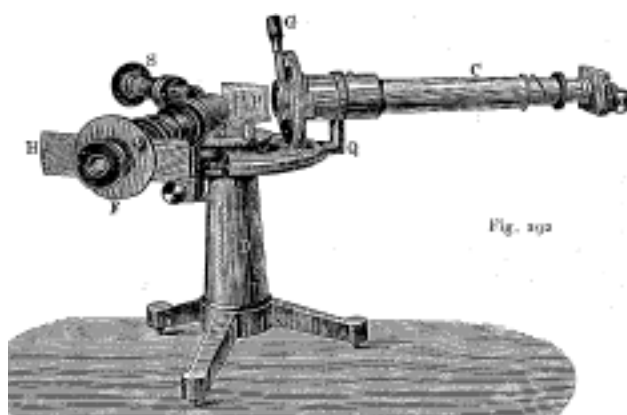
Se N è posto in modo tale da avere

$$J_1 c_1 \cos^2 \alpha = J_2 c_2 \sin^2 \alpha$$

se ne deduce

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{c_1}{c_2} \cot^2 \alpha$$

La Figura 292 offre una panoramica dello spettrofotometro di Glan. La sua costruzione differisce dallo schema rappresentato in figura 291 per la sostituzione del sistema di prismi con un prisma unico P . La fenditura è a l'estremità destra del cannocchiale C , che contiene un prisma di Wollaston e un prisma di Nicol, la cui rotazione si effettua tramite la leva G . Il tubo S presenta una scala orizzontale nel campo visivo.



Varie altre forme di spettrofotometri sono state costruite da Hüfner, Lummer e Brodhun, Krüss, Bruce, Martens, Trannin, Wild, Martens e Grünbaum (1903), ecc. Engelmann ha costruito un micro spettrofotometro.

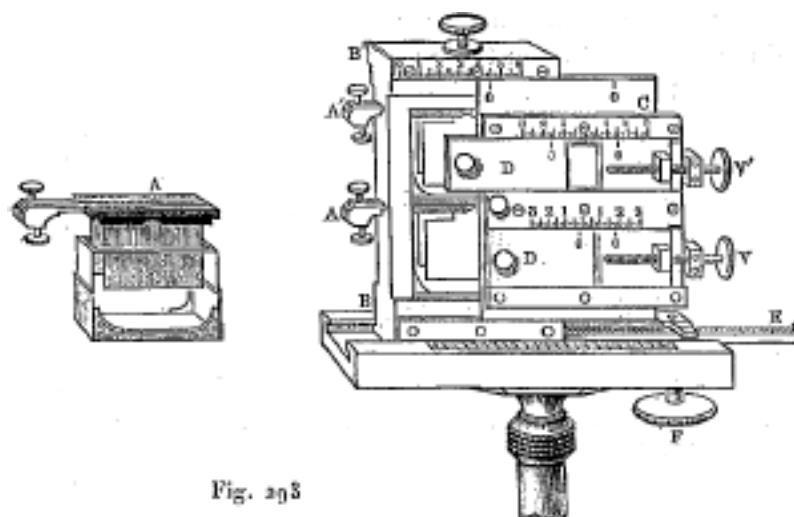
9. Fotometri chimici e fotografici

Si possono dividere i fotometri chimici in due gruppi.

I *fotometri elettrochimici* si basano sulla determinazione della forza elettromotrice, che si produce quando due lastre ugualmente sensibili alla luce immerse in una soluzione acquosa diluita di un acido, di un alcalino o di un sale, se ne illumina una. Il primo elemento fotoelettrico di questa natura è stato costruito da E. Becquerel (1839).

La figura 293 mostra il fotometro elettrochimico differenziale di N. Egoroff, che consiste di due elementi fotoelettrici; uno dei due è rappresentato separatamente in A; è costituito da due lastre di argento iodato immerse in una soluzione diluita di acido solforico. Le pareti dei contenitori sono in quarzo per ridurre la perdita dei raggi viola. Gli esperimenti hanno dimostrato che la forza elettromotrice dell'elemento è quasi proporzionale all'intensità della luce che colpisce una delle lastre.

Il fotometro differenziale, costituito da due elementi riuniti con i poli opposti, viene utilizzato per confrontare l'assorbimento dei raggi che agiscono chimicamente sull'argento iodato in diversi mezzi. A tale scopo si modifica la larghezza delle fenditure, che consentono alla luce di raggiungere gli elementi dopo aver attraversato due mezzi, è modificata fino a che l'intensità della corrente diventa nulla e di conseguenza le azioni chimiche dei raggi nei due elementi sono uguali. Rigollot (1897) fece uno studio dettagliato dei fotometri elettrochimici.



Si può annoverare tra i fotometri puramente chimici l'apparato di Bunsen e Roscoe, rappresentato in figura 267. Come tutti i fotometri chimici, misura solo la capacità di determinati raggi di produrre una specifica reazione chimica, in questo caso, l'unione di cloro e idrogeno.

Esiste un numero molto elevato di fotometri, basati su altre azioni chimiche dell'energia radiante. Tali sono i fotometri di Witwer (acqua clorata), di Marchand (da una soluzione di ossalato di ferro si sprigiona CO^2), di Eder (una miscela di soluzioni di sublimato e ossalato di ammoniaca che dà Hg^2Cl^2) e tutta una serie di fotometri, in cui si osserva l'azione della luce su carte fotografiche impressionabili, come nei dispositivi di Roscoe, Stelling, Abeny, ecc.

Se si vogliono contare tra le azioni chimiche le modificazioni molecolari, che con ogni probabilità accompagnano l'azione della luce sul selenio, si può anche citare qui il fotometro al selenio di Siemens, basato sull'osservazione della diminuzione di resistenza elettrica del selenio alla luce.

I fotometri fotografici, che sono stati notevolmente migliorati negli ultimi anni, formano un gruppo particolare. L'applicazione della fotografia alla fotometria delle stelle ha origini lontane. Fizeau e Foucault (1844), così come Roscoe hanno applicato la fotografia alla ricerca dell'intensità luminosa del Sole; Bond e Warren de la Rue se ne sono serviti per primi per la fotometria della luna e delle stelle. Inoltre Janssen, Schneider, Charlier, Pickering e altri hanno contribuito ampiamente agli ultimi miglioramenti di questo metodo.

Hartmann (1899) ha costruito uno strumento per il confronto di due lastre fotografiche, e di conseguenza anche per il confronto di sorgenti luminose, agenti su queste lastre. H. Th. Simon (1896) ha indicato un nuovo metodo di fotometria fotografica, che permette, tra l'altro, di confrontare tra loro le intensità delle parti ultraviolette di due flussi di energia radiante. Il suo strumento ha la forma di un semplice spettroscopio; l'oculare del cannocchiale è sostituito da una lastra fotografica, che si sposta orizzontalmente davanti alla fenditura, sulla quale raggi cadono raggi di lunghezza d'onda voluta. Nella metà superiore della fenditura del collimatore arrivano raggi di una sorgente, alla parte inferiore raggi dell'altra sorgente. Davanti alla metà inferiore si sposta il bordo superiore di una ruota, nella quale sono tagliati dei settori di larghezza disuguale in modo che questa vari poco a poco durante il movimento della lastra fotografica. Si ottengono su quest'ultimo due bande affiancate, una delle quali è ovunque uniformemente nera, mentre varia il grado di nero dell'altra. Un dispositivo particolare serve a determinare il luogo, dove le due bande sono ugualmente nere. Lo strumento permette di determinare la larghezza dei settori nel momento al quale corrispondono azioni uguali sulla lastra fotografica. Se ne deduce facilmente il rapporto tra le intensità dei due fasci di raggi della lunghezza d'onda prescelta. Simon ha effettuato per primo con questo strumento una misura quantitativa dell'assorbimento di raggi ultravioletti (in una soluzione di AzO^3K).

Königsberger (1901) e Nutting (1903) hanno notevolmente perfezionato la fotometria nel campo dei raggi ultravioletti.

Elster e Geitel avevano già costruito in 1893 un fotometro per i raggi ultravioletti, che si basava sulla proprietà posseduta da queste radiazioni di scaricare metalli elettrizzati negativamente. Una sfera isolata di zinco amalgamato, posto a contatto con un condensatore carico e con un elettroscopio di Enner, viene colpito da radiazioni. La caduta di tensione osservata nell'elettroscopio per un dato intervallo di tempo può essere utilizzata come misura dell'intensità della radiazione ultravioletta. Elster e Geitel hanno indicato nel 1904 una forma migliorata di questo fotometro.

10. Attinometro

I metodi esposti in precedenza servono per la misura della quantità totale di energia radiante. Tutti questi metodi si basano sulla trasformazione dell'energia radiante in energia calorifica per assorbimento di questa energia da parte della superficie annerita di un corpo qualunque, e

sulla misura dell'aumento di temperatura così prodotto, della tensione termoelettrica o della variazione di resistenza (bolometro).

Di particolare interesse è la misura dell'energia dei raggi solari, ovvero la determinazione del numero q di grammo-calorie, nelle quali si trasforma il flusso di energia radiante del Sole, che cade ogni minuto su un centimetro quadrato di superficie normale a questo flusso. La parte della meteorologia che si riferisce a queste misure è chiamata attinometria. Uno studio critico dettagliato dei metodi attinometrici si troverà nel mio lavoro "*Sullo stato attuale dell'attinometria*", la descrizione e la teoria di due nuovi strumenti in un altro libro "*Recherches attinométriques; Costruzione di un attinometro e di un pireliometro*". Infine, c'è una panoramica sui lavori su questo argomento nel mio trattato "*Ricerca attinometrica, svolta presso l'Osservatorio di Costantin a Pawlowsk nel 1891 e 1892*" (in russo).

Indichiamo con il nome di *costante solare* A il valore particolare di q , che si otterrebbe, effettuando le misure al di fuori dei limiti della nostra atmosfera. Tutti i tentativi di determinare A sono basati su un'estrapolazione: si determina q per diverse altezze del Sole o, per quanto possibile contemporaneamente, in luoghi a diverse altezze sopra al livello del mare, cioè generalmente per valori diversi della lunghezza s del cammino percorso dai raggi all'interno dell'atmosfera terrestre. Le grandezze q e s sono legate da una formula più o meno empirica e si determina il valore di q , che corrisponde a $s = 0$, cioè che rappresenta la costante solare. Una tale estrapolazione non può portare a risultati certi; anche i valori numerici di A , trovati da diversi osservatori, oscillano tra 2 e 4 grammo-calorie. Langley ha trovato dalle sue osservazioni $A = 3$ grammo-calorie. Rizzo (1898 e 1903) ha ottenuto valori più piccoli, circa 2,6 in media. Hansky è riuscito a eseguire una serie di misure sulla vetta del Monte Bianco; ha trovato $A = 3,3$ come valore più probabile e ha indicato che A è comunque compreso tra 3,0 e 3,5. Violle (1875) aveva trovato, sempre in vetta al Monte Bianco, $A = 2,54$.

Langley (1904) ha segnalato che la "costante solare" A probabilmente non è una grandezza costante, ma è influenzata da oscillazioni abbastanza grandi. Tra le recenti ricerche attinometriche, citiamo ancora quelle di Fowle (1905).

Tra i tanti dispositivi utilizzati per determinare il valore assoluto o relativo della grandezza q (pireliometri e attinometri), considereremo qui solo i più importanti.

11. Pireliometri e attinometri

la figura 294 rappresenta il pireliometro di Pouillet. Si compone di una scatola metallica circolare A con un coperchio annerito; i raggi solari cadono normalmente su quest'ultimo. La scatola è piena d'acqua, il cui innalzamento di temperatura fornisce una misura della grandezza q , purché si conosca la superficie del fondo annerito e la capacità calorica dello strumento, e che si introduca una correzione relativa alla perdita di calore per irraggiamento durante il riscaldamento dello strumento. La variazione di temperatura dell'acqua è misurata con un termometro. Entreremo più nel dettaglio su questo strumento, poiché le ricerche di numerosi scienziati hanno mostrato che non può dare risultati precisi. Crova ha sostituito l'acqua con il mercurio, posto in una cassa di ferro.

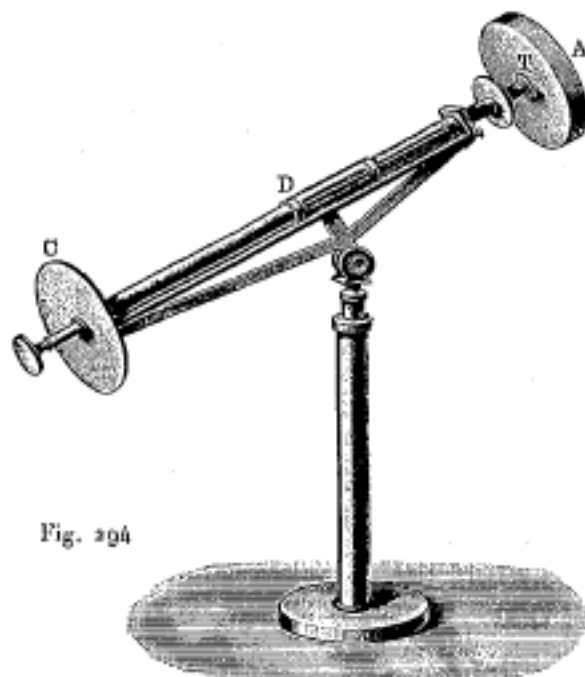


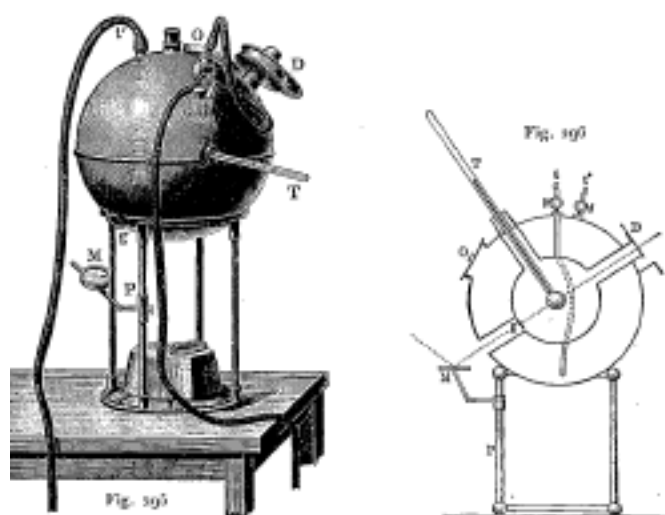
Fig. 294

La figura 295 rappresenta il pireliometro di Violle; figura 296 ne dà una sezione trasversale. Il corpo, che è esposto ai raggi solari, è piccolissimo: è la boccetta annerita di un comune termometro T. Questo è al centro di un doppio involucro sferico, attraversato da una corrente d'acqua ininterrotta, al fine di ottenere una temperatura il più costante possibile. I raggi solari raggiungono un serbatoio T dopo aver percorso un tubo, all'estremità del quale si trova un diaframma D con aperture di diverse dimensioni. Si osserva il graduale riscaldamento del serbatoio del termometro per 20 minuti, poi nello stesso tempo il suo raffreddamento, dopo aver chiuso l'orifizio del tubo. Con l'aiuto di queste osservazioni si può calcolare q , se si conosce la sezione trasversale dell'apertura del diaframma e la capacità termica del serbatoio del termometro. Questo dispositivo fu utilizzato da Langley (1884) a Mont-Whitney, da Vallot (1887) al Monte Bianco, da Rizzo (1897) a Rocciamelone. Ne ha fatto uso anche Savélieff, dopo avergli dato una disposizione che ne facilitasse l'installazione e l'orientamento.

Il pireliometro di K. Angström si basa su quanto segue. Supponiamo che due corpi identici abbiano ad un dato istante dato una differenza di temperatura Θ . Il corpo più caldo è allora messo all'ombra e quello più freddo è esposto ai raggi del Sole; si misura il tempo t , necessario perché la differenza di temperatura Θ divenga $-\Theta$, cioè cambi di segno. In questo caso si ha approssimativamente

$$q = \frac{2c\Theta}{st}$$

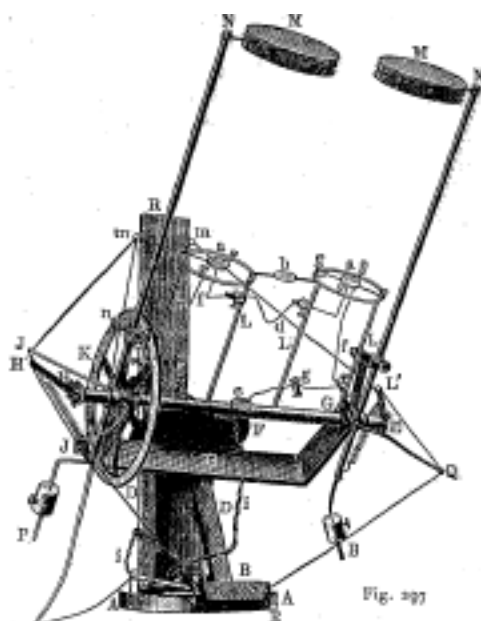
dove s indica la sezione trasversale del fascio di raggi solari, che produce il riscaldamento e c la capacità calorifica di uno dei corpi.



La figura 297 rappresenta il pireliometro che è stato costruito su tale principio a Pawlosk. I due corpi identici sono formati da due lastre di rame circolare annerite *aa*, collegate tra loro da un filo di palladio *d* e a un galvanometro dai fili *fgii*. Per il riscaldamento e il raffreddamento alternati delle lastre ci si serve di schermi tripli *MM*, che si manovrano con un sistema di corde, di farfalle dove si osservano le indicazioni del galvanometro; la differenza di temperatura Θ è data da quest'ultimo.

Il professor Michelson (a Mosca) ha costruito un pireliometro che si basa sullo stesso principio del calorimetro di ghiaccio di Bunsen (vedi T. III); questo dispositivo può certamente dare risultati molto precisi.

Il pireliometro a compensazione di K. Angström è particolarmente significativo. La sua parte principale si compone di due bande metalliche, strette e sottili, il più identiche possibile e annerite su un lato. Su una di queste lamine cadono normalmente i raggi solari o i raggi di un'altra sorgente di energia radiante; l'altra lamina è attraversata da una corrente elettrica la cui intensità è regolata in modo che le due lamine si trovino alla stessa temperatura dopo il raggiungimento dell'equilibrio di irraggiamento. Vi si arriva facilmente con un elemento termoelettrico, le cui due saldature sono applicate contro lastre sottili di mica, collegate al retro non annerito delle lamine. La seconda lamina è protetta contro l'azione dei raggi. In condizioni stazionarie e a pari temperatura le due lamine perdono per irraggiamento la stessa quantità di calore; esse ricevono quindi anche per unità di tempo la stessa quantità di calore, che indicheremo con *Q*.



Sia b la larghezza, l la lunghezza di ciascuna lamina in centimetri; si ha evidentemente per la prima lamina $Q = lbq$ grammo-calorie. Sia inoltre r la resistenza dell'altra lamina espressa in ohm, i l'intensità della corrente in ampère, si ha $Q = ri^2/4,2$ grammo-calorie (si veda T. III, Cap. V, § 1 e T. IV). Confrontando i due valori di Q si ottiene

$$q = \frac{ri^2}{4,2bl} \text{ grammo - calorie}$$

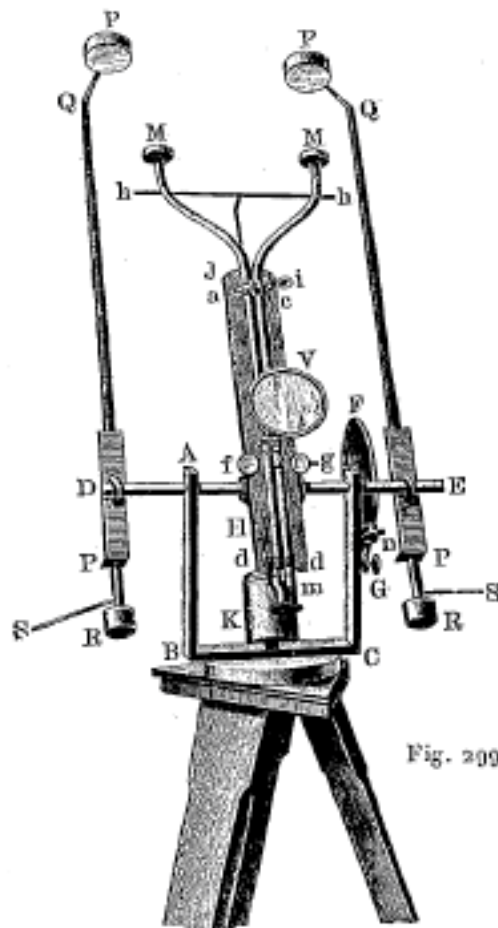
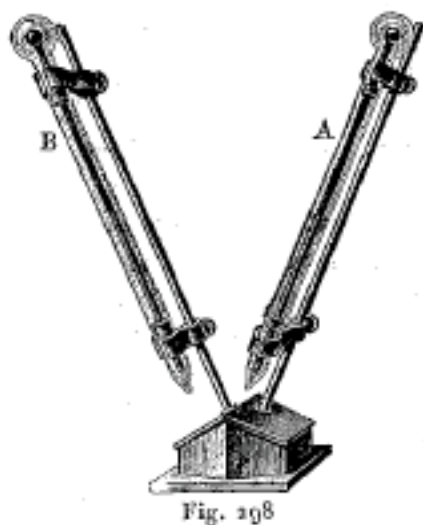
Angström ha indicato due modifiche al metodo precedente.

L'attinometro di Arago-Davy (fig. 298) si compone di due termometri, posti, con i loro bulbi rivolti verso l'alto, in un involucro di vetro, dove si crea il vuoto. Il bulbo di uno dei termometri è annerito, l'altro ha la sua superficie ben pulita. La differenza tra le temperature indicate dai due termometri deve servire a misurare l'intensità dell'irraggiamento solare. La teoria così come la pratica mostrano tuttavia, che questo strumento, sfortunatamente molto diffuso, non è assolutamente buono a nulla. L'attinometro di Crova è pure molto diffuso: è stato impiegato dagli scienziati per esempio da Hansky.

La figura 299 rappresenta un attinometro, che ho costruito e che serve per le osservazioni correnti negli osservatori russi. MM sono delle scatole in ottone, nelle quali si trovano i bulbi a forma di spirale di due termometri, le cui scale sono poste a fianco. Gli scherni PP servono a riscaldare alternativamente i termometri. Un dispositivo speciale, che non descriveremo, permette di determinare le differenze di temperatura θ_1, θ_2 e θ_3 a intervalli di tempo uguali a $0, t, 2t$; si suppone che dopo l'intervallo di tempo $2t$ la differenza tra le temperature abbia cambiato di segno. La grandezza

$$\Omega = \frac{1}{t} \frac{\theta_1\theta_3 + \theta_2^2}{\theta_1 + \theta_2}$$

serve a misurare l'irraggiamento solare. G. Rizzo si è servito del mio metodo in Italia, così come Stankievitch sul Pamir.



Numerosi scienziati hanno cercato di misurare l'energia radiante, emessa dalla luna, dai pianeti e dalle stelle fisse, che raggiunge la superficie della Terra: citeremo solo Huggins, Stone, Lord Rosse, Minchin, Abney ecc.

Abbiamo già menzionato lo strumento estremamente sensibile di Boys, chiamato radiomicrometro. Nichols (1901) ha costruito uno strumento, la cui sensibilità è ancora 12 volte maggiore. Una deviazione di una suddivisione di scala è prodotta da un flusso di energia che è $49 \cdot 10^6$ volte minore di quella di una candela a 1 *m* di distanza. Nichols ha trovato con questo strumento i valori seguenti per il rapporto delle energie radianti di quattro astri:

$$\frac{Vega}{1} = \frac{Arturo}{2} = \frac{Giove}{4,7} = \frac{Saturno}{0,74}$$

Hutchins (1903) ha pure migliorato il radiomicrometro di Boys e ne ha accresciuto la sensibilità.

10 Strumenti di Ottica

1. Osservazioni generali. Ingrandimenti

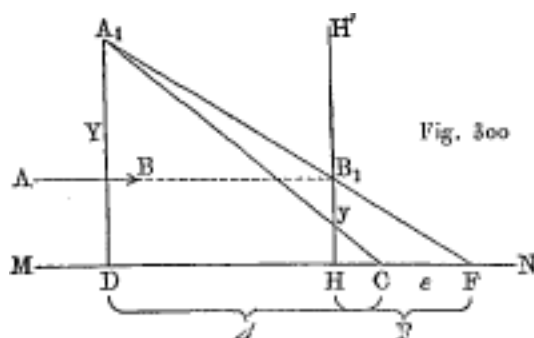
Si possono chiamare strumenti ottici nel senso più generale del termine strumenti di qualsiasi tipo, la cui costruzione si basa essenzialmente sui fenomeni di riflessione, rifrazione, dispersione, polarizzazione, interferenza, ecc. della luce. tali sono un gran numero di strumenti, che abbiamo già fatto conoscere in parti precedenti, come goniometri, spettroscopi, fotometri, ecc. e alcuni rimangono ancora da studiare nel seguito. Nel senso più stretto del termine, gli strumenti ottici sono strumenti che, insieme con la vista, servono ad osservare gli oggetti *più esattamente* di quanto non si possa fare a occhio nudo; tali sono la lente d'ingrandimento, il microscopio, il cannocchiale astronomico e i telescopi. Si possono citare anche, tra questi strumenti, la lampada di proiezione e lo stereoscopio; oltre agli strumenti designati, ne considereremo alcuni altri in questo capitolo, come gli eliostati, il sestante e la camera oscura.

Trattiamo anzitutto degli strumenti ottici nel senso stretto del termine, cioè di quelli che servono a potenziare l'occhio. Si può fare tutta una serie di osservazioni, che si applicano a tutti questi strumenti. Essi presentano soprattutto (con poche eccezioni) un sistema di mezzi, separati da superfici sferiche, i cui centri sono disposti su una retta, in modo da poter applicare ad essi i risultati trovati nello studio delle proprietà di un sistema centrato. Nella quasi totalità dei casi si ha a che fare con un numero di lenti di diverso potere rifrangente, tra i quali c'è aria.

Il primo mezzo e l'ultimo sono molto spesso identici (aria); in questo caso i punti nodali coincidono con i punti principali, e le distanze focali, che si contano dai punti principali, sono uguali tra loro.

Abbiamo già in precedenza indicato i tre ingrandimenti G , G_1 e G_2 dati da un sistema centrato di mezzi. Questi ingrandimenti si riferiscono alle immagini; la posizione dell'osservatore non gioca alcun ruolo nella loro determinazione. Alcune altre grandezze sono di particolare interesse nella teoria dei dispositivi ottici; li considereremo ora.

Sia MN (fig. 300) l'asse ottico principale del sistema, H il secondo punto principale, HH' il corrispondente piano principale, F il secondo fuoco principale, in modo che $\overline{HF} = F$ sia la distanza focale principale. Sia inoltre AB un raggio parallelo all'asse, proveniente da un punto A qualsiasi dell'oggetto. Sappiamo che corrisponde a questo raggio nell'ultimo mezzo un raggio, passante per il punto B , dove il prolungamento di AB taglia il piano principale HH' e per il fuoco principale F . Ne consegue che l'immagine del punto A è da qualche parte a destra di B_1F , prolungato da un lato o dall'altro, ad esempio in A_1 . In questo caso $A_1D = Y$ può essere considerato come l'immagine dell'oggetto, la cui grandezza y è uguale alla distanza del punto A dall'asse, cioè uguale a B_1H .



Supponiamo che il centro dell'occhio dell'osservatore sia in C e che le sue distanze dall'immagine al fuoco principale siano rispettivamente $CD = \Delta$ e $CF = \varepsilon$, essendo contato positivamente, quando l'occhio è davanti al fuoco principale (come nella nostra figura).

Designiamo ancora con Δ_0 la distanza dal centro dell'occhio all'oggetto nelle condizioni in cui questo oggetto è osservato. La restrizione precedente, molto importante, ha il seguente significato: indichiamo con φ la distanza minima di visione distinta, a cui poniamo il nostro occhio per vedere nel miglior modo possibile un oggetto, per esempio, un libro che leggiamo. Vedremo più avanti che per un occhio normale si ha circa $\varphi = 25 \text{ cm}$. Se l'oggetto è a grande distanza, allora Δ_0 è la sua distanza effettiva D dal nostro occhio: ma se è un piccolo oggetto, che può essere osservato da vicino, è necessario intendere con Δ_0 non la distanza effettiva D dall'occhio all'oggetto, perché potrebbe essere troppo piccola per l'osservazione diretta, ma la distanza φ . Si ha quindi in certi casi $\Delta_0 = D$, in altri $\Delta_0 = \varphi$.

Tre grandezze sono di particolare interesse per noi; li considereremo successivamente.

I. *Ingrandimento geometrico* G. - È uguale al rapporto tra le dimensioni lineari dell'immagine e quelle dell'oggetto. Osserviamo che Y nella figura 300 è una grandezza negativa, poiché y e Y sono contati positivamente in versi opposti; anche la distanza dall'immagine A_1D al fuoco principale F è negativa. Si vede nella figura

$$G = \frac{Y}{y} = \frac{FD}{FH} = \frac{\Delta + \varepsilon}{F}$$

Si ha quindi

$$G = \frac{Y}{y} = \frac{\Delta + \varepsilon}{F} \quad (10.0.1)$$

II. *Potenza o ingrandimento assoluto* P. - Secondo la definizione di Verdet si chiama potenza di uno strumento l'angolo o il diametro apparente, sotto il quale questo strumento mostra l'unità di lunghezza presa alla superficie dell'oggetto. Denotando l'angolo A_1CD con Θ , si può dire che P è uguale a Θ , quando $y = 1$. Supponendo che l'angolo Θ sia molto piccolo, si può sostituire Θ con $\tan \Theta$ e quindi si ha

$$P = (\tan \Theta)_{y=1} = \left(\frac{A_1D}{DC} \right)_{y=1} = \left(\frac{Y}{\Delta} \right)_{y=1}$$

Sostituendo Y con il suo valore ricavato dalla formula (1), si ha

$$P = \left[\frac{(\Delta + \varepsilon)y}{F\Delta} \right]_{y=1} = \frac{\Delta + \varepsilon}{\Delta F}$$

o

$$P = \frac{1}{F} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta F} \right) \quad (10.0.2)$$

Quando l'occhio è in avanti rispetto al fuoco ($\varepsilon > 0$), la potenza aumenta contemporaneamente a ε ; in questo caso è necessario allontanare il più possibile l'occhio dal punto focale principale, cioè portarlo in prossimità dell'ultima lente del sistema. Se il centro dell'occhio è nel fuoco principale ($\varepsilon = 0$) si ha

$$P = \frac{1}{F} \quad (10.0.3)$$

e la potenza è allora indipendente da Δ .

Quando il centro dell'occhio è dopo il fuoco principale ($\varepsilon < 0$), P aumenta quando ε diminuisce ed è quindi necessario avvicinare l'occhio il più possibile al fuoco.

III. *Ingrandimento relativo (reale)* W. - È uguale al rapporto dell'angolo Θ sotto il quale l'osservatore vede l'immagine dell'oggetto, all'angolo Θ_0 , sotto il quale l'oggetto stesso gli appare

quando lo osserva direttamente (cioè quando questo oggetto si trova alla distanza Δ_0 sopra menzionata). Quindi si ha $W = \Theta/\Theta_0$. Se si sostituiscono gli angoli con le loro tangenti, viene $W = \tan \Theta / \tan \Theta_0$. Ma si ha $\tan \Theta = A_1 D : DC = Y : \Delta$, $\tan \Theta_0 = y : \Delta_0$, di conseguenza

$$W = \frac{Y}{y} \cdot \frac{\Delta_0}{\Delta}$$

Introducendo questa espressione il valore di Y/y ricavata da (1), viene

$$W = \frac{\Delta_0 (\Delta + \varepsilon)}{F \Delta}$$

o

$$W = \frac{\Delta_0}{F} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\Delta F} \right) \quad (10.0.4)$$

È questa la formula più generale dell'ingrandimento reale, dato da uno strumento di ottica. Confrontando (2) e (4), si trova

$$W = P \Delta_0 \quad (10.0.5)$$

Se $\Delta = \varphi$, come, per esempio, nei microscopi, si ha

$$W = P \varphi \quad (10.0.6)$$

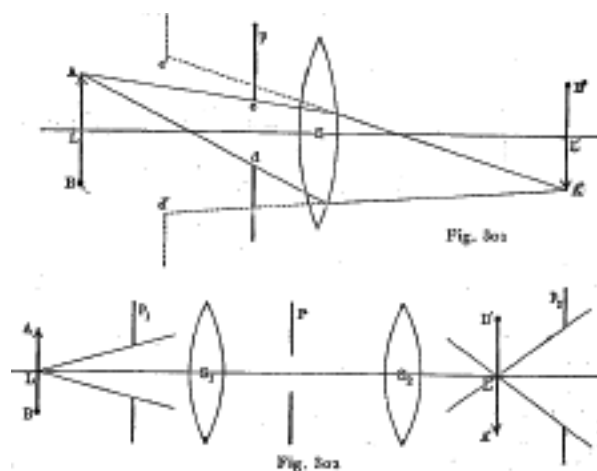
2. Diaframmi (pupille)

Le quantità di luce, che partono dai diversi punti di un oggetto e possono attraversare un sistema ottico e dare un'immagine, sono determinati dalla costruzione del sistema stesso, cioè da quelle delle sue parti, che limitano in modo puramente fisico la larghezza dei fasci di raggi che lo attraversano. Queste parti sono indicate con il nome di *diaframmi*. I diaframmi possono essere costituiti sia da particolari lastre opache con aperture particolari, interposte nel percorso dei raggi, sia dalle lenti stesse, o più esattamente dalle cornici in cui sono incassate.

Le dimensioni e la disposizione dei diaframmi determinano due grandezze molto importanti: 1) la quantità di luce che attraversa il sistema e di conseguenza la luminosità dell'immagine: 2) la dimensione del campo visivo, da cui dipende la grandezza della parte dell'oggetto, che può essere osservato immediatamente.

In generale, tutti i raggi provenienti dal punto A dell'oggetto non raggiungono il suo coniugato A' dell'immagine. L'insieme dei raggi, che vanno da A in A', formano nel punto A il fascio in entrante e nel punto A' il fascio uscente.

Supponiamo che S (fig. 301) rappresenti schematicamente il sistema ottico, AB l'oggetto, p il diaframma, posto davanti al sistema. Chiameremo l'immagine p' di questo diaframma la pupilla di uscita o la seconda pupilla del sistema; questa immagine può essere virtuale (come in fig. 301) o reale. A e A', così come c e c' sono punti coniugati; quindi Ac e $A'c'$ sono raggi coniugati. La pupilla di uscita forma quindi la base dei fasci di raggi uscenti.



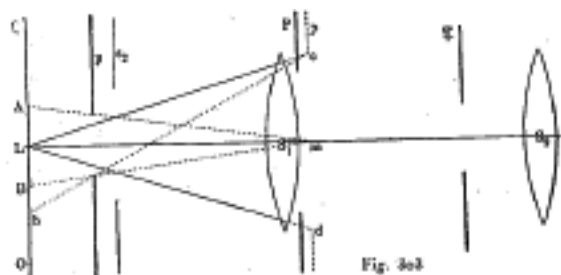
Supponiamo che il sistema sia composto dalle parti S_1 e S_2 (fig. 302), tra le quali vi è il diaframma P , e siano p_1 e p_2 le immagini di quest'ultimo in S_1 e S_2 ; p_1 si chiama allora la pupilla d'ingresso o prima pupilla. È evidente che ciascuna delle pupille p_1 e p_2 rappresenta l'immagine dell'altra, data dall'intero sistema $S_1 + S_2$. Si vede facilmente che tutti i raggi, che hanno attraversato il diaframma P , devono nel primo mezzo passare per p_1 ; ne consegue che i raggi, che vanno dall'oggetto alla prima pupilla p_1 , attraversano p_2 e di conseguenza tutto il sistema; p_1 quindi funge da base al fascio entrante. Si ottiene infine la seguente proposizione: *la grandezza del fascio di raggi entranti è determinata dalla prima pupilla, quella del raggio uscente dalla seconda.*

Se il sistema di lenti ha più diaframmi (contando come tali i telai delle lenti), la prima pupilla è determinata dall'immagine, che è vista dei punti dell'oggetto sotto l'angolo più piccolo.

Quanto sopra mostra chiaramente l'importanza delle pupille, e di conseguenza anche dei diaframmi per la quantità di luce, che attraversa un sistema ottico.

Passiamo ora alla questione dell'ampiezza del campo visivo, supponendo che l'oggetto sia abbastanza grande da formare nel sistema ottico l'immagine di solo una parte di esso. La dimensione del campo visivo è determinata anche da un certo diaframma, chiamato *diaframma attivo del campo visivo* o *diaframma principale*. Siano $S_1 + S_2$ (fig. 303) il sistema ottico. P e P' due diaframmi, p, p' e s_1 le immagini di P, P' e della lente S_2 , date dalla lente (o dal sistema) S_1 . Si vede da L sotto l'angolo più piccolo l'immagine di p , che è la pupilla d'ingresso. P'' e S_2 sono attraversati solo dai raggi, che hanno attraversato p' e s_2 . Supponiamo che il piano Q funga da oggetto; è chiaro che nessun raggio proveniente dal punto O attraversa il sistema, sebbene si possano tracciare da O dei raggi che vanno alla prima pupilla p . Sia m il centro della prima pupilla.

L'immagine del diaframma, visibile dal punto m sotto l'angolo minimo, determina il diaframma principale; nel caso specifico P' è il diaframma principale. L'angolo AmB si chiama l'angolo del campo visivo.



Quando p non coincide con Q , i diversi punti danno un diverso numero di raggi, attraversanti il sistema $S_1 + S_2$. I punti A e B danno la metà del numero di raggi, che dà il punto L , perché

da A, ad esempio, provengono solo i raggi diretti verso una metà (*md*) della prima pupilla. Provengono ancor meno dai raggi dei punti compresi tra B e *b*. Di conseguenza il campo visivo appare indistinto e disugualmente illuminato.

Ma se l'immagine *p* del diaframma principale coincide con il piano Q, il campo visivo AB è chiaramente delimitato e presenta ovunque la stessa luminosità, a causa di tutto i punti di AB provenienti da quantità uguali di luce, determinate dall'apertura *cd* della prima pupilla, che attraversano il sistema $S_1 + S_2$.

Questo è il motivo per cui si pone il diaframma principale nel punto in cui il sistema S_1 fornisce l'immagine dell'oggetto considerato, ad esempio, per un telescopio nel piano focale dell'obiettivo.

3. Apertura. Luminosità dell'immagine

Indichiamo con α_1 l'angolo formato dall'asse del cono dei raggi entranti con le generatrici di questo cono, e con α_2 l'angolo analogo per il fascio uscente. Siano n_1 e n_2 gli indici di rifrazione del primo mezzo e dell'ultimo, in cui si trovano l'oggetto e la sua immagine. La grandezza

$$a = n_1 \sin \alpha_1 \quad (10.0.7)$$

si chiama *apertura numerica* o semplicemente *apertura*. Questa grandezza gioca un ruolo molto importante nella valutazione di un dispositivo ottico. Supponendo il sistema aplanatico, si può allora applicare la formula (85),

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} G \quad (10.0.8)$$

dove *G* indica l'ingrandimento lineare dato per il sistema. Supponiamo inoltre che l'immagine si formi in aria ($n_2 = 1$) e che l'angolo α_2 sia molto piccolo, come accade, ad esempio, nei microscopi. Si può porre in questo caso $\sin \alpha_2 = \alpha_2$ e ammettere inoltre che la quantità di luce totale *q*, che si raccoglie in un punto dell'immagine, è proporzionale all'angolo α_2 , così che si ha

$$q = c\alpha_2 \quad (10.0.9)$$

La formula (6) dà

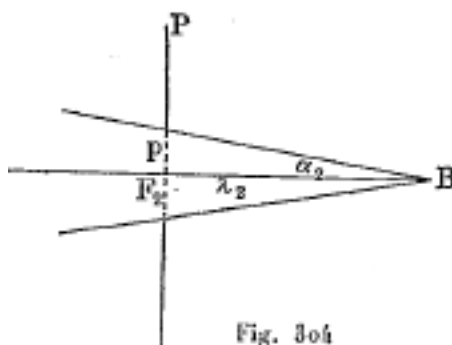
$$\alpha_2 = \frac{1}{G} n_1 \sin \alpha_1 \quad (10.0.10)$$

Dalle ultime due formule e dalla (5) si ricava

$$q = C n_1 \sin \alpha_1 = C a \quad (10.0.11)$$

La quantità di luce raccolta da un sistema ottico in un punto è proporzionale all'apertura di questo sistema.

Abbe ha mostrato come si può determinare praticamente l'apertura di un sistema; ha costruito un dispositivo per questo scopo particolare, che ha chiamato *apertometro*.



Per alcuni sistemi ottici, ad esempio, per il microscopio si trova, che il secondo fuoco principale F_2 (fig. 304) è vicino al piano della seconda pupilla. Sia B uno dei punti dell'immagine e $F_2B = \lambda_2$ è molto piccolo, si può porre

$$\alpha_2 = \frac{p}{\lambda_2} \quad (10.0.12)$$

La formula (6,b) dava

$$\alpha_2 = \frac{1}{G} n_1 \sin \alpha_1$$

abbiamo inoltre trovato la formula (29,k)

$$G = \frac{\lambda_2}{F_2}$$

nella quale è tolto il segno; se ne ricava

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{\lambda_2} n_1 \sin \alpha_1 = \frac{F_2}{\lambda_2} a$$

Confrontando questa espressione con la (7) si trova

$$a = \frac{p}{F_2} \quad (10.0.13)$$

Se il secondo fuoco principale F_2 è nel piano della seconda pupilla o nelle sue vicinanze (microscopio), l'apertura è uguale al rapporto tra il raggio della seconda pupilla e la seconda distanza focale principale.

Passiamo ora alla questione della luminosità dell'immagine data da un sistema ottico. Sia J_1 la luminosità intrinseca dell'oggetto, cioè la quantità di luce inviata dall'unità di superficie dell'oggetto su una superficie unitaria posta all'unità di distanza, essendo le superfici illuminanti e illuminate entrambi normali ai raggi; sia J_2 la luminosità intrinseca dell'immagine. Si consideri una piccola parte s_1 dell'oggetto e la sua immagine s_2 . Se si applica a s_1 e s_2 la formula (7, a) del capitolo precedente, si ottiene, per le quantità di luce Q_1 e Q_2 che ad esse corrispondono, le seguenti espressioni

$$\begin{aligned} Q_1 &= 2\pi J_1 s_1 \sin^2 \alpha_1 \\ Q_2 &= 2\pi J_2 s_2 \sin^2 \alpha_2 \end{aligned}$$

Trascurando le riflessioni e gli assorbimenti, subiti dai raggi nel sistema ottico, si ha $Q_1 = Q_2$, e se ne deduce

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{s_2}{s_1} \cdot \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1} = G^2 \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1} \quad (10.0.14)$$

poiché $s_2/s_1 = G^2$. Le formule (6) e (8,a) danno

$$\frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad (10.0.15)$$

Il rapporto $\frac{J_2}{J_1}$ si chiama *chiarezza*.

Nella pratica si ha comunemente $n_1 = n_2 = 1$; in questo caso la *chiarezza* è uguale a 1, cioè la luminosità dell'immagine è uguale a quella dell'oggetto. Si può dire che si ha sempre $n_2 = 1$ e

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1}{n_1^2} \quad (10.0.16)$$

Nei microscopi un *obiettivo a immersione* (si veda più avanti) si ha $n_1 > 1$ e di conseguenza la chiarezza è più piccola di 1 o $J_2 < J_1$. Si arriva allora alla proposizione seguente:

Un sistema ottico non può dare un'immagine, la cui luminosità sarà più grande di quella dell'oggetto stesso, o ancora la chiarezza di un sistema ottico non può essere maggiore di 1.

La pupilla del nostro occhio non è altro che un diaframma. L'immagine di questo diaframma, data dalle parti dell'occhio che stanno davanti alla pupilla, rappresenta per l'occhio la *pupilla di entrata*; la vediamo, quando guardiamo l'occhio dall'esterno. Sia r il raggio di questa pupilla dell'occhio. Quando si guarda attraverso un microscopio, ad esempio, si può presumere che il piano della pupilla dell'occhio coincida con il piano della pupilla di uscita del sistema ottico. Indichiamo ancora con p il raggio della pupilla di uscita e supponiamo che $n_2 = n_1$ e $J_2 = J_1$. Se r è uguale o minore di p , la luminosità apparente dell'immagine $J = J_2 = J_1$. Ma se si ha $r > p$, si ha evidentemente

$$J = J_1 \frac{p^2}{r^2} \quad (10.0.17)$$

cioè la *luminosità apparente dell'immagine è inferiore alla luminosità dell'oggetto, considerato a occhio nudo, quando il raggio p della pupilla di uscita del sistema ottico è minore del raggio r della pupilla dell'occhio*. Notiamo che si ha approssimativamente $r = 2 \text{ mm}$.

Torniamo ora agli strumenti come il *microscopio*, ad esempio, ai quali si applica la formula (8). Se si porta nella formula (10) il valore di p ricavato dalla (8), si ottiene l'espressione

$$J = J_1 \frac{a^2 F_2^2}{r^2}$$

Si ottiene dalle formule (3) e (4,b)

$$\begin{cases} J &= J_1 \frac{a^2}{r^2} \frac{1}{P^2} \\ J &= J_1 \frac{a^2}{r^2} \frac{\varphi^2}{W^2} \end{cases} \quad (10.0.18)$$

dove P indica l'ingrandimento assoluto, W l'ingrandimento reale e φ la distanza minima di visione distinta. Queste formule collegano la luminosità dell'immagine, l'apertura e l'ingrandimento. Chiameremo *ingrandimento normale* un ingrandimento P_0 o W_0 , poiché si ha $J = J_1$. Le formule (11) danno per questo *ingrandimento normale*

$$\begin{cases} P_0 &= \frac{a}{r} \\ W_0 &= \frac{a}{r} \varphi \end{cases} \quad (10.0.19)$$

Se si introduce P_0 e W_0 nelle formule (11), si ha

$$\begin{cases} J &= J_1 \frac{P_0^2}{P^2} \\ J &= J_1 \frac{W_0^2}{W^2} \end{cases} \quad (10.0.20)$$

Si può prendere P^2 e W^2 come misura dell'*ingrandimento superficiale*. Le formule (11) e (13) esprimono i seguenti teoremi:

Per un'apertura costante (P_0 e W_0 costanti) la luminosità dell'immagine è inversamente proporzionale all'ingrandimento superficiale in strumenti come il microscopio, ad esempio, ai quali si applica la formula (8).

Per un dato ingrandimento (P e W), la luminosità dell'immagine è, negli stessi strumenti, proporzionale al quadrato dell'apertura.

L'importanza dell'apertura non si limita a quanto appena detto. È anche da questo che dipende il *potere risolutivo* di uno strumento ottico, cioè la facoltà che possiede di dare immagini nettamente separate di due parti vicine di un oggetto considerato. Sia d la distanza tra queste parti, λ la lunghezza d'onda dei raggi che illuminano l'oggetto, a l'apertura. Si può dimostrare che

$$d = \frac{\lambda}{2a} \quad (10.0.21)$$

L'apertura $a = n \sin \varphi$ nell'aria ($n = 1$) ovviamente non può essere maggiore di 1. Ma se l'oggetto è posto in un liquido, per il quale n ha un valore grande, a può essere maggiore di 1, e si può addirittura salire fino al valore $a = 1,6$ (vedi sotto ciò che si riferisce ai sistemi ad immersione). Prendendo per raggi verdi $\lambda = 0,00052$, si ottiene per gli oggetti più piccoli visibili al microscopio

$$d = \frac{1}{6000} \text{ mm} \quad (10.0.22)$$

L'apertura a non potendo essere ulteriormente ingrandita, Köhler (*Phys. Ztschr* 5, pag. 666, 1905; *Verh. d. d. phys. Ges.* 6, pag. 270, 1904) ebbe l'idea di aumentare ancora di più il potere risolutivo, di conseguenza di diminuire d , facendo diminuire λ . Ha ottenuto questo risultato illuminando l'oggetto con la luce *ultravioletta*. Ha usato la riga molto intensa del magnesio $\lambda = 280\mu\mu$, o la riga del cadmio $\lambda = 275\mu\mu$. Nel primo caso ha usato un oculare fluorescente, e in entrambi i casi il metodo fotografico. Köhler ha costruito e descritto con Rohr (*Instr.* 24, p. 341. 1904), uno strumento microfotografico. Per $\lambda = 275\mu\mu$ e $a = 1,25$, il risultato è lo stesso della luce diurna ($\lambda = 550\mu\mu$) l'apertura era $a = 2,5$.

Da ciò che precede si vede quanto sia grande l'importanza dell'apertura.

4. Lente d'ingrandimento o microscopio

Si chiama lente d'ingrandimento o microscopio semplice una lente biconvessa usata per guardare gli oggetti. L'oggetto considerato AB (fig. 305) è posto tra la lente d'ingrandimento e il primo fuoco principale F. Si ottiene così un'immagine virtuale, dritta e ingrandita A_1B_1 ; il centro dell'occhio è alla distanza ε dal secondo fuoco.

Non bisogna includere qui nella formula (4) la distanza Δ_0 dall'occhio all'oggetto uguale a CD, perché alla distanza CD non si può (senza lente d'ingrandimento) vedere l'oggetto; bisogna porre $\Delta_0 = \varphi$. Le formule (1) e (2) dell'ingrandimento geometrico G e della potenza P restano applicabili senza modifiche; si deve porre nella formula (4) $\Delta_0 = \varphi$, di modo che l'ingrandimento reale sia uguale a

$$W = \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon\varphi}{F\Delta}$$

dove $\Delta = CE$ indica la distanza dal centro dell'occhio all'immagine dell'oggetto. In pratica, si pone la lente di ingrandimento in modo che Δ sia uguale alla distanza minima di visione distinta. Si ha in questo caso

$$\begin{aligned} G &= \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon}{F} \\ P &= \frac{1}{F} + \frac{\varepsilon}{F\varphi} \\ W &= \frac{\varphi}{F} + \frac{\varepsilon}{F} = G \end{aligned}$$

cioè, l'ingrandimento reale è uguale all'ingrandimento geometrico.

Il massimo ingrandimento si ottiene per $\varepsilon = F$, cioè quando il centro dell'occhio coincide con il centro ottica della lente di ingrandimento (nelle modifiche di posizione degli occhi la condizione $\Delta = \varphi$ deve rimanere soddisfatta), che è praticamente irrealizzabile. Tuttavia se F non è molto piccolo, possiamo porre $\varepsilon = F$, applicando l'occhio tutto contro la lente d'ingrandimento. In questo caso si ha per i due ingrandimenti G e W

$$G = W = \frac{\varphi}{F} + 1 \quad (10.0.23)$$

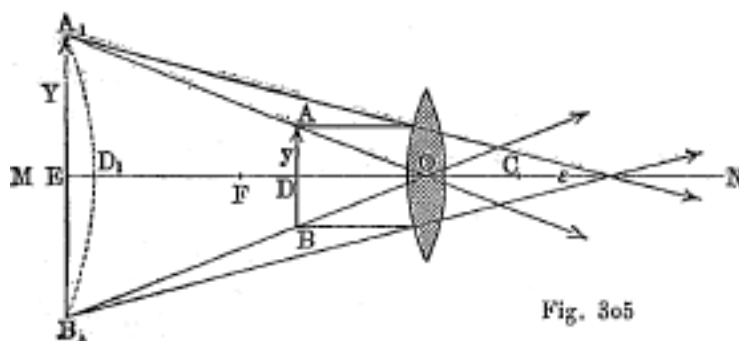
e per la potenza

$$P = \frac{1}{F} + \frac{1}{\varphi} \quad (10.0.24)$$

Quando F è piccolo rispetto a φ e la lente d'ingrandimento è contro l'occhio stesso, ε è pure piccolo rispetto a φ (perché si ha $\varepsilon < F$) e si possono scrivere le seguenti relazioni

$$\begin{cases} G = W = \frac{\varphi}{F} \\ P = \frac{1}{F} \end{cases} \quad (10.0.25)$$

Gli ingrandimenti sono uguali al rapporto tra la distanza φ (25 cm) e la distanza focale F ; la potenza P è inversamente proporzionale alla distanza focale F .



Si può così stabilire immediatamente la formula (16). Si veda in figura che si ha $G = A_1B_1/AB = EO/DO$. Ma dalla

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$

si ha $f_1 = OD$, $f_2 = -OE$ e di conseguenza $G = -\frac{f_2}{f_1}$.

La stessa formula dà

$$f_1 = \frac{Ef_2}{f_2 - F} = \frac{F\varphi}{\varphi + F}$$

poiché si ha $f_2 = OE = -\varphi$. Di conseguenza

$$G = -\frac{f_2}{f_1} = \frac{\varphi}{f_1} = \frac{\varphi + F}{F} = \frac{\varphi}{F} + 1$$

Invece di una lente, si impiega talvolta un sistema di due o tre lenti, che costituiscono una lente d'ingrandimento *composta*. Abbiamo visto, vedi (6-77, b), che due lenti, di lunghezze focali F' e F'' e alla distanza δ l'una dall'altra, sono equivalenti ad una singola lente di lunghezza focale F , tale che si ha tra F , F' , F'' e δ la seguente relazione

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{\delta}{F'F''}$$

La figura 306 rappresenta la lente d'ingrandimento di Fraunhofer; Wilson, Ploessl, Wollaston e altri hanno pure costruito lenti d'ingrandimento composte. Lo scopo principale cercato nella combinazione di lenti multiple è un ingrandimento elevato con aberrazioni sferiche e cromatiche le più piccole possibili.

La lente d'ingrandimento cilindrica, rappresentata in sezione nella figura 307, è molto diffusa; è costituita da un cilindretto di vetro, le cui basi sono convesse e hanno una curvatura diversa. L'oggetto da osservare è posizionato (ad es. la microfotografia di un paesaggio) sul lato meno convessa, che a volte è piatta, e si avvicina l'altra all'occhio. È facile rendersi conto che questa lente di ingrandimento fornisce immagini diritte e ingrandite.



Fig. 306



Fig. 307

5. Oculari composti

Si ottengono nei microscopi e nei cannocchiali e telescopi immagini reali di oggetti mediante l'obiettivo; queste immagini sono visualizzate attraverso l'oculare, che qui funge da lente d'ingrandimento. L'oculare può essere semplice o composto, cioè formato da uno o più lenti. Gli oculari più utilizzati sono quelli di Huygens (o di Campani) e Ramsden.

L'oculare di Huygens è rappresentato dalla fig. 308; è fatto di due lenti piano-convesse a e b , le cui facce curve sono rivolte dal lato della lente. A rigor di termini, la lente a deve essere considerata come facente parte dell'obiettivo, perché l'immagine dell'oggetto si forma tra b e a in cd , dove si trovano anche i fili del micrometro oculare. L'immagine viene visualizzata attraverso la lente d'ingrandimento b . Tra la focale F' della lente a , la distanza reciproca D delle lenti e la distanza focale F'' di b esistono le seguenti relazioni

$$\frac{F'}{3} = \frac{D}{2} = \frac{F''}{1}$$

da cui si ricava

$$F' = \frac{3}{2}D \quad F'' = \frac{1}{2}D$$

Questo è quanto si esprime dicendo che gli oculari di Huygens, anche chiamati oculari negativi, sono costruiti sul simbolo 3, 2, 1 adottato da Dollond. Le formule (75) e (77,a), danno per la distanza focale F di tutto il sistema e le distanze h_1 e h_2 dai piani principali alle lenti (i cui spessori sono supposti molto piccoli)

$$F = \frac{3}{4}D = \frac{1}{2}F' = \frac{3}{2}F''$$

$$h_1 = 3h_2 = \frac{3}{2}D = F' = 3F''$$

La distanza δ tra i piani principali è

$$\delta = \pm (D - h_1 - h_2)$$

Si ha nel nostro caso

$$\delta = D = \frac{2}{3}F' = 2F''$$

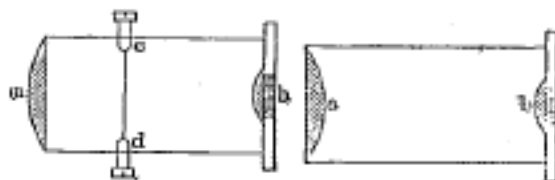


Fig. 308

Fig. 309

L'oculare di Ramsden è il tipo di oculare *positivo*; si compone (fig. 309) di due lenti piano-convesse considerando le loro facce curve, e formanti insieme una lente di ingrandimento composta, con la quale si osserva l'immagine data con l'obiettivo. Si ha per questo oculare la relazione

$$\frac{F'}{3} = \frac{D}{2} = \frac{F''}{3}$$

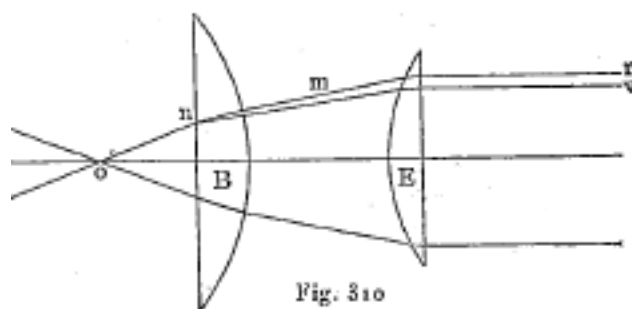
da cui si ricava

$$F' = F'' = \frac{3}{2}D$$

Si trova come prima

$$\begin{aligned} F &= \frac{9}{8}D = \frac{3}{4}F' = \frac{3}{4}F'' \\ h_1 = h_2 &= \frac{3}{4}D = \frac{1}{2}F' = \frac{1}{2}F'' \\ \delta &= \frac{1}{2}D = \frac{1}{3}F' = \frac{1}{3}F'' \end{aligned}$$

L'oculare di Huygens e quello di Ramsden hanno entrambi una piccola aberrazione cromatica e sferica. Ci accontenteremo di indicare come è realizzato l'acromatismo nell'oculare di Ramsden. Sia *o* (fig. 310) un punto appartenente all'immagine acromatica dell'oggetto, data dall'obiettivo e che si trova nel piano dei fili del micrometro oculare. Il raggio *on* è scomposto nel suo passaggio attraverso la prima lente B nelle sue parti costituenti, in modo che il raggio rosso *m* si trovi a una distanza maggiore dall'asse ottico del sistema rispetto al raggio viola. Nel suo passaggio attraverso la seconda lente E il raggio rosso *r* è più fortemente rifratto che se avesse la direzione del raggio viola *v*, perché è più vicino al bordo di E. Questa circostanza fa sì che i raggi rosso e viola escano quasi paralleli e l'acromatismo dell'oculare di Ramsden è così realizzato.



Ricordiamo qui, oltre ai due microscopi dotati di oculari di Huygens e Ramsden, l'oculare Gauss (fig.134) e quello di Lamont-Abbe costruito da Martens.

6. Microscopi

Le regole teoriche e pratiche per la costruzione dei microscopi si sono talmente moltiplicate negli ultimi tempi che ad esse sono state dedicate numerose opere speciali. Dobbiamo limitarci nel nostro trattato a poche osservazioni generali.

Il *microscopio* è costituito da un obiettivo a breve distanza locale - l'oggetto deve essere fuori fuoco, il più vicino possibile ad esso - e da un oculare (il più delle volte un oculare Huygens), che serve a considerare l'immagine reale, invertita e ingrandita dell'oggetto, data dall'obiettivo.

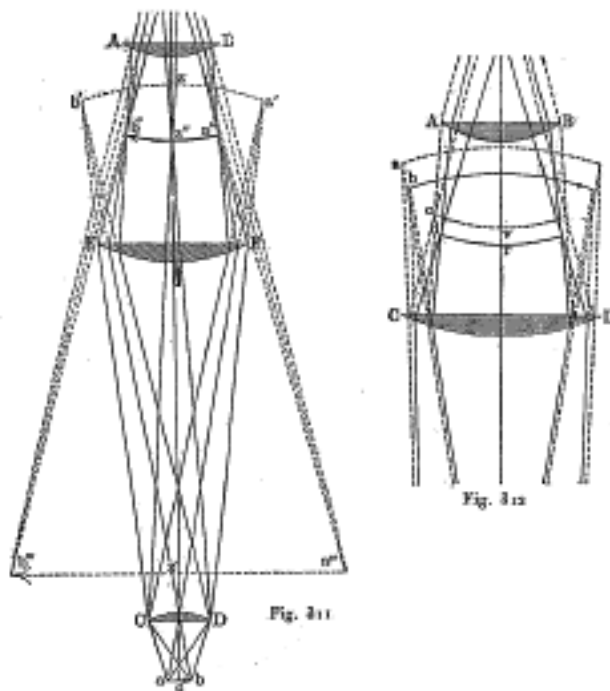
La figura 311 indica il percorso dei raggi. L'oggetto *ab* è vicino all'obiettivo CD, che qui è rappresentato come una lente semplice, ma in realtà è composto da più lenti. Oggi non si utilizza più un semplice obiettivo, che darebbe un'immagine *a'b'*, convessa sul lato dell'oculare, perché il punto *c* è più vicino al centro dell'obiettivo rispetto ai punti *a* e *b*. La relazione generale

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$$

tra la distanza f_1 di un punto e la distanza f_2 dalla sua immagine alla lente ci dà

$$f_1 = \frac{F}{1 - \frac{F}{f_1}} \quad (10.0.26)$$

Ne segue che per f_1 positivo e maggiore di F , che corrisponde al nostro caso, f_2 aumenta quando f_1 diminuisce. La prima lente EF dell'oculare composto trasporta, per così dire, l'immagine $a'b'$ in $a''b''$, che è concava sul lato dell'occhio ed ecco perché: si può considerare $a'b'$ come un oggetto virtuale, la cui distanza f_1 dalla lente EF è negativa. La formula (19) ci mostra che f_1 , essendo negativa la distanza f_2 , aumenta quando f_1 cresce in valore assoluto. Di conseguenza $a''b''$ sarebbe fortemente concavo sul lato di AB, se $a'b'$ fosse piano. La convessità di $a'b'$ non viene quindi solo distrutta, ma $a''b''$ diventa anche leggermente concava sul lato di AB. Quest'ultima lente AB dà di $a''b''$ un'immagine virtuale $a'''b'''$, ingrandita e diritta rispetto ad $a''b''$, cioè invertita rispetto all'oggetto. Se $a''b''$ fosse piana, $a'''b'''$ sarebbe convessa sul lato di AB, si veda la figura 305. Ma il punto z'' è un po' più lontano da AB di a'' e b'' , e questa circostanza fa sì che la sua immagine si formi un po' più vicino alla lente AB, perché secondo la formula (19) per $f_1 < F$ i valori assoluti di f_1 e di f_2 variano nello stesso verso. Si ottiene quindi un'immagine $a'''b'''$ che non è convessa, ma piana; questo è uno dei vantaggi dell'oculare considerato.



L'oculare deve anche formare un sistema acromatico con l'obiettivo. A volte nessuno dei due presi separatamente è acromatico, ma uno corregge l'acromatismo dell'altro. La Figura 312 mostra come ciò si ottiene; i raggi rossi sono rappresentati da tratti continui, i raggi viola da linee tratteggiate. L'obiettivo non acromatico dà una infinità di immagini, i cui punti viola a e rosso b sono gli estremi; la lente del CD li trasporta in c e d . Nella lente AB i raggi viola sono rifratti più fortemente di quelli rossi, ma poiché il punto viola c è più vicino ad AB del punto rosso d e i raggi viola che cadono su AB di conseguenza formano un fascio più divergente dei rossi, gli uni e gli altri escono dalla lente AB in direzioni parallele e l'acromatismo dell'immagine finale è così ottenuto. Oggi, invece, si rende il più possibile l'obiettivo e l'oculare separatamente acromatici.

La potenza P del microscopio è uguale a $1/F$, dove F è la distanza focale dell'intero sistema, poiché la formula (2) di questa sezione, ε è sempre piccolo rispetto a Δ (il secondo fuoco

principale di tutto il sistema coincide quasi con il secondo fuoco principale dell'oculare). Se F' e F'' sono le distanze focali principali dell'obiettivo e dell'oculare, D la distanza tra loro, si può nella formula generale $\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F'F''}$

$$P = \frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F'F''} = \frac{F' + F'' - D}{F'F''} \quad (10.0.27)$$

trascurare le grandezze F' e F'' rispetto a D , in modo da ottenere per la potenza del microscopio l'espressione seguente

$$P = -\frac{D}{F'F''} \quad (10.0.28)$$

Il segno meno significa che l'immagine risultante è invertita. L'ingrandimento geometrico G è qui uguale all'ingrandimento reale W , perché è necessario porre, come per la lente d'ingrandimento, nelle formule (1) e (4). $\Delta = \Delta_0 = \varphi$; l'immagine vista al microscopio deve trovarsi, come l'oggetto considerato direttamente, alla distanza minima di visione distinta. Se si trascura di nuovo la grandezza ε rispetto a $\Delta = \varphi$, si ottiene

$$W = G = \frac{\varphi}{F}$$

Si ricava la stessa formula della (4,a), portandovi la (20) e facendo $\Delta_0 = \varphi$.

Introducendo qui F tratto dalla formula (20) e tralasciando ancora le grandezze F' e F'' rispetto a D , si ottiene come ingrandimento reale del microscopio

$$W = \frac{D\varphi}{F'F''} \quad (10.0.29)$$

Questa formula può anche essere stabilita direttamente. L'ingrandimento W è uguale a W_1W_2 , dove W_1 è l'ingrandimento dell'obiettivo, W_2 quello dell'oculare. Si ha inoltre $W_1 = f_2/f_1$, dove f_1 è la distanza dell'oggetto, f_2 quella dell'immagine (reale) all'obiettivo; ma f_1 e f_2 differiscono poco da F' e D , si ha quindi $W_1 = D/F'$. Si ha, d'altra parte, dalla formula (18) $W_2 = \varphi/F''$, e di conseguenza $W = W_1W_2 = D\varphi/F'F''$.

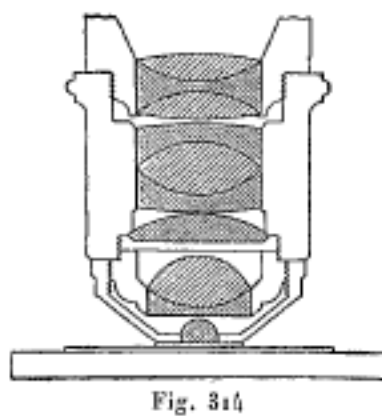
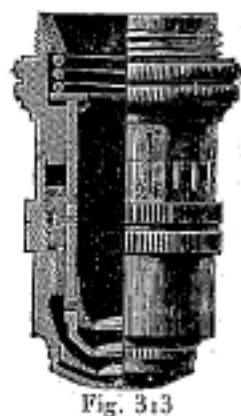
Gli obiettivi nei microscopi recenti devono soddisfare tutta una serie di condizioni: le aberrazioni sferiche e cromatiche devono essere le più basse possibili; la distanza focale F' deve essere piccola, essendo la distanza dell'oggetto dalla superficie anteriore della prima lente (distanza frontale) relativamente grande; il campo visivo deve essere ampio. Si possono soddisfare tutte queste condizioni, solo con un obiettivo di più lenti.

Prima di questi tempi recenti ciascuna lente dell'obiettivo era doppia, ma generalmente non acromatica.

La figura 313 mostra un esempio di obiettivo composto; è formato da quattro lenti, di cui le due inferiori possono essere alzate o abbassate separatamente mediante rotazione attorno ad un anello. Questo serve a diminuire l'aberrazione, prodotta dal vetrino che di solito copre l'oggetto e che dipende dallo spessore di questo vetro. Questa aberrazione è dovuta a una causa analoga a quella dell'aberrazione sferica nelle lenti.

La presenza di un liquido, ad esempio una goccia di acqua tra la lamina che ricopre l'oggetto e la lente frontale, presenta grandi vantaggi; si ottiene così quello che è chiamato un sistema o un *obiettivo a immersione*.

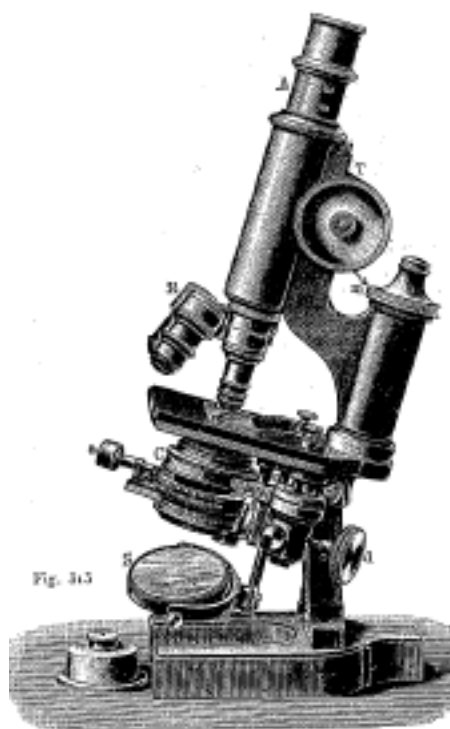
Fu nel 1840 che Amici propose il primo sistema a immersione; E. Hartnack (1855) perfezionò poi questo sistema, ed infine nel 1878 Abbe propose il *sistema ad immersione omogenea*, in cui la lamina che ricopre l'oggetto, il liquido e la prima lente dell'obiettivo hanno all'incirca gli stessi indici di rifrazione, in modo che i raggi provenienti da un punto qualsiasi dell'oggetto si propaghino quasi rettilineamente fino alla loro uscita dalla prima lente dell'obiettivo. L'olio di cedro è solitamente usato come liquido, che ha indice di rifrazione $n_D = 1,515$. L'importanza dei sistemi ad immersione, a causa della maggiore apertura, è già stato evidenziato nel § 3.



Abbiamo indicato in precedenza un caso notevole di completa assenza di aberrazione sferica, per raggi provenienti da un punto S all'interno di una sfera di raggio R , essendo la sua distanza dal centro della sfera uguale a $a = R : n$, dove n indica l'indice di rifrazione della sostanza della sfera. Amici è stato il primo a realizzare questo caso, costruendo obiettivi composti, in cui la prima lente aveva la forma di una semi sfera. Il punto considerato dell'oggetto coincide qui con il punto S (fig. 95), posto all'esterno della lente, per esempio, nell'aria. Utilizzando un sistema a immersione, in particolare un sistema omogeneo di Abbe, giungeva all'obiettivo un fascio di raggi molto ampio, che attraversa la prima lente senza aberrazione sferica. È su questo principio che si basano i miglioramenti apportati da Zeiss nella costruzione dei microscopi, sulle indicazioni di Abbe. I suoi *obiettivi apocromatici* sono obiettivi composti, che hanno un aplanetismo e acromatismo molto grande. La figura 314 mostra la costruzione di un obiettivo apocromatico: è composto da cinque lenti, una doppia e due triple; l'ultima ha la forma di una semisfera.

La montatura dei microscopi varia molto, a seconda delle officine da cui escono i dispositivi.

La figura 315 rappresenta uno dei microscopi più recenti. Tutta la parte sostenuta dal piede può ruotare attorno a un asse orizzontale, di modo che si può portare il tubo, nel quale sono montati l'obiettivo e l'oculare, in una posizione qualsiasi tra l'orizzontale e il verticale. La lunghezza del tubo si regola con l'uso di una scala A . Tre obiettivi (sistema a pistola) possono essere rapidamente sostituiti tra loro. La vite T serve per una messa a fuoco ravvicinata, la testa della vite m per una messa a fuoco esatta. Al di sotto della tavoletta dell'obiettivo si trova il sistema di illuminazione di Abbe, che comprende lo specchio S , il diaframma J e un sistema di lenti (condensatore). Sulla figura 316 sono rappresentate in a e b dei condensatori formati da due e tre lenti. La figura 317 rappresenta un diaframma iridato con un'apertura circolare, il cui raggio può essere variato a piacere, ruotando una testa di vite visibile in a sulla figura 315.

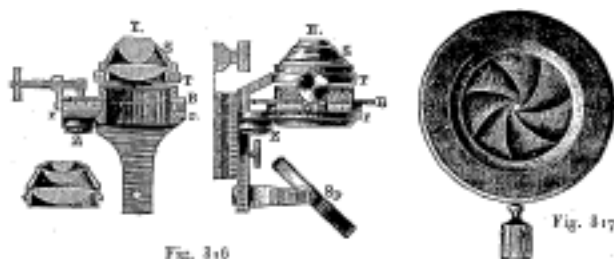


Per la determinazione sperimentale dell'ingrandimento del microscopio si punta attraverso il microscopio un micrometro obiettivo, cioè una lastra di vetro, sulla quale sono tracciate suddivisioni molto fini, distanti, ad esempio, $0,01\text{ mm}$, e con una camera chiara (di Nacet, Nobert, ecc.), che permette di vedere simultaneamente l'immagine dell'oggetto nel microscopio e una scala posta su una tavola di fianco ad essa, si confronta la grandezza delle divisioni viste nel microscopio con quelle viste su questa scala.

Per apprezzare il valore pratico di un microscopio, ci si può avvalere della sua capacità di rendere visibili piccoli tratti su lastre di vetro appositamente predisposte. Nobert è il primo che ha preparato tali lastre; la distanza dei loro tratti oscilla tra $\frac{1}{10000}$ e $\frac{1}{20000}$ di linee di Parigi¹. Ci si serve pure come oggetto test naturale di squame delle ali di una farfalla, *Hipparchia Janira*, e per i microscopi più potenti, di diatomee *Navicula* e *Pleurosigma*, che mostrano bande o linee molto sottili.

Ci sono microscopi con 2, 3 e 4 tubi, che consentono a più osservatori di considerare contemporaneamente lo stesso oggetto. Questi dispositivi includono oltre alle normali lenti, specchi o prismi a riflessione totale.

Inoltre, ci sono microscopi a due tubi per la visione binoculare. Sebbene le immagini così osservate dai due occhi siano uguali tra loro, si verifica comunque un *effetto stereoscopico* (vedi capitolo successivo), perché le due immagini non hanno la stessa luminosità. Nacet, Riddel e Wenham hanno costruito questi *microscopi binoculari*. La figura 318 rappresenta il microscopio di Nacet, la figura 319 ne mostra la costruzione interna; si basa sull'uso di numerosi prismi a riflessione totale.



¹Dopo, Grayson di Melbourne, ha preparato lastre dello stesso tipo che contengono fino a 120000 linee ($1\text{ linea} = 2,256\text{ mm}$) per pollice inglese.

C. Chabrié ha costruito, su un principio interamente nuovo, uno strumento chiamato Diastoloscopio, che serve ad ottenere ingrandimenti molto elevati e a misurare gli spostamenti di oggetti luminosi. Se un disco circolare luminoso giace su un piano perpendicolare all'asse di un cono a base circolare in cristallo, l'immagine di questo disco su uno schermo è un anello circolare. Più un punto è vicino al centro nell'oggetto-disco, più la sua immagine è vicina alla circonferenza più grande dell'anello. La distanza di due punti, presa su una circonferenza disegnata su un oggetto luminoso e concentrica a questo oggetto supposto circolare, è fortemente aumentata sulla circonferenza immagine; la distanza di due punti su un raggio condotto dal centro dell'oggetto luminoso ad una determinata circonferenza presa sull'oggetto è appena aumentata nell'immagine. Il Diastoloscopio consiste in una montatura in rame che funge da supporto a un cono a base circolare in cristallo il cui asse è sul prolungamento di quello di un altro cono circolare della stessa sostanza, più piccolo, montato all'estremità di un tubo, che scorre con leggero attrito all'interno del primo supporto. Il dispositivo si adatta al posto dell'oculare di un microscopio; è formato da due coni, per ridurre gli effetti di dispersione sulla nitidezza delle immagini. Chabrié ha fornito la teoria di questo strumento; pensa di poter ottenere ingrandimenti da 5000 a 6000 diametri².

Ora affrontiamo un lavoro molto interessante di Siedentoff e Zsigmondy³, che hanno sviluppato un metodo per rendere visibili particelle ultramicroscopiche, o più esattamente per renderle rilevabili separatamente. Come abbiamo visto, il limite del potere risolutivo di un microscopio è di circa $1/6000\text{ mm}$ millimetri, cioè che due punti, che si trovano a una distanza minore, non possono più avere immagini visibili separatamente. A causa dei fenomeni di diffrazione i punti luminosi danno, come visto, piccoli cerchi luminosi, che non possono più essere considerati come immagini di questi punti; a causa dei cerchi di diffrazione non si può produrre alcuna immagine di un oggetto più piccolo di $1/6000\text{ mm}$; un tale oggetto non può quindi essere visto nel microscopio, cioè non può essere considerato nelle sue parti.

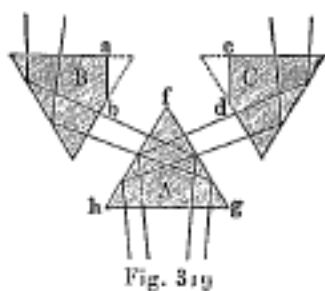


Fig. 319

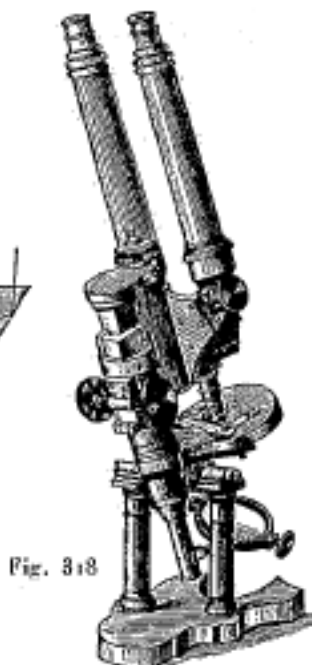


Fig. 318

Ma non risulta da quanto precede, che non ci si possa rendere conto con l'occhio dell'esistenza di un corpo di più piccole dimensioni. Un corpo è percettibile per noi otticamente, se i raggi che ne provengono producono sulla retina del nostro occhio un'eccitazione di una intensità

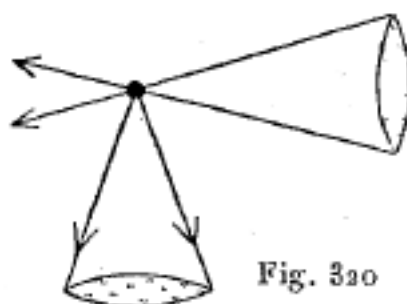
²C. R. 138, p.p. 265, 349, 560, 799 (1904); *Ann. de chim. et de phys.* (8) 2, p. 449, (1904).

³*Drud. Ann.* 10, p. 1, 1903.

sufficiente. Non è quindi necessario, che si formi un'immagine del corpo; basta solo che il cerchio di diffrazione possieda un'intensità sufficiente. Riassumendo: *il punto più piccolo è visibile, cioè osservabile, purché l'intensità del suo irraggiamento sia sufficiente*. In questo modo parliamo, per esempio, di stelle visibili. Tuttavia le stelle sono in realtà troppo lontane per essere visibili, cioè per poter essere viste come dei corpi. Constatiamo solo la loro esistenza, essendo sufficiente la luce che esse emettono e che penetra nel nostro occhio a produrre un'eccitazione ottica percepibile. Se si segna su una lastra di vetro argentata un riga larga $0,1\mu$ e la si illumina fortemente, si vede questa fenditura, benché non se ne possa formare un'immagine sulla retina.

Su questo procedimento si basa il metodo Siedentoff e Zsigmondy per rendere visibili particelle ultramicroscopiche, per esempio, le scaglie d'oro eccessivamente sottili distribuite nel vetro rubino. *È semplicemente necessario per questo illuminare a sufficienza queste scaglie e guardarle attraverso un microscopio*. Quando la distanza tra le particelle è sufficiente, vale a dire quando non sono ultramicroscopiche, i loro cerchi di diffrazione dovrebbero essere percepibili separatamente.

Per produrre un illuminamento intenso, si utilizza un condensatore. Affinché i raggi illuminanti non siano troppo fastidiosi, la loro direzione deve essere normale all'asse del microscopio, come rappresentato schematicamente in figura 320.



Per produrre l'illuminazione più intensa possibile di un volume molto piccolo, si usa la disposizione rappresentata dalla figura 321. I raggi solari riflessi da un eliostato (vedi sotto) penetrano attraverso un diaframma ad iride (fig. 317) nello spazio oscurato utilizzato per l'osservazione, dove è presente il supporto mobile G di un banco ottico con un prisma metallico P. I raggi solari raggiungono prima l'obiettivo del cannocchiale F, (circa 100 millimetri di lunghezza focale), che dà nel piano della fenditura orizzontale S una grossa immagine del sole di circa 1 mm . La larghezza della fenditura varia a seconda delle esigenze da $0,05\text{ mm}$ a $0,5\text{ mm}$, la lunghezza orizzontale da $0,1\text{ mm}$ a 2 mm ; N è un polarizzatore (vedi sotto) necessario per alcune ricerche; J è un diaframma a iride, B un diaframma a forma di fibbia, con l'aiuto del quale è possibile intercettare la metà inferiore dei raggi.

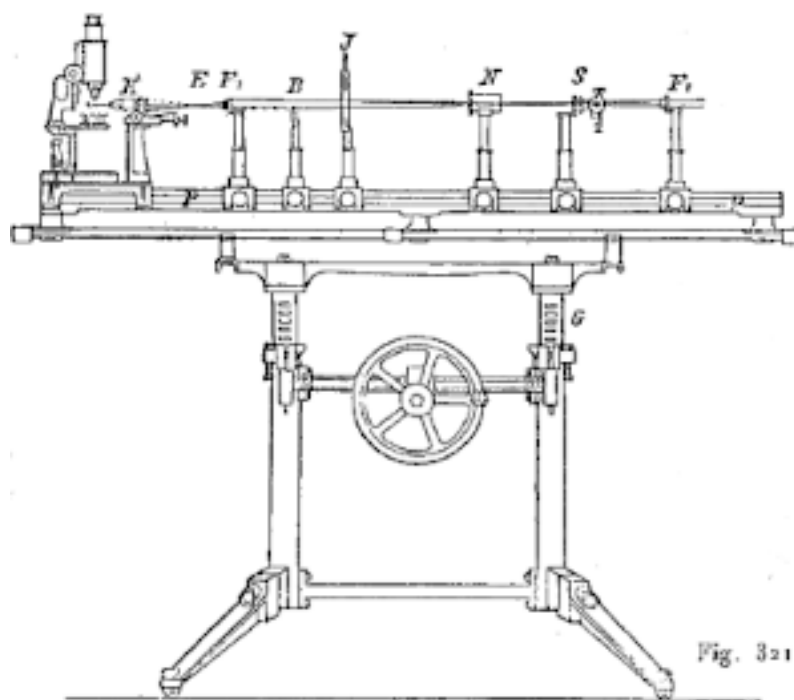


Fig. 321

Un secondo obiettivo F_2 con lunghezza focale di 80 mm fornisce nel piano dell'immagine E del condensatore K un'immagine quattro volte più piccola della fenditura E. L'obiettivo del microscopio utilizzato come condensatore fornisce quindi di questa immagine E una nuova immagine ancora circa 9 volte più piccola, al centro del corpo da studiare. Questo corpo è fissato all'obiettivo del microscopio utilizzato per l'osservazione; può consistere di un corpo solido (vetro rubino) o da un contenitore speciale con un liquido.

Si vede nel microscopio l'immagine rappresentata dalla figura 322: all'interno del campo visivo orbicolare, si vede il cono di luce che si restringe dapprima per poi allargarsi di nuovo. La parte più stretta corrisponde all'immagine della fenditura ad S data dal condensatore.

La larghezza del cono corrisponde alla lunghezza della fenditura e la profondità della banda luminosa, che può essere valutata solo cambiando la messa a fuoco del microscopio, corrisponde alla larghezza della fenditura.

Si vedono all'interno del cono i cerchi di diffrazione, prodotta dalle particelle ultramicroscopiche. Secondo un calcolo di Siedentoff la più piccola grandezza superficiale resa visibile all'occhio con questo metodo sarebbe di $36 (\mu\mu)^2$; ciò corrisponde alla dimensione lineare $6\mu\mu$, cioè dieci volte circa l'ordine di grandezza delle molecole medie ($0,6\mu\mu$).

Siedentoff e Zsigmondy hanno anche cercato di determinare la dimensione delle particelle d'oro che si trovano nel vetro rubino, contando il numero di particelle contenute in un certo volume, la cui massa totale era determinata in base al contenuto di oro del vetro. Tuttavia Quincke⁴ non considera non queste misure come immuni da critiche. Il metodo che abbiamo appena descritto può acquisire grande importanza nello studio di mezzi torbidi, di soluzioni colloidali, ecc.

⁴C. R. 136, p. 1657, (1903); 138, p.p. 1584, 1692, (1904).

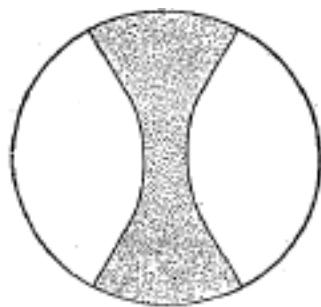


Fig. 322

Cotton e Mouton⁵ hanno dato al metodo di Siedentoff e Zsigmondy una forma molto conveniente. Una goccia del liquido da studiare è ricoperta da un vetrino e il fascio luminoso penetra nel liquido dal basso, sotto un'incidenza tale da subire una riflessione totale sulla faccia superiore del vetrino; i raggi che servono all'illuminazione non possono arrivare in questo modo al microscopio.

7. Rifrattori astronomici

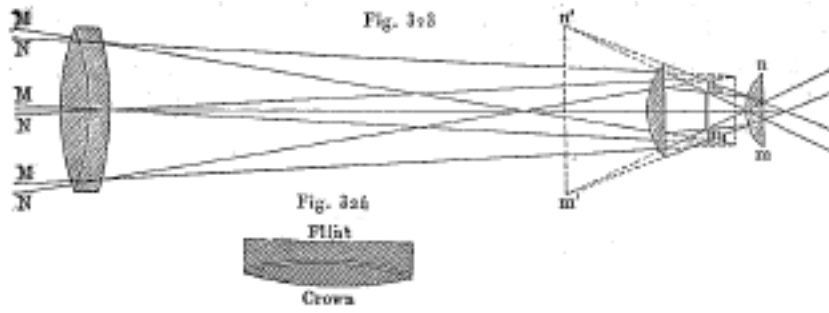
Gli strumenti, che servono a potenziare l'occhio per l'osservazione di oggetti più o meno distanti, sono generalmente chiamati cannocchiali. Quelli tra loro il cui obiettivo è uno specchio sono chiamati, in Francia, telescopi o anche talvolta cannocchiali catottrici, in contrapposizione ai normali cannocchiali, o diottrici, il cui obiettivo è un sistema di lenti; ciò equivale a distinguere tra rifrattori e riflettori: nei primi, l'immagine considerata attraverso l'oculare è prodotta da una lente, l'obiettivo, e negli ultimi è formata da uno specchio concavo. Nei rifrattori, l'obiettivo e l'oculare devono avere le più basse possibili aberrazioni cromatiche e sferiche. La figura 323 rappresenta il percorso generale dei raggi in un rifrattore, i raggi M che partono dal bordo superiore, i raggi N del bordo inferiore dell'oggetto lontano. La prima lente dell'oculare di Huygens è tra l'obiettivo e il suo fuoco e dà l'immagine n_1m_1 dell'oggetto, che viene poi trasformata in un'immagine ingrandita $n'm'$ dalla seconda lente nm . L'immagine ottenuta è quindi capovolta.

La figura 324 mostra un obiettivo acromatico; si compone di una lente biconvessa in vetro crown e di una lente quasi piano-convessa, rivolta verso l'oculare. Le superfici delle lenti, che si guardano, hanno quasi la stessa curvatura. Le lenti, il cui diametro non supera, ad esempio, quattro pollici, sono incollate insieme con del balsamo del Canada, ciò che diminuisce le perdite di luce per riflessione. Le lenti più grandi sono separate l'una dall'altra da tre piccoli pezzi di carta stagnola dello stesso spessore inseriti tra i loro bordi.

L'ingrandimento effettivo W è uguale al rapporto dell'angolo Θ , sotto il quale l'occhio dell'osservatore vede l'immagine dell'oggetto, con l'angolo Θ_0 , sotto il quale vede l'oggetto stesso. Poiché questi due angoli sono molto piccoli, li si può sostituire con le loro tangenti e porre

$$W = \frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{\tan \Theta}{\tan \Theta_0}$$

⁵ *Verh. d. d. phys. Ges.* 5, p. 108, 1903.



Sia α la dimensione dell'immagine reale, data dall'obiettivo; se si suppone che l'oggetto sia ad una distanza molto grande dal cannocchiale, si può prendere Θ_0 uguale alla sua grandezza angolare, contata dal centro dell'obiettivo; quest'ultima è anche uguale alla grandezza angolare dell'immagine, pure contata dal centro dell'obiettivo, cioè si ha $\tan \Theta_0 = \alpha/F_1$, dove F_1 è la lunghezza focale dell'obiettivo. Se si suppone inoltre che l'occhio sia molto vicino all'oculare, si può prendere come vertice dell'angolo Θ il centro dell'oculare; ne consegue che Θ è uguale all'angolo sotto il quale l'immagine reale è vista dal centro dell'oculare, considerato come un'unica lente. Poiché l'immagine reale è molto vicina al fuoco dell'oculare, si può porre $\tan \Theta_0 = \alpha/F_2$, dove F_2 è la distanza focale principale dell'oculare. Si ha quindi

$$W = \frac{\alpha}{F_2} : \frac{\alpha}{F_1} = \frac{F_1}{F_2} \quad (10.0.30)$$

L'ingrandimento di un rifrattore astronomico è proporzionale alla lunghezza focale dell'obiettivo e inversamente proporzionale alla lunghezza focale dell'oculare.

Esiste tutta una serie di metodi per la misura sperimentale dell'ingrandimento W . Ne indicheremo solo uno. Si regola il cannocchiale sull'infinito e lo si dirige su una parte perforante del cielo; si misura quindi il raggio r del cerchio luminoso, che si forma nella sezione più stretta del fascio di raggi uscenti dall'oculare. Sia d la distanza dell'oculare da questo cerchio, che non è altro che l'immagine dell'obiettivo illuminato dato dall'oculare. Se R indica il raggio dell'obiettivo, D la sua distanza dall'oculare, si ha

$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d}$$

Ma esiste tra D, d, F_2 la relazione fondamentale

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_2}$$

da cui si deduce la formula

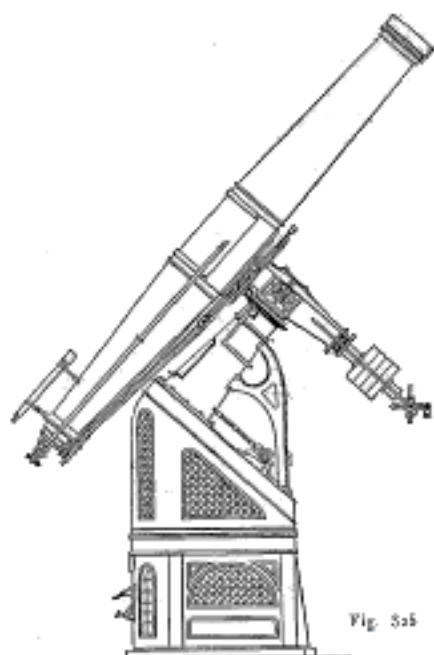
$$\frac{R}{r} = \frac{D}{d} = \frac{D - F_2}{F_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

poiché si ha $D = F_1 + F_2$. Se confrontiamo questa formula con la (23), si vede che

$$W = \frac{R}{r}$$

cioè che l'ingrandimento cercato del rifrattore è uguale al rapporto tra il raggio dell'obiettivo e il raggio del cerchio luminoso più piccolo, ottenuto al di là dell'oculare nelle condizioni prima indicate.

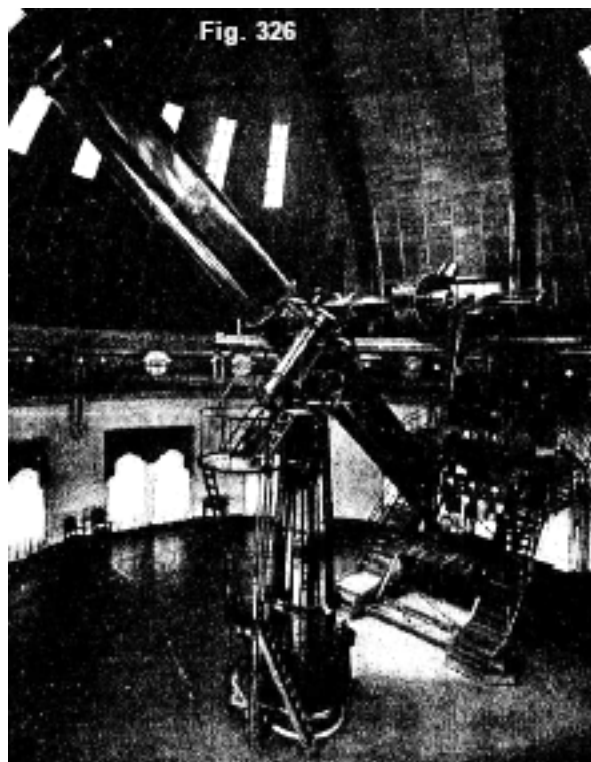
La dimensione del campo visivo, che dipende soprattutto dall'oculare può essere determinata misurando il tempo, che impiega una qualsiasi stella ad attraversare il campo visibile lungo un diametro.



L'assemblaggio dei rifrattori varia a seconda della loro destinazione. Dal momento che queste questioni sono in senso stretto il campo dell'astronomia pratica, devono essere lasciate a parte e ci limiteremo a dare un'idea di queste installazioni per mezzo di alcune figure. La figura 325 rappresenta il rifrattore dell'osservatorio di Vienna (scala $\frac{1}{68}$) e la figura 326 il nuovo rifrattore dell'Osservatorio di Potsdam. È un doppio rifrattore, cioè ha due obiettivi, possedenti una lunghezza focale di 12 m ; uno ha un'apertura di 80 cm ed è acromatico per i raggi chimicamente più attivi, l'apertura dell'altro, che è acromatico per i raggi visibili, è pari a 50 cm . Una speciale lente correttiva, posta a 2 m di distanza dal primo obiettivo, consente ai raggi visibili dalla convergenza nel fuoco. Senza questa lente i raggi 400 e $450\mu\mu$ sono convergenti.

Il tubo ha una sezione trasversale ovale ed è chiuso superiormente da una piastra di acciaio ovale: (di 142 cm di lunghezza e 85 cm di larghezza massima), in cui si trovano le due aperture per i due obiettivi.

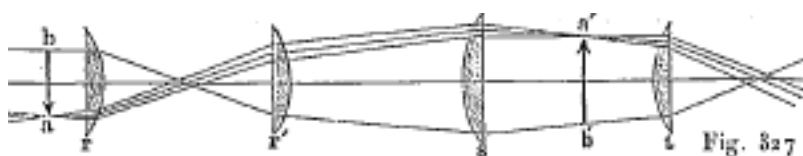
La parte mobile del dispositivo pesa 7000 kg , il suo peso totale è di 20000 kg . La cupola con annesso posto di osservazione pesa 200000 kg ; la rotazione della cupola avviene elettricamente in 5 minuti. Il materiale degli obiettivi si deve a Schott di Iena (Flint 0,430, Crown 0,203); il calcolo e la dimensione dell'obiettivo di 80 cm sono stati effettuato da Steinheil a Monaco.



L'osservatorio di Pulkovo a San Pietroburgo contiene un grande rifrattore. Prendiamo in prestito alcuni dati per la nostra descrizione dall'interessante articolo di A. L. Gerschoun sugli strumenti ottici nel dizionario enciclopedico di Brockhaus-Efron (T. XXII, pagina 72). L'obiettivo di 30 pollici (76 cm) di apertura è costituito da due lenti; il primo in vetro crown, ha un diametro di 31,5 pollici. Il raggio di curvatura della superficie esterna è di $5,105\text{ m}$; quello della superficie interna di $5,283\text{ m}$; il suo spessore è pari a $42,42\text{ mm}$, il suo peso a $34,5\text{ kg}$; l'indice di rifrazione per la riga del sodio ($\lambda = 0,589\mu$) è uguale a $1,519900$ e per la riga dello zinco ($\lambda = 0,472\mu$) a $1,527369$. La seconda lente è biconcava in vetro flint, il suo diametro è di 30,75 pollici, il raggio di curvatura della superficie superiore è $4,839\text{ m}$, quello della superficie inferiore di $140,130\text{ m}$; lo spessore della lente è $26,06\text{ mm}$, il suo peso di $61,5\text{ kg}$; gli indici di rifrazione per i suddetti raggi sono rispettivamente $1,622932$ e $1,637411$. Le parti superiori delle lenti sono a distanza una dall'altra di $136,91\text{ mm}$; prese insieme le due lenti formano un obiettivo di una distanza focale di $14,1205\text{ m}$ (a 16°C). La distanza focale aumenta di $0,0000315$ del suo valore per un aumento di temperatura di 1° . Un rifrattore delle stesse dimensioni è a Nizza; l'osservatorio Lick sul Monte Hamilton in California ha un rifrattore di 36 pollici. Il rifrattore Yerkes dell'Università di Chicago ha un'apertura di 40 pollici ($101,6\text{ cm}$) e una lunghezza focale di circa 20 m ; è attualmente il più grande rifrattore in servizio.

8. Cannocchiale terrestre

È necessario per l'osservazione degli oggetti terrestri, che le immagini ottenute siano diritte e non capovolte, come nel cannocchiale astronomico. Anche i cannocchiali terrestri hanno un oculare composto, formato da quattro lenti, che infine danno un'immagine diritta. La figura 327 rappresenta il percorso dei raggi in uno di questi oculari, chiamato oculare ortoscopico di Kellner. Qui ba rappresenta l'immagine reale capovolta, data dall'obiettivo che è soppresso nella figura. Le lenti r, r' e s danno l'immagine $a'b'$, capovolta rispetto a ba , cioè in realtà diritta; questa immagine è osservata con la quarta lente, che svolge il compito di lente d'ingrandimento.



Il cannocchiale di Galileo appartiene pure ai cannocchiali terrestri; si compone di un obiettivo convergente acromatico *oo* (fig. 328) e di un oculare *vv* biconcavo. Il cammino dei raggi è visibile sulla figura; la lente *oo* darebbe solo un'immagine *ab* dell'oggetto distante *AB*, ma i raggi convergenti nel punto *a*, per esempio, sono resi divergenti e danno un'immagine virtuale del punto *A* in *a'*, in modo che si formi un'immagine diritta *a'b'* dell'oggetto *AB*. Se si indica con α la grandezza dell'immagine *ab*, si vede che la grandezza angolare Θ dell'immagine *a'b'* per l'occhio, posto contro lo stesso oculare *vv*, è uguale ad α/d , dove *d* è la distanza tra *ab* e *vv*, che differisce poco dalla lunghezza focale F_2 dell'oculare, perché i raggi escono da *vv* con un debole divergenza. Si ha quindi $\Theta = \alpha/F_2$. Inoltre la grandezza angolare Θ_0 dell'oggetto *AB* è evidentemente uguale a α/D , dove *D* indica la distanza tra *ab* e *oo*, che differisce molto poco dalla lunghezza focale F_1 dell'obiettivo. Si ottiene di conseguenza per l'ingrandimento

$$W = \frac{\Theta}{\Theta_0} = \frac{\alpha}{F_2} : \frac{\alpha}{F_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

cioè la stessa espressione dell'ingrandimento di un rifrattore astronomico.

N. A. Liubimow⁶ ha per primo formulato una teoria esatta del campo visivo nel cannocchiale di Galileo.

Il binocolo non è altro che l'incontro di due cannocchiali di Galileo, consentendo così la visione binoculare.



9. Telescopi, riflettori o cannocchiali catottrici

Un telescopio si distingue dal cannocchiale astronomico solo per la sostituzione di uno specchio concavo al posto della lente che funge da obiettivo. Si distinguono tre sistemi principali di telescopi, i sistemi di Newton, Herschel e di Gregory; il telescopio Cassegrain è una modifica di quello di Gregory.

La figura 329 indica schematicamente la costruzione del riflettore chiave di Newton. Lo specchio concavo *ss* dà l'immagine *a* di un punto lontano, che è riflessa lateralmente dal piccolo specchio piano *p*; si può allora osservare questa immagine attraverso l'oculare *o*.

Herschel ha soppresso la doppia riflessione dei raggi, inclinando leggermente lo specchio concavo *ss* (fig. 330), in modo che l'immagine *a* possa essere osservata direttamente attraverso l'oculare *o*.

La fig. 331 indica la costruzione del telescopio di Gregory e il percorso dei raggi in questo strumento. Lo specchio concavo *ss* dà dell'oggetto un'immagine *a*, che cade tra il secondo specchio *V* e il suo fuoco principale; si forma così una seconda immagine *b*, ed è quest'ultima che si osserva attraverso l'oculare *o*, che è al centro del primo specchio concavo; l'immagine così ottenuta si trova tra *b* e *a*.

⁶Pogg. Ann. 148, p. 405, 1873.

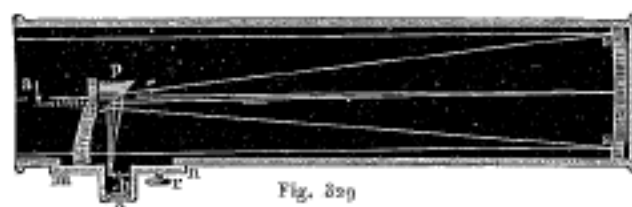


Fig. 329



Fig. 330

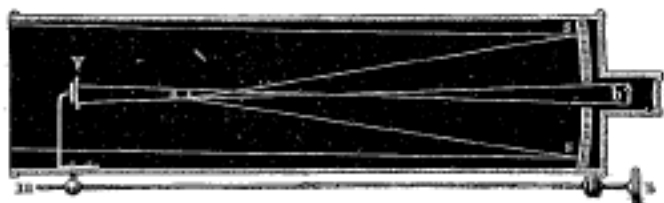


Fig. 331

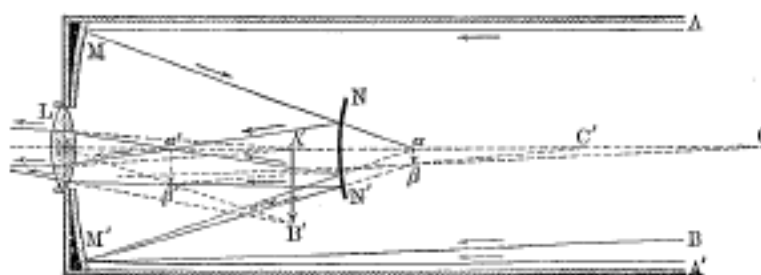
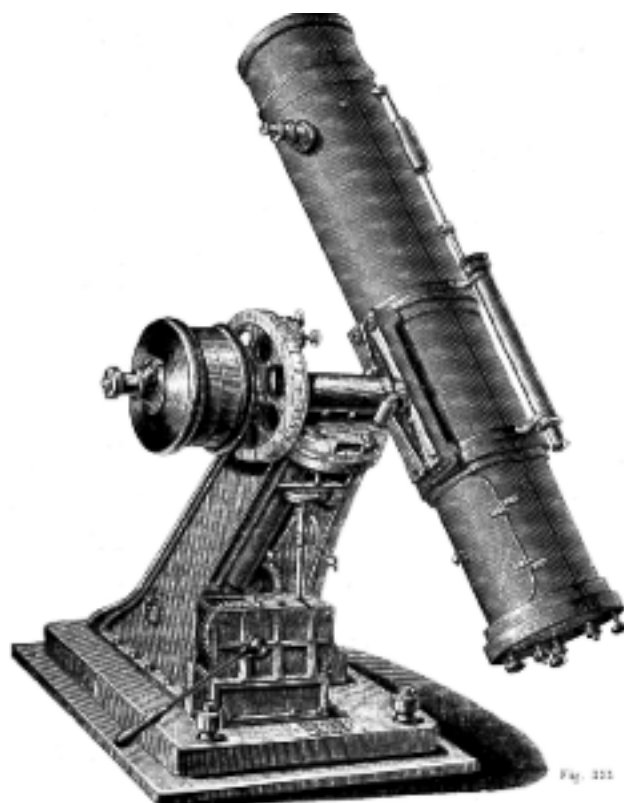


Fig. 332

Il riflettore Cassegrain (fig. 332) differisce dal precedente in quanto il secondo specchio concavo è qui sostituito da uno specchio convesso NN' ; la distanza di quest'ultimo dall'immagine $\alpha\beta$ è leggermente inferiore alla lunghezza focale del secondo specchio; anche i raggi convergenti restano convergenti e formano una nuova immagine $\alpha'\beta'$, che viene osservata attraverso l'oculare L .

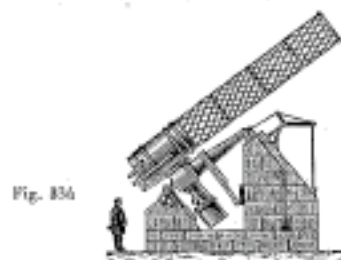
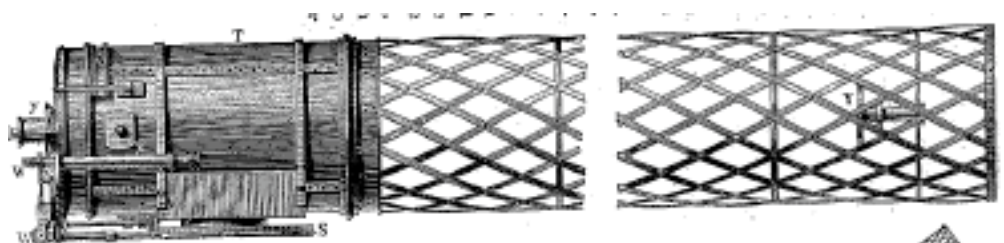
I telescopi hanno avuto una grandissima importanza prima della scoperta degli obiettivi acromatici, perché le immagini date da uno specchio sono naturalmente esenti dal cromatismo. Gli specchi si facevano esclusivamente in metallo, ma in questi ultimi tempi sono stati costruiti specchi in vetro argentato. Il grande riflettore di Parigi (fig. 335) presenta uno specchio di questo tipo, così come il riflettore dell'osservatorio di Ealing in Inghilterra; il diametro dello specchio del primo è di 120 cm , quello del secondo di 153 cm : entrambi sono telescopi di Herschel.



Ci si può rendere facilmente conto che l'ingrandimento nel telescopio di Newton è uguale a F_1/F_2 , dove F_1 indica la distanza focale dello specchio, F_2 quella dell'oculare; nei riflettori di Gregory e di Cassegrain, l'ingrandimento è uguale a F_1g/F_2 , dove g è l'ingrandimento dato dal solo specchio NN'.

La figura 333 rappresenta un piccolo riflettore di Browning; è costruito secondo il principio di Newton ed è molto diffuso in Inghilterra.

Le figure 334 e 334a rappresentano il celebre riflettore costruito nel 1870 da Grubb, sul principio di quello di Cassegrain, per l'osservatorio di Melbourne. Il diametro dello specchio, fabbricato con una lega di 4 parti di rame e 1 parte di stagno è di 122 cm (4 piedi), la sua lunghezza focale è di $9,3\text{ m}$, l'apertura del piccolo specchio di 20 cm , la sua lunghezza focale di $1,9\text{ m}$. La lunghezza totale di questo telescopio è di $8,2\text{ m}$. Esso è dotato di tutta una serie di oculari, il cui ingrandimento varia da 220 a 1000. Benché il peso delle parti mobili raggiunga gli 8000 kg , esse sono messe in movimento da un meccanismo a orologeria. Si vede in figura lo specchio convesso Y e l'oculare y. La figura 335 rappresenta, come già ricordato, il riflettore dell'osservatorio di Parigi.



Il più grande riflettore è stato costruito nel 1845 da Lord Rosse per il suo osservatorio di Birr in Irlanda.

Il diametro dello specchio è di 183 cm, (6 piedi) e la sua lunghezza focale è di 17 m, (0,55 piedi); è costruito secondo il di Newton. Nuovi miglioramenti nella costruzione delle lenti catottriche sono stati proposti da Ritchey⁷. Abbiamo già parlato nel capitolo IV, § 8, delle nuove leghe di Mach per la costruzione degli specchi.



Fig. 335

10. Strumenti di proiezione

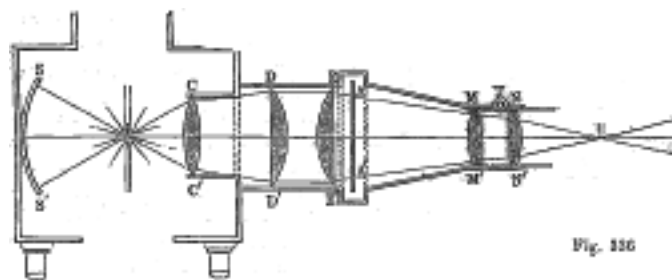
Si può dare questo nome a tutti gli apparecchi che servono a produrre su un piano, ordinariamente sulla superficie di uno schermo verticale, un'immagine reale, ingrandita e capovolta dell'oggetto da proiettare, opportunamente illuminato: tali sono le lanterne di proiezione, le camere fotografiche, ecc.

La *lanterna di proiezione* viene utilizzata per produrre su uno schermo immagini ingrandite di disegni, fotografie su vetro o piccoli oggetti.

La figura 336 rappresenta schematicamente la lanterna di proiezione di Duboscq. In L vi è una sorgente luminosa intensa: luce di Drummond o arco voltaico; SS' è uno specchio concavo, il cui centro è in L. Le lenti CC, DD' ed EE' formano ciò che viene chiamato il condensatore o l'accumulatore, che serve a trasformare il fascio incidente cilindrico (nel caso dei raggi solari, ad esempio) o divergente CLC' in un cono di raggi che raggiungono tutti la superficie di AA'. Le due lenti acromatiche MM' e NN' formano l'obiettivo, che proietta su uno schermo un'immagine capovolta e ingrandita dell'oggetto AA', rispetto all'obiettivo un po' oltre il suo fuoco principale. Se si desidera proiettare piccoli oggetti, si toglie l'obiettivo, e si pone l'oggetto davanti al condensatore, in modo da concentrare su di esso quanta più luce possibile; si ottiene quindi un'immagine dell'oggetto utilizzando una lente particolare o lo stesso obiettivo.

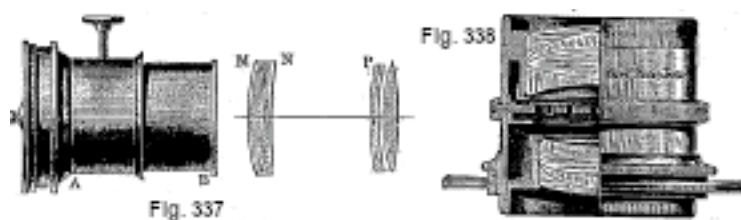
⁷Astrophys. Journ. 14, p. 217, 1901.

La *camera fotografica* (camera oscura) è costituita da una scatola, dove una delle sue pareti porta una lente acromatica; questa proietta l'immagine dell'oggetto sulla parete opposta, dove è presente una lastra impressionabile.



L'obiettivo fotografico deve dare immagini brillanti, nitide fino ai bordi ed esatte, cioè le parti rettilinee dell'oggetto non devono presentare curvature nell'immagine; il campo deve essere illuminato in modo uniforme e l'acromatismo deve essere tale che i raggi otticamente e chimicamente più attivi abbiano lo stesso fuoco. Si possono ottenere tutte queste condizioni con l'impiego di lenti composite, la cui la costruzione varia molto. Si distinguono i sistemi simmetrici e i sistemi asimmetrici.

Ai primi appartengono gli antiplanet di Steinheil e l'obiettivo rettilineo di Dallmeier; ai secondi appartengono l'obiettivo di Petzval e gli anastigmatici di Miethe, Goerz e Zeiss. La figura 338 rappresenta un anastigmatico da Zeiss. La figura 337 fornisce l'aspetto esterno di un vecchio obiettivo fotografico che comporta due combinazioni acromatiche di due lenti.



11. Lenti a gradini di Fresnel. Specchi del colonnello Mangin

Gli apparecchi detti proiettori, che servono per l'illuminazione delle coste e in marina hanno per oggetto la trasformazione dei raggi luminosi di una sorgente in un fascio intenso che diverge il meno possibile. Nei fari, per ottenere questo risultato, si fa uso universale di un sistema di lenti, dette lenti a gradini, la cui idea è dovuta a Fresnel; consentono di raccogliere la luce emessa dalla sorgente in uno spazio di una grandissima estensione angolare, e di ottenere sostanzialmente all'emergere dei raggi paralleli; a tal fine, comprendono una serie di elementi ciascuno avente una retta verticale come profilo anteriore e per profilo posteriore una curva calcolata in modo da restituire orizzontalmente i raggi provenienti dal fuoco dello strumento. Si troverà in una memoria di Ribière⁸ uno studio dettagliato sulla precisione e le prestazioni dei dispositivi ottici dei fari.

A priori, sembra che uno specchio la cui superficie riflettente sarebbe un paraboloide di rivoluzione darebbe una soluzione molto vantaggiosa. È solo negli ultimi anni che si è riusciti a produrre industrialmente specchi parabolici in vetro argentato (Schuckert in Germania, Bréguet in Francia). Per diminuire la divergenza dovuta alla riflessione diretta, si riduce il più possibile le dimensioni della sorgente e si impiega il cratere positivo dell'arco elettrico continuo; si attenua la divergenza dovuta alla rifrazione del vetro che protegge l'argentatura, riducendo lo spessore

⁸ *Annales des Ponts et Chaussées*, 4 trimestre 1897.

dello specchio (da 8 a 12 mm negli specchi di 0,90 m). Ma un tale proiettore è molto fragile. Cowper e Coles hanno recentemente proposto di utilizzare uno specchio di rame ottenuto per deposizione elettrolitica su uno stampo parabolico; la superficie riflettente è costituita da una argentatura che viene protetta contro la fusione, sotto l'elevata temperatura prodotta dall'arco, ricoprendola con un sottilissimo strato di palladio. Purtroppo lo strato di palladio non ripara sufficientemente l'argentatura, che si deteriora abbastanza rapidamente, e da prove comparative effettuate da Sautter-Harlé risulta che l'efficienza di un tale specchio è solo un quarto circa di quella dei notevoli specchi rifrangenti del Colonnello Mangin. In questi ultimi, la faccia anteriore è una sfera; c'è ovviamente sempre una forma di superficie posteriore riflettente in modo tale che i raggi che arrivano paralleli all'asse, dopo essere stati rifratti, riflessi e poi rifratti nuovamente, siano rinviati esattamente in un punto scelto come fuoco. Per ciascuna posizione di questo fuoco, la curva meridiana posteriore può essere determinata analiticamente o graficamente, con calcoli generalmente laboriosi; il colonnello Mangin trovò che si può, scegliendo opportunamente il fuoco, sostituire con grandissima approssimazione questo meridiano con un cerchio, di cui calcolò il raggio.

La valutazione del rendimento dei proiettori si basa sul seguente teorema stabilito da A. Blondel⁹. Consideriamo una qualsiasi superficie rifrangente Σ che separa due mezzi isotropi; sia una sorgente luminosa S e un punto M dello spazio dove si vuole misurare l'illuminamento su un dato piano. Se si tracciano tutti i raggi provenienti da M e che cadono sulla superficie Σ , essi prenderanno, dopo rifrazione al passaggio di questa superficie, varie direzioni, e, in generale, solo una parte di essi incontrerà la sorgente S e saranno raggi utili. Questi raggi, che taglieranno sulla superficie Σ una o più porzioni più o meno estese σ , sono ovviamente le uniche che possono, in senso inverso, contribuire all'illuminamento nel punto M . Tutta la parte della superficie Σ situata al di fuori di σ non opera per il punto M . Tutto si riduce a determinare l'illuminamento prodotto in M dalla superficie σ , che è una vera sorgente di luce secondaria. Per semplificare, sia Σ una superficie di rivoluzione; in questo caso il teorema di Blondel è il seguente: la luminosità apparente della superficie σ è uguale alla luminosità i della sorgente moltiplicata per due coefficienti, uno di trasmissione che chiameremo k , l'altro di *effetto ottico* che indicheremo con u ; nel caso semplice in cui Σ è una superficie di rivoluzione, u è il quadrato del rapporto tra l'indice del secondo mezzo e l'indice del primo. Se si applica questo teorema successivamente alle due superfici che limitano una lente, si trova che *la luminosità apparente della seconda superficie differisce dalla luminosità della sorgente solo per la riduzione dovuta alle perdite subite dai raggi nel passaggio attraverso la lente*.

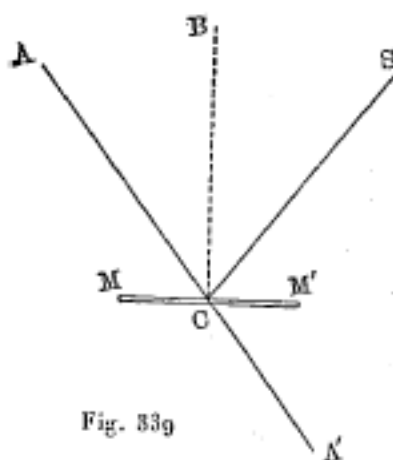
Questo risultato è molto interessante per la sua stessa generalità, perché vale altrettanto bene qualunque sia il numero e l'indice dei mezzi attraversati; resta vero anche quando l'indice è -1 , cioè quando una delle superfici è riflettente invece di essere rifrangente, come avviene, ad esempio, per gli anelli catadiottrici delle lenti di Fresnel, e per i riflettori rifrangenti dei proiettori Mangin. Da qui la conclusione che *i dispositivi ottici che presentano sulla loro superficie di emissione della luce e nella direzione dei raggi proiettati una luminosità apparente pari a quella della sorgente, sottratte le perdite per riflessione e assorbimento*. Poiché l'assorbimento è praticamente molto basso e le perdite per riflessione sono il più possibile limitate, *i dispositivi industriali, quando sono illuminati da una sorgente di luminosità uniforme, presentano su tutte le loro porzioni brillanti una luminosità notevolmente uniforme*. Ciò è stato verificato sperimentalmente da A. Blondel e nei laboratori Sautter e Harlé.

⁹Si trovano nella *Teoria dei proiettori elettrici* di A. Blondel, 2a ed., Lille, 1894, numerose indicazioni bibliografiche sulla questione dei proiettori. Si veda anche la memoria dello stesso autore, *Sulle proprietà fotometriche di lenti di proiezione*, nelle relazioni dell'Association Française pour l'Avancement des Sciences, 1899. Si consulterà anche con interesse una relazione *Sur l'emploi des projecteurs électriques à la guerre* di A. Bochet, Revue du Génie Militaire, 1901 (Nota del traduttore).

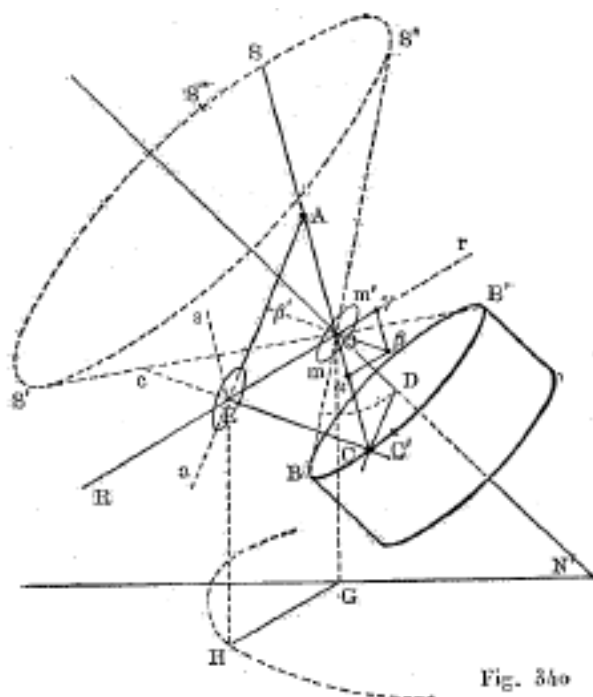
12. Eliostati

Si chiamano eliostati dei dispositivi che vengono utilizzati per riflettere i raggi solari in una direzione data, costante, nonostante lo spostamento del Sole nel cielo.

La prima soluzione pratica, semplice e già precisa, di questo problema è dovuta a Fahrenheit. La figura 339 mostra qual era la sua idea.

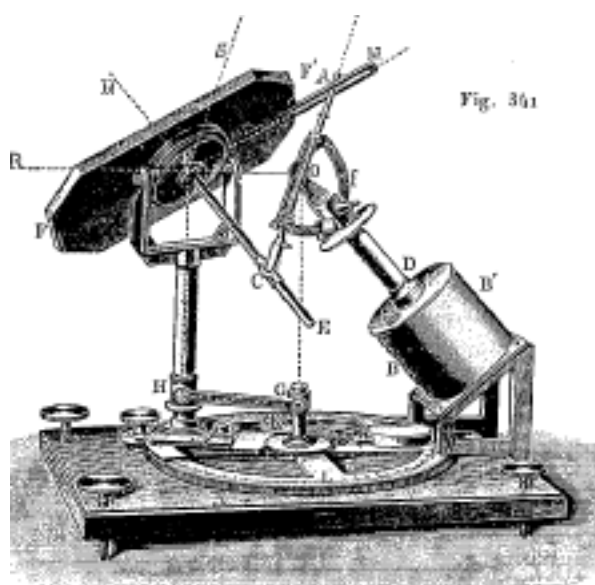


Sia AA' la direzione dell'asse del mondo. SC un raggio solare. MM' uno specchio, BC la normale allo specchio e anche la bisettrice dell'angolo ACS , che non varia significativamente nel corso di qualche ora. Se lo specchio MM' ruota attorno all'asse AA' con la velocità angolare di rotazione della terra, il raggio riflesso segue costantemente la direzione CA . Un secondo specchio fisso opportunamente disposto riflette il raggio CA nella direzione voluta. S . Gravesande ha costruito un eliostato con uno specchio, la cui normale divide costantemente in due parti uguali l'angolo formato da raggio incidente e dalla direzione costante, lungo la quale deve avvenire la riflessione; ulteriori miglioramenti sono stati introdotti da Gambry, Silbermann e Foucault. La figura schematica 340 illustra la costruzione degli eliostati degli ultimi due. La retta NN' ha la direzione dell'asse del mondo e serve pure da asse, che è messa in rotazione con un meccanismo ad orologeria, posto in una cassa cilindrica. Prendiamo un punto qualunque O come vertice del cono di raggi, che nel corso di una giornata partono dal Sole lungo le direzioni $SO, S''O, S'O$, ecc. Prolunghiamo le generatrici di questo cono fino a una certa circonferenza $BC'B'B$, il cui punto C , collegato all'asse NN' dalla lancetta DC , compie una rivoluzione completa in 24 ore. Se in un istante dato il raggio SO cade nel punto C , quest'ultimo è illuminato poiché quando si sposta, per esempio in C' , B' , ecc., è raggiunto dai raggi che hanno allora la direzione $S''O, S'O$, ecc.



Scegliamo un punto A sulla retta CO e costruiamo un triangolo rettangolo AEC, in cui $OE = OC$ e OE ha la direzione orizzontale, per esempio, che il raggio riflesso deve mantenere. Si può sempre farlo; cambiando la direzione del punto A lungo la retta COS. Poniamo in E uno specchio piano fissato perpendicolarmente a EC, e supponiamo che il punto E, che appartiene alla verticale EH, possa ruotare intorno all'asse OG ed essere fissato in una opportuna posizione: i punti: O ed E restano allora fissi nello spazio, e mentre C percorre la circonferenza BB', CO mantiene costantemente la direzione dei raggi solari e il punto A si sposta lungo la retta CS. Nelle condizioni indicate i raggi solari saranno costantemente riflessi dallo specchio E nella direzione ER, che coincide con OE. Infatti, il raggio incidente sE è parallelo a SAOC, e di conseguenza il piano di incidenza coincide sempre con il piano del triangolo OEC, che contiene la normale CEc allo specchio. Il raggio riflesso deve trovarsi nello stesso piano e seguire la direzione ER, poiché $SEc = OCE$, $cER = OEC$ e $OCE = OEC$, poiché si ha $OE = OC$.

La figura 341 rappresenta l'eliostato di Foucault, che corrisponde interamente allo schema che abbiamo appena considerato, di cui si può facilmente accertare, perché nelle figure 340 e 341 le parti che si corrispondono sono indicate con le stesse lettere. Per installare il dispositivo, si deve prima rendere la piastra inferiore orizzontale e l'asse D parallelo all'asse del mondo, e portare il cerchio di declinazione f in una posizione tale che l'asse dell'asta CA prenda la direzione dei raggi solari. Inoltre si fissa il piede HE, che porta lo specchio F ed è mobile attorno a G, in un punto determinato del cerchio L, in modo che la retta OER mantenga la direzione voluta. Si vede nella figura come cambia la posizione del punto A su EM durante l'installazione e poi durante il funzionamento dello strumento, quando il meccanismo a orologeria è stato avviato. Quest'ultimo si trova nella cassa cilindrica BB' e comunica a DO, e di conseguenza al punto C, il movimento richiesto.



Foucault volle poi costruire uno strumento apparato che desse un'immagine di una stella sufficientemente stabile e perfetta per essere osservata con un telescopio fisso. La morte gli impedì di costruire il proprio siderostato; lo fu da Wolf. Cornu¹⁰ ha fornito una teoria completa dei moti di un grande siderostato, che fu costruito per l'Esposizione Universale di Parigi nel 1900. Lippmann¹¹ ha proposto un principio molto semplice di celostato, che permette di osservare l'immagine immobile di una parte di cielo, mentre nel siderostato di Foucault un solo punto (stella) appare fisso e le parti dello sfondo del cielo che lo circondano ruotano attorno a questo punto.

Il celostato di Lippmann è costituito da uno specchio, il cui asse è parallelo all'asse del mondo; il piano dello specchio passa per un asse, che ruota nella direzione del moto apparente del cielo e compie una rivoluzione in 48 ore siderali. Infine, si suppone che la parte di cielo osservata in tale specchio appaia immobile.

Per poter comprendere la costruzione dell'eliostato Silbermann (fig. 342), torneremo alla figura schematica 340. Supponiamo che in O si trovi uno specchio mm' la cui normale $\beta\beta'$ sia la bisettrice dell'angolo formato dal raggio incidente SO e dalla direzione data OR. Il movimento del meccanismo a orologeria si trasmette allo specchio per mezzo del parallelogramma $Ox\beta\gamma$, il cui lato $O\gamma$ mantiene la direzione fissa del raggio riflesso OR, mentre $O\alpha$ è mantenuto dal meccanismo a orologeria nella direzione del raggio incidente SOC.

L'asse A (fig. 342) mantiene la direzione dell'asse del mondo, grazie all'arco BB. Il meccanismo a orologeria non agisce sulla manicotto dell'asse A, né sull'arco rr' . Le viti F e S servono per installare il cilindro A e l'arco di cerchio rr' in modo che rcO , e di conseguenza anche fb , mantengano la direzione del raggio da riflettere. L'asse posto all'interno di A è messo in rotazione dal meccanismo a orologeria; è legato all'arco di cerchio CP, al quale bisogna dare una posizione tale che i raggi luminosi raggiungano il punto P, dopo essere passati attraverso una piccola apertura all'estremità sinistra dell'arco. In questo caso CbO e fc sono paralleli al raggio incidente LO. Le aste fc e fb corrispondono alle rette $\beta\gamma$ e $\beta\alpha$ della figura 340.

¹⁰ *Journ. de phys.* 1900, p. 249.

¹¹ *Journ. de phys.* 1895, p.397.

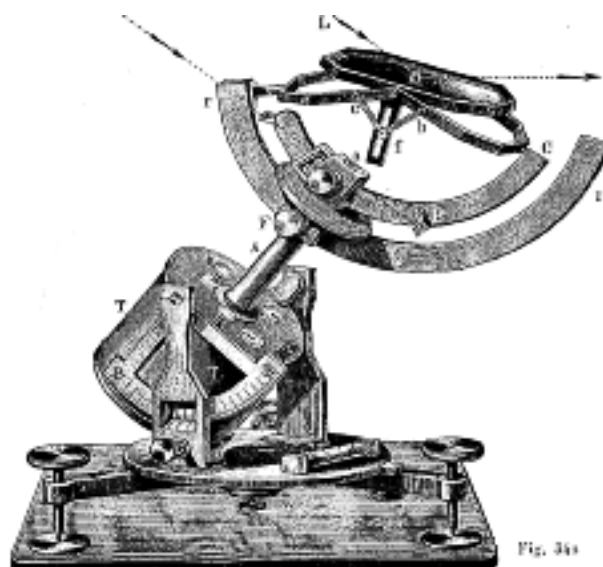


Fig. 343

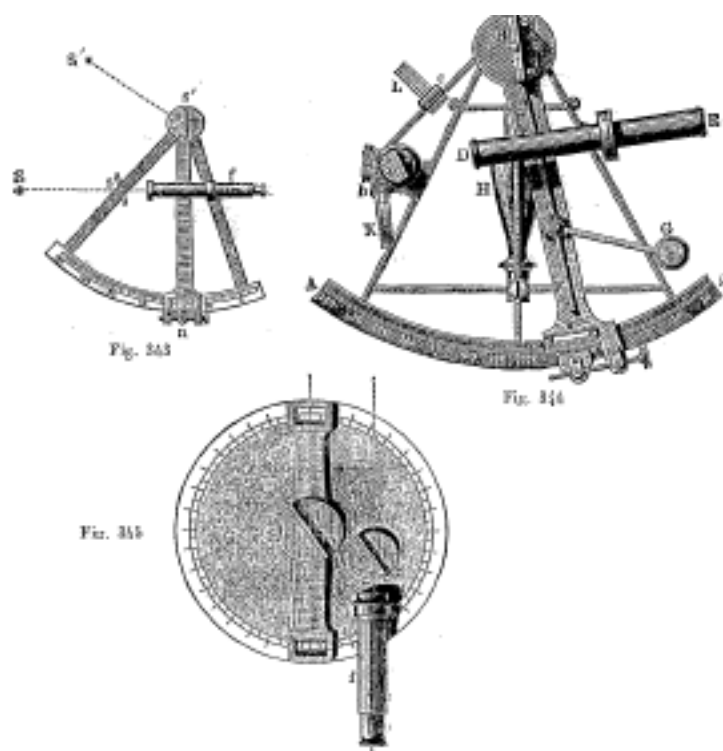
Altri eliostati di diversa costruzione sono stati ancora proposti da Fuess, Jonston, ecc.

13. Sestante

Agli strumenti ottici appartiene ancora il sestante che serve a misurare la distanza angolare di due punti distanti, ad esempio di due stelle. Il sestante ordinario, rappresentato dalla figura 343, è costituito da un arco di cerchio che abbraccia $\frac{1}{6}$ circa della circonferenza e provvisto di una graduazione. Ai due bracci estremi, che lo sorreggono, è fissato un piccolo cannocchiale f e un piccolo specchio s , costituito da un vetro stagnato nella sua metà inferiore soltanto e trasparente nella sua metà superiore; questo specchio è posto in una posizione tale che un raggio che cade su di esso in direzione di uno dei suoi bracci, raggiunga il cannocchiale f dopo la riflessione. Un secondo specchio s' è fissato ad un'alidada mobile, la cui posizione può essere letta sulla graduazione dell'arco mediante il nonio n . Quando il nonio è allo zero della graduazione, gli specchi s e s' sono paralleli tra loro. Per trovare la distanza angolare di due punti S e S' , si punta uno dei due (S) con il cannocchiale attraverso la metà trasparente del cristallo s e si ruota l'alidada mobile e lo specchietto s' , fino a vedere nel cannocchiale S e S' (dopo due riflessioni successive) su una retta perpendicolare al piano del sestante.

Se il nonio n è alla divisione zero, gli specchi s ed s' sono paralleli e si vedono in f due immagini del punto S . Si può facilmente vedere che la distanza angolare dei punti S e S' è uguale al doppio dell'angolo, di cui era necessario far ruotare l'alidada mobile e lo specchio s' ; si dovrà quindi ogni volta un duplicare l'angolo letto, per avere la distanza angolare cercata. Per maggiore comodità ciascuna delle divisioni dell'arco dà direttamente il doppio del valore dell'angolo che gli corrisponde.

La figura 344 rappresenta un sestante migliorato. Qui ED è il cannocchiale, B e C gli specchi, G una lente d'ingrandimento per leggere il nonio, H una maniglia per reggere il dispositivo, L e K occhiali scuri utilizzati per un'eventuale osservazione del Sole.



Il cerchio di riflessione di Pistor, figura 345, differisce dal sestante, in primo luogo perché presenta un cerchio completo anziché un settore, poi perché le letture vengono effettuate utilizzando due noni, ed infine perché lo specchio fisso è sostituito da un prisma *e* a riflessione totale, che ricopre solo la metà dell'obiettivo del cannocchiale *f*. Uno dei punti *S* è quindi visibile direttamente nel cannocchiale, l'altro *S'* dopo una doppia riflessione dei raggi che emette.

Weineck¹²(¹) fornì una teoria esatta del sestante.

14. Telemetri

Gli strumenti destinati alla misura delle distanze sono divisi in due gruppi. Alcuni, i più numerosi, si avvalgono di metodi geometrici; gli altri ricorrono all'osservazione di certi fenomeni fisici, e utilizzano la conoscenza della velocità del suono.

Tutti i metodi geometrici si riducono alla risoluzione di un triangolo, di cui si sono misurati gli angoli e uno dei lati che riceve il nome di base, e la cui distanza cercata è uno degli altri lati.

In un primo metodo geometrico, la base è distante dall'osservatore ed è opposta all'angolo che si misura; in un secondo la base è la distanza dall'occhio dell'osservatore all'orizzontale che passa per la bersaglio; in un terzo la base è misurata sulla terra; infine, in un quarto, la base è fornita dallo strumento stesso.

Al primo metodo sono associati, ad esempio, gli stadi, il micrometro di Rochon, il cannocchiale Amici; nel secondo i telemetri di depressione; al terzo il sestante, i telemetri del Colonnello Goulier, il telemetro Siemens; al quarto, i vari telemetri Le Cyre.

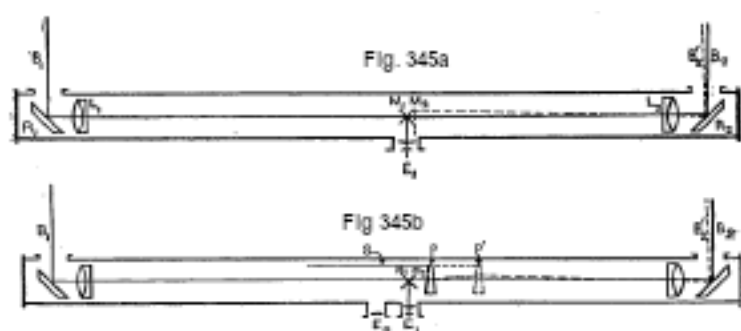
Il capitano Jacob de Maure ha realizzato nel 1878 e nel 1879, nel *Mémorial de l'Artillerie de la Marine*, t. VI e VII, uno studio molto completo dei numerosissimi strumenti a cui è stato dato il nome di telemetri.

Ci limiteremo qui a dare alcune indicazioni su un telemetro recente, costruito da Barr e Stroud di Glasgow, che può essere utilizzato in circostanze molto varie, e che ha dato ottimi risultati, sia per la Marina che per l'Artiglieria.

¹² *Wien. Ber.* 111 p. 1310, 1903.

Il telemetro Barr e Stroud appartiene alla categoria dei telemetri a singolo osservatore e a base corta ed è costruito per funzionare secondo il principio della coincidenza, in contrapposizione al principio stereoscopico, la cui applicazione mostreremo nel Cap. XI, § 4.

La figura 345a indica gli elementi di un telemetro di questo tipo, ridotti alla loro forma più semplice. Due raggi luminosi provenienti dall'oggetto posto a distanza sono ricevuti dai riflettori R_1, R_2 , e trasmessi dagli obiettivi L_1, L_2 , verso il centro dello strumento, dove sono disposti uno sopra l'altro due specchietti M_1, M_2 , atti a riflettere i raggi al di fuori attraverso un oculare E_1 . In questo modo due immagini parziali dell'oggetto lontano sono viste al di sopra dell'altra nel campo visivo dell'oculare. Supponiamo che un oggetto molto distante sia visto dai raggi B_1, B_2 e che le immagini parziali siano viste in coincidenza, cioè in perfetto allineamento; se l'oggetto si avvicina allo strumento nella direzione del raggio B_1 , il raggio B_2 assumerà una nuova direzione come quella indicata dalla linea tratteggiata B_2 e le immagini parziali non saranno più viste nell'oculare esattamente in coincidenza, ma occuperanno una certa posizione relativa.



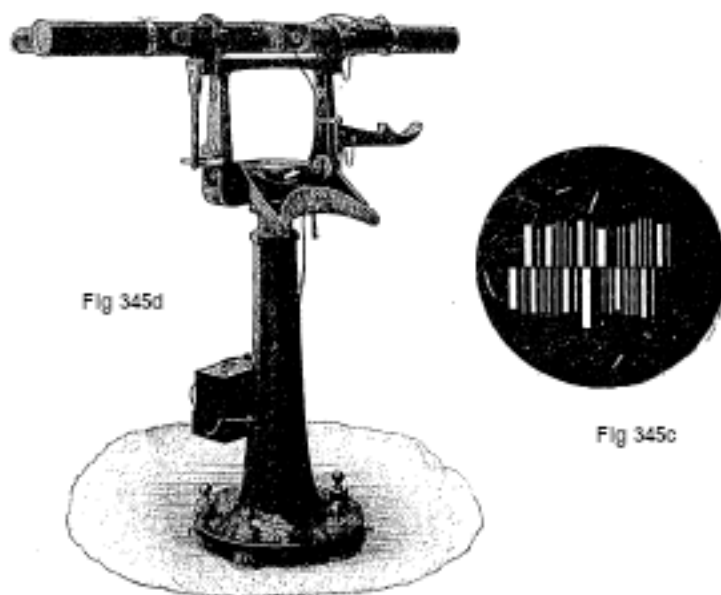
La misura della spaziatura tra le immagini parziali potrebbe servire come mezzo per determinare la distanza dell'oggetto bersaglio, poiché più l'oggetto è vicino, maggiore è la spaziatura; ma questa misurazione sarebbe molto difficile da eseguire con sufficiente precisione in ogni circostanza, e sarebbe impossibile eseguirla anche approssimativamente se il telemetro (o l'oggetto) fosse in movimento. Sono quindi previsti dispositivi per modificare la traiettoria di uno dei raggi quando si avvicina agli specchi centrali, in modo da portare le immagini parziali in perfetto allineamento o coincidenza, e per indicare la distanza su una scala che si sposta in base al movimento del meccanismo che produce l'allineamento delle immagini. L'allineamento delle immagini parziali è realizzato, nel telemetro Barr e Stroud, facendo passare uno dei due raggi, nel suo percorso dall'obiettivo ai riflettori centrali, attraverso un prisma rifrangente a piccolo angolo, mobile longitudinalmente nel tubo e portato nella posizione desiderata dalla manovra di un pulsante di comando situato all'esterno del tubo. L'azione del prisma è rappresentata dalla figura 345b. Per l'allineamento delle immagini parziali di un oggetto molto distante, il prisma rifrangente occupa una posizione come P; ma quando l'oggetto è più vicino e i raggi che arrivano a destra dello strumento prendono una direzione come quella mostrata dalle linee tratteggiate, il prisma deve essere spostato in una nuova posizione, P' ad esempio, per produrre allineamento.

Una scala S, che si muove seguendo i movimenti del prisma P, indica la distanza direttamente in metri o altre unità. La scala è disposta in modo tale da poter essere osservata attraverso un secondo oculare E_2 , opportunamente posizionato alla sinistra di E_1 in modo da trovarsi davanti all'occhio sinistro dell'osservatore, quando questi punta le immagini con l'occhio destro. In questo modo non è necessario per l'osservatore distogliere gli occhi dagli oculari per leggere la scala; può così tenere continuamente d'occhio l'immagine di un oggetto in movimento e leggerne la distanza tutte le volte che lo desidera.

Un dispositivo ottico noto come astigmatizzatore può essere interposto a piacimento sul percorso dei raggi luminosi. Trasforma le immagini dei punti in linee verticali, che possono quindi essere allineate allo stesso modo delle immagini di un palo. Questo permette di prendere

con facilità e precisione la distanza di punti luminosi isolati o di piccoli oggetti mal definiti. La figura 345c mostra l'aspetto di una torpediniera illuminata da un proiettore. Ogni punto luminoso prodotto sulla torpediniera appare come una linea verticale luminosa e i fasci di righe così ottenuti possono essere facilmente allineati.

Opportuni mezzi impediscono inoltre qualsiasi spostamento relativo delle immagini a seguito della flessione del tubo sotto l'effetto delle forze messe in gioco durante l'impiego dello strumento, impedendo l'errore nelle indicazioni a causa delle variazioni di temperatura, fanno sì che le immagini appaiano dirette e non capovolte come lo sarebbero con la disposizione rappresentata dalla fig 345b, assicurano le nitidezze e la sottigliezza della linea di separazione tra le immagini, come è indicato nella figura 345c.



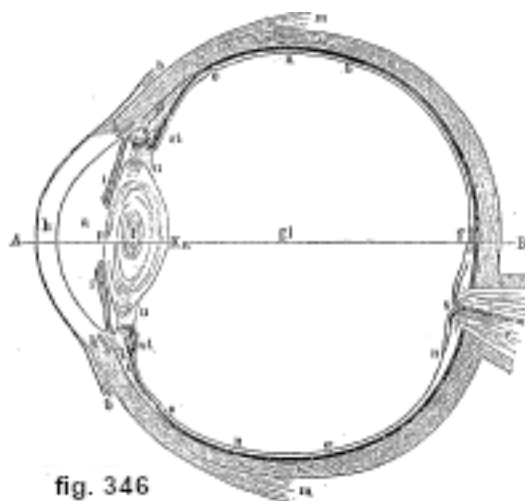
La figura 345d rappresenta un telemetro barr e Stroud destinato al servizio delle corazzate e degli incrociatori; la base è di $1,37\text{ m}$, l'ingrandimento di 26 diametri: l'incertezza approssimativa di osservazione è di 1 m alla distanza di 800 m , di 50 m alla distanza di 5000 m , di 200 m alla distanza di 10 km . Questo telemetro si è mostrato di una precisione e affidabilità tali che è stato adottato da quasi tutte le marine; è stato anche largamente impiegato nei forti; ha quasi interamente soppiantato tutte le altre forme di telemetri a osservatore unico.

11 Nozioni di ottica fisiologica

Struttura dell'occhio umano

L'ottica fisiologica è, secondo la definizione di Helmholtz, la scienza delle impressioni ricevute per mezzo dell'organo di vista. Si devono distinguere tre parti: una parte fisico-fisiologica, che si occupa della struttura dell'occhio e della propagazione dei raggi luminosi all'interno di quest'ultimo; una parte puramente fisiologica che tratta le sensazioni prodotte dall'azione della luce sugli elementi impressionabili dell'occhio, e infine una parte psicologica dedicata alla questione di sapere come arriviamo, da queste sensazioni a una rappresentazione determinata degli oggetti nel mondo esterno.

Consideriamo innanzitutto la struttura dell'occhio umano; la figura 346 ne fornisce una sezione orizzontale in scala 2,5. Il bulbo oculare è composto da una tripla membrana, che circonda la parte interna; questa consiste in un liquido, l'*umor acqueo*, che riempie la camera anteriore *a*, dal cristallino *plK* e da una sostanza gelatinosa e trasparente, l'*umor vitreo*, che occupa la camera posteriore. Lo strato esterno *wkhkw* che circonda l'occhio, è costituito da una membrana fibrosa opaca, molto resistente e di colore bianco, chiamata sclera (tunica albuginea, sclerotica).



La faccia anteriore (*h*) più arrotondata e trasparente prende il nome di *cornea*. La sclera è attraversata dal nervo ottico e da piccoli vasi sanguigni (arteria e vena centralis retinae). Internamente la sclera è delimitata dalla coroide, rappresentata in figura da un largo tratto nero, che è formato da tutte le ramificazioni dei vasi sanguigni e le cui cellule contengono un pigmento nero assorbente; questa seconda membrana si ispessisce anteriormente e termina ai margini della cornea con una specie di collare contenente un muscolo particolare (tensor chorioideae, musculus Brueckianus), i *processi ciliari* e da una membrana opaca, l'iride *ii*, diversamente colorata a seconda degli individui e forata nella sua regione centrale da un'apertura circolare *p* chiamata *pupilla*. La coroide e l'iride formano lo strato intermedio (uvea) della membrana dell'occhio. La coroide è ricoperta verso l'interno dalla retina, che non è altro che l'espansione del nervo ottico in filamenti molto sottili. La cornea ha circa la forma di un ellissoide di rivoluzione; il raggio di curvatura della sua faccia anteriore è di circa 8 millimetri; gli indici di rifrazione della cornea e dell'umore acqueo differiscono molto l'uno dall'altro.

La retina ha il suo spessore maggiore ($0,22\text{ mm}$) nella sua parte posteriore, opposta alla pupilla. È qui che si trova la macchia gialla (*macula lutea retinae*), dove si incontrano la maggior parte delle estremità sottili del nervo ottico: questi terminano in cellule di forma particolare chiamate coni e bastoncelli. La retina contiene anche il porpora retinico, una sostanza ancora poco studiata, che si decompone sotto l'azione della luce e si riforma al buio.

La parte centrale della macchia gialla (*fovea centralis*) un po' incavata, non contiene affatto bastoncelli.

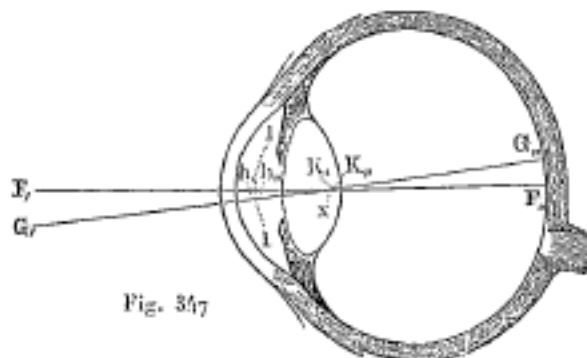
Il cristallino è un corpo trasparente, biconvesso, incolore, la cui faccia anteriore è meno curvo della posteriore. Esso è composto da più strati di diversa densità: lo strato esterno è morbido, quasi gelatinoso; il nucleo stesso è fatto di una sostanza più dura e perfettamente elastica. Ogni strato ha una struttura fibrosa. L'indice di la rifrazione dello strato esterno del cristallino è 1,405, quello degli strati intermedi circa 1,429 e quello del nucleo 1,454. L'umor vitreo ha quasi lo stesso indice di rifrazione dell'umor acqueo.

Risulta da questa breve descrizione che l'occhio rappresenta un sistema di mezzi, le cui superfici possono essere considerate come superfici sferiche centrate, cioè i cui centri sono disposti su una linea retta; qui il primo mezzo da considerare, l'aria, che non appartiene all'occhio stesso, e l'ultimo, l'umor vitreo, non sono identici. Abbiamo considerato in precedenza la propagazione della luce in una tale serie di mezzi; abbiamo visto che i punti principali e i punti nodali non coincidevano. La conoscenza delle curvature delle superfici di separazione e degli indici di rifrazione dei diversi mezzi permette di calcolare la posizione dei sei punti fondamentali nell'occhio umano. Gli elementi ottici dell'occhio differiscono però a seconda degli individui, cosicché i calcoli possono riferirsi solo a un dato occhio, in un certo senso nella media. Inoltre questi elementi cambiano, come vedremo più avanti, in un dato occhio, a seconda della distanza di quest'ultimo dall'oggetto considerato.

La figura 347 indica la posizione dei sei punti fondamentali secondo Listing. Il primo fuoco F' è davanti all'occhio a circa $12,8\text{ mm}$ dalla cornea; il secondo fuoco F'' cade esattamente sulla retina, quando l'occhio punta all'infinito. I punti principali h' e h'' sono nella camera anteriore dell'occhio a una distanza reciproca inferiore a $0,4\text{ mm}$; i punti nodali K' e K'' si trovano all'interno del cristallino anche a circa $0,4\text{ mm}$ l'uno dall'altro.

La piccolezza dell'intervallo permette di confondere in uno solo i due punti principali h' e h'' e pure in uno solo i due punti nodali K' e K'' ; si ottiene qui l'occhio ridotto di Listing, consistente di una sostanza omogenea, l'umor acqueo solo o semplicemente dell'acqua, e limitato in avanti, da una superficie sferica ll , che passa tra h' e h'' e ha il suo centro x tra K' e K'' . Il raggio di curvatura di questa superficie è $5,125\text{ mm}$; i suoi fuochi sono in F' e F'' .

L'asse ottico $F'F''$ non coincide con la direzione del raggio che raggiunge il centro della macchia gialla. Nella figura questo raggio è diretto nel primo mezzo centrale G' verso K' , nell'ultimo di K'' verso G'' ; secondo le proprietà dei punti nodali $G'K'$, è parallela a $G''K''$. La fig. 347 rappresenta una sezione orizzontale dell'occhio destro, di modo che quella dell'occhio sinistro si porrebbe al di sotto.

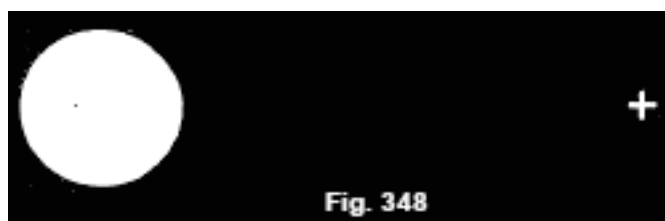


2. Condizioni di visibilità distinta di un oggetto

Affinché un oggetto sia chiaramente visibile, la sua immagine deve formarsi al centro della macchia gialla. Due punti sono visibili separatamente solo se la loro distanza angolare non è inferiore a $1'$ e di conseguenza se la distanza delle loro immagini sulla retina non è inferiore a $0,005\text{ mm}$. Un oggetto, che non è vivamente illuminato, è visibile quando la sua grandezza angolare è pari a $30''$; ma punti luminosi molto brillanti sono ancora percepiti molto nettamente per una grandezza molto più piccola, che dipende solo dall'intensità dell'irraggiamento visibile: è così che l'occhio vede le stelle nonostante l'infinita piccolezza del loro diametro apparente.

Le parti laterali della retina non danno una chiara rappresentazione dei contorni, del colore, ecc. degli oggetti. Il luogo in cui il nervo ottico e (fig. 346) penetra all'interno dell'occhio è insensibile alla luce e costituisce punto cieco (*punctum caecum*). L'abate Mariotte aveva già indicato un modo per riconoscere l'esistenza di questa macchia su di sé. La figura 348 rappresenta su fondo nero un cerchio bianco e una piccola croce bianca. Si chiude l'occhio destro, e si guarda con l'occhio sinistro la croce nella direzione perpendicolare alla figura; avanzando o indietreggiando il libro, si vede molto facilmente che il cerchio scompare quando l'occhio è a circa 30 cm di distanza dal foglio; la sua immagine cade in questo momento nel punto cieco. La grandezza angolare dell'oggetto che scompare può raggiungere 7° (undici lune piene una accanto all'altra o il viso di un uomo a 2 metri di distanza).

Affinché le immagini di oggetti vicini, così come quelle di oggetti distanti, si possano formare sulla retina, serve che il sistema ottico dell'occhio si modifichi ad ogni cambiamento di distanza tra l'oggetto considerato e l'occhio. Questi cambiamenti interni costituiscono ciò che si chiama l'*accomodamento*; l'occhio si adatta alle diverse distanze. Kepler, Descartes, Buffon, Langenbeck e Cramer hanno spiegato il meccanismo dell'accomodamento in diversi modi. È rimasto ben noto uno studio notevole condotto dal famoso Thomas Young nel 1801.



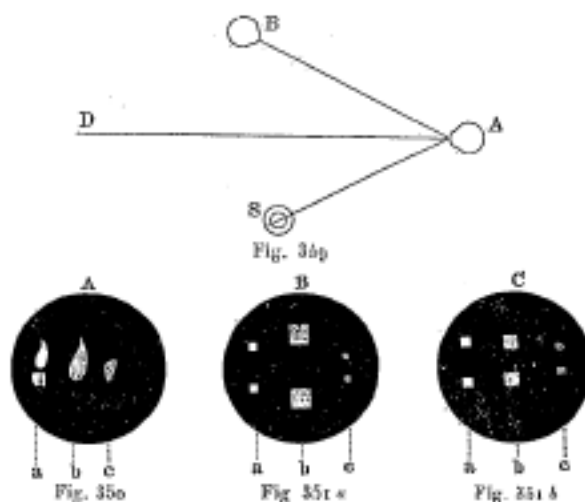
Secondo le ricerche di Helmholtz l'accomodamento consiste essenzialmente nei seguenti cambiamenti fisiologici, che si verificano nell'occhio, *quando si passa all'osservazione di oggetti più vicini*, la cui immagine si formerebbe geometricamente dietro la retina, senza il lavoro di accomodamento:

1. Il raggio della pupilla diminuisce.
2. Il bordo interno dell'iride e la faccia anteriore del cristallino si spostano in avanti.
3. La faccia anteriore del cristallino subisce un forte aumento della curvatura.
4. Anche la faccia posteriore del cristallino diventa un poco più convessa, ma senza cambiare posizione.

Helmholtz ha trovato per i due stati estremi di accomodamento dell'occhio i seguenti risultati di misura:

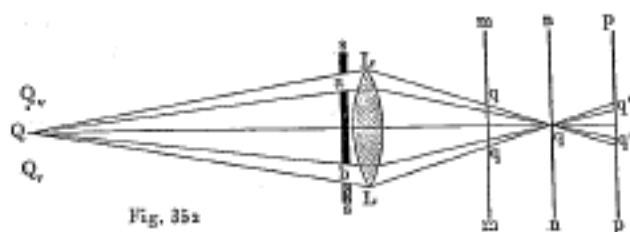
Dimensioni misurate dell'occhio accomodato	Accomodamento per un oggetto	
	avvicinamento min	allontanamento min
Raggio di curvatura della faccia anteriore del cristallino	10,0	6,0
Raggio di curvatura della faccia posteriore del cristallino	6,0	5,5
Distanza della faccia anteriore del cristallino dalla cornea	3,6	3,2
Lunghezza focale del cristallino	50,617	39,073
Distanza del secondo fuoco dall'occhio alla cornea	22,819	20,955

Il potere rifrangente del cristallino aumenta contemporaneamente alla sua curvatura, ciò che consente all'immagine di un oggetto ravvicinato di formarsi sulla retina. Si può secondo Helmholtz rendersi conto del cambiamento della convessità del cristallino, osservando le immagini di una fiamma nell'occhio di un'altra persona. Sia S (fig. 349) una lampada, che illumina dall'apertura di uno schermo l'occhio A rivolto verso AD; B è l'occhio dell'osservatore che considera le immagini della fiamma della lampada nell'occhio A. Si formano tre immagini (fig 350): due diritte e virtuali *a* e *b*, provenienti, la prima, dalla riflessione sulla superficie convessa della cornea; la seconda, assai meno brillante, dalla riflessione sulla superficie anteriore del cristallino; e la terza *c*, capovolta, reale, molto più chiara della prima immagine cristallina e più piccola dell'immagine corneale, dovuta alla superficie posteriore concava del cristallino. Quando la vista si porta bruscamente da un oggetto distante a uno vicino, la prima immagine non subisce alcun cambiamento; non è così con la cornea; ma la seconda si sposta e diventa molto più piccola, e la terza diventa solo un po' più piccola, il che attesta l'esistenza delle variazioni di curvatura sopra menzionate del cristallino. Le deformazioni di queste immagini possono essere osservate particolarmente bene, quando la lampada S è completamente circondata da un cilindro forato con due aperture rettangolari. Quando l'occhio (A in fig. 349) guarda al lontano, le immagini dei rettangoli nell'occhio hanno le forme della fig. 351a; quando guarda da vicino, esse hanno le forme della figura 351b.



Le opinioni divergono sulla questione di come si producono le variazioni della curvatura del cristallino. Helmholtz credeva che i muscoli ciliari che circondano il cristallino e al quale aderiscono, sono tenute nel loro stato normale, cioè per la visione a distanza; quando l'occhio si adatta per un oggetto vicino, la tensione di questi muscoli diminuisce, e di conseguenza la curvatura del cristallino aumenta. Ma le ricerche di Tscherning e altri hanno mostrato che lo spessore del cristallino aumenta con un'estensione radiale, ciò che si può anche spiegare con la sua particolare struttura. Secondo Tscherning i muscoli ciliari producono, nell'accomodamento a una distanza più vicina, un'estensione radiale del cristallino.

Si chiama distanza di visione distinta φ la distanza alla quale si osserva più comodamente, cioè con il minimo sforzo, i dettagli di un oggetto; è, ad esempio, la distanza alla quale si tiene un libro per leggerlo facilmente; per l'occhio normale φ è pari a circa 25 cm. L'esperimento molto istruttivo di Scheiner permette di determinare questa distanza φ . Se si praticano in un foglio di carta *ss* (fig. 352) due piccoli fori *a* e *b*, la cui distanza è minore del diametro della pupilla e se, applicando il foglio contro l'occhio, si osserva attraverso questi fori la punta di un ago *Q*, posta ad una distanza minore della distanza φ , questa punta appare doppia. I raggi uscenti da *Q* che attraversano *a* e *b*, si rifrangono nell'occhio e convergono geometricamente nel punto *q*, posto dietro la retina *mm*; questa è così incontrata in due punti *q* e *q'* dai raggi luminosi, e di conseguenza si ottengono sulla retina due immagini dei forellini, e la punta dell'ago appare doppia, in *Q'* e *Q''*. Se si copre il foro superiore *a*, l'immagine inferiore *Q'* scompare. Quando *Q* è a una distanza maggiore dall'occhio ed è disposta a una distanza ravvicinata, la retina è in *pp* e si ottengono ancora due immagini, ma questa volta è l'immagine in alto, cioè *Q''* che scompare, quando si copre *a*. Le due immagini si confondono in una sola e la punta dell'ago sembra semplice, quando *Q* è alla distanza di visione distinta φ , la linea *nn* corrisponde quindi alla retina.



Le immagini che si formano sulla retina sono capovolte. Tuttavia, vediamo oggetti dritti, ciò che si spiega con l'atto psicologico, su cui poggia essenzialmente la nostra conoscenza del mondo esterno da parte dell'organo della vista. Abbiamo già detto all'inizio del volume I, che per apprezzare le qualità degli oggetti esterni, dobbiamo imparare con un'educazione progressiva dei nostri sensi a dare significato alle nostre impressioni e a oggettivarle esattamente. Un bambino riceve impressioni luminose fin dalla tenera età; ma non sa, se ci si può esprimere così, che farne; non ne capisce il significato. Poco a poco impara a oggettivare le sue impressioni, cioè a concludere, da un'eccitazione ricevuta, alla presenza, fuori da sé, di determinati oggetti. Impara così a trarre queste conclusioni immediatamente in modo corretto, cioè per vedere gli oggetti nella posizione, dove sono davvero.

3. Anomalie dell'occhio normale

L'occhio non rappresenta uno strumento ottico, matematicamente perfetto; ha molti difetti, che prenderemo in considerazione.

ABERRAZIONE SFERICA. - L'occhio non è un sistema perfettamente aplanatico; i raggi provenienti da qualsiasi punto e cadenti sulla parte centrale del cristallino hanno un fuoco diverso dai raggi marginali. Ce ne rendiamo conto facilmente, posizionando i caratteri di stampa davanti all'occhio, a una distanza inferiore alla distanza di veduta distinta φ , in modo che non possiamo più leggerli; se poi si tiene un foglio di carta con una piccola apertura, subito davanti all'occhio, i caratteri diventano leggibili. ciò si spiega, almeno in parte, con il fatto che i raggi centrali corrispondono a un fuoco più vicino dei raggi marginali.

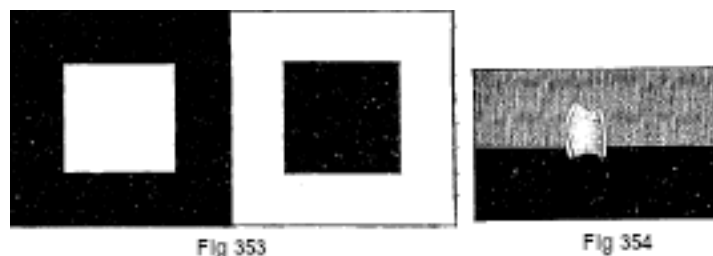
ASTIGMATISMO. - Le superfici che limitano i mezzi successivi dell'occhio non sono esattamente superfici di rivoluzione; un piano verticale e un piano orizzontale passante per l'asse dell'occhio non danno curve di intersezione uguali. Questa asimmetria dell'occhio è chiamata *astigmatismo*; Helmholtz ha indicato tutta una serie di fenomeni che spiegano questo difetto. Per vedere

abbastanza chiaramente prima una linea orizzontale, poi una linea verticale, l'accomodamento dell'occhio deve cambiare. La distanza di visione distinta è minore nel secondo caso che nel primo.

L'astigmatismo nell'occhio normale è molto piccolo. Molto spesso, tuttavia, con il termine astigmatismo si intendono i difetti più significativi di un occhio anomalo che derivano da un'irregolarità nella forma delle superfici rifrangenti. Le manifestazioni di tale astigmatismo sono molto diverse.

ABERRAZIONE CROMATICA. - L'occhio non rappresenta un sistema acromatico; il fuoco dei raggi viola è più vicino al cristallino rispetto a quello dei raggi rossi di circa $0,43\text{ mm}$, quando l'occhio punta all'infinito. Ciò è confermato dal seguente esperimento: se si osserva attraverso un vetro di cobalto scuro, che non lascia passare i raggi rossi e blu, una piccola fiamma posta molto lontana, il fuoco dei raggi rossi cade sulla retina, mentre quello dei raggi blu si trova davanti a quest'ultimo; inoltre, si vede una fiamma rossa bordata di blu. Se, al contrario, si osserva da vicino la fiamma, è il fuoco dei raggi azzurri che cade sulla retina, e si vede una fiamma blu bordata di rosso. Nel primo caso il bordo è formato da raggi blu che divergono oltre il loro fuoco, e nel secondo dai raggi rossi che non hanno ancora raggiunto il loro fuoco.

IRRADIAZIONE. - Un punto luminoso dà sulla retina un piccolo cerchio in conseguenza dell'aberrazione. Se si applica questo ai punti situati ai margini di una superficie brillante, si vede che l'immagine totale di questa superficie sulla retina è maggiore di quella che corrisponderebbe alle sue dimensioni geometriche e sarebbe formata solo dai raggi centrali. Di conseguenza la superficie stessa ci deve apparire ingrandita o come debordante sullo sfondo scuro che la circonda. È così che si spiega tutta una serie di fenomeni noti con il nome generico di fenomeni di irradiazione; tutti portano ad un apparente ingrandimento delle superfici brillanti. La figura 353 può servire da esempio; il quadrato bianco su sfondo nero ha le stesse dimensioni del quadrato nero su sfondo bianco accanto ad esso. Ma il primo appare maggiore del secondo, perché il suo contorno sembra traboccare lo sfondo scuro, mentre, nell'altro caso, lo sfondo bianco sembra invadere il quadrato nero, la cui dimensione apparente è conseguentemente ridotta.



Quando la luna ha la forma di una sottile falce e il resto del suo disco è debolmente illuminato, sembra che il bordo esterno della falce appartenga ad una circonferenza di raggio maggiore della parte in cui si trova in ombra.

Se si nasconde la metà inferiore di una fiamma brillante con una tavoletta orizzontale piana, sembra invadere un po' il bordo della tavoletta e quest'ultima non sembra più piana, ma leggermente dentellata dove si vede la fiamma (fig. 354).

Plateau pensava di poter spiegare l'irradiazione supponendo che l'eccitazione di un punto determinato dalla retina si trasmetteva ai punti vicini; ma questa spiegazione è ora abbandonata.

FENOMENI ENTOPTICI. - Vari corpuscoli molto piccoli, immersi all'interno dei liquidi dell'occhio, alcuni vasi sanguigni che si trovano negli occhi, ecc. possono proiettare ombre sulla retina o alterare la forma immagini prodotte su di essa rilevandone così la presenza. Tutti i fenomeni puramente soggettivi che così sorgono portano la denominazione generale di fenomeni entoptici. Molti di essi si possono osservare facilmente, quando si dirige lo sguardo su una parte di cielo uniformemente e sufficientemente ben illuminata.

4. Durata di un'impressione luminosa. Valutazione della grandezza e distanza dagli oggetti

Ogni eccitazione della retina, per quanto breve possa essere, non scompare immediatamente con la causa che l'ha prodotta, ma dura ancora circa 0,1". Di conseguenza una serie di eccitazioni che si succedono a intervalli minori di 0,1" danno impressioni che si combinano tra loro. È su questo fatto capitale che si basa la costruzione di tutta una serie di dispositivi e strumenti molto diffusi, usati per lo più più per divertimento che per scopi scientifici (taumatropio, fenachistoscopio, cinematografo, ecc.).

Numerose ricerche, in particolare quelle di Allen (1901) hanno mostrato che la durata delle impressioni luminose varia con i raggi di diversi colori. È minima per i raggi gialli (attorno alla riga D) e aumenta, e cresce andando verso i raggi rossi, così come verso i raggi viola.

Quando guardiamo un oggetto con entrambi gli occhi, si forma sulla retina di ogni occhio un'immagine di quell'oggetto. Tuttavia, vediamo gli oggetti semplici quando le due immagini si formano in punti corrispondenti sulle due retine; in questo caso le due impressioni si sovrappongono in una sola e si oggettivano nello stesso luogo dello spazio. Ma se si fissa un oggetto qualunque (ad esempio un dito), si vedono doppi tutti gli altri oggetti, posti nella stessa direzione, ma più vicini o più lontani da noi, le cui immagini non si formano nelle posizioni corrispondenti su entrambe le retine. Helmholtz ha mostrato, tuttavia, che ad una data posizione degli occhi corrisponde un'infinità di punti, che non appaiono doppi; ha dato al loro luogo geometrico il nome di *oropectera*.

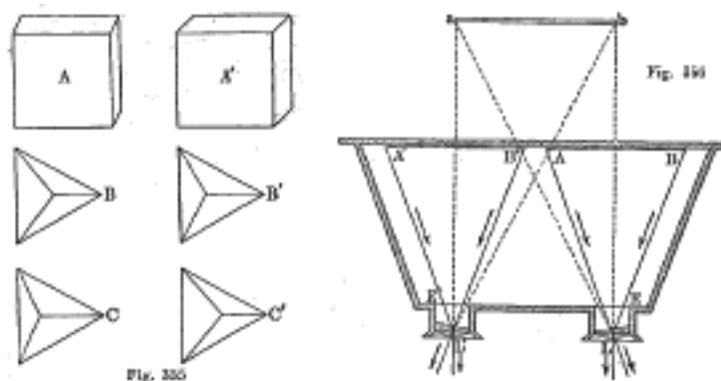
Si valuta dalle dimensioni relative degli oggetti, che sono quasi alla stessa distanza da noi, secondo la loro apparente grandezza angolare, che dipende dalle dimensioni della loro immagine retinica. Valutiamo allo stesso modo la grandezza assoluta degli oggetti, se abbiamo dati per apprezzare la distanza alla quale si trovano.

Al contrario, spesso apprezziamo la distanza di oggetti più distanti da noi in base alla loro dimensione apparente, cioè in base alla loro dimensione angolare, quando questi oggetti ci sono ben noti (uomo, cavallo, ecc.). Inoltre il numero, la natura, la disposizione degli oggetti, che sono tra noi e l'oggetto considerato, possono fornire dati per valutare la distanza di quest'ultimo. Infine, lo stesso obiettivo può ancora essere raggiunto, anche con l'ausilio della prospettiva aerea, come viene chiamata, cioè il grado di nitidezza, con cui vediamo i dettagli di oggetti lontani attraverso lo strato d'aria interposto.

Per valutare la distanza degli oggetti vicini ci si lascia guidare in parte, probabilmente, dalla grandezza dell'accomodamento, che non avviene senza un certo sforzo; ma non c'è dubbio che la visione binoculare gioca qui un ruolo importante, e anche doppio. In primo luogo, gli assi degli occhi, i cui prolungamenti si intersecano sull'oggetto considerato, convergono tanto più, cioè si discostano tanto più dal parallelismo quanto più questo oggetto è vicino. Questa convergenza si avverte, ne siamo consapevoli, ed è dalla sua grandezza che giudichiamo le distanze. In secondo luogo gli occhi, trovandosi in luoghi diversi dello spazio, danno immagini disuguali degli oggetti che ci circondano: questa differenza è dovuta alla loro posizione reciproca e alla forma degli oggetti separati, perché le parti, della loro superficie viste da ogni occhio non sono esattamente le stesse. Il grado di questa disuguaglianza delle due immagini retiniche, le cui impressioni sono sovrapposte in una, dà un'idea molto chiara della disposizione prospettica degli oggetti più vicini e delle parti di un oggetto.

Se si pongono oggetti diversi davanti a sé, si chiudono gli occhi e si gira la testa dall'altra parte (per cambiare ciò che si è appena visto), se poi si apre un occhio, mantenendo la testa immobile, tutta la prospettiva scompare, tutti gli oggetti appaiono piatti e situati nello stesso piano, ed è difficile afferrare qualsiasi oggetto portando rapidamente la mano su di esso. Quando si apre l'altro occhio finora chiuso, si rimane colpiti dall'improvvisa ricomparsa della prospettiva. La figura 355 rappresenta le immagini A, B, C corrispondenti all'occhio sinistro, e A', B', C'

corrispondenti all'occhio destro, di un parallelepipedo, nonché di due tetraedri, l'uno che volge il suo vertice verso l'alto e l'altro cavo, verso il basso. Se si guarda A, B o C con l'occhio sinistro, A', B' C' con il destro, queste immagini, prese a due a due si sovrappongono e appare il rilievo. È su questo fenomeno che si basa la costruzione dello *stereoscopio*, rappresentato schematicamente in fig. 356. Si preparano due fotografie AB e A'B' dello stesso oggetto, della stessa persona, dello stesso paesaggio, ecc., preso nel mezzo di due obiettivi prefissati su di essi come sarebbero i due occhi.

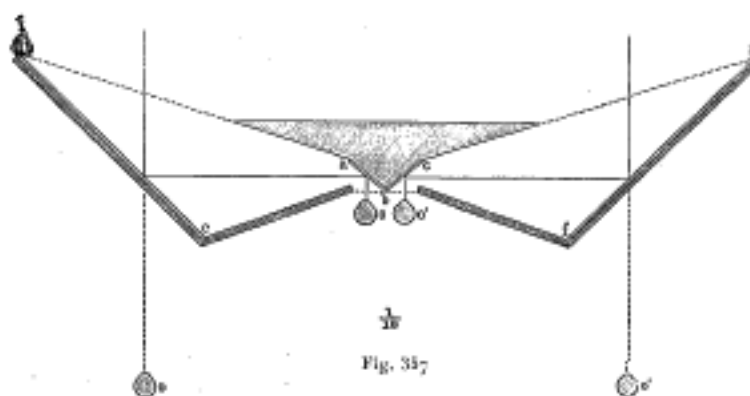


Queste immagini vengono poste una a fianco all'altra sul fondo di una scatola, il cui coperchio ha due tubi E ed E'; ognuno di questi tubi racchiude una lente convergente e un prisma (o una semi lente), così che le due immagini vengono a sovrapporsi in *ab*. Se si guarda contemporaneamente con entrambi gli occhi nello strumento, l'occhio destro vede l'immagine AB in *ab* e l'occhio sinistro vede l'immagine A' B' nello stesso punto. Questa sovrapposizione delle due immagini dà una sensazione molto naturale del rilievo dell'oggetto.

Lo stereoscopio semplice può essere utile per rendersi conto della forma complessa di un corpo, un cristallo, una macchina, ecc. Può inoltre servire per vedere se due immagini provengono dalla stessa istantanea. Permette a volte anche di accertare se un pezzo d'argento è buono o meno.

Helmholtz ha costruito un interessante strumento, detto *telestereoscopio*, che è rappresentato schematicamente in fig. 357.

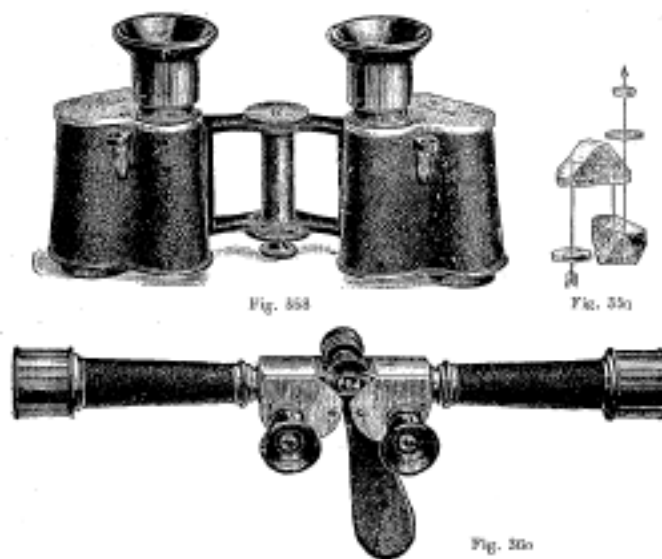
Un tubo annerito all'interno contiene due specchi (o due prismi con riflessione totale) *de* e *fg*. I raggi raggiungono l'occhio dopo essere stati riflessi prima da *de* e *fg* e poi da due altri due specchi (o prismi) *ab* e *cb*. Oggetti distanti osservati con questo strumento, ad esempio, alberi o uomini, appaiono più nettamente separati l'uno dall'altro; i paesaggi acquistano più rilievo. L'azione dello strumento è la stessa che se la distanza reale tra i due occhi diventa *oo'* divenisse uguale a *OO'*.



È su questo principio che si basano i binocoli e i cannocchiali doppi costruiti da Zeiss a Jena, e nei quali la distanza D dei due obiettivi è maggiore della distanza *d* degli oculari. La figura

358 rappresenta uno di questi binocoli, nei quali $D = 1,75d$; la figura 359 indica il cammino dei raggi all'interno della metà sinistra del dispositivo. La figura 360 rappresenta una doppia lente di ZEISS. Le aperture per gli obiettivi si trovano alle estremità dei tubi dal lato opposto a quello raffigurato. Si ha qui $D = 7d$; poiché i cannocchiali producono un avvicinamento pari a dieci, l'effetto stereoscopico rispetto a quello ottenuto ad occhio nudo è 70 volte maggiore.

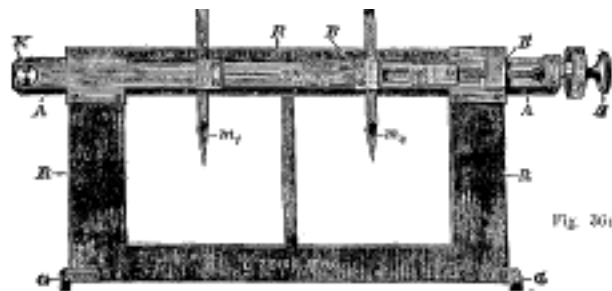
Pulfrich, collaboratore di C. Zeiss a Jena, ha costruito un'idea da un'idea di De Grousillier un telemetro stereoscopico (stereo-telemetro). Si compone di due tubi come quelli rappresentati in figura 360; nei piani focali degli obiettivi si trovano piccole lastre di vetro, che portano una serie di segni a forma di cuneo assegnati a numeri. Questi segni rappresentano due immagini stereoscopiche di una serie di segni, collocati nello spazio a distanze diverse dall'osservatore. Quando si guarda nello strumento, queste due immagini si confondono e danno l'impressione di una serie di segni, sospesi in aria, a distanze indicate dai numeri corrispondenti. I segni sono disposti in tre serie. Nella prima le distanze sono 100, 200, 900, 1000 *m*, nella seconda 1100, 1200, 1900, 2000 *m*, nella terza 2000, 2200, 2400, 3000, 3500, 4000, 5000, 10000 *m*.



Confrontando la posizione dell'oggetto osservato con quella del segno più vicino, in qualche modo sospeso al di sopra di esso, si può determinare a quale distanza questo oggetto si trova. L'immagine stereoscopica (tav.1) unita a questo volume mostra il campo visuale del telemetro puntato su un paesaggio. Se si pone questa immagine nello stereoscopio, il paesaggio assume un rilievo sorprendente e le tre serie di segni appaiono al di sopra di esso, volando per così dire nell'aria e allontanandosi un poco.



Lo stereoscopio dal 1901 ha assunto un'ascesa davvero prodigiosa, grazie al nuovo lavoro di Pulfrich e soprattutto grazie alla costruzione dello *stereocomparatore*. Per capire il ruolo di questo dispositivo, dobbiamo prima far conoscere il principio del segno variabile nel campo visivo di un dispositivo ottico binoculare. A tal fine, consideriamo due cannocchiali uno accanto all'altro, i cui assi sono stati fatti esattamente paralleli; le immagini dei punti all'infinito si formano in luoghi aventi esattamente la stessa posizione nei due campi visivi. Punti posti a una distanza finita, al contrario, danno immagini in luoghi non identici dei due campi. La differenza nella posizione delle due immagini sarà tanto più grande, quanto il punto considerato è più vicino, quanto gli obiettivi dei cannocchiali sono più distanti tra loro e la lunghezza focale degli obiettivi è più grande. Quest'ultima può essere assai grande (da 1 a 2 metri), mentre gli oculari si trovano uno vicino all'altro come nel cannocchiale doppio (fig. 360).



Supponiamo ora per converso in ciascuno dei piani delle immagini dei due cannocchiali un segno, un tratto verticale. Uno dei segni potrebbe essere spostato lateralmente. Quando i segni sono in punti esattamente corrispondenti ai piani delle immagini (posizione zero dei segni), l'osservatore vede, nella visione binoculare, i segni a una distanza che sembra infinita.

Ma se uno dei segni è spostato lateralmente di una quantità misurabile s , sembra essere a una distanza finita S , che si calcola usando la formula facile da stabilire $S = RF : s$. Qui R indica la distanza tra i centri degli obiettivi, F la lunghezza focale degli obiettivi. Maggiore è lo spostamento s di uno dei segni, minore è S , più il segno sospeso nello spazio appare vicino all'osservatore.

Lo *stereomicrometro* (fig. 361) serve a dimostrare questo principio; è costituito da un telaio RR , che supporta due punte metalliche m_1 e m_2 , di cui una m_2 si può spostare lateralmente mediante la vite micrometrica S . Questo telaio è posizionato in un normale stereoscopio in modo tale che i due punti siano il più vicino possibile ai piani delle due immagini stereoscopiche. Si vede, nell'immagine stereoscopica che appare in rilievo, la punta sospesa nello spazio. Ruotando

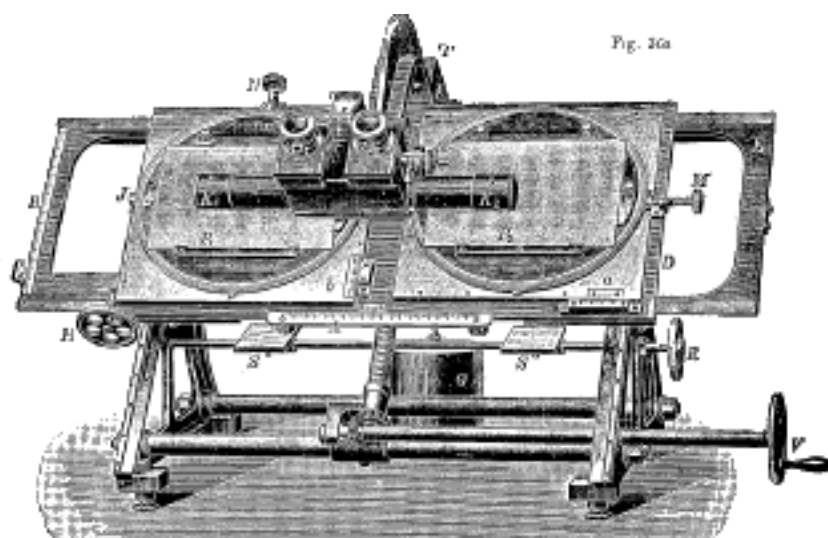
la vite S, la si può avvicinare o allontanare. Si otterrebbe così teoricamente una misura della profondità dell'immagine, se le punte coincidessero con il piano delle immagini stereoscopiche, ma praticamente ciò non è possibile.

Lo stereocomparatore (fig. 362) risponde a tutti i desiderata.

È costituito dal telaio inclinato E, sul quale sono posizionate le due piastre stereoscopiche P_1 e P_2 . Ognuna di queste piastre può ricevere un movimento di rotazione e di traslazione in due direzioni perpendicolari. Inoltre le due piastre possono essere spostate insieme lateralmente e verso l'alto o verso il basso. Per l'osservazione si usa il microscopio binoculare $K_1K_2O_1O_2$, la cui costruzione è analoga a quella del doppio cannocchiale (fig. 360); O_1 e O_2 sono gli oculari; gli obiettivi sono in K_1 e K_2 sul lato rivolto verso le piastre P_1 e P_2 . Queste sono poste mediante rotazioni e spostamenti successivi, in modo tale che le parti oggetto di osservazione siano esattamente corrispondenti.

Nei due piani focali si trovano i segni utili alla misura della profondità: un tratto verticale su una piccola lastra di vetro per ciascuno. Il segno a destra può essere spostato dalla vite micrometrica m di una quantità misurabile. Ma invece di operare in questo modo, la piastra P_2 può essere spostata anche lateralmente, perché anche in questo caso sembra che il segno cambi di piano in profondità, apparendo fissa l'immagine dello spazio.

SS sono due specchi, che servono ad illuminare lastre trasparenti (diapositive).



Dobbiamo accontentarci di dare una brevissima panoramica delle applicazioni di questo strumento. In primo luogo serve a *scoprire i cambiamenti* avvenuti in un oggetto fotografato; in secondo luogo è utilizzato *per la misura reale della profondità*, cioè per lavori puramente topografici.

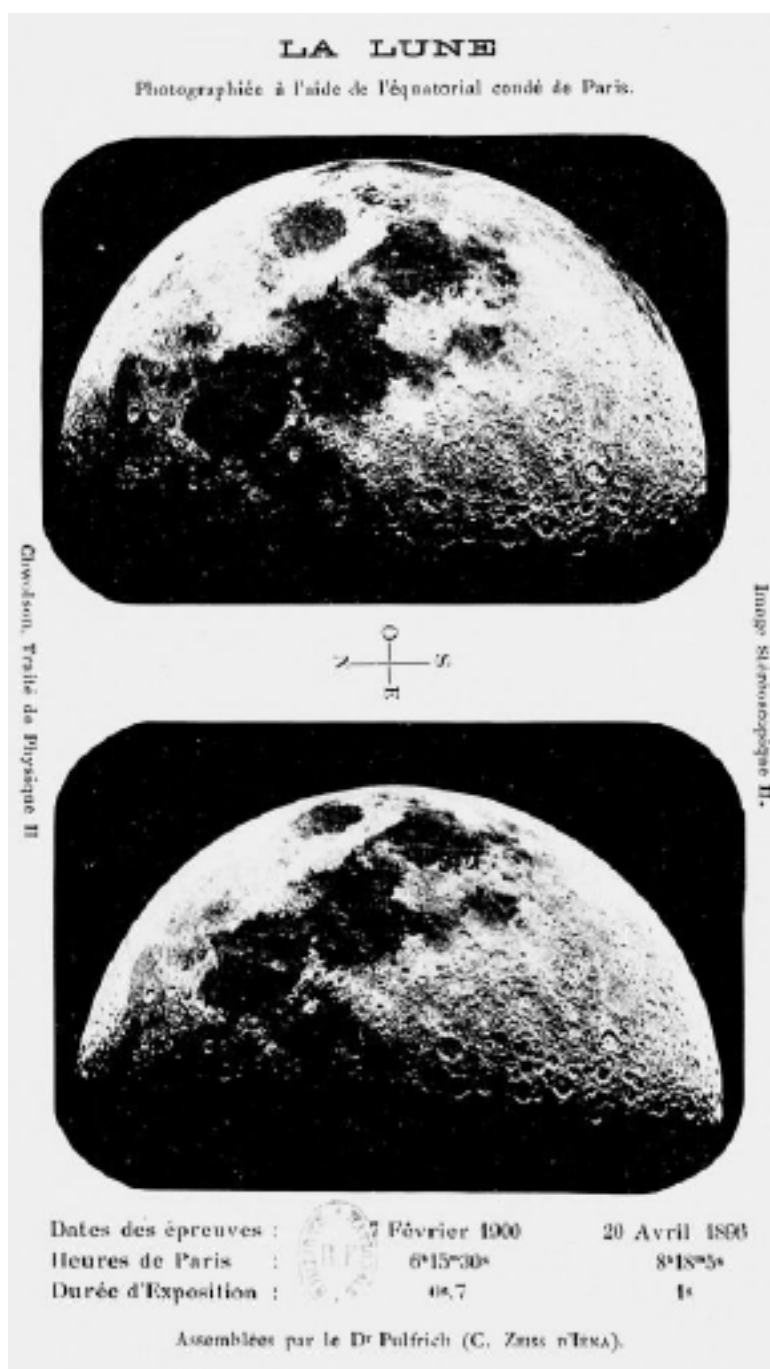
Se P_1 e P_2 sono immagini stereoscopiche di un paesaggio, il segno mobile permette di determinare la differenza delle distanze di due punti qualsiasi dall'osservatore. Se P_1 e P_2 sono fotografie identiche, ma scattate in tempi diversi, di un paese, si possono subito scoprire tutte le modifiche sopraggiunte, i cedimenti del terreno, gli spostamenti di costruzioni, ecc., perché i luoghi in questione si distinguono dal piano, nel quale sembra essere situato l'intero paesaggio.

Come telemetro propriamente detto, il dispositivo può essere utilizzato per determinare l'altezza delle nuvole, delle stelle cadenti, ecc.

Soprattutto, lo stereo-comparatore ha un'enorme importanza, inestimabile dal punto di vista dei risultati, per l'astronomia.

L'immagine stereoscopica (tav. 2) raffigura due vedute della Luna, che corrispondono ad una librazione di 14° . Ciò corrisponde a una linea di base (distanza degli occhi) di 95000 km . Nello stereoscopio la superficie della luna appariva in rilievo. Con lo stereo-comparatore si può

ottenere un livellamento perfetto della superficie della luna, e Pulfrich è davvero arrivato a misurare direttamente le altezze e le profondità di alcuni crateri.



Ancora più importante è l'applicazione dello stereocomparatore alla scoperta di pianeti, stelle fisse con luminosità variabile e di quelle che possiedono un moto proprio abbastanza ampio.

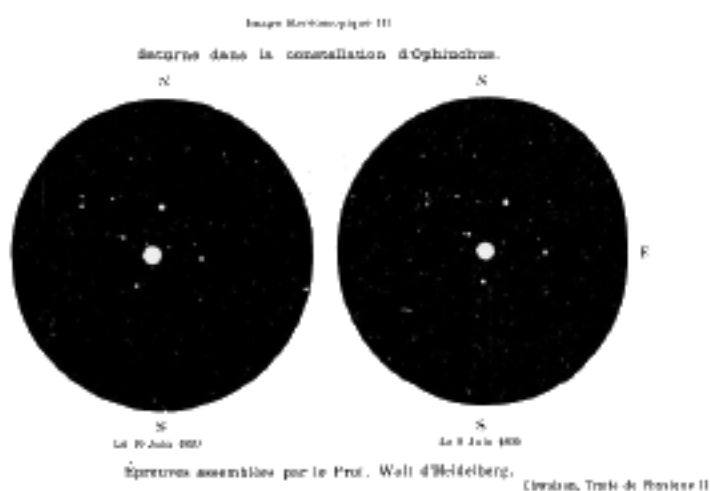
Supponiamo due immagini di un luogo del cielo, prese a un certo intervallo di tempo (da un giorno a diversi anni) l'uno dall'altro.

Per scoprire le modifiche, le due lastre hanno dovuto essere sottoposte a misurazioni comparative estremamente faticose e molto lunghe. Per mezzo dello stereo-comparatore si vede con un solo colpo d'occhio tutti i cambiamenti. Se è avvenuto uno spostamento qualunque, l'oggetto in questione appare al di fuori del piano del cielo delle stelle fisse, volante, per così dire, liberamente nello spazio.

Anche le variazioni di luminosità sono immediatamente visibili, poiché l'oggetto in questione si distingue per la sua mancanza di nitidezza e il suo aspetto mutevole. Finora è stato possibile

solo con difficoltà discernere oggetti interessanti tra la grande massa di stelle, e alcune di esse potevano facilmente passare inosservati, mentre con il nuovo metodo questi oggetti attirano immediatamente l'attenzione su di loro.

La figura stereoscopica (tav 3) rappresenta due vedute di Saturno nella costellazione del Serpentario dalle fotografie del professor Wolf di Heidelberg. Queste fotografie sono state scattate in due notti consecutive. Se si pone l'immagine in uno stereoscopio, si vede Saturno sospeso quasi liberamente nello spazio con due lune, molto più avanti del cielo stellato che sembra piatto. Secondo la distanza nota dalla Terra al Sole (149 milioni di chilometri) e le durate della rivoluzione terrestre (365 giorni) e di Saturno (10759 giorni terrestri) la lunghezza della linea di base è valutato a 2.478.000 *km*. Pulfrich ha dedotto le misure per mezzo del segno mobile (spostamento 1 m 12 *mm*) dello spostamento di Saturno rispetto alla Terra e lo trovò pari a 1259 milioni di chilometri, mentre in realtà è pari a 1269 milioni di chilometri.



Pulfrich arrivò anche (1902) nei primi esami scrupolosi delle fotografie delle stelle a scoprire un nuovo piccolo pianeta, che era passato inosservato prima nello studio di queste lastre. Wolf scoprì una dozzina di stelle variabili, anch'esse rimaste inosservate. All'inizio del 1903, Wolf scoprì ancora un altro nuovo pianeta subito dopo aver ricevuto uno stereo-comparatore, e il suo aiutante Goetz è stato in grado di ritrovare un pianeta conosciuto, cercato da diversi giorni.

Nel 1904 Pulfrich trovò un nuovo metodo per riconoscere immediatamente in due immagini, le differenze che potevano presentare, per esempio in due fotografie della stessa stella. Le due immagini sono prodotte alternativamente e con grande rapidità nell'oculare di uno stesso microscopio, dove sono di conseguenza confuse. Le parti che non coincidono o che hanno qualche altra differenza hanno qualcosa di fluttuante e mobile e attirano immediatamente l'attenzione dell'osservatore. Questo metodo può essere applicato solo a persone che non sono in grado di effettuare osservazioni stereoscopiche, con entrambi gli occhi, nel modo abituale.

Krüss ha costruito (1902) uno stereoscopio per l'osservazione di grandi immagini, ottenute, ad esempio, per mezzo di raggi Röntgen.

D'almeida ha immaginato un'esperienza molto interessante. Si imprime su della carta una sopra l'altra, o si sovrappongono in proiezione su uno schermo due immagini stereoscopiche dello stesso oggetto, una rossa, l'altra verde, in modo da ottenere un'immagine unica, incolore e priva di rilievo. Se si osserva questa immagine attraverso un paio di cannocchiali, una delle quali di vetro è rossa, e l'altra verde, l'immagine assume un notevole rilievo, pur rimanendo incolore. Berthieu (1896) e Ives (1904) hanno trovato un altro metodo per ottenere da una singola immagine un'impressione stereoscopica.

5. La teoria delle sensazioni cromatiche di Young e Helmholtz

L'occhio è in condizione di apprezzare nella luce delle differenze qualitative, di vederne il *colore*. La sensazione di colore dipende dalla lunghezza d'onda λ della luce o delle sue parti costituenti, ma non è determinata assolutamente da λ . Da un lato una luce omogenea o complessa produce sensazioni di colore diverse, a seconda della sua intensità. Così ad esempio, i raggi viola, sotto una debole intensità, assumono un tono rossastro; sotto una grande intensità, una colorazione grigia.

Sotto un'intensità molto debole tutti i corpi appaiono incolori. Al contrario sotto un'altissima intensità tutti i colori, ad eccezione del rosso, tendono al bianco; il rosso, al contrario, appare giallo, anche sotto la massima intensità.

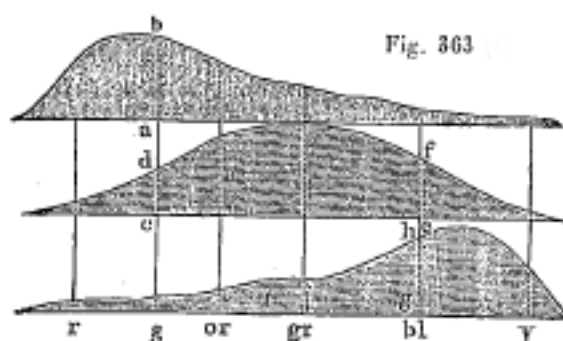
L'occhio è più sensibile a una debole luce verde o blu che a una debole luce gialla o rossa. Se prima si dà a questi quattro colori la stessa luminosità e se poi si indeboliscono, il verde e il blu sembrano più luminosi rispetto al rosso e al giallo; questo è chiamato il fenomeno Purkinje. Ricerche dettagliate sono state condotte da Aubert (1876), Ebert (1888) e Pflüger (1902) per riconoscere come la sensibilità dell'occhio varia con la lunghezza d'onda λ di un raggio. Ebert ha riscontrato che la massima sensibilità corrisponde approssimativamente alla radiazione verde $\lambda = 0,530\mu$. Pflüger ha trovato il massimo di sensibilità nella regione compresa tra $\lambda = 0,495$ e $\lambda = 0,525\mu$; per $\lambda = 0,717\mu$, è 3300 volte più piccola che per i raggi verdi e per $\lambda = 0,413\mu$, è 60 volte. Questi valori evidentemente non sono gli stessi per differenti persone.

D'altra parte una luce complessa può dare la stessa sensazione di colore per una composizione molto diversa. Helmholtz, come già osservato, ha studiato in dettaglio la questione del mescolamento dei colori, cioè della sensazione di colore ottenuta, quando due o più raggi colorati agiscono contemporaneamente sulla retina. Come abbiamo visto, il risultato di una tale mescolanza è del tutto diverso da quello che si osserva nella miscela di pigmenti di colore diverso; il bianco si ottiene non solo mescolando tutti i colori dello spettro, ma anche mescolando solo due colori e a ogni raggio dello spettro ne corrisponde un altro *complementare*, che dà bianco col primo.

Lo studio della mescolanza dei colori e l'analisi di alcuni casi patologici di confusione cromatica, di cui il *daltonismo* è l'esempio più frequente, ha portato Helmholtz a riconoscere l'esattezza della teoria di Young sulla sensazione dei colori. Questa teoria è oggi chiamata teoria di Young-Helmholtz e consiste in ciò che segue.

1) Ci sono tre tipi di elementi nervosi fotosensibili negli occhi, formanti l'ispessimento del nervo ottico. L'emozione dei primi produce la sensazione del rosso, quella dei secondi la sensazione del verde e infine la sensazione del viola (dall'indaco secondo Young).

2) Una luce omogenea (fisicamente) eccita sempre i tre tipi di elementi nervosi, ma in modo ineguale. Il grado di eccitazione è rappresentato graficamente in figura 363, dove le ascisse delle tre curve corrispondono ai colori spettrali, le ordinate al grado di eccitazione, subito da ciascuno diversi tipi di elementi nervosi.

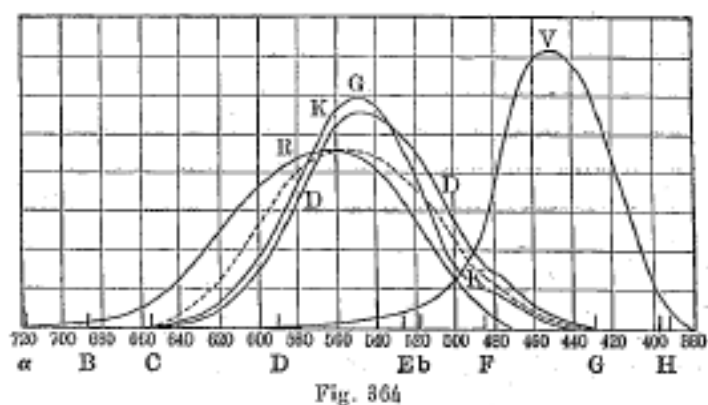


3) Un'eccitazione simultanea uguale di tutti gli elementi nervosi produce la sensazione di una luce bianca. Se si mescolano, ad esempio, raggi arancioni e indaco, siccome si ha approssimativamente $ba = dc + fe = hg$, ne consegue che i tre tipi di elementi nervosi sono tutti ugualmente eccitati e si riceve l'impressione di una luce bianca.

König e Dieterich hanno cercato di determinare più esattamente la forma delle tre curve precedenti. I risultati della loro ricerca sono rappresentati in figura 364. Sull'asse delle ascisse sono tracciate le lunghezze d'onda, espresso in $10^{-6} mm$: le lettere, che sono ad esse allegate, corrispondono alle righe di Fraunhofer. Le curve R e V trovate da ciascuno di essi, per rappresentare il grado di eccitazione degli elementi nervosi del primo e del terzo genere non differiscono. Le curve KK e DD danno il grado di eccitazione degli elementi nervosi del secondo tipo, secondo König e Dieterich; la curva tratteggiata corrisponde a occhi anormali, come se ne presentano spesso.

Tra le altre teorie sulle sensazioni dei colori c'è quella di Hering particolarmente nota.

Hering parte dall'ipotesi che le sensazioni dei colori si compongano di sei elementi fondamentali (*Komponenten*): bianco, nero, giallo fondamentale (*Urgelb*), il blu fondamentale (*Urblau*), il rosso fondamentale (*Urrot*), e il verde fondamentale (*Urgrün*). Ogni sensazione di colore tranne le ultime quattro, contiene oltre all'elemento colorato un elemento incolore, cioè bianco o grigio. Inoltre, tutte le sensazioni di colore provengono da transizioni (con miscela di bianco) dallo sfondo rosso, allo sfondo giallo, dallo sfondo giallo, a quello verde, da quello verde, al blu e dal blu, al rosso. Non c'è alcuna sensazione dal passaggio dallo sfondo rosso al verde e dallo sfondo giallo, al blu.



Alle sensazioni luminose corrispondono determinati processi chimici nella sostanza dei nervi e del cervello. Queste azioni sono di due tipi: tre processi D (D = deassimilazione) di scomposizione, che producono le sensazioni del nero, dello sfondo rosso e giallo, e tre processi A (A = assimilazione) di nutrizione o combinazione, che danno le sensazioni del bianco, dello sfondo verde e del blu. Il processo D, corrispondente al nero, si effettua costantemente; gli altri cinque processi sono prodotti luminosi. Non possiamo entrare qui in maggiori dettagli su come Hering spiega i diversi fenomeni dovuti ai colori. Si troverà nell'opera di Müller-Pouillet, *Lehrbuch der Physik*, (edizione 9ª edizione, T. II, I (1897), pagina 656, una breve esposizione di questa teoria, scritta dallo stesso Hering.

Tra i numerosi autori di teorie più o meno indipendenti delle sensazioni dei colori si possono citare Chauveau, Preyer, Ebbinghaus, Preobrajensky, Oppolzer, Charpentier e Parinaud. Estel ha fornito un'eccellente panoramica delle diverse teorie proposte.

Quando abbiamo esposto le idee di Lummer sulla legge di Draper, avevamo già detto che secondo Kries i coni servivano per ricevere le impressioni dei colori e i bastoncelli quelle luminose.

Goldhammer (1905) ha cercato di dedurre teoricamente, sotto forma di una funzione matematica, la dipendenza tra la sensazione del colore e la lunghezza d'onda.

6. Occhio anormale

Abbiamo presentato nel § 1 di questo capitolo la struttura dell'occhio e indicato le dimensioni e i rapporti ottici relativi a un occhio normale o emmetrope, che si adatta facilmente a distanze variabili da infinito a circa 15 centimetri. Ma molto spesso gli occhi presentano varie anomalie, di cui considereremo le più importanti.

1. La *miopia* è un difetto della *rifrazione* che si verifica nell'occhio: questa è troppo forte e il fuoco posteriore si forma davanti alla retina. Gli oggetti distanti non danno immagini sulla retina, e di conseguenza non possono essere viste senza l'ausilio di *lenti divergenti*, cioè di occhiali muniti di lenti biconcave. La distanza minima di visione distinta è inferiore a quella di un occhio normale; gli oggetti vicini si vedono nettamente senza occhiali.

2. Anche l'*ipermetropia* è un difetto della *rifrazione* prodotta dall'occhio, ma qui quest'ultima è troppo debole. Il fuoco posteriore è dietro la retina, quindi un oggetto è chiaramente visibile, anche quando i raggi che raggiungono l'occhio sono convergenti. L'occhio si adatta facilmente agli oggetti distanti; sono visti distintamente senza uno sforzo speciale. D'altra parte, essendo molto grande la distanza minima di visione distinta φ , la considerazione di piccoli oggetti, come ad esempio quando si legge un libro, è difficile, perché bisogna tenerli abbastanza lontani. L'ipermetropia viene corretta con occhiali dotati di *lenti convergenti*.

3. La *presbiopia* è un'affezione dell'occhio che compare con la vecchiaia a seguito di una riduzione delle sue facoltà di accomodamento; è dovuta ad un indebolimento del muscolo che racchiude il cristallino. Il potere rifrangente dell'occhio è del tutto normale; gli oggetti distanti sono chiaramente visibili, ma gli oggetti vicini non lo sono; la distanza minima per una visione distinta è più grande che nell'occhio emmetrope. Ci si deve servire per leggere e scrivere di lenti convergenti, che spostano artificialmente indietro gli oggetti.

Si può facilmente calcolare nel modo seguente la distanza focale principale x degli occhiali, necessaria per correggere un occhio, la cui distanza minima di visione distinta è φ_1 . Supponendo che i mezzi rifrangenti dell'occhio possano essere sostituiti da una singola lente di lunghezza focale F , e denotando con d la distanza dalla cornea alla retina, si ha

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{d}$$

Se F_1 è la lunghezza focale del sistema, formato dall'occhio e dagli occhiali che danno la distanza normale di visione distinta φ invece di φ_1 , si ha

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{d}$$

Se ne deduce

$$\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_1}$$

Si ha, dalla formula $\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''}$,

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{x}$$

e di conseguenza

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_1}$$

da cui

$$x = \frac{\varphi\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi}$$

Per $\varphi = \varphi_1$, si ha $x = \infty$; per $\varphi_1 < \varphi$ si ha $x < 0$, e per $\varphi_1 > \varphi$ si ha al contrario $x > 0$. Il primo caso corrisponde all'occhio miope, il secondo al presbite.

7. Illusioni ottiche

In tutti i casi in cui l'oggetto che stiamo considerando non corrisponde secondo le sue qualità all'oggetto che esiste realmente, diciamo che c'è un'illusione ottica o un difetto di vista. Abbiamo visto che il processo della visione è diviso in tre parti: 1. i raggi uscenti dall'oggetto devono raggiungere l'occhio; 2. l'immagine che si forma sulla retina deve produrre su quest'ultima un'eccitazione, che dipende dalle dimensioni di questa immagine, dall'intensità e dalla colorazione delle sue parti, e 3. in virtù dell'impressione ricevuta si produce un'oggettivazione di quest'ultima. Si possono disporre tutte le illusioni ottiche in tre gruppi corrispondenti a queste tre parti, a seconda che la causa dell'illusione sia fuori di noi, nell'occhio o nell'atto psichico di oggettivazione. Ci limiteremo a dare qui solo un piccolo numero di esempi di questi numerosi e interessanti fenomeni. Il lettore che volesse approfondire lo studio, può consultare i lavori di Burmester, Bencke e Wundt su questo argomento.

I. *La causa dell'illusione è al di fuori di noi.* - Si possono contare tutti i casi in cui, a seguito di riflessioni o rifrazioni dei raggi, non vediamo gli oggetti nella direzione in cui sono effettivamente. Specchi, lenti, prismi danno esempi molto simili; la rifrazione astronomica e vari fenomeni nell'atmosfera (ad esempio, la fata Morgana) ci forniscono altri esempi noti. Inoltre, in tutti questi casi, l'elemento psichico (vedi sotto) gioca a certo ruolo.

II. *La causa dell'illusione è fisiologica.* I difetti dell'occhio, considerato nel § 3, possono dar luogo a diverse illusioni ottiche. Molte di queste sono prodotti dall'irraggiamento. Abbiamo già parlato di illusioni relative alla dimensione di oggetti brillanti su fondo scuro e viceversa (figura 353), nonché alla dimensione relativa di raggi dal bordo esterno della luna durante il suo primo quarto e dal resto del suo disco poco illuminato. Se si incollano su uno sfondo scuro diverse serie di piccoli cerchi bianchi (in carta, per esempio), adiacenti l'uno all'altro, essi appaiono, visti da lontano, sotto forma di esagoni regolari (fig. 365).

Probabilmente è all'irraggiamento che sono dovute, almeno in parte, una serie di illusioni di ottiche, consistenti nell'allargamento apparente di angoli luminosi, compresi tra righe scure, di cui una larga. Sulla figura 366 la retta f sembra formare il prolungamento di a , mentre in realtà da è una linea retta. Gli angoli acuti (d, A) e (a, A) appaiono ingranditi e di conseguenza le estremità delle linee strette d e a appaiono spostate, la prima in alto, la seconda in basso.

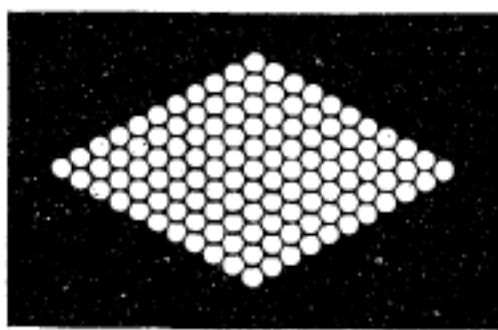


Fig. 365



Fig. 366

Sulla durata delle impressioni luminose si basano le illusioni ottiche, osservate nello stroboscopio, nel taumatropo, fenachistiscopio, i cinematografi, ecc.

Un'eccitazione dell'occhio sufficientemente lunga da parte di raggi di un determinato colore produce un affaticamento di questo organo e lo rende insensibile ai raggi di questo colore. Se si fissa a lungo una macchia colorata e poi si riportano gli occhi su una superficie bianca, si percepisce su quest'ultima una macchia del colore complementare. Se la macchia è rossa, i raggi rossi contenuti nella luce bianca agiscono debolmente sull'occhio, e di conseguenza una macchia verdastra appare sulla superficie bianca. Se si pone una banda di carta grigia su una superficie

rosso vivo, la carta appare verdastra; al contrario la banda di carta sembra grigiastra su una superficie verde brillante. Questo fenomeno si osserva ancora più chiaramente, se si infila in mezzo ad una superficie colorata lucida una fascia di carta nera e se le si ricopre entrambe con un foglio di carta bianca molto sottile; la macchia scura al centro appare fortemente colorata e ha il colore complementare di quello dello sfondo che la circonda. Anche qui è collegato il fenomeno delle ombre colorate, che si osserva, quando l'ombra è prodotta da una sorgente luminosa colorata, in presenza di un'altra sorgente luminosa debole ma bianca. Così, ad esempio, al crepuscolo, le ombre formate da una lampada a petrolio (sorgente luminosa gialla) appaiono grigiastre.

Anche la sensibilità della retina alla luce bianca può diventare offuscata; una illuminazione di media intensità che segue una illuminazione più intensa o paragonata direttamente a essa ci sembra scura. Se si chiudono tutte le porte e finestre di una stanza e si illumina al gas, in modo tale che di notte la sua illuminazione potrebbe essere qualificata come illuminazione *a giorno*, essa appare comunque abbastanza buia e all'inizio non ci si vede, se si entra di giorno, provenendo direttamente dall'esterno. Le macchie del Sole ci sembrano nere, anche se in realtà emettono una luce molto intensa.

III. *La causa dell'illusione è psicologica.* Si riporta la maggior parte delle illusioni ottiche e la più interessanti tra loro.

L'oggettivazione si basa esclusivamente sull'impressione ricevuta; anche l'oggetto oggettivo, cioè ciò che vediamo, ci sembra identico, quando c'è identità completa di due eccitazioni, sebbene le cause di queste ultime siano abbastanza diverse nei due casi. Vediamo le immagini virtuali e le immagini reali degli oggetti, come se questi si trovassero al posto delle immagini. Vediamo, per esempio, oggetti in uno specchio piano, e benché sappiamo benissimo che dietro lo specchio non esistono, nessuno sforzo di volontà può liberarci da questa illusione ottica e siamo portati a non realizzare l'oggettivazione dell'eccitazione ricevuta.

Abbiamo in precedenza affermato che valutiamo la distanza di un oggetto in parte, dalla prospettiva aerea, cioè dal grado di nitidezza con cui vediamo i suoi dettagli; la grandezza apparente degli oggetti per una data grandezza angolare di questi dipende dalla loro distanza apparente. È così che una catena montuosa ci sembra molto lontana e di conseguenza molto alta, quando l'aria non è molto trasparente; la stessa catena montuosa ci sembra vicina e relativamente bassa, quando l'aria è particolarmente limpida, come dopo una pioggia.

È noto a tutti, che la luna e il sole appaiono molto più grandi al loro sorgere e tramontare che quando sono a grande altezza sopra l'orizzonte. Un gran numero di studiosi, tra cui Tolomeo, Descartes, Alhazen, Malebranche, Gassendi e Gauss si è occupato di questo fenomeno e ha cercato di spiegarlo. La spiegazione, che di solito viene data, è la seguente; quando l'astro si trova basso all'orizzonte, lo strato d'aria attraversato dai suoi raggi ha uno spessore relativamente grande, appare meno brillante e di conseguenza l'immaginiamo più lontano da noi, che quando è a una certa altezza nel cielo. Il fatto che nel primo caso si trovino tra noi e l'astro un gran numero di oggetti, contribuisce a farci credere a un aumento distanza; ma, poiché la grandezza angolare è rimasta la stessa, arriviamo all'idea che le dimensioni dell'astro siano maggiori.

Eginitis (1898) pensa che non si conosca ancora la vera causa dell'illusione ottica in questione.

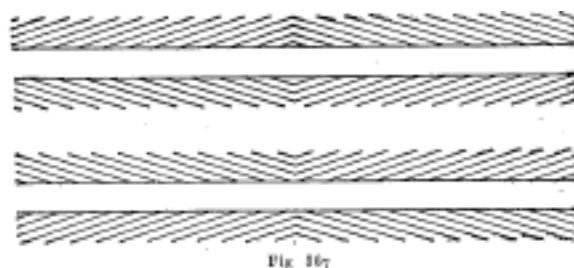
Tolomeo e Gauss dopo di lui hanno avanzato l'idea che la causa principale del fenomeno risieda nel fatto che la posizione degli occhi, rivolti ad esempio verso la luna, è diversa, a seconda che sia vicino all'orizzonte o nelle vicinanze dello zenit. Nel primo caso guardiamo dritto davanti a noi, nel secondo dobbiamo alzare gli occhi (verso il fronte). *Quando la distanza di un oggetto ci è sconosciuta, ci sembra più distante e più piccolo, se dobbiamo alzare lo sguardo per vederlo; ci sembra, al contrario, più vicino e di più grande, essendo gli occhi nella loro posizione normale (rispetto alla testa).* Filehne e in particolare Zoth hanno mostrato che questa spiegazione è corretta. L'osservazione seguente di Zoth è particolarmente importante: ha riscontrato che l'illusione ottica in questione non scompare, quando si guarda la luna attraverso un vetro leggermente ricoperto di nerofumo o un vetro scuro, che non lascia vedere nessun

altro oggetto che il disco lunare; è evidente che le ragioni per le quali questa illusione è stata spiegata in precedenza sono completamente insufficienti qui. Zoth ha svolto un gran numero di osservazioni, che confermano pienamente la correttezza della nuova spiegazione. Le più semplici sono le seguenti: quando la luna è vicina all'orizzonte, non ci sembra ingrandita, se la si guarda inclinando il capo e alzando gli occhi verso di essa; al contrario, quando è allo zenit, ci sembra ingrandita, se la si guarda distesi sul dorso.

La questione della forma apparente della volta celeste, che è in relazione con ciò che abbiamo appena considerato, sarà trattato nel capitolo seguente.

Anche il seguente fenomeno si basa su una falsa stima della distanza. Se si osserva per un po' un anemometro rotante sul tetto di un edificio, a volte sembra improvvisamente che le alette si muovano in direzione opposta e per di più in un piano, talmente inclinato rispetto all'orizzonte, da tagliare la superficie della terra tra noi e l'edificio.

Non vediamo del tutto distintamente, *per una data posizione fissa degli occhi*, solo i corpi che hanno una grandezza angolare molto piccola. Se fissiamo il nostro sguardo su una breve parola in una pagina stampata, possiamo leggere a malapena la parola successiva. *La vista consiste dunque in uno sguardo rapido*; il nostro sguardo scivola costantemente sull'oggetto che stiamo considerando. È da qui che vengono molte illusioni ottiche. Più, nella rapida visione che prendiamo di un oggetto lungo una certa direzione, lo sguardo incontra luoghi che attirano la nostra attenzione su di essi, più l'oggetto appare lungo in questa direzione. Se si traccia una serie di rette parallele di uguale lunghezza, che riempiono un quadrato (senza i lati laterali), si ottiene una figura che appare essere un rettangolo, i cui lati lunghi sarebbero perpendicolari alle rette. Se si divide una retta in due parti uguali e si divide una delle metà in parti più piccole con piccoli tratti trasversali, essa sembra più lunga dell'altra. (Fenomeni simili di altro ordine: passa un'ora intera passa veloce; dieci minuti, con l'orologio alla mano, seguendo costantemente il movimento della lancetta dei secondi, sembrano un'eternità; un sentiero, quello che si segue per la prima volta sembra lungo; sembra tanto più breve quanto più spesso viene fatto).



Le figure 367 e 368 riproducono famosi disegni di Hering e Zöllner. Nella prima le quattro orizzontali sono linee completamente diritte; sembrano però, nella coppia inferiore, convergere verso le estremità, e nella coppia superiore, si uniscono nel mezzo. Da uno sguardo dal mezzo verso le estremità, si vede che nella coppia inferiore una divergenza continua di righe, che per confronto fa apparire una convergenza invece del parallelismo reale.

Nella figura 368 le righe nere larghe sono rigorosamente parallele tra loro: il loro difetto di parallelismo apparente è ancora aumentato, se si ruota la figura di 45° . Se si illumina nell'oscurità la figura 368 con una scintilla elettrica, le righe lunghe appaiono parallele. La debole durata dell'illuminazione non consente all'occhio di percorrere la figura, e l'immagine esatta del disegno, che si forma sulla retina, dà una esatta rappresentazione della forma.



Fig. 368

P. Preobrajenski ha indicato interessanti varianti per il caso di illusione ottica considerata. Si è tracciato sulla figura 369 un cerchio perfetto, e tuttavia sembra appiattito a sinistra, stirato a destra. Il rettangolo della figura 370 rappresenta un quadrato perfetto; il suo angolo superiore a destra appare tuttavia acuto.

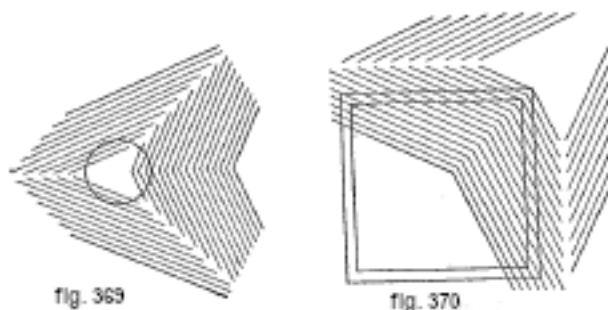


fig. 369

fig. 370

Si può qui riferire la ben nota illusione ottica, che si manifesta, quando si fissa per un tempo abbastanza lungo un oggetto che si muove continuamente nella stessa direzione, quando si osserva, ad esempio, da un carro il paesaggio che si dispiega, o da una nave l'acqua che la circonda, o ancora quando si guarda una figura, che si propaga in modo continuo dal centro verso la periferia: tali sono, ad esempio, le figure ottenute su uno schermo per mezzo di una lanterna magica. Se poi si guarda un oggetto immobile (o se si ferma, ad esempio, il movimento sullo schermo), l'oggetto sembra muoversi nella direzione opposta al movimento osservato in precedenza.

12 Fenomeni ottici nell'atmosfera

1. Forma apparente della volta celeste. Rifrazione astronomica e terrestre

Lo studio dei fenomeni ottici, che hanno luogo nella nostra atmosfera, costituisce l'oggetto dell'*ottica meteorologica*. Pernter, lo studioso più esperto in questa parte della meteorologia, suddivide nel suo "*Meteorologische Optik*" i fenomeni ottici in tre gruppi.

1. Fenomeni, che dipendono solo dalle parti costituenti gassose dell'atmosfera e sono prodotti dalle disuguaglianze di densità di quest'ultima nei suoi vari punti;

2. Fenomeni, dovuti alla presenza nell'aria di grandi quantità di corpuscoli relativamente molto piccoli, come goccioline d'acqua o cristalli di ghiaccio; anche qui è il caso di un notevole cumulo di particelle solide (polvere);

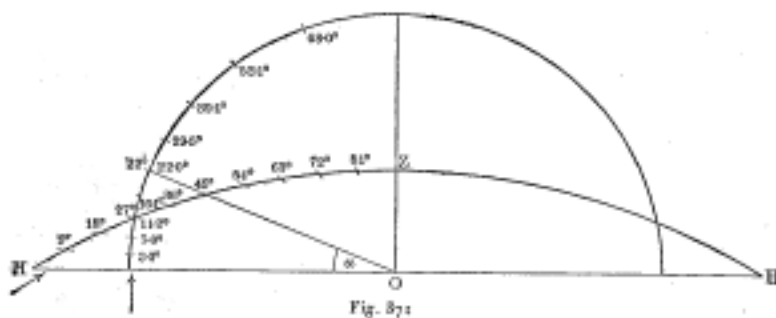
3. Fenomeni, causati da piccole particelle non gassose, come se ne trovano sempre nell'aria.

Pernter ha affrontato in particolare la questione della forma apparente della volta celeste.

Dobbiamo limitarci in questo libro a un esame abbastanza superficiale di alcuni fenomeni relativi a questo argomento.

Diremo prima alcune parole sulla *forma apparente della volta celeste*.

La volta celeste ci sembra fortemente *appiattita*; le parti del cielo, che stanno vicino all'orizzonte, sembrano molto più lontane da noi di quelle che sono sopra la nostra testa, vicino allo zenit. Dividiamo a vista d'occhio l'arco, che unisce lo zenit con l'orizzonte, in due parti uguali. Sia α l'angolo tra la retta, che va dall'osservatore al punto di separazione, e il piano orizzontale. Se la volta celeste ci sembrasse una mezza sfera si dovrebbe avere $\alpha = 45^\circ$. Le misure di Reimann in particolare mostrano che in realtà abbiamo è circa $\alpha = 22^\circ$; nella valutazione di questo angolo si commette quindi un errore maggiore del doppio. Un arco di $3,3^\circ$ partente dall'orizzonte ci appare uguale a un decimo dell'arco tra l'orizzonte e lo zenit, cioè uguale a 9° ; l'arco è quindi stimato qui quasi tre volte più grande di quanto non sia in realtà. Nella figura 371, HZH rappresenta la forma apparente della volta celeste secondo Pernter; sarebbe quindi una calotta della sfera. L'arco HZ è diviso in dieci parti disuguali, che ci sembrano avere la stessa grandezza e corrispondere ad angoli uguali di un cerchio verticale. Gli angoli reali sono stati tracciati sul semicerchio: un'altezza di $3,3^\circ$ ci appare uguale a 9° , un'altezza di $11,2^\circ$ a 27° , un'altezza di 22° a 45° , un'altezza di 68° a 81° , ecc.



Si tratta ovviamente di un'illusione ottica, la cui causa sta nel fatto che apprezziamo differentemente la distanza del tutto sconosciuta di oggetti, a seconda della direzione in cui li vediamo, cioè in base alla posizione degli occhi, come già spiegato. Se si pone la testa in basso e

si guarda il cielo in questa posizione, la volta celeste ha la forma di una semisfera, come Filehne ha mostrato.

Ci sono altre considerazioni interessanti sulla forma apparente di la volta celeste nell'opera di Zehnder: *Über optische Täuschungen mit besonderer Berücksichtigung der Täuschung über die Form des Himmelsgewölbes* ecc. Lipsia 1902.

Al primo dei tre gruppi di fenomeni sopra menzionati appartengono soprattutto i fenomeni di rifrazione astronomica e terrestre. Si basano sul fatto che la densità dell'aria è una funzione del punto (T. I, pagina 197), cioè ha valori diversi nei diversi punti. In prima approssimazione, si possono considerare le superfici di livello di questa funzione, come sfere concentriche con la superficie della Terra; esse dividono l'intera atmosfera in strati di uguale densità. Un raggio di luce, che non attraversa questi strati seguendo una direzione verticale, subisce continue rifrazioni, e di conseguenza la sua traiettoria all'interno dell'atmosfera non è una retta, ma una certa curva. Quando la sorgente luminosa è al di fuori dell'atmosfera, il raggio, che è rettilineo prima di entrarvi, diventa quindi curvo e la sua concavità è rivolta verso la superficie terrestre. L'osservatore sulla superficie della Terra vede l'astro nella direzione della tangente all'estremità di questa curva. L'angolo tra questa tangente e la direzione primitiva del raggio al di fuori dell'atmosfera, determina la grandezza della rifrazione astronomica; la teoria di quest'ultima è nel campo dell'astronomia, ed è stata fondata da Bouguer (successivamente sviluppata da Simpson e Bradley), Bessel, Laplace e Ivory.

La *rifrazione terrestre* risulta dal cambiamento di direzione di un raggio che si propaga tra due punti posti ad altezze diverse. Questo fenomeno ha grande importanza nella geodesia; ha un ruolo importante nella misura delle altezze. La teoria della rifrazione terrestre fu sviluppata tra gli altri da Jordan.

Se si ammette che i piani tangenti alle superfici di livello prima citate (densità $d = \text{cost}$) sono ovunque orizzontali, ne consegue che l'angolo di rifrazione si trova in un piano verticale, cioè la rifrazione cambia solo l'altezza di un punto osservato. Ma in realtà questi piani tangenti non sono sempre orizzontali, di modo che il piano, tracciato dalla normale alla superficie di livello $d = \text{cost}$ e la tangente al raggio, non può essere verticale. In questo caso, non solo l'altezza cambia, ma anche l'azimut del punto osservato e si verifica una rifrazione laterale. Si troverà un'esposizione più dettagliata di questa questione nei trattati di astronomia e geodesia.

2. Fenomeni di rifrazione irregolare. Miraggio.

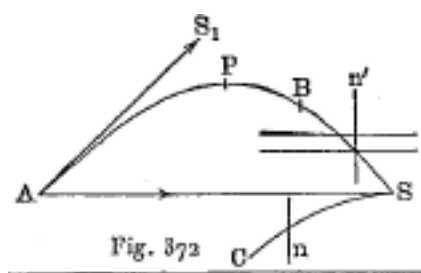
Si osservano talvolta sulla superficie terrestre, in condizioni più o meno eccezionali, è vero, fenomeni estremamente curiosi. Sono costituiti essenzialmente nella comparsa di immagini semplici, e talvolta anche multiple, di oggetti, in luoghi che sono ad una grande distanza angolare dalla posizione reale di questi oggetti, mentre, ad esempio, nella rifrazione astronomica che cresce allo stesso tempo della distanza zenitale z , lo spostamento apparente di un astro, per $z = 45^\circ$, è circa $1'$, per $z = 80^\circ$ di circa $5', 25$ e anche per $z = 90^\circ$ di soli $35'$ circa, a seconda della condizione dell'atmosfera.

Il più notevole fenomeno di rifrazione irregolare, denominato di *fata Morgana*, consiste in quanto segue: oggetti, posti sotto l'orizzonte o nascosti dalle montagne, diventano visibili; anzi, oggetti, che dovrebbero essere visibili geometricamente e che lo sono di fatto in condizioni normali, scompaiono; gli oggetti appaiono molto al di sopra o al di sotto della loro posizione effettiva, ingranditi o rimpiccioliti e in casi assai rari, deviati lateralmente; invece di un'immagine dell'oggetto, a volte se ne vede due, tre e molto raramente un numero maggiore, alcune diritti, altri capovolte. Un giorno si vide dall'isola di Malta una nuova isola e quando si volle raggiungerla, si notò che l'isola immaginaria non era altro che un'immagine anormale dell'Etna. Un fenomeno simile si verifica molto spesso nei deserti, chiamato *miraggio*. L'esercito francese, in cui si trovava

Monge, vide davanti a sé in Egitto, al suo ingresso nel deserto, il mare, sotto forma di un immenso stretto, che si allontanava mentre ci si avvicinava.

La prima spiegazione di questi fenomeni è dovuta a Wollaston; la teoria matematica è stata sviluppata per la prima volta da Biot.

Anche Gergonne e Tait hanno prestato particolare attenzione a questa questione. Tutte le spiegazioni si basano sulla considerazione della traiettoria del raggio, che attraversa strati d'aria, di densità d , variabile secondo una qualsiasi legge in funzione solo dell'altezza z sopra la superficie della Terra; in altre parole si suppone in tutte queste spiegazioni che le superfici di uguale densità sono piani orizzontali. Nel caso di una distribuzione normale di densità, dove d diminuisce al crescere di z , è facile trovare la forma della traiettoria di un raggio partente da un punto qualsiasi S (fig. 372).



Un raggio diretto verso il basso passa costantemente da strati di una certa densità a strati di densità maggiore; si deve avvicinare alla normale verticale n , e di conseguenza la sua traiettoria SC è concava verso la superficie della terra. Un raggio, diretto obliquamente verso l'alto, deve allontanarsi in ogni punto dalla normale n' , e di conseguenza la sua traiettoria SP è pure concava verso la superficie della terra. È pertanto facile stabilire l'equazione differenziale della traiettoria del raggio per il caso più generale di variazione dell'indice di rifrazione μ in funzione dell'altezza z . Supponiamo l'asse x del sistema di coordinate orizzontali e sia φ l'angolo compreso tra la tangente al raggio e la linea verticale; siano inoltre $\mu_1, \varphi_1, \mu_2, \varphi_2$ i valori di μ, φ nei due strati vicini. Si ha dalla legge di rifrazione $\sin \varphi_1 : \sin \varphi_2 = \mu_2 : \mu_1$, da cui $\mu_1 \sin \varphi_1 = \mu_2 \sin \varphi_2$.

Passando da uno strato a un altro, si trova che si ha lungo tutta la traiettoria del raggio

$$\mu \sin \varphi = c \quad (12.0.1)$$

dove c è una costante. Si ha d'altra parte $\tan \varphi = \frac{dx}{dz}$ o

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}$$

Se si riporta qui $\sin \varphi$ ricavato dalla (1), si ottiene l'equazione differenziale della traiettoria sotto la forma

$$\mu^2 = c^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right] \quad (12.0.2)$$

Se μ_0 e φ_0 corrispondono al punto di partenza S del raggio, si ha $c^2 = \mu_0^2 \sin^2 \varphi_0$. La formula (2) dà

$$\mu^2 - c^2 = c^2 \left(\frac{dz}{dx} \right)^2$$

o

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt{\mu^2 - c^2}$$

Se il punto S ha per coordinate $x = 0$ e $x = \zeta$, si ricava

$$x = c \int_{\zeta}^z \frac{dz}{\sqrt{\mu^2 - c^2}} \quad (12.0.3)$$

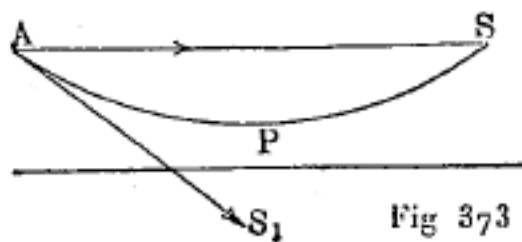
Si può proseguire solo facendo una determinata ipotesi sulla forma della funzione

$$\mu = f(z) \quad (12.0.4)$$

La curvatura delle curve SC e SP è piccola in condizioni normali, ma può diventare molto grande in condizioni anormali e il raggio passando da strati più densi a strati meno densi, può diventare orizzontale, quindi tornare a strati più densi, formando così una curva con un vertice e due rami simmetrici. La spiegazione del ritorno del raggio presentava difficoltà, come si cercò inizialmente di risolvere, ammettendo l'esistenza di una riflessione totale interna in uno degli strati. Ma Bravais mostrò poi che considerando superfici d'onda invece di raggi geometrici, si arriva pure al risultato, che il raggio, dopo essere diventato orizzontale, forma un secondo ramo di curva simmetrica al primo.

Più l'angolo tra la direzione iniziale del raggio nel punto S e l'orizzonte è piccolo, più rapidamente la traiettoria del raggio assume la forma SPA, che dà l'immagine del punto S lungo la direzione AS_1 , essendo l'occhio in A. Questo spiega perché gli oggetti sotto l'orizzonte possono essere visibili. A volte si verifica nelle regioni polari, per un raffreddamento molto intenso degli strati inferiori dell'aria, una rapidissima diminuzione della densità nel verso ascendente. Può prodursi anche in questo caso una traiettoria della forma SPA per forti inclinazioni iniziali del raggio e l'osservatore posto in A può vedere due immagini: una direttamente nella direzione AS, l'altra nella direzione della tangente AS_1 . La seconda immagine può essere diritta o capovolta; dipende da determinate condizioni che verranno indicate in seguito.

I casi più importanti di rifrazione anormale dei raggi si verificano però a causa di un riscaldamento molto intenso del suolo e degli strati d'aria inferiori, la cui densità diventa inferiore a quella degli strati soprastanti, di modo che si stabilisce un equilibrio instabile. In questo caso la traiettoria del raggio, diretto dalla sorgente S (fig. 372, SC) verso il basso, diventa convessa verso la superficie della terra e può, se ha un vertice, influenzare la forma della curva SPA (fig. 373). L'osservatore posto in A vede anche in questo caso due immagini nelle direzioni AS e AS_1 .



Mostreremo, senza entrare nei dettagli, su quali considerazioni Tait ha basato la sua teoria dei diversi casi di miraggio. Affinché l'occhio A possa vedere il punto S, è necessario che il raggio si propaghi da A a S; si può quindi risolvere la questione di sapere ciò che si vede e in quale direzione, considerando i raggi che possono raggiungere l'occhio per una distribuzione data di strati d'aria di diversa densità, o ciò che equivale, per una data forma della funzione $\mu = f(z)$. Ma si può risolvere questa questione, considerando inversamente i percorsi di tutti i raggi che partono dall'occhio, perché sono identici a quelli che vi entrano. Se μ dipende da z , tutti i fenomeni si verificano allo stesso modo in tutti i piani verticali e basta dunque considerare i raggi situati in uno di questi piani, che prenderemo come piano della figura.

Il numero e la posizione delle immagini dipendono dalla disposizione reciproca di questi raggi, e a seconda che i raggi vicini si intersechino o meno, vi è o meno la formazione di immagini capovolte. Ciò si comprende dalle figure che seguono. Supponiamo anzitutto che i raggi vicini non si intersechino. Sia A (fig. 374) la posizione dell'occhio. AC, ADFH, AD'A', AA', raggi che partono dall'occhio o viceversa lo raggiungono; sia inoltre Gg' l'oggetto, che in condizioni normali sarebbe interamente visibile. Infine supponiamo che il raggio ADFH abbia il vertice in D sulla superficie della terra rappresentata da BG. Tracciamo AEH orizzontalmente. È chiaro che prima di tutto la parte FG dell'oggetto non sarà affatto visibile; la parte EF sarà visibile, apparirà semplice, significativamente abbassata e diritta; la parte EA' apparirà raddoppiata (perché anche EA e AA' sono raggi) e le sue due immagini saranno diritte, perché ogni raggio, partendo da uno dei suoi punti, giunge in A rimanendo al di sopra del raggio, che parte da un punto più basso. Questa è una diretta conseguenza dell'ipotesi che i raggi vicini non si intersecano. All'avvicinarsi dell'oggetto all'occhio le parti invisibili e raddoppiate diminuiscono; se l'oggetto si allontana fino ad H, la parte che non era visibile una sola volta, scompare.

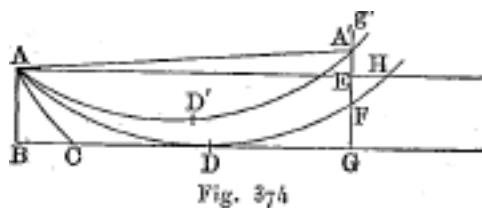


Fig. 374

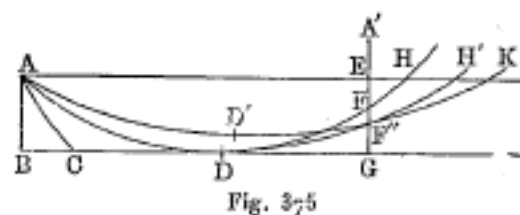


Fig. 375

Supponiamo ora che i raggi vicini si intersechino, e sia ADH (fig. 375) un raggio, il cui vertice D è sulla superficie della terra. Un raggio vicino, posto al di sopra di esso, ha il suo vertice a destra di D, e di conseguenza taglia ADH in un punto, anche più a destra e un po' più in alto di D. Sia DF''K il luogo geometrico dei punti di intersezione dei raggi vicini, cioè l'involuppo di questi raggi; GA' l'oggetto. Se si traccia il raggio orizzontale AEH e il raggio AD'F''H' per il punto di intersezione dell'oggetto GA' con la curva involuppo DF''K, si vede che la parte GF'' dell'oggetto rimane completamente invisibile. Inoltre la parte FF'' si vede due volte, e una delle sue immagini è diritta, l'altra capovolta, perché i raggi intersecandosi, il punto F situato sopra F'' appare comunque sotto. La parte FA' viene vista solo una volta e appare diritta. Quando l'oggetto si avvicina al punto A, la parte invisibile, così come quella che appare doppia, diminuiscono; se si allontana fino ad H, la parte che si vede solo una volta diminuisce e alla fine scompare.

Diciamo ancora qui, senza entrare nel dettaglio, che Tait ha studiato anche casi più complicati, dove il numero di immagini sale fino a tre e oltre. Ha studiate tra gli altri, i fenomeni, che avvengono, quando le forme della funzione $\mu = f(z)$ alla superficie della terra sono le seguenti: $\mu^2 = \mu_0^2 + \alpha z^2$ o $\mu^2 = a^2 + g^2 \cos \frac{\pi z}{g}$; questi valori sono stati introdotti nella formula generale (3).

Una descrizione dettagliata dei fenomeni di rifrazione normale e anomala nell'atmosfera si trova nell'opera di Pernter, "*Meteorologische Optik*", pagine 55-158.

Wood (1899) ha riprodotto artificialmente alcuni dei fenomeni descritti sopra, riscaldando (da sotto) una piastra metallica orizzontale e guardando lungo la superficie di questa piastra piccoli oggetti opportunamente disposti.

Kummer ha introdotto una teoria generale della rifrazione dei raggi nell'atmosfera di un pianeta. Questa teoria mostra che devono avvenire fenomeni ottici estremamente significativi alla superficie di un pianeta, di raggio R maggiore di $2\lambda \left(1 + \frac{1}{k}\right)$, dove λ è l'altezza che avrebbe l'atmosfera, se la sua densità fosse dappertutto la stessa che alla superficie, e dove $k = n^2 - 1/d$ è la grandezza p_2 considerata in precedenza e utilizzabile come misura del potere rifrangente dello strato superficiale.

Per un tale pianeta il raggio di curvatura r del raggio, che diventa orizzontale, è uguale o minore al raggio R . Di conseguenza, i raggi provenienti da un punto, situato sulla superficie

del pianeta, ritornano alla superficie e ruotano senza fine attorno al pianeta o infine escono dall'atmosfera di questo pianeta nello spazio esterno, secondo la loro direzione primitiva. Per la Terra R è inferiore al valore indicato; si ha alla sua superficie $r = 7R$.

A. Schmidt ha fatto una notevole applicazione della teoria di Kummer nella sua teoria della struttura del Sole. Considera questa stella come una sfera, la cui massa è gassosa e la cui densità diminuisce gradualmente fino a zero. Non ci può quindi essere un nucleo interno, visibile sotto forma di una sfera nettamente delimitata, e di strati superficiali determinati. All'interno della sfera n ha un valore grande, r è minore di R e i raggi non escono mai. Il raggio del disco solare visibile è determinato dal valore di R , per cui $R = r$, cioè dalla superficie interna, di tutti i punti dai quali i raggi possono lasciare la sfera e raggiungere la terra. Abbiamo già detto, che Julius si basa in parte sulla teoria di A. Schmidt.

3. Scintillio di stelle

Il noto fenomeno dello sfarfallio delle stelle consiste nelle variazioni di luminosità, che si susseguono rapidamente, delle stelle fisse. Per le stelle, che si trovano vicino all'orizzonte, si producono inoltre continui giochi di colori. La causa di questo fenomeno è completamente spiegata; è analoga all'apparente tremore degli oggetti, che si osservano nelle calde giornate estive, quando il terreno è fortemente riscaldato dai raggi solari. Questo tremolio deriva dal fatto che i raggi che partono da un dato oggetto attraversano strati la cui temperatura, e quindi l'indice di rifrazione, sono diversi; questi raggi subiscono frequenti deviazioni, variando continuamente in grandezza e direzione.

Molti studiosi, tra cui Aristotele, Kepler, Newton, Biot, Montigny, Arago e Babinet, hanno studiato il luccichio delle stelle e hanno cercato di trovare le cause di questo fenomeno. Le ricerche recenti più importanti su questa questione sono dovuti a K. Exner, che ne ha anche fornito (1901) una panoramica storica. Nel seguito si ricorre ad una delle sue memorie.

Un raggio luminoso, nell'attraversare l'atmosfera, subisce frequenti rifrazioni, poiché incontra nel suo cammino correnti d'aria la cui densità è diversa da quella dell'aria circostante. Se si considera una superficie d'onda piana, si può dire che su di essa si formano disuguaglianze, cioè sporgenze e cavità. La grandezza media di tale disuguaglianza è approssimativamente uguale a un decimetro quadrato, il suo raggio di curvatura non è inferiore a 1800 metri e la sua altezza o profondità non raggiunge 0,001 mm, cioè, è dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda. Le oscillazioni della direzione del raggio non superano alcuni secondi, in modo che non sono percepite dall'occhio. Al contrario, le variazioni dell'intensità luminosa apparente possono essere molto considerevoli, poiché ad ogni cresta della superficie d'onda corrispondono raggi divergenti, ed ad ogni parte incassata raggi convergenti. Se si forma, ad esempio, su una superficie d'onda piana, fianco a fianco, una sporgenza e una depressione, i cui raggi di curvatura sono +6000 m e -6000 m, le intensità luminose dei fasci di raggi uscenti da questi luoghi sono già a 1000 m di distanza nel rapporto di 1 a 2.

Consideriamo un fascio di raggi, la cui sezione trasversale sia abbastanza grande; la densità dei raggi, cioè l'intensità luminosa nei diversi punti di questa sezione, varia molto e la sua distribuzione nella sezione è costantemente soggetta a variazioni irregolari, dovute al continuo mutamento di posizione delle correnti d'aria, che il fascio di raggi incontra sul suo cammino. Quando il Sole sorge o prima di una eclissi solare totale, quando si vede solo un punto luminoso sul disco solare, si nota, sulla superficie delle pareti bianche, ciò che si chiamano le ombre volanti; questi sono luoghi di rarefazione dei raggi, che cambiano rapidamente di posizione.

Se l'oculare di un telescopio è inserito abbastanza lontano, in modo che invece dell'immagine di una stella si vede la sezione trasversale del suo fascio convergente, si vede allora un piccolo cerchio, le cui diverse parti sono diversamente brillanti, e sul quale cambia continuamente la distribuzione della luce. La pupilla dell'occhio umano è così piccola che in ogni istante dato vi

penetra solo un fascio di raggi condensati o un fascio rarefatto, e di conseguenza la luminosità apparente della stella subisce variazioni continue e molto considerevoli; questo è ciò in cui consiste la scintillazione.

I cambiamenti di colore di una stella in prossimità dell'orizzonte sono spiegati dalla dispersione dei raggi nell'atmosfera. Se si segue il percorso di un raggio rosso e di un raggio viola, che hanno la stessa direzione al loro ingresso nell'occhio, si constata che erano, a grande distanza dell'occhio, abbastanza distanti l'uno dall'altro. La separazione di un raggio rosso e di un raggio viola al limite dell'atmosfera terrestre è uguale a zero per una stella, che è allo zenit, e raggiunge i 10 *m*, quando la stella è vicina dall'orizzonte. Di conseguenza i raggi menzionati ci giungono da punti diversi della superficie d'onda, dove la curvatura concava o convessa può variare. Un rafforzamento della luce rossa può coincidere in un dato momento con un indebolimento della luce viola e viceversa, il che spiega i cambiamenti di colore di una stella vicino all'orizzonte. Se si considera una tale stella, dopo aver inserito l'oculare del telescopio, come indicato sopra, si osservano, ai vari punti del piccolo disco, non solo variazioni di intensità luminosa, ma anche variazioni di colore che cambiano senza posa.

I pianeti non scintillano, perché non appaiono come punti, ma come piccoli dischi, i cui diversi punti scintillano in qualche modo indipendentemente l'uno dall'altro. Si sa che l'intensità media deve in questo caso rimanere pressoché invariabile. Più l'obiettivo di un telescopio è grande, più debole è lo sfarfallio delle immagini delle stelle, perché un obiettivo grande unisce i fasci di raggi condensati e rarefatti che cadono su di esso in un solo fascio molto stretto.

Esiste tutta una serie di strumenti, utilizzati per l'osservazione o la misura del luccichio delle stelle; sono chiamati scintilloscopi e scintillometri; non ne faremo una descrizione, ma diremo solo che Marius, Nicholson, Montigny e Arago hanno costruito tali dispositivi. Si trova in Pernter, "*Meteorologische Optik*", pagine 158-211, una descrizione dettagliata della scintillazione.

4. Arcobaleno

Il fenomeno dell'arcobaleno è un fenomeno bene conosciuto da tutti; quando una nuvola di pioggia si allontana dal lato opposto al Sole ed è illuminata liberamente dai suoi raggi, appare su questa nuvola un arco di cerchio che presenta i colori dell'arcobaleno, cioè i colori dello spettro solare. Il centro di questo arco si trova su una retta, che passa per il centro del disco solare e l'occhio dell'osservatore; è quindi generalmente sotto l'orizzonte. La parte visibile dell'arco è per lo stesso motivo più piccola di un semicerchio, quando l'osservatore è sulla superficie della Terra e il Sole sopra l'orizzonte. È solo all'alba o al tramonto che l'arco raggiunge la forma di una semicirconferenza. Se l'osservatore è in cima a una montagna o in una mongolfiera, l'arcobaleno può abbracciare più di mezza circonferenza e persino formare un intero cerchio. Il bordo esterno dell'arco è solitamente rosso, quello interno viola. La grandezza angolare del raggio dell'arco è quasi uguale a 41°.

Oltre a questo primo arco, molto spesso se ne osserva un secondo ad esso concentrico ed esterno; questo è molto più pallido; la grandezza angolare del suo raggio è pari a circa 52°. L'ordine di successione dei suoi colori è invertito: il bordo interno è rosso, quello esterno viola. La parte delle nuvole situata all'interno del primo cerchio è relativamente molto brillantemente illuminata; le nuvole che sono all'esterno del secondo cerchio appaiono più debolmente illuminate e quelle che sono nell'intervallo compreso tra i due archi appaiono molto scure.

Se consideriamo più attentamente gli arcobaleni, scopriamo che questo fenomeno è ben lungi dal rappresentare qualcosa di ben definito e sempre identico in ogni dettaglio. Al contrario, si trova che gli arcobaleni possono essere distinti l'uno dall'altro in parti del tutto essenziali. Prendiamo in prestito da Pernter le seguenti descrizioni.

Innanzitutto, si nota che *l'ordine di successione, la larghezza relativa e la luminosità delle varie bande di diverso colore possono variare molto*. Succede molto spesso che manchi l'indaco;

in altri casi il rosso è appena percettibile. A volte la banda gialla è molto stretta, la verde e la viola larghe; a volte anche la banda gialla e quella verde sono larghe, la rossa e la viola appena visibili. A volte è un colore, a volte l'altro che brilla e domina di più. Spesso la fascia mediana dell'arcobaleno è incolore, quasi bianca e la sua larghezza è variabile. In alcuni casi la larghezza della banda bianca è quasi uguale a quella dell'arco, che appare come una banda bianca brillante con bordi colorati appena visibili; un tale arco bianco si osserva sulle nuvole illuminate dal Sole. Anche la larghezza complessiva dell'arcobaleno è soggetta a notevoli variazioni.

Di particolare interesse è la comparsa degli archi secondari, posti al di sotto del primo e talvolta al di sopra del secondo. Si sono osservati simultaneamente fino a sei di questi archi secondari. A volte sono immediatamente attigui all'arco principale e talvolta separati da esso e l'uno dall'altro da un intervallo scuro, o più esattamente incolore. Si osservano negli archi secondari delle colorazioni molto diverse e diversamente disposte. Molto spesso si vede solo il verde e il rosa; a volte, tuttavia, sono presenti giallo, verde e viola, o anche giallo, verde, indaco e rosa. L'ordine di successione dei colori è spesso l'inverso di quello dell'arco principale.

Descartes (1637) fornì una teoria della formazione dell'arcobaleno, che fino ad oggi è la più conosciuta; è quella che viene esposta nei corsi elementari e anche dettagliati di fisica. Tuttavia, è totalmente falsa; partendo da ipotesi imprecise, porta ad un risultato che non corrisponde ai fenomeni effettivamente osservati. Se la causa della formazione dell'arcobaleno fosse proprio quella assegnatagli dalla teoria di Descartes, l'arcobaleno dovrebbe presentare sempre la stessa forma, sia dal punto di vista della successione dei colori rispetto che della luminosità e larghezza relative delle varie bande colorate, il cui insieme dovrebbe corrispondere allo spettro ordinario, continuo e senza purezza, ottenuto allargando la fenditura di uno spettroscopio.

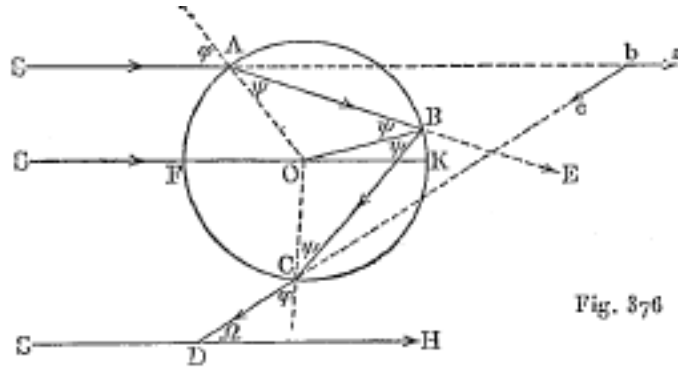
Pertner si sorprende giustamente che si sia potuto tener conto così a lungo della teoria di Descartes, sebbene nessuno abbia mai visto un arcobaleno nella forma che dovrebbe avere secondo tale teoria.

L'osservazione più superficiale di questo fenomeno così frequente ce ne mostra la diversità di forma, contrariamente alla teoria menzionata, la quale inoltre non può dare una spiegazione della formazione degli archi secondari, che accompagnano la maggior parte degli archi. Soprattutto, si ha motivo di stupore della longevità della teoria di Descartes, se si pensa che Young (1801) ne aveva già evidenziato l'inesattezza, e che nel 1837 Airy aveva dato una spiegazione esatta e completa della formazione dell'arcobaleno, che è stata poi sviluppata da Stokes (1850). Nel corso dell'ultimo secolo, pochi studiosi si sono occupati della teoria di Airy. Si possono citare in Francia, Raillard (1857-1866), Delsaux (1882), e soprattutto Mascart che ha spiegato in dettaglio la teoria di Airy, nel suo "*Trattato di ottica*", (T. I, pagine da 382 a 405 e T. III, pagine da 430 a 461). In Germania, Pulfrich (1888) ha confermato la teoria di Airy, con esperimenti con cilindri di vetro.

Il grande merito di Pertner (dal 1897 al 1900) è non solo quello di avere sviluppato la teoria di Airy, ma anche di avere, in tutta una serie di articoli, indicato con perseveranza che la teoria di Descartes era falsa, che era insostenibile, perché le conclusioni da essa tratte erano imprecise e che doveva essere abbandonato una volta per tutte e sostituito dalla teoria di Airy, che ha cercato di diffondere.

Riteniamo necessario, tuttavia, esporre qui anche la teoria del Descartes, sia per la sua importanza storica, sia perché questo esposizione ci permetterà di indicare perché è insostenibile.

I. TEORIA (*inesatta*) DI DESCARTES. Descartes vede correttamente la causa fondamentale della formazione dell'arcobaleno nelle rifrazioni e riflessioni dei raggi solari, prodotte dalle gocce d'acqua.



Supponiamo che raggi solari paralleli incontrino una goccia d'acqua di forma sferica, il cui centro è in O (fig. 376); i raggi solare sono paralleli alla retta SO. Qualsiasi raggio SA, il cui angolo di incidenza è φ , è rifratto entrando nella goccia, poi subisce all'interno di essa una, due o un maggior numero di riflessioni (se ne è rappresentata una nella figura 376, due nella figura 377), e infine esce, dopo una nuova rifrazione, in una certa direzione CD. Poiché il raggio rimane costantemente in un piano passante per la sua direzione originaria e il centro O, è chiaro che il raggio emergente CD può raggiungere l'occhio dell'osservatore, solo se il raggio stesso è situato in un piano, passante per il centro del Sole, l'occhio dell'osservatore e il centro della goccia. Questo piano taglia la goccia lungo un cerchio massimo; prendendolo per piano della figura, dobbiamo limitarci a considerare i raggi situati in questo piano. Perché il raggio CD possa raggiungere l'occhio dell'osservatore, è inoltre necessario che sia diretta verso il basso e, per la posizione ordinaria dell'osservatore, che forma un angolo acuto con la direzione OS, opposta a quella del Raggi SO.

Indichiamo con ω la deviazione totale del raggio, cioè l'angolo $\omega = abc$, dove SAb e $bcCD$ sono rette. Si può trovare facilmente l'ampiezza di questo angolo: la deviazione ω è composta da due deviazioni all'ingresso e all'uscita del raggio, e di k deviazioni nelle riflessioni interne, se k è il numero di tali deviazioni. Indicando l'angolo di rifrazione con ψ , noi ottiene l'espressione

$$\omega = 2(\varphi - \psi) + k(\pi - 2\psi) \quad (12.0.5)$$

poiché a ognuna delle due rifrazioni il raggio ruota, come si vede facilmente dalla figura, dell'angolo $\varphi - \psi$ a ciascuna delle k riflessioni interne dell'angolo $EBC = \pi - 2\psi$. L'angolo ψ è legato a φ dalla relazione

$$\sin \varphi = n \sin \psi \quad (12.0.6)$$

dove n è l'indice di rifrazione dell'acqua; la deviazione totale ω dipende quindi dall'angolo φ , cioè dalla distanza angolare dei punti A e F. Ne segue anche che un fascio di raggi paralleli, che incontrano la goccia, forma dopo la sua uscita un fascio divergente, simmetrico rispetto alla direzione SO.

Un esame più attento mostra che l'angolo φ crescente da 0 a 90° , l'angolo di deviazione ω diminuisce dapprima, raggiunge un minimo per un certo valore $\varphi = \varphi_0$, e per $\varphi > \varphi_0$ aumenta. Per qualche ragione, che sarà spiegata più avanti, si danno ai raggi, che cadono sotto l'angolo φ_0 e subiscono la più piccola deviazione ω_0 , il nome dei raggi *efficaci*. Vedremo tuttavia che la teoria di Descartes dà importanza a questi raggi un'importanza che non hanno; non solo non sono gli unici raggi efficaci, ma sono lontani dall'essere i più efficaci. Questo è il motivo per cui Pernter propose di chiamarli i raggi *meno deviati*; si potrebbe dare loro il nome di raggi di Descartes.

Si trova l'angolo di incidenza φ_0 dei raggi di Descartes uguagliando a zero la derivata di ω rispetto a φ . La formula (5) dà

$$1 - (k + 1) \frac{d\psi}{d\varphi} = 0 \quad (12.0.7)$$

e si ricava dalla (6)

$$\cos \varphi = n \cos \psi \frac{d\psi}{d\varphi}$$

eliminando $\frac{d\psi}{d\varphi}$, si ha

$$1 - (k+1) \frac{\cos \varphi}{n \cos \psi} = 0$$

o

$$n^2 \cos^2 \psi = (k+1)^2 \cos^2 \varphi$$

La formula (6) dà l'espressione

$$n^2 \sin^2 \psi = 1 - \cos^2 \varphi$$

Sommando le ultime due equazioni, si ottiene

$$n^2 = (k^2 + 2k) \cos^2 \varphi + 1$$

La radice di questa equazione dà il valore cercato di φ_0 :

$$\cos \varphi_0 = + \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k^2 + 2k}} \quad (12.0.8)$$

Siccome φ è un angolo acuto, si deve prendere la radice positiva. Per $n^2 - 1 < k^2 + 2k$, cioè $n < k + 1$, l'angolo φ_0 esiste realmente. se $n < 2$, φ_0 esiste per tutti i valori di k , a partire da $k = 1$; questo caso si applica precisamente alle gocce d'acqua. Se $3 > n > 2$, l'angolo ω non ha né massimo né minimo per $k = 1$, e l'angolo φ_0 non esiste; gocce di una soluzione di fosforo in un solfuro di carbonio, per esempio, corrispondono a un tale caso.

Per poter sapere se ω ha un valore massimo o minimo per $\varphi = \varphi_0$, bisogna determinare il segno della grandezza $d^2\omega/d\varphi^2$. L'equazione (5) dà

$$\frac{d^2\omega}{d\varphi^2} = -2(k+1) \frac{d\psi}{d\varphi^2}$$

Si vede facilmente mediante la (6), che per $n > 1$ si ha $d\psi/d\varphi^2 > 0$; ne risulta che l'angolo ω ha un minimo per tutti i valori di k , purché $n < k + 1$, cioè nel caso di gocce d'acqua per tutti i valori di k , a partire da $k = 1$.

Occupiamo ora della questione importante di sapere come l'angolo ω_0 corrispondente a φ_0 , varia secondo il colore del raggio incidente, cioè in funzione dell'indice di rifrazione n . Si ricava dall'equazione (5)

$$\frac{d\omega_0}{dn} = 2 \frac{d\varphi_0}{dn} - 2(k+1) \frac{d\psi_0}{dn}$$

La formula (8) e le seguenti che si deducono

$$\begin{cases} \sin \psi_0 = \frac{\sin \varphi_0}{n} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(k+1)^2 - n^2}{k^2 + 2k}} \\ \cos \psi_0 = \frac{k+1}{n} \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k^2 + 2k}} \end{cases} \quad (12.0.9)$$

danno le grandezze $d\varphi_0/dn$ e $d\psi_0/dn$; se le si porta nell'espressione di $d\omega_0/dn$, si ottiene

$$\frac{d\omega_0}{dn} = \frac{2}{n} \sqrt{\frac{(k+1)^2 - n^2}{n^2 - 1}} \quad (12.0.10)$$

Questa espressione, come i radicali (8) e (9), può solo essere positiva. Questo risultato si esprime così: *il minimo della deviazione, cioè la deviazione dei raggi di Descartes aumenta contemporaneamente a n , cioè in passando dai raggi rossi a quelli viola per tutti i valori di k .*

Secondo la teoria di Descartes, che attribuisce un ruolo importante a questi raggi meno deviati, dalla goccia emerge un fascio di raggi divergenti che ovviamente non può agire sul nostro occhio. Ma i raggi, molto vicini al raggio meno deviato, divergono meno tra loro e si avvicinano di più al parallelismo. Questi raggi quasi paralleli convergono sulla retina dopo il loro ingresso nell'occhio dell'osservatore e producono un'impressione luminosa. L'osservatore vede così, ad esempio, la luce rossa nella direzione lungo la quale raggiungono i raggi meno deviati. Lasciamo da parte per il momento un esame più approfondito del ragionamento precedente e consideriamo gli altri risultati, a cui conduce l'ipotesi, che i raggi meno deviati sono proprio i raggi efficaci, grazie ai quali si vede l'arcobaleno.

Consideriamo separatamente il caso in cui $k = 1, 2, 3, \dots$

1. Arcobaleno del primo ordine; $k = 1$. - Il raggio subisce nella goccia una sola riflessione, come mostra la figura 376.

La formula (8) e poi le formule (6) e (5) danno per $k = 1$ per il raggio rosso (riga B di Fraunhofer) e per il raggio viola (riga H) ponendo per il primo (a 15°) $n = 1,3317$, per il secondo $n = 1,3448$, i seguenti valori numerici:

B	D
$\varphi = 59^\circ 29'$	$\varphi = 58^\circ 43'$
$\psi = 40^\circ 19'$	$\psi = 39^\circ 27'$
$\omega = 137^\circ 42'$	$\omega = 139^\circ 37'$

Gli indici vengono rimossi e si scrive φ, ψ, ω invece di $\varphi_0, \psi_0, \omega_0$.

L'ampiezza dell'angolo ω mostra che il punto A deve trovarsi nella metà superiore della goccia, in modo che il raggio CD (fig. 376) possa raggiungere all'occhio dell'osservatore, che si trova alla superficie della terra.

Tracciamo ora la linea SDH che passa per il Sole e l'occhio dell'osservatore; si vede in figura, che il raggio meno deviato giunge all'occhio dell'osservatore, se la distanza angolare Ω della goccia a partire dalla retta DH è uguale a $HDC = \pi - abc$, da cui segue che

$$\Omega = \pi - \omega \quad (12.0.11)$$

Viceversa tutte le gocce, per le quali si ha $\Omega = \pi - \omega$, inviano all'occhio dell'osservatore raggi efficaci, cioè che appaiono brillanti. Queste gocce si trovano all'intersezione della nuvola con la superficie del cono di raggi, il cui vertice è in D, nell'occhio dell'osservatore, e il cui asse è la retta SDH, che passa per il Sole e l'occhio dell'osservatore; la semiapertura di questo cono è uguale a $\Omega = \pi - \omega$. L'osservatore vede un arco di cerchio luminoso, il cui raggio ha un'ampiezza angolare che dipende tuttavia dal colore del raggio luminoso. I numeri della tabella precedente danno per i raggi rosso (B) e viola (H)

B	H
$\Omega = 42^\circ 18'$	$\Omega = 40^\circ 23'$

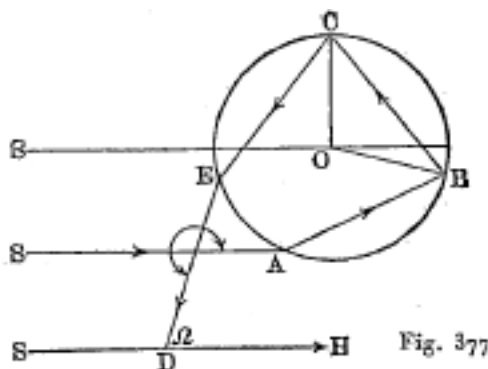
Questi valori mostrano che l'arco rosso ha un raggio maggiore del violetto, me che di conseguenza l'arcobaleno deve avere una banda rossa lungo il bordo esterno. La larghezza teorica dell'arco è $42^\circ 18' - 40^\circ 23' = 1^\circ 55'$. In realtà è più grande e a ogni n corrisponde non una linea colorata, ma un'intera banda, poiché il sole non è un punto brillante, ma un disco di $33'$ circa di diametro. La luce solare bianca dà un'infinità di bande, che sconfinano in parte le une sulle altre, di modo che, come già detto, i diversi colori non si distaccano nettamente.

II. ARCOBALENO DEL SECONDO ORDINE: $k = 2$. - Il raggio subisce all'interno della goccia due riflessioni, come mostra la figura 377. Il raggio si propaga lungo SABCED. La formula (8) e inoltre le formule (6) e (5) danno per i raggi rosso (B) e violetto (H) i seguenti valori:

B	H
$\varphi = 71^\circ 53'$	$\varphi = 71^\circ 28'$
$\psi = 45^\circ 32'$	$\psi = 44^\circ 50'$
$\omega = 230^\circ 34'$	$\omega = 233^\circ 56'$

L'angolo della deviazione totale ω è maggiore per H che per B, come mostra quanto precede; ω è maggiore di 180° , quindi il raggio deve, per raggiungere l'occhio dell'osservatore D, entrare nella metà inferiore della goccia; la deviazione del raggio avviene nel verso opposto a quella del caso precedente. L'angolo ω è indicato nella figura da una freccia attorno al punto di intersezione di SA e ED. L'angolo Ω tra il raggio ED e la retta SDH, che passa per il sole e l'occhio dell'osservatore, è

$$\Omega = \omega - \pi \quad (12.0.12)$$



Come spiegato nel caso precedente, l'osservatore vede un arco di cerchio, il cui raggio ha un'ampiezza angolare uguale a Ω . I numeri dell'ultima tabella danno:

B	H
$\Omega = 50^\circ 34'$	$\Omega = 53^\circ 56'$

Ω è più grande per il raggio viola, il secondo arcobaleno ha quindi un bordo esterno viola ed è colorato di rosso al bordo interno.

Il secondo arcobaleno è molto più pallido del primo, perché la doppia riflessione determina una notevole attenuazione della luce.

III. ARCOBALENI DI ORDINI SUPERIORI; $k = 3, 4, \dots$. Quando $k = 3$, si ha $\varphi = 76^\circ 50'$ e $\omega = 318^\circ$, cioè il raggio emergente forma con la direzione dei raggi solari un angolo di $360^\circ - 318^\circ = 42^\circ$; l'osservatore deve essere posizionato in modo tale che la nuvola (o la pioggia) sia tra il suo occhio e il sole. La stessa cosa avviene per $k = 4$, quando $\varphi = 79^\circ$ e $\omega = 404^\circ$; il raggio emergente forma quindi con i raggi solari un angolo di $404^\circ - 360^\circ = 44^\circ$. Per $k = 5$, otteniamo $\varphi = 81^\circ 30'$ e $\omega = 486^\circ = 360^\circ + 126^\circ$; $\Omega = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$; l'arcobaleno del quinto ordine è quindi situato un poco più in alto di quello del secondo ordine ed è osservato, a quanto pare, solo in pochi casi eccezionali. Gli arcobaleni di ordine ancora superiore non possono in ogni caso essere mai osservati in cielo.

Il motivo per cui la parte delle nuvole tra il primo e il secondo arcobaleno è molto scura è il seguente. Siccome la deviazione ω nella (11) è minima, Ω è un massimo e quindi nessuno

dei raggi che hanno subito una sola riflessione all'interno di una goccia, raggiunge l'occhio dell'osservatore, quando la goccia si trova sopra il primo arcobaleno. Nella formula (12) ω è anche un minimo; di conseguenza nessuno dei raggi che si riflettono due volte raggiunge l'occhio, se la goccia si trova sotto il secondo arco.

Come dicevamo all'inizio, la teoria di Descartes, appena esposta, poggia sul presupposto inesatto che i soli raggi efficaci sono i raggi meno deviati; essa porta al falso risultato, che gli arcobaleni devono avere sempre la stessa forma e non può spiegare la formazione di archi secondari.

II. LA TEORIA DELL'ARCOBALENO DI AIRY (MASCART, PERNTER). La teoria completa di Airy presenta grandi difficoltà matematiche ed è certamente il motivo, per il quale non ha ancora potuto essere sostituita alla teoria inesatta di Descartes.

Gli sviluppi che seguono sui fondamenti della teoria di Airy sono ripresi da Pernter così come le figure corrispondenti.

Supponiamo che un'onda piana AB (Fig. 378) entri in una goccia; i raggi perpendicolari a questa onda subiscono quindi due rifrazioni e k riflessioni (nella nostra figura $k = 1$). Il raggio meno deviato è punteggiato.

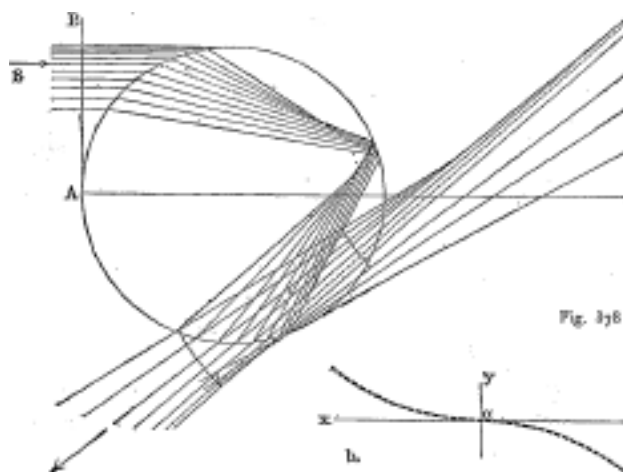
La superficie d'onda che esce dalla goccia ha una forma curva. La parte di tale superficie d'onda che si trova in prossimità del punto o corrispondente al raggio meno deviato è stata rappresentata schematicamente in fig. 378b; la curvatura di questa porzione d'onda è stata notevolmente aumentata di proposito. Questa piccola parte della superficie d'onda è proprio la parte efficace, che emette raggi in direzioni diverse. L'equazione della superficie d'onda, figura 378b, può essere scritta nella forma seguente

$$y = \frac{h}{3a^2}x^2 \quad (12.0.13)$$

dove a è il raggio della goccia;

$$h = \frac{(p^2 - 1)^2}{p^2(n^2 - 1)} \sqrt{\frac{p^2 - n^2}{n^2 - 1}} \quad (12.0.14)$$

dove $p = k + 1$, di modo che si ha $p = 2$ per il primo arcobaleno.



L'equazione (12, a) mostra che la forma della superficie d'onda efficace dipende non solo da n (natura del raggio) e da k , ma anche e in modo significativo da a , cioè dal raggio della goccia. Dalla forma della superficie d'onda efficace dipende dall'ordine di successione dei raggi colorati che ne escono, così come la loro intensità. *Si comprende da ciò che la forma degli arcobaleni può variare all'infinito, a seconda della dimensione delle gocce.*

La ricerca dell'azione di questa superficie d'onda, la cui equazione è (12, a) è un problema molto complicato. Ci limiteremo a scrivere la formula per il caso, in cui cadono sulla goccia dei raggi omogenei, di lunghezza onda λ e *paralleli*. Sia Θ l'angolo, contato dalla direzione dei raggi meno deviati, e positivamente dal lato della concavità della superficie d'onda. L'intensità luminosa J dei raggi, la cui direzione è determinata dall'angolo Θ , è uguale a

$$J = C J_0 \sqrt[3]{\frac{a^7}{h^2 \lambda}} f^2(z) \quad (12.0.15)$$

J_0 è qui l'intensità luminosa dei raggi λ , che raggiungono la goccia, C un fattore di proporzionalità e

$$f(z) = \int_0^\infty \cos \frac{\pi}{2} (n^3 - zn) \, dn \quad (12.0.16)$$

$$z = 2\Theta \sqrt[3]{\frac{6a^2}{h\lambda^2}} \quad (12.0.17)$$

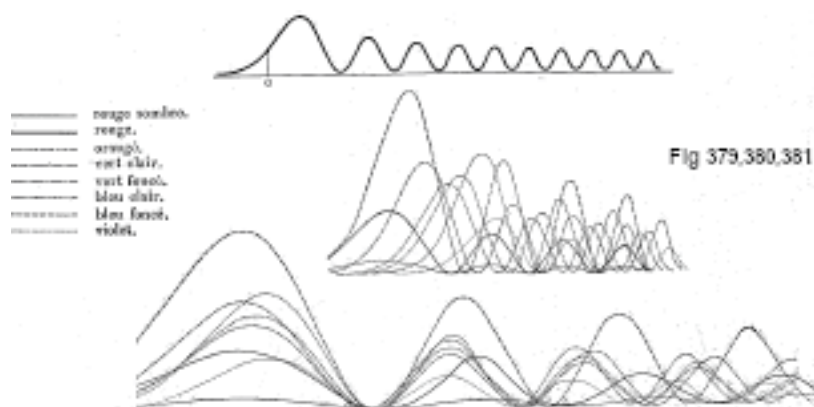
z rappresenta quindi l'argomento che determina la direzione dei raggi; $f(z)$ è una funzione, che per $z > 0$ ha una serie di valori uguali a zero (per $z = 2,4955 - 4,3631 - 5,8922$ ecc.), tra i quali si trova una serie di valori massimi, decrescenti. Questi massimi si hanno per $z = 1,0845 - 3,4669 - 5,1446$ ecc. Il primo massimo di $f^2(z)$ è uguale a 1,005, mentre $f^2(0) = 0,443$.

Per $z < 0$ la funzione $f(z)$ decresce rapidamente fino a zero. La legge di dipendenza dell'intensità luminosa J in funzione della direzione determinata dall'argomento z , ovvero dalla grandezza $f^2(z)$ è rappresentata nella figura 379. Il punto O corrisponde a $z = 0$, e di conseguenza anche a $\Theta = 0$, cioè determina l'intensità luminosa nella direzione dei raggi di Descartes. Conformemente a ciò che è stato detto sopra su $f^2(0)$, si vede nella figura, che l'intensità di questi raggi è pari a 0,44 della prima intensità massima.

La forma della funzione $f^2(z)$ mostra che dalla goccia esce una serie di fasci di raggi, la cui intensità diminuisce successivamente, e che si trovano tutti dalla stessa parte dei raggi di Descartes.

Da una data goccia possono giungere all'occhio dell'osservatore solo questi fasci. Se il sole fosse puntiforme, emettente raggi omogenei, si vedrebbe su una nuvola di pioggia una serie di archi concentrici dello stesso colore, separati da intervalli scuri e corrispondenti ai valori di z , per i quali $f^2(z)$ assume valori massimi. I raggi efficaci di Descartes sarebbero nella prima banda, non nel suo mezzo dove lo splendore è il più vivo, ma un po' di lato, e il fenomeno non dovrebbe comprendere questi raggi, se la teoria di Descartes fosse esatta.

Il fenomeno, che osserviamo in natura, è reso un po' meno semplice da due circostanze: in primo luogo, i raggi solari non sono omogenei, ma bianchi, cioè composti, e in secondo luogo il sole non è un punto, ma si presenta come un disco: il cui diametro ha un'ampiezza angolare di circa mezzo grado.



Ciascuna delle parti costituenti la luce solare dà la propria particolare serie di bande; la loro luminosità relativa dipende dall'intensità J_0 di questa parte costituente dello spettro solare. Anche la distribuzione delle bande è in una certa relazione, molto complicata, con la natura dei raggi, cioè essa dipende da λ , come mostra la formula (12, e), dove h dipende anche da λ , perché dipende da n .

La distribuzione relativa di massimi e minimi per i diversi raggi dipende da una parte da un alto grado del raggio a delle gocce di pioggia. La figura 380 mostra la distribuzione dei colori per $a = 200\mu$ e la figura 381 per $a = 25\mu$. In ciascuna di queste figure sono rappresentate otto curve per otto colori spettrali. Si è preso come ascisse le z , come ordinate le J . Nella figura 380 i colori mescolati si susseguono ininterrottamente, mentre nella figura 381 quasi tutti i primi minimi coincidono. Nel primo caso gli archi secondari seguono immediatamente l'arco principale, nel secondo caso il primo arco secondario è separato dall'arco principale da uno intervallo incolore.

Ad ogni punto, cioè ad ogni valore di z , corrispondono tutti i colori, le cui intensità sono molto diverse. Pernter si è impegnato a determinare l'ordine di successione, la larghezza e la luminosità delle bande colorate, che si osserverebbero nell'arcobaleno, se il Sole emettesse solo raggi paralleli, e ha fatto questi calcoli per $a = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 150, 500, 1000\mu$ (1 mm). Questi calcoli si basano sulle formule fornite da Maxwell per la mescolanza dei colori.

Conoscendo i colori dati da ogni punto del disco solare, Pernter ha infine determinato l'ordine di successione, la luminosità relativa e la larghezza delle bande colorate, che formano l'arcobaleno, come lo osserviamo, cioè prodotto dall'intero disco solare. Pernter ha eseguito anche questi calcoli per diversi valori del raggio a delle gocce.

I risultati finali per $a = 500, 150, 50, 25\mu$ sono mostrati schematicamente dalle figure 382 A, B, C, D. Qui si vede chiaramente l'ordine di successione e la larghezza delle bande colorate; la luminosità relativa è indicata nelle denominazioni dei colori. Per $a = 500\mu$ e $a = 150\mu$ si ottengono due archi secondari, immediatamente adiacenti all'arco principale. quando $a = 50\mu$ oppure $a = 25\mu$, appare un arco secondario, che è separato dall'arco principale da un intervallo incolore. Per $a = 25\mu$ si forma una banda bianca nell'arco principale e l'ordine di successione dei colori è invertito nell'arco secondario, in modo che la banda indaco sta sopra il rosso.

La teoria di Airy spiega tutti i fenomeni osservati. Porta a questo risultato, *che la forma dell'arcobaleno può essere molto diversa e che dipende esclusivamente dalla dimensione delle gocce*. La teoria di Descartes è esatta solo per gocce infinitamente grandi.

Pernter ha formulato una serie di regole, con l'aiuto delle quali si può determinare il raggio a delle gocce dalla forma dell'arcobaleno. Indicheremo alcune di queste regole.

Arcobaleno bianco: a è uguale o inferiore a 25μ .

Una banda larga, di un rosso vivo, una banda viola brillante ed una verde (mancando l'indaco) indicano grosse gocce: da $a = 500$ a $a = 1000\mu$.

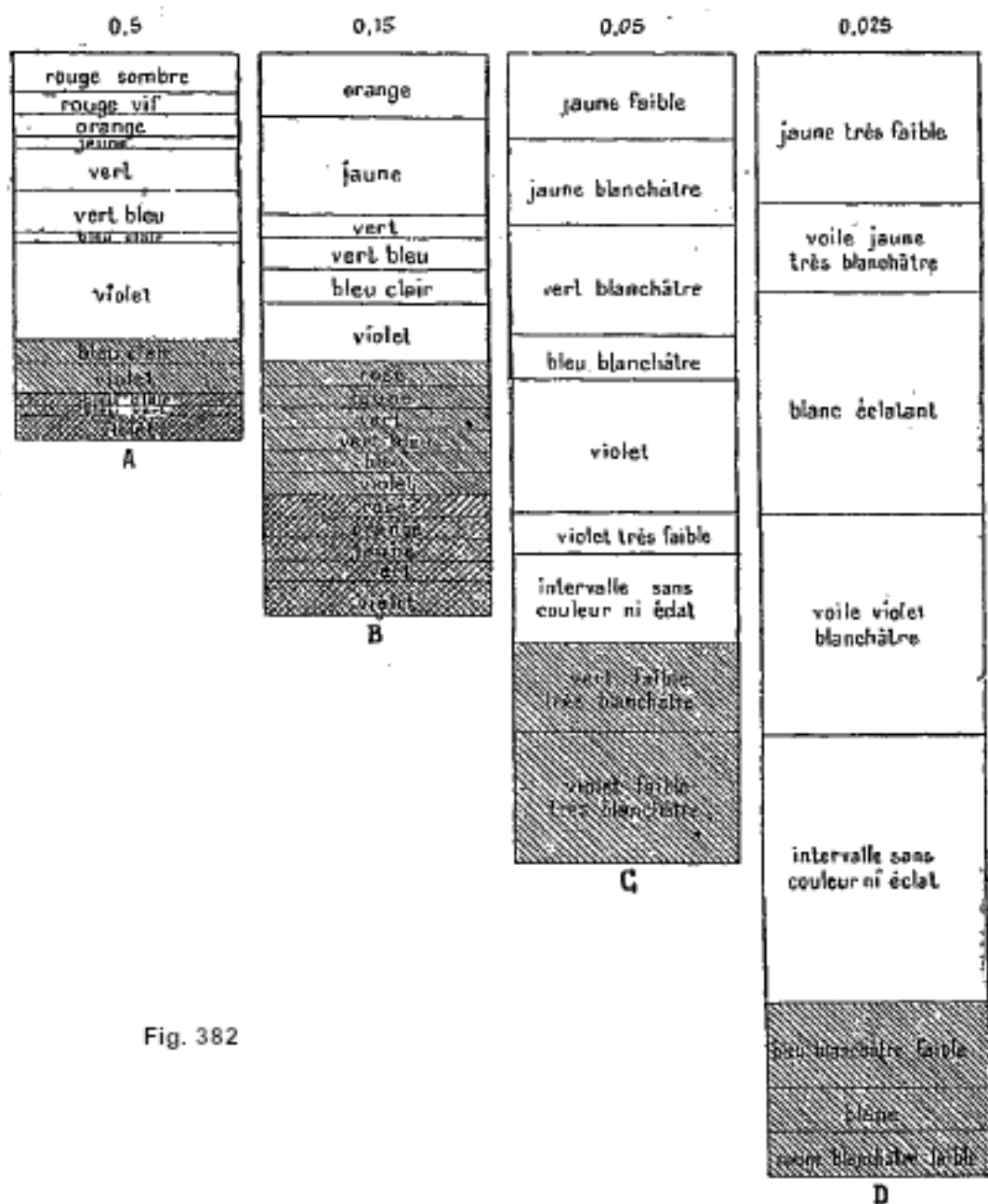


Fig. 382

Gli archi secondari contengono solo verde o viola rosato; seguono immediatamente all'arco principale, in cui la banda rossa è già molto debole: raggio delle gocce a uguale a circa 250μ . Comparsa del colore giallo negli archi secondari contigui all'arco principale: a uguale a circa 150μ .

Il colore giallo è ben visibile nel primo arco secondario, ma manca nel secondo e nel terzo; gli archi secondari sono separati tra loro: a è uguale a circa 100μ . In entrambi i casi manca il colore rosso nell'arco principale.

Se gli archi secondari sono contigui all'arco principale, si ha $a > 100\mu$; se solo gli archi secondari sono separati gli uni dagli altri, a è circa 100μ ; se il primo arco secondario è pure separato dall'arco principale, si ha $a < 100\mu$.

Se il numero di archi secondari raggiunge cinque e oltre, gli intervalli mancano, e se non contengono del bianco, si ha $a = 1\text{ mm}$.

Se il primo arco secondario è nettamente separato dall'arco principale e contiene il colore bianco, a è compreso tra 40 e 50μ .

Nell'arco principale è visibile una banda bianca: a è uguale a circa 30μ .

Il fenomeno dell'arcobaleno può essere riprodotto artificialmente utilizzando piccole sfere o piccoli cilindri di vetro e con un filo d'acqua. Babinet ha così osservato 7 arcobaleni, Miller 12 e Billet fino a 19. Pernter ha mostrato come si possono verificare sperimentalmente alcuni risultati di teoria d'Airy.

Abbiamo già accennato agli esperimenti di Pulfrich.

Aichi e Tanakadate hanno dato nel 1904 un nuovo sviluppo alla teoria di Airy, ma Pernter (1905) ha sollevato obiezioni contro il loro lavoro.

5. Cerchi intorno al Sole e alla Luna. Aloni

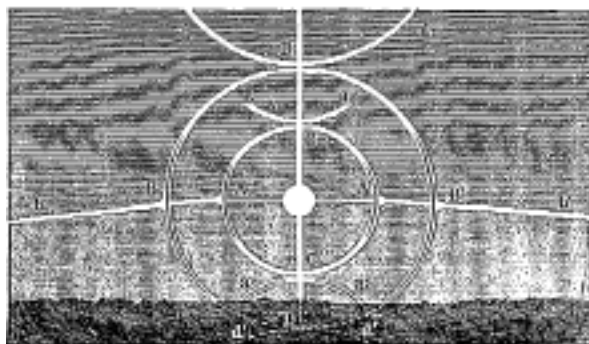
Quando il Sole o Luna (a volte anche una stella luminosa) sono coperti da una leggera nube, si vede spesso intorno ad essi un cerchio debolmente colorato, il cui bordo interno viola tocca il contorno dell'astro stesso; il bordo esterno è rosso. È un fenomeno di diffrazione, dovuto al passaggio della luce attraverso gli innumerevoli piccoli intervalli distribuiti senza ordine, che separano le gocce o le bolle, di cui è composta la nuvola. È un fenomeno analogo a quello che si verifica nel passaggio dei raggi attraverso un fogliame non troppo spesso. Come spesso accade nei fenomeni di diffrazione, sono i raggi rossi i più deviati. Verdet ha fornito una teoria dettagliata di questo fenomeno.

A volte si osserva nelle regioni settentrionali, intorno al Sole o nelle sue vicinanze, cerchi luminosi, archi, ecc., in parte colorati, in parte incolori. Portano il nome generico di aloni. La figura, formata dall'insieme di queste bande luminose, può variare molto; la sua forma dipende dall'altezza del Sole sopra l'orizzonte. Inoltre il grado di sviluppo delle diverse parti della figura non è sempre lo stesso: a volte se ne osservano solo alcune rare parti, a volte anche l'intera figura appare in tutto il suo splendore. La figura 383 ne mostra le parti più importanti, al centro delle quali si trova il Sole. Queste parti sono:

1. *Un piccolo alone*, l'anello ACA'C' che circonda il Sole. Il suo raggio è uguale a 22° ; questo anello è colorato, il suo bordo esterno è viola, il suo bordo interno rosso.

2. *Un grande alone*, l'anello BDB'D' concentrico al precedente. Il suo raggio è pari a 46° ; è anche colorato e i colori sono disposti in esso come nel primo.

3. *Il cerchio parelico*, bBAA'B'b', di cui a volte è visibile una parte importante. Nei punti in cui interseca i due cerchi precedenti, cioè in B, B', A e A', appaiono delle macchie molto brillanti, la cui luminosità si avvicina talora a quella del Sole stesso: sono chiamate parelie. A una distanza da 90° a 104° dal Sole, talvolta si osservano anche delle macchie luminose sul cerchio parelico, queste sono le parantelie. Sullo stesso cerchio appare alla distanza di 180° dal sole una macchia brillante, è l'antelia.



4. *Archi tangenziali* aa, a'a', dd, d'd'; oltre a quelli che sono rappresentati in figura, se ne osservano talvolta di simili sul lato dei due cerchi.

5. *Una colonna verticale* DCC'D', che si innalza talvolta molto al di sopra dell'orizzonte.

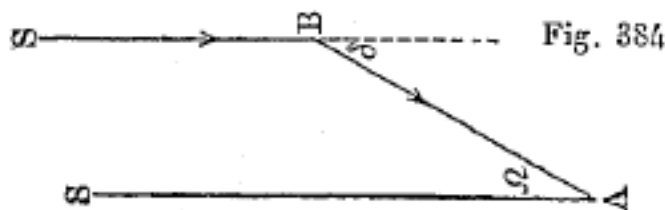
Oltre agli archi e alle bande indicati se ne osservano ancora altri, per esempio, due bande, ugualmente inclinate sull'orizzonte e che si intersecano all'antelio; cerchi, il cui centro si trova al di fuori del Sole; cerchi i cui raggi differiscono da quelli del piccolo e grande alone.

Ci limiteremo qui all'applicazione dei principali fenomeni ricordati. Queste spiegazioni sono dovute a Mariotte, Cavendish, Fraunhofer, Galle, Babinet e in particolare a Bravais.

La causa di tutti i fenomeni precedenti risiede nelle riflessioni e rifrazioni dei raggi solari al loro incontro con i cristalli di ghiaccio, che a volte riempiono l'aria. Questi cristalli appartengono al sistema esagonale, e hanno la forma di prismi regolari a sei lati, le cui basi sono perpendicolari alle facce laterali. Quando la lunghezza di un tale prisma supera notevolmente il suo spessore (aghi di ghiaccio), assume preferibilmente la posizione, per la quale la resistenza dell'aria alla sua caduta è un minimo, cioè con l'asse del prisma è verticale. Quando, al contrario, la lunghezza del prisma è molto piccola, in modo da formare un disco esagonale, il suo asse è disposto orizzontalmente. Oltre a questi cristalli ad asse orientato verticalmente o orizzontalmente, ce ne sono molti altri nell'aria, i cui assi hanno tutte le direzioni possibili.

I raggi solari possono riflettersi sulla superficie laterale o sulle basi dei cristalli; possono inoltre attraversare i cristalli subendo solo una doppia rifrazione, o una o più riflessioni interne. Nella rifrazione semplice il raggio luminoso non può attraversare due facce laterali vicine al prisma, poiché esse formano tra loro un angolo di 120° ; ma al contrario due facce non adiacenti (e non parallele) che formano tra loro un angolo di 60° , possono servire come facce di un prisma rifrangente. Inoltre una delle basi ed una faccia laterale qualunque formano un prisma che ha un angolo rifrangente di 90° .

Se il bordo (geometrico nel primo caso) di uno dei prismi del primo o del secondo genere è perpendicolare al piano, che passa per il Sole, l'occhio dell'osservatore e il cristallo, il raggio rifratto può raggiungere l'occhio dell'osservatore. È necessario a tal fine, che la deviazione δ del raggio dal prisma sia uguale alla distanza angolare Ω dal cristallo al Sole, come mostrato nella figura 384, nella quale A designa l'occhio dell'osservatore, B la posizione del cristallo, SA e SB dei raggi solari. Se la deviazione δ non è uguale al suo minimo δ_0 , a una piccola variazione dell'angolo d'incidenza corrisponde una piccola variazione della deviazione δ dello stesso ordine di grandezza. Quindi per $\delta = \Omega \leq \delta_0$, il numero di cristalli, che si trovano per caso orientati in modo tale che il raggio rifratto raggiunga l'occhio dell'osservatore, deve essere molto piccolo. Ma quando $\delta = \Omega = \delta_0$, a una piccola variazione dell'angolo di incidenza, cioè della posizione del cristallo, corrisponde una variazione della deviazione δ di una quantità, del secondo ordine. Il numero di cristalli di ghiaccio, che inviano i raggi rifratti in una direzione, formante l'angolo δ_0 con i raggi solari, è quindi relativamente grande. Dato che la distanza angolare Ω di questi cristalli dal Sole è pure uguale a δ_0 , è chiaro che deve apparire intorno al Sole un cerchio, il cui raggio ha una grandezza angolare pari a δ_0 . Poiché la deviazione è minore per i raggi rossi che per i viola, il cerchio deve essere delimitato dal rosso all'interno, dal viola all'esterno. Se si tiene conto infine della grandezza angolare del Sole, si comprende che i colori possono solo debolmente risaltare in questi cerchi.



Se si tiene conto di quanto è stato detto a proposito della rifrazione dei raggi nei cristalli e se si considerano inoltre le diverse riflessioni possibili di questi raggi sulla superficie dei cristalli, si possono spiegare i fenomeni più tipici descritti sopra.

1. *Piccolo alone* - Se un raggio attraversa un prisma di ghiaccio tagliando due facce laterali non adiacenti o parallele, si ha una rifrazione in un prisma di ghiaccio, il cui angolo di rifrazione è di 60° . Il minimo di deviazione δ_0 di un tale prisma è approssimativamente uguale a 22° ; dobbiamo quindi ottenere un cerchio di raggio Ω pari a $22''$; è il piccolo alone, la cui colorazione è conforme alla teoria (spiegazione di Mariotte).

2. *Grande alone*. - Una delle facce laterali e una delle basi formano un prisma, il cui angolo di rifrazione è pari a 90° . Per un tale prisma si ha $\delta_0 = 46^\circ$ che corrisponde al raggio del grande alone (spiegazione di Cavendish).

3. *Cerchio parelico, parelio, parantelico e antelico*. - Come abbiamo visto, gli aghi e le lamelle di ghiaccio occupano preferibilmente una posizione tale che nei primi le facce laterali e nelle seconde le basi sono verticali. Il cerchio parelico è dovuto alla riflessione dei raggi su questi piani verticali.

Nei punti di intersezione del piccolo alone e del cerchio parelico, si formano macchie particolarmente brillanti per due ragioni: in primo luogo l'alone stesso deve essere molto luminoso in questi luoghi, perché il numero di cristalli ad asse verticale è particolarmente grande, e sono questi cristalli che danno per una bassa altezza del Sole i raggi rifratti, ai quali si deve il piccolo alone; in secondo luogo si scorge anche in questi luoghi la luce riflessa dai piani verticali.

Quando il Sole è molto alto, i pareli appaiono un po' più alti dei punti A e A' (fig. 383). I pareli sono osservati solo molto raramente in B e B'.

I parantelici e gli antelici si spiegano in primo luogo con una doppia riflessione sulle facce laterali di due prismi, che hanno una faccia comune, di modo che due facce vicine formano un angolo di 120° ; in secondo luogo dalla rifrazione dei raggi, mescolata a un certo numero di riflessioni interne. Non possiamo entrare qui in ulteriori dettagli.

4. *Gli archi tangenziali* si spiegano con la debole deviazione dei raggi che attraversano i prismi ma sono in piani non perpendicolari agli spigoli rifrangenti.

5. *La colonna verticale* è dovuta alla riflessione dei raggi sulle basi orizzontali dei prismi.

Bravais ha riprodotto artificialmente alcuni dei fenomeni che abbiamo appena considerato.

6. Colorazione e illuminazione del cielo

La spiegazione del colore blu del cielo ha presentato grandi difficoltà. Le esperienze di un'intera serie di scienziati non hanno portato ad alcun risultato soddisfacente ed è solo recentemente, relativamente, che Lord Rayleigh è arrivato a dare una spiegazione dell'origine del colore blu del cielo, che può essere considerata molto rigorosa. Indicheremo molto brevemente la storia chiave questa interessante questione.

Leonardo da Vinci credeva che il colore blu fosse una miscela del colore bianco dispersa dai raggi solari e del colore nero dello spazio tra le stelle. Mariotte ammetteva l'ipotesi che le particelle d'aria avessero la proprietà di riflettere preferibilmente i raggi blu.

Fabri e Newton attribuirono per primi la produzione del colore blu a corpuscoli estranei, galleggianti nell'aria, come goccioline d'acqua, che per riflessione dei raggi solari producono i colori delle lastre sottili e il colore blu del primo ordine (vedi più avanti).

Forbes credeva che il vapore acqueo avesse la proprietà di trasmettere dei raggi rossi e gialli e di disperdere i blu.

Clausius ha fornito una spiegazione matematica dettagliata. Ammetteva che nell'aria galleggiano piccole bolle d'acqua con pareti molto sottili, che riflettono i raggi solari e producono così i colori di lastre sottili, essendo i raggi blu i soli riflessi e i raggi rossi e gialli trasmessi; quando l'aria è asciutta, il numero delle bolle è piccolo e lo spessore della loro parete è minimo, allora danno il colore blu del primo ordine. Quando l'aria è umida, lo spessore della parete delle bolle aumenta e inoltre non è la stessa per le diverse bolle. Nella luce riflessa si trovano quindi tutti i possibili colori delle lastre sottili, in modo che al colore blu del cielo si aggiunge ancora il bianco;

il cielo perde il suo colore azzurro, e diventa azzurro e biancastro. Oggi la teoria di Clausius, che ha subito diversi attacchi, non è più ammessa.

TEORIA DI LORD RAYLEIGH. - È nel 1871 che apparve la teoria di Lord Rayleigh (allora Sir W. Strutt), che si basa essenzialmente su quanto segue. Partendo dalla teoria della diffrazione, dimostrò, che dei raggi attraversano tanto più facilmente un mezzo pieno di moltissime piccole particelle opache, quanto la loro lunghezza d'onda λ è più grande. Viceversa, più la loro lunghezza d'onda λ è piccola, più i raggi sono fortemente dispersi da tutte le parti. Un tale mezzo deve apparire giallastro o rossastro nella luce che lo attraversa. Un calcolo esatto mostra che *se i diametri delle particelle opache sono piccoli rispetto alla lunghezza d'onda λ , la quantità di luce dispersa deve essere inversamente proporzionale alla quarta potenza della lunghezza d'onda*. La quantità di luce J che arriva al nostro occhio da un qualsiasi elemento del volume d'aria, dipende in primo luogo dalla grandezza della dispersione subita dai raggi solari in questo elemento di volume, e in secondo luogo dalla perdita subita nel cammino percorso z . Tale perdita ha il carattere di un assorbimento da parte del mezzo; ma il coefficiente di assorbimento è proporzionale alla dispersione subita durante il cammino, cioè è anche proporzionale a λ . Tenendo conto di tutto quanto detto, si arriva alla formula seguente per la quantità di luce J :

$$J = \frac{A}{\lambda^4} e^{-\frac{kz}{\lambda^4}} \quad (12.0.18)$$

dove A e k sono costanti. Si vede facilmente che il valore massimo di J_0 è ottenuto per il valore particolare $\lambda = \lambda_0$, dove

$$\lambda_0^4 = kz \quad (12.0.19)$$

di modo che

$$J_0 = \frac{A}{\lambda^4} e^{-1} \quad (12.0.20)$$

Se si divide la (13) per la (15) e se si introduce $kz = \lambda_0^4$, si ottiene l'espressione

$$J = \frac{J_0 \lambda_0^4}{\lambda_0} e^{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4} \quad (12.0.21)$$

Supponiamo dapprima che λ_0 sia molto piccolo rispetto alle grandezze λ per i raggi visibili. Si può allora trascurare la frazione $\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4$ rispetto a 1 e scrivere invece della (16)

$$J = \frac{B}{\lambda^4} \quad (12.0.22)$$

dove B è una costante. Ponendo $J = 1$ per il raggio rosso (A), si ottiene per le altre righe di Fraunhofer i valori seguenti:

J	J
A. 1,000	b. 4,728
B. 1,514	F. 6,036
C. 1,821	G. 9,778
D. 2,801	H. 13,589
E. 4,371	

In questi numeri si trova una spiegazione completa del colore blu del cielo, quando il numero k , che determina l'assorbimento, non è grande. Il ruolo delle piccole particelle opache, richieste dalla teoria di Lord Rayleigh può essere svolto dalle polveri e dalle particelle liquide, che si trovano sempre nell'aria.

Quando il numero delle particelle che volano nell'aria aumenta, anche il coefficiente di assorbimento k aumenta e contemporaneamente aumenta la grandezza λ_0 . Supponiamo che λ_0 sia diventato uguale alla lunghezza d'onda del raggio viola (H). La formula (16) dà allora, ponendo ancora $J = 1$ per il raggio rosso (A), i seguenti valori:

	J		J
A.	1,000	b.	3,592
B.	1,457	F.	3,727
C.	1,713	G.	5,114
D.	2,431	H.	5,379
E.	3,410		

In questo modo si può vedere che la quantità relativa dei raggi viola si è dimezzata e che il colore del cielo deve quindi distinguersi dal precedente per una notevole aggiunta di bianco.

Lord Rayleigh ha mostrato nel suo lavoro pubblicato nel 1899, che il colore blu del cielo può essere spiegato anche dall'azione delle molecole dei gas che l'aria contiene.

Un gran numero di lavori sono stati intrapresi per verificare la teoria di Lord Rayleigh. Ci limiteremo a dire, che il lavoro più convincente dell'esattezza della teoria di Lord Rayleigh è dovuto a Perntner (1901), che ha mostrato che non solo in relazione alla colorazione, ma anche in relazione ai fenomeni di polarizzazione (vedi oltre), i raggi, emessi, per così dire, dal cielo, hanno le stesse proprietà dei raggi emessi da ambienti agitati in un'illuminazione di lato. Oggi non c'è dubbio al riguardo: il colore del cielo è il colore di un ambiente agitato.

Anche la questione della distribuzione della luce in un giorno senza nuvole è di grande interesse. Wild, Schramm, L. Weber e in particolare Chr. Wiener (1901) si sono occupati di questo problema; quest'ultimo ne ha fatto non solo uno studio sperimentale, ma anche uno studio teorico molto esteso. Possiamo citare qui i risultati delle sue osservazioni per il caso, dove la distanza zenitale z del sole è di circa 46° . Indichiamo con H la limpidezza del cielo in un punto qualsiasi, e poniamo $H = 1$ per il punto situato vicino all'orizzonte opposto al Sole, cioè per il quale $z = 90^\circ$, A (azimut contato dal Sole) $= 180^\circ$. Se si parte da questo punto seguendo l'orizzonte, H all'inizio non varia quasi fino ad $A = 120^\circ$; allora comincia a crescere e per $A = 0$ e $z = 90^\circ$ si ha $H = 4,7$. Se poi si allontana dall'orizzonte per avvicinarsi al Sole ($A = 0$), H diminuisce inizialmente un po' e per $z = 82^\circ$ si ottiene il valore $H = 4,4$; H poi cresce rapidamente fino al valore $H = 24$, che raggiunge nelle vicinanze del Sole. Sopra il Sole H cala di nuovo rapidamente, raggiunge allo zenit il valore $H = 0,8$, continua (per $A = 180^\circ$) ancora a decrescere e raggiunge per $z = 25^\circ$ il suo minimo $H = 0,1$; a partire da quel momento H aumenta, per raggiungere per $z = 90^\circ$ il valore iniziale $H = 1$.

13 Interferenza della luce

1. Osservazioni generali

Quando abbiamo considerato la propagazione dei moti vibratori in un mezzo isotropo omogeneo, abbiamo stabilito l'equazione del raggio

$$\gamma = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

in cui γ indica la deviazione di un punto vibrante dovuto al suo raggio dalla sua posizione di equilibrio, al tempo t , e x la distanza del punto in esame da un certo punto di origine; a indica l'ampiezza delle vibrazioni, T il periodo (durata di una vibrazione completa), e λ la lunghezza d'onda, che è uguale al prodotto di T per la velocità di propagazione. Quando due raggi partendo da un dato punto S si incontrano in un altro punto M, essendo le loro ampiezze a e b , e la loro differenza di cammino $x - x_1 = \delta$, queste vibrazioni, se si verificano nei due raggi lungo direzioni parallele, si compongono in una sola, la cui ampiezza A è determinata dalla formula

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (13.0.1)$$

Se le ampiezze dei due moti sono uguali, $a = b$ e si ha:

$$A^2 = 2a^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) \quad (13.0.2)$$

o

$$A = 2a \cos \pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (13.0.3)$$

Se la differenza di cammino è uguale a un numero intero di lunghezze d'onda, $\delta = K\lambda$ (moti concordi), le ampiezze si sommano, e si ha $A = a + b$.

Se la differenza di cammino è uguale a un numero intero di lunghezze d'onda più una metà, $\delta = K\lambda + \lambda/2$ (moti discordi), le ampiezze si sottraggono, $A = a - b$. In particolare, se a e b sono uguali, si ha $A = 2a$ nel primo caso, e $A = 0$ nel secondo. Siccome le intensità luminose sono proporzionali ai quadrati delle ampiezze, l'intensità è pari a 4 volte quella di ciascuno dei moti quando questi due sono, concordi, ed è nulla quando sono discordi.

Il principio delle interferenze, contenuto nelle formule precedenti, si applica senza restrizioni all'energia radiante dei moti vibratori che si propagano nell'etere. Siccome i fenomeni risultanti sono più facilmente osservabili con i raggi di luce visibili, supporremo operare con questo tipo di raggi; basterà cambiare, negli altri casi, solo la modalità di osservazione.

Non si possono osservare fenomeni di interferenza quando i raggi che si incontrano in un punto M provengono da punti luminosi diversi S ed S', anche quando appartengono alla stessa sorgente luminosa. Ecco il motivo: Si sa che il periodo dei movimenti luminosi è straordinariamente breve; per le radiazioni visibili, ci sono diverse centinaia di migliaia di vibrazioni in un milionesimo di secondo. Per quanto regolare possa essere il moto vibratorio di un punto della sorgente, anche supponendo che il periodo sia perfettamente invariabile durante milioni di vibrazioni, il tempo durante il quale si ha questa regolarità è certamente straordinariamente breve; è lo stesso per un secondo punto della sorgente, poiché non esiste certamente alcun collegamento tra i movimenti

di questi due punti; ciascuno di questi può essere notevolmente regolare se si considera solo ciò che accade durante alcuni milioni di periodi, per esempio, e a da questo punto di vista la loro regolarità è molto maggiore di quella di qualsiasi moto meccanico della materia; ma se si considera cosa accade in un secondo, questi moti non presentano alcun collegamento tra loro, avranno successivamente avuto tra loro tutti i possibili valori della differenza di fase. L'occhio, o tutti i nostri altri metodi di osservazione, non danno che un valore medio dell'intensità durante un numero immenso di periodi, ed è facile vedere che, in queste condizioni, le intensità luminose semplicemente si sommano. L'intensità luminosa risultante A è, infatti, data dall'equazione

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi$$

essendo a e b le ampiezze dei due moti che si sovrappongono, e φ la loro differenza di fase. Nel presente caso φ varia rapidamente, e in una piccolissima frazione di secondo assume successivamente, e senza alcuna regolarità, tutti i valori possibili; il valore medio di $\cos \varphi$ è, quindi, nullo e l'equazione diventa

$$A^2 = a^2 + b^2$$

la quale esprime che l'intensità risultante è la somma delle intensità parziali.

Non è più così se i due moti vibratori provengono da uno stesso punto della sorgente, perché allora qualsiasi perturbazione di uno dei moti si ritrova nell'altro, e φ è costante.

Esaminiamo il caso in cui, nel punto M, si sovrappone un numero qualsiasi di moti vibratori in grado di interferire. Uno di loro avrà per equazione

$$y_k = a_k \sin (\Theta + \varphi_k)$$

Θ è qui la quantità $2\pi t/T$. Il moto risultante avrà per equazione

$$y = \sum y_k = \sum a_k \sin (\Theta + \varphi_k) = A \sin (\Theta + \varphi_0)$$

e si ha

$$\begin{cases} A \cos \varphi_0 = \sum a_k \cos \varphi_k \\ A \sin \varphi_0 = \sum a_k \sin \varphi_k \end{cases}$$

da cui si ricava

$$A^2 = \left\{ \sum a_k \cos \varphi_k \right\}^2 + \left\{ \sum a_k \sin \varphi_k \right\}^2 \quad (13.0.4)$$

A^2 serve come misura dell'intensità luminosa del moto risultante. Nella maggior parte dei fenomeni di interferenza si hanno solo due moti vibratori sovrapposti; diremo quindi che c'è un'*interferenza a due onde*. Eccezionalmente, dovremo considerare un numero maggiore di moti vibratori; diremo allora che c'è una *interferenza a onde multiple*.

2. Percorso ottico. Differenza di cammino

Se il mezzo nel quale la luce si propaga è omogeneo, si può prendere per differenza di cammino δ la differenza delle lunghezze dei due raggi che, partiti dalla stessa sorgente, arrivano al punto considerato; λ è quindi la lunghezza d'onda in questo mezzo. Molto spesso, la luce deve attraversare mezzi di indici diversi, nei quali si propaga con velocità diverse; si chiama *lunghezza ottica* di un raggio una lunghezza tale che, nel vuoto, la luce la percorre nello stesso tempo del raggio considerato. Si vede facilmente dalle proprietà dell'indice di rifrazione che una porzione di raggio di lunghezza l situata in un mezzo di indice n ha per lunghezza ottica nl ; la lunghezza ottica di un raggio si otterrà sommando prodotti analoghi a nl per le diverse parti del raggio.

La differenza di cammino dei due moti inviati da un punto S della sorgente a un punto M dello spazio sarà la differenza delle lunghezze ottiche dei due raggi inviati da S in M. Contata così questa differenza nel vuoto, la lunghezza d'onda λ dovrà anche essere la lunghezza d'onda nel vuoto.

3. Dispositivi di interferenza. Frange e ordine di interferenza

Perché si abbia interferenza, lo stesso punto nello spazio deve ricevere due moti vibratori di uno stesso punto della sorgente luminosa. Un *dispositivo interferenziale* è un sistema che, ricevendo un'onda partita da un punto luminoso, invia due moti vibratori a ciascuno dei punti di una determinata regione dello spazio, nella quale si osserva il fenomeno dell'interferenza.

Se si suppone che la sorgente luminosa ridotta a un solo punto, e se emette luce rigorosamente monocromatica, a ogni punto dello spazio corrisponde un valore unico e determinato della differenza $m\lambda$ dei due moti che arrivano in questo punto. In tutti i punti dello spazio per i quali δ/λ è un numero intero, vi è un massimo di luce; in tutti i punti dello spazio per i quali questo rapporto è un semi intero, vi è un minimo e questo minimo è completamente scuro, se i due moti hanno stessa ampiezza. Si vede che l'intensità luminosa in un punto dipende dal valore del rapporto δ/λ , che si chiamerà *ordine di interferenza*. Il luogo dei punti dello spazio per i quali l'ordine di interferenza ha un valore dato è una superficie, che si può chiamare *superficie di interferenza*; quando questo valore è un intero, questa superficie è una *frangia brillante*, il cui valore intero dell'ordine di interferenza è il *numero d'ordine*.

In generale, il fenomeno viene osservato su uno schermo, o piano di osservazione, che può essere il piano visuale di una lente d'ingrandimento o di un altro strumento ottico, dietro il quale è posto l'occhio dell'osservatore. Le frange brillanti, su questo schermo, saranno le intersezioni per il suo piano delle superfici disegnate nello spazio.

Se la sorgente luminosa non è ridotta a un punto, ciascuno dei suoi punti dà il suo sistema di frange, e il fenomeno risultante sarà la sovrapposizione dei fenomeni dovuti ad ogni punto della sorgente, le intensità luminose prodotte da punti distinti semplicemente sommandosi. In alcuni casi, questa sovrapposizione può dare un illuminamento uniforme; si esamineranno al § 8 le condizioni necessarie affinché le frange mantengano la loro nitidezza.

Infine, se la sorgente luminosa non è monocromatica, la si può sempre considerare come emettente una serie di radiazioni semplici; ciascuna di queste radiazioni dà il suo fenomeno di interferenza e il fenomeno risulterà dalla semplice sovrapposizione di quelli che sarebbero prodotti da questi diverse radiazioni semplici prese isolatamente.

Torniamo al caso in cui la sorgente luminosa è puntuale e monocromatica. Ad ogni punto del piano di osservazione corrisponde quindi un valore di δ ; l'intensità luminosa è funzione periodica di δ . Siano i e i' le intensità luminose dei due fasci che interferiscono. Le ampiezze sono $a = \sqrt{i}$ e $b = \sqrt{i'}$. L'intensità I risultante sarà data dall'equazione (1) che diviene:

$$I = i + i' + 2\sqrt{ii'} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Le intensità massima e minima sono date da

$$I_{max} = i + i' + 2\sqrt{ii'} = (\sqrt{i} + \sqrt{i'})^2 \quad I_{min} = i + i' - 2\sqrt{ii'} = (\sqrt{i} - \sqrt{i'})^2$$

e il loro rapporto da

$$\frac{I_{min}}{I_{max}} = \left(\frac{\sqrt{\frac{i}{i'}} - 1}{\sqrt{\frac{i}{i'}} + 1} \right)^2 \quad (13.0.5)$$

In funzione di δ , l'intensità luminosa è rappresentata da una sinusoide, i cui minimi sono più o meno pronunciati rispetto ai massimi, secondo che le due onde hanno intensità più o meno simili. Si può, con Michelson, chiamare visibilità delle frange il rapporto

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (13.0.6)$$

che è uguale a unità quando i minimi sono completamente neri e zero quando le frange sono assenti.

Nel caso che stiamo studiando in questo momento, questa quantità ha per espressione:

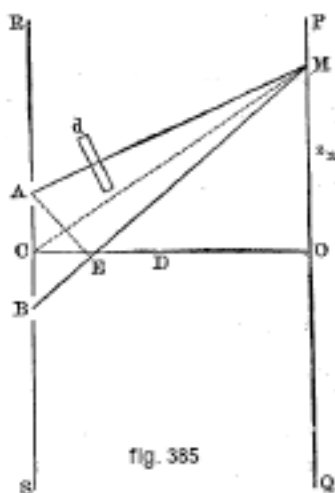
$$V = \frac{2\sqrt{ii'}}{i + i'} \quad (13.0.7)$$

Infine, va notato che le interferenze possono essere osservate solo nella regione dello spazio in cui la sorgente luminosa invia due moti vibratori. A volte capita che questa regione comune ai due fasci è molto stretta.

4. L'esperimento di Young

Ci sono molti casi in cui l'apparato interferenziale fornisce, di un punto illuminante S_1 , due immagini A e B che si comportano come due punti luminosi aventi moti perfettamente concordi. I calcoli che faremo in relazione all'esperimento di Young si riferiscono a tutti questi casi; ecco perché ci soffermiamo su questa esperienza.

Young pubblicò nel 1807 il seguente esperimento. Raggi solari, dopo aver attraversato una piccola apertura, illuminano, provenendo dalla sinistra di uno schermo RS (fig. 385), dove sono presenti due piccole aperture A e B. Si ottiene su uno schermo PQ una serie di bande alternativamente scure e brillanti, colorate, la cui direzione è normale al piano della figura.



Per fare la teoria del fenomeno, supponiamo che la luce che illumina la prima l'apertura è monocromatica e di lunghezza d'onda λ ; supponiamo questa apertura ugualmente distante dai punti A e B. Questi riceveranno quindi dei moti concordi e si comporterà come due sorgenti luminose concordi. Se i fenomeni di diffrazione non esistessero, ciascuno dei punti A e B lascerebbe solo un pennello molto stretto di luce, e questi fasci non interferirebbero. In realtà, questi raggi sono allargati per diffrazione, e possono avere una parte comune in cui verranno osservate le interferenze.

In un punto M nello spazio, la differenza di cammino è

$$\delta = MB - MA$$

Una superficie di interferenza è il luogo dei punti dello spazio tali che questa differenza abbia un dato valore. Queste superfici sono iperboloidi di rivoluzione intorno alla retta AB, avendo A e B come fuochi. Le intersezioni di queste superfici con lo schermo di osservazione PQ sono iperboli, che disegnano le frange di interferenza.

Tuttavia, il fenomeno può essere osservato solo in prossimità del punto O situato sulla normale CO nel mezzo di AB; inoltre, la distanza AB è necessariamente molto piccola rispetto a CO. Ne

conseguenze che, nella parte realmente osservabile delle frange, esse hanno sostanzialmente la forma di rette normali al piano della figura. Si può, inoltre, fornire un'espressione molto semplice della differenza di cammino. Prendiamo un punto M nel piano della figura (se fosse all'esterno, M sarebbe la sua proiezione su questo piano), e poniamo

$$AB = a \quad CO = D \quad OM = z$$

a e z sono molto piccoli rispetto a D .

si ha:

$$\delta = MB - MA = \frac{\overline{MB^2} - \overline{MA^2}}{MB + MA} = \frac{2AB \cdot OM}{MB + MA}$$

Si può, al denominatore, sostituire MB e AM con D , e si ha

$$\delta = \frac{az}{D} \quad (13.0.8)$$

Le frange sullo schermo PQ sono pertanto due rette parallele, e normali al piano della figura. La frangia brillante di ordine K è definita da

$$\delta = K\lambda$$

e di conseguenza

$$z = K \frac{\lambda D}{a} \quad (13.0.9)$$

Le frange successive sono equidistanti, e la distanza b tra due frange successive è

$$b = \frac{\lambda D}{a} \quad (13.0.10)$$

A causa dell'estrema piccolezza di λ , è necessario, affinché le frange non siano eccessivamente ravvicinate, che a sia molto piccolo rispetto a D . Se si suppone $\lambda = 0,0005 \text{ mm}$, che corrisponde a una radiazione situata approssimativamente nel mezzo dello spettro visibile, e se assumiamo $D = 1 \text{ m}$, e se si vuole avere frange distanti 1 mm occorre prendere $a = 0,5 \text{ mm}$.

Il fenomeno è del tutto simmetrico rispetto al punto O, per il quale passa una frangia brillante, di ordine zero. Questa frangia è chiamata frangia centrale, e diremo che si tratta di un fenomeno di interferenza con un centro luminoso. Troveremo più avanti dei casi in cui uno dei raggi avendo subito un ritardo di mezza lunghezza d'onda, la frangia centrale corrisponde a un minimo di luce; si ha allora un fenomeno a centro scuro.

La distanza tra due frange successive aumenta proporzionalmente a λ . Se, di conseguenza, si opera con raggi rossi, le frange sono più distanti che con raggi verdi o blu. Se viene utilizzata la luce bianca, le bande di colore diverso sconfinano una sopra l'altra a breve distanza da O, e danno con la loro mescolanza un bianco quasi puro. Il fenomeno si presenta quindi sotto il seguente aspetto: in O passa una frangia brillante e bianca; è bordato, su entrambi i lati, da frange colorate disposte simmetricamente rispetto alla frangia centrale. I colori, prima molto accesi per le prime frange, si attenuano allontanandosi da O, e a una distanza abbastanza breve da questo punto, si trova solo un'illuminazione bianca uniforme (vedi §11, la successione dei colori). Se si vuole osservare un numero maggiore di frange, è necessario utilizzare una luce omogenea.

È possibile sostituire i punti A e B, nonché il punto luminoso S che serve ad illuminare il tutto, mediante strette fessure, parallele tra loro, e perpendicolari al piano della figura.

Si è ragionato come se si osservassero le frange di interferenza per proiezione su uno schermo PQ. In realtà è molto raro che si operi così; il fenomeno non è abbastanza luminoso per essere convenientemente osservato in questo modo. È molto meglio ricevere direttamente in uno

strumento ottico (una semplice lente d'ingrandimento è sufficiente) i raggi interferenti. Questo strumento fornisce nell'occhio dell'osservatore l'immagine nitida dei punti di un certo piano, e il fenomeno che l'osservatore vede è l'immagine di quello che si otterrebbe su uno schermo occupante il posto di questo piano. Questa osservazione si applica a tutti i fenomeni di interferenza; lo strumento destinato a vedere le frange dovrà, a seconda dei casi, mirare a una distanza maggiore o minore; può essere una semplice lente d'ingrandimento, un cannocchiale che punta più o meno lontano, o anche l'occhio nudo posto a una distanza opportuna. Possiamo tuttavia parlare del piano di osservazione (piano la cui immagine nitida è fatta sulla retina dell'osservatore) e ragionare come se le frange fossero effettivamente osservate mediante proiezione su uno schermo che ne occuperebbe il posto. Si potrà tuttavia parlare del piano di osservazione (piano la cui immagine nitida si forma sulla retina dell'osservatore) e ragionare come se le frange fossero effettivamente osservate mediante proiezione su uno schermo che ne occuperebbe il posto.

L'equazione (10), che fornisce la distanza di due frange consecutive, può servire a determinare la lunghezza d'onda della luce utilizzata: si può misurare direttamente le lunghezze a, D, b ; l'equazione (10) permette allora di calcolare λ . Tale misura è stata, in particolare, effettuata da Fresnel, per mezzo dei suoi specchi (§ 6). È impossibile arrivare a una precisione notevole; si deve piuttosto guardare a queste misurazioni come fornissero un controllo dell'esattezza dell'equazione (10), e di conseguenza della teoria che è servita a stabilirla. Si descriveranno in seguito metodi estremamente precisi che consentono di misurare le lunghezze d'onda mediante interferenza.

5. Influenza di una lamina con facce piane e parallele, posta sulla traiettoria dei raggi interferenti

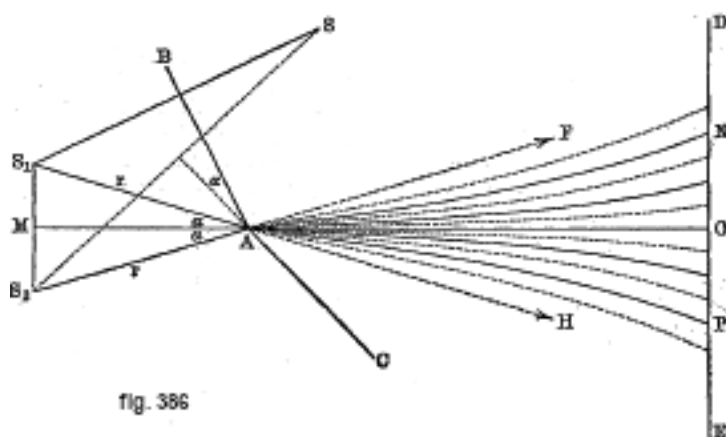
Se si interpone una lamina trasparente sul percorso di uno dei raggi, AM per esempio, tutte le frange si spostano parallelamente a se stessi sullo schermo PQ. Sia d lo spessore della lamina, n il suo indice di rifrazione, e supponiamo l'indice del mezzo ambiente uguale all'unità. Interponendo la lamina, si è sostituito il cammino ottico d con il cammino nd , e ciò fa variare la differenza di cammino della quantità $(n - 1)d$, e di conseguenza dell'ordine di interferenza della quantità $(n-1)d/\lambda$. Se si assume che lo spessore della lamina possa crescere progressivamente a partire da zero, si vedranno tutte le frange spostarsi parallelamente a se stesse, e l'espressione precedente rappresenta il numero di frange che passa in un determinato punto dello schermo. Non appena la lamina non è estremamente sottile, questo numero è eccessivamente grande, e di solito le frange cessano di essere osservabili.

Le frange si spostano progressivamente se l'indice di rifrazione di una parte del cammino di uno dei raggi varia in modo continuo. Si possono così evidenziare variazioni molto piccole dell'indice di rifrazione. Si vedrà più avanti (§ 26) l'applicazione di questo metodo allo studio della rifrazione dei gas.

Si noti che, per effetto del fenomeno della dispersione, l'indice di rifrazione n in generale non è lo stesso per tutte le radiazioni. Ne consegue che dopo l'interposizione della lamina, la differenza di cammino non è indipendente dalla lunghezza d'onda. In particolare, non si trova più un punto dello schermo per il quale δ sia nullo per tutte le radiazioni; non c'è più, come in assenza di un mezzo dispersivo, una frangia centrale in luce bianca. Lo studio completo del fenomeno, realizzato da Cornu, mostra che in luce bianca, le frange sono visibili solo in una certa regione, tanto più distante dal punto O quanto la lamina interposta è più spessa, e la cui posizione dipende sia dall'indice di rifrazione di questa lamina sia dalla sua dispersione; la parte centrale di questa regione è occupata da una frangia quasi incolore, che Cornu chiama la frangia acromatica.

6. Specchi di Fresnel

In questo esperimento, si fanno interferire raggi provenienti dalla stessa sorgente luminosa, e riflessi su due specchi formanti tra loro un angolo prossimo a 180° . Siano questi AC e AB (fig. 386)¹. specchi; indichiamo con a il piccolo angolo formato dal piano di un con l'estensione dal piano dell'altro. Sia S una sorgente luminosa, ridotta a un punto. Si possono considerare i raggi riflessi dagli specchi come prodotti dalle immagini S_1 e S_2 della sorgente S . Tutte le considerazioni sviluppate al § 4 sono applicabili, i punti S_1 e S_2 svolgono il ruolo di aperture A e B dell'esperienza di Young. Le frange hanno, nello spazio, la forma di iperboloidi di rivoluzione, i cui fuochi sono in S_1 e S_2 . Su uno schermo ED normale alla retta MA, le frange saranno, molto sensibilmente, rette parallele ed equidistanti.



Indichiamo con r la distanza AS del punto S dal vertice A. Si ha evidentemente $AS_1 = AS_2 = a = r$. Il piano perpendicolare a S_1S_2 tracciato per il punto medio M di questa retta contiene il vertice A degli specchi. Questo piano taglia lo schermo di osservazione lungo una retta O che è la frangia centrale.

La distanza delle sorgenti S_1 e S_2 è $a = 2r \sin \alpha$.

La distanza di due frange consecutive sullo schermo DE è data dalla formula (10), nella quale D indica la distanza MO. Sostituendo a con il suo valore, questa equazione diviene

$$b = \frac{D\lambda}{2r \sin \alpha}$$

È conveniente che l'angolazione dei due specchi possa essere regolata a piacere. Lo strumento impiegato per questo è rappresentato in figura 387.

La sorgente puntuale S può essere vantaggiosamente sostituita da una stretta fenditura parallela al bordo degli specchi; ogni punto della fenditura dà il suo sistema di frange, ma, poiché tutti questi sistemi si confondono, ne risulta semplicemente un aumento della luce.

Le frange degli specchi Fresnel sono ovviamente osservabili solo sulla porzione dello schermo dove i due fasci riflessi, uno vicino dallo specchio AB e l'altro dallo specchio BC si sovrappongono. Questa regione è relativamente piccola su entrambi i lati della frangia centrale di O. Ne consegue che le frange osservate non sono mai di un ordine molto elevato. Se si sposta uno degli specchi parallelamente a se stesso, in una direzione normale al suo piano, i due fasci continuano a sovrapporsi all'incirca nella stessa regione dello schermo, ma l'ordine di interferenza delle frange così osservate diventa sempre più grande. Se si sposta uno degli specchi con un movimento molto lento, si vede, in un dato punto del piano di osservazione, passare le frange successive, e il

¹La cifra non è esatta. Si sono rappresentate le frange, nel piano della figura, sotto forma di curve passanti per A. Queste sono iperboli aventi S_1 e S_2 come fuochi. (Nota del traduttore).

numero delle frange che saranno così passate rappresenta la variazione dell'ordine di interferenza nel punto considerato.

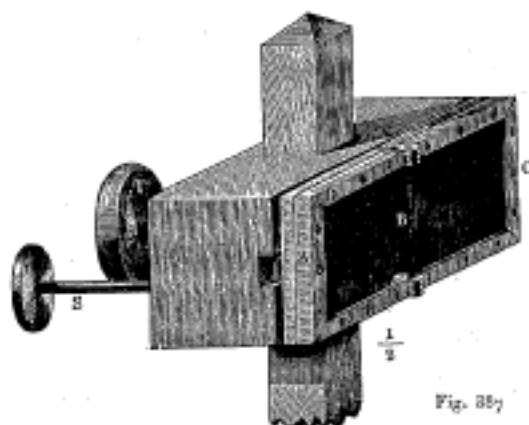


Fig. 387

7. Altri dispositivi analoghi agli specchi di Fresnel

Tutti i dispositivi che prenderemo in considerazione hanno questo in comune: danno di un punto luce S due immagini S_1 e S_2 , che si comportano come due sorgenti luminose concordi, e i cui raggi interferiscono nella parte di spazio in cui i fasci emessi si sovrappongono. Le formule dei paragrafi precedenti restano applicabili.

I. PRISMA DI FRESNEL. - Questo strumento, il cui spaccato è rappresentato in P dalla figura 388, ha la forma di due prismi di angolo molto acuto collegati dalle due basi. Se un punto luminoso è posto in L , ogni lato del prisma dà un'immagine di L . Queste due immagini sono in L' e L'' ; i fasci corrispondenti hanno una parte comune, nella quale si osserveranno frange di interferenza.

Abbe, poi Winkelman hanno mostrato che si può impiegare un prisma doppio di angolo qualunque, immergendo il prisma in un liquido di indice quasi uguale.

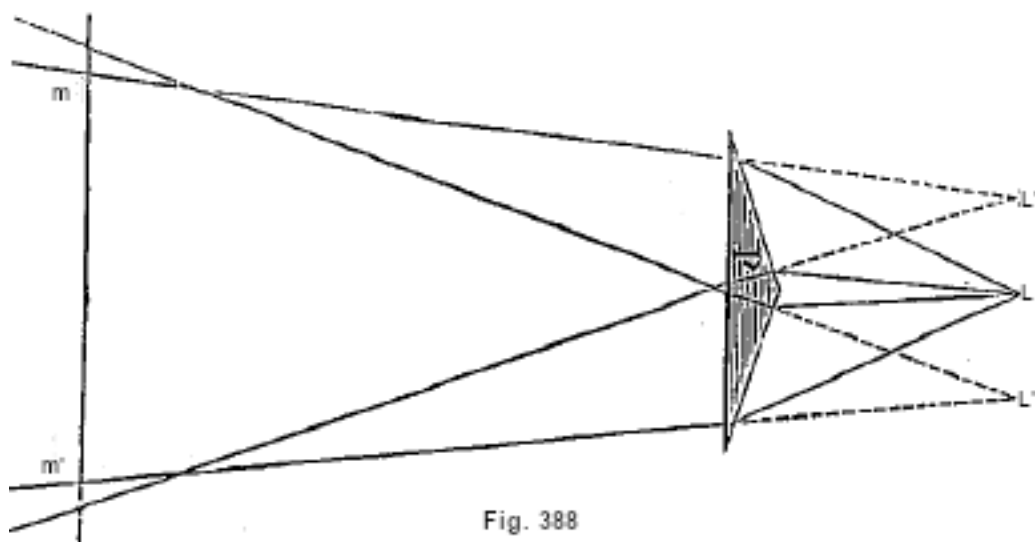


Fig. 388

II. ESPERIENZA DI LLOYD CON UN SOLO SPECCHIO. - Si fanno interferire i raggi riflessi su uno specchio piano, sotto un'incidenza quasi radente, con raggi che non hanno subito alcuna riflessione.

Siccome un raggio perde un semi periodo nella riflessione, la differenza di cammino sarà quella che è calcolata con il metodo comune, aumentata di una semi lunghezza d'onda, e ciò

qualunque sia la lunghezza d'onda della radiazione impiegata. I massimi, calcolati con i metodi ordinari, sono sostituiti dai minimi, e viceversa. In particolare, la frangia centrale è scura; si hanno interferenze a centro nero. Tuttavia, la frangia di ordine zero si trova nel piano dello specchio; si possono osservare le interferenze solo da una parte di questa frangia, e la frangia centrale non è osservabile.

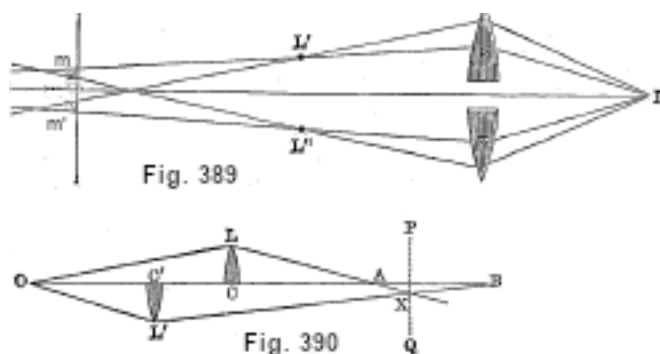
III. *Esperienza dei tre specchi di Fresnel*. - Si fanno interferire dei raggi che hanno subito una riflessione con raggi che ne hanno subite due. Si ottengono ancora interferenze a centro nero, ma qui la frangia centrale è perfettamente osservabile, e lo si può accertare, operando in luce bianca, tanto è rispetto a una frangia scura quanto le colorazioni sono simmetriche.

Questa esperienza è stata eseguita da Fresnel per dimostrare il cambiamento di fase di un semi periodo prodotto dalla riflessione.

IV. *SEMI LENTI DI BILLET*. - Una lente convergente è tagliata in due metà A e B (fig. 389). Un punto luminoso L dà due immagini L' e L'': i raggi corrispondenti danno sullo schermo, nella regione dove i due fasci sconfinano, un sistema di frange. Si deve notare che, in questa esperienza, le due immagini da cui sono prodotti i due fasci interferenti, sono reali, cosa che può essere vantaggiosa se si vuole interporre una lamina trasparente su uno dei fasci.

Non essendo le lenti acromatiche, la posizione delle immagini L' e L'' non è la stessa per tutte le radiazioni. Ne derivano alcune particolarità curiose quando la luce è bianca. Questi fenomeni sono stati studiati da Macé de Lépinay e Perot, che hanno mostrato che, in certi casi, si poteva ottenere un sistema di frange acromatiche, cioè quasi prive di colorazione.

Meslin è studiato ciò che avviene quando le due metà della lente sono spostate una rispetto all'altra, come mostra la figura 390. Le due immagini del punto luminoso O sono allora in A e B. Le frange, nello spazio, sono ellissoidi di rivoluzione aventi fuochi in A e B. Su uno schermo PQ normale ad AB, le frange, intersezioni di questi ellissoidi con il piano dello schermo, saranno cerchi concentrici; in realtà, le si può osservare solo nella regione in cui i fasci si sovrappongono, ciò che riduce la loro parte visibile a semi cerchi. Meslin ha pure ottenuto frange in forma di semi cerchi sostituendo una delle metà della lente con una lamina a facce parallele di spessore opportuno.



V. *LASTRE INCLINATE DI JAMIN*. - I raggi provenienti dal punto L (fig. 391) attraversano due lamine di vetro A e B, ognuna a facce parallele, e dello stesso spessore. Queste lamine danno del punto L due immagini (o piuttosto due linee focali) L' e L''. I fasci emergenti non si sovrappongono, e di conseguenza non possono interferire. Una lente O dà di L' e L'' immagini reali I' e I''; al di là di queste immagini, i fasci hanno una parte comune, e si possono osservare le frange su uno schermo mm'.

VI. *SPECCHI AD ANGOLO RETTO DI MICHELSON*. - Se due specchi piani formano un angolo retto, si può ottenere di un punto luminoso S due immagini che si confondono: l'una è formata dai raggi che si sono riflessi dapprima su uno degli specchi poi sull'altro; l'altra immagine è formata dai raggi che hanno subito le stesse riflessioni in ordine inverso. Se l'angolo dei due

specchi è leggermente diverso da 90° , entrambi le immagini diventano distinte, ma molto vicine. Esse si trovano quindi in condizioni tali da poter ottenere frange di interferenza.

Lo stesso dispositivo è stato descritto da Lippmann, che impiega per produrre il fenomeno un semplice prisma, la cui base è un triangolo rettangolo isoscele (prisma a riflessione totale). I raggi cadono quasi perpendicolarmente sulla faccia dell'ipotenusa, ed escono dalla stessa faccia dopo aver subito, sulle altre facce, due riflessioni totali. Poiché l'angolo non è rigorosamente uguale a 90° , si otterranno le frange d'interferenza nella parte comune ad entrambi i fasci che hanno subito le riflessioni totali nell'ordine inverso. Lo strumento non necessita di alcuna regolazione.

8. Teoria della nitidezza delle frange

Figura 13.0.1: *



Quando la sorgente luminosa è ridotta a un punto, le frange hanno sempre, nella porzione di spazio che riceve i due moti vibratori, una nitidezza perfetta: il valore di δ è, in ciascun punto, perfettamente determinato; se i due moti le vibratori che interferiscono hanno la stessa ampiezza, si hanno minimi completamente neri. Si può quindi posizionare a piacere lo schermo di osservazione, purché riceva i due moti vibratori. Le frange non sono mai localizzate.

Si possono così ottenere solo fenomeni poco brillanti, in quanto la sorgente luminosa deve essere diaframmata da uno schermo dotato di una piccola apertura. È quindi utile esaminare cosa accade quando la sorgente luminosa ha un'estensione finita, e ciò è tanto più necessario in quanto, anche nel caso di una piccola apertura, l'estensione della sorgente è finita, ed è necessario sapere fino a quale limite è utile ridurne l'estensione.

La teoria di questi fenomeni è stata stabilita da Macé de Lépinat e da Farbry.

Consideriamo un qualsiasi dispositivo di interferenza, illuminato da un solo punto S . Otteniamo, dall'altro lato del dispositivo, una serie di superfici di interferenza (vedi § 3). Sia Σ una di queste, di ordine m , che, con la sua intersezione sullo schermo di osservazione, disegna la frangia di ordine m . Sia M uno dei suoi punti. Immaginiamo allora, per un momento, di porre un punto luminoso in M e di ricevere la luce su uno schermo passante per S . Otterremo, con lo stesso meccanismo, superfici di interferenza sul lato di S . Una di esse, Σ' , passa per S , ed è facile vedere, per mezzo del principio di ritorno inverso della luce, che ha lo stesso ordine m della superficie Σ .

Questo ordine di interferenza rimarrà lo stesso, se il punto M si sposta in qualsiasi modo sulla superficie Σ e S in qualsiasi modo su Σ' .

Immaginiamo quindi che al punto illuminante S si sostituisca una linea luminosa posta sulla superficie Σ' . A tutti i punti che compongono questa linea corrisponderà una stessa differenza di cammino in M . Al punto M e nella regione circostante, le frange date dai diversi punti della sorgente luminosa sono allora confusi e la loro nitidezza è la stessa che se il punto S fosse il solo illuminante. Si realizza molto chiaramente questa condizione limitando la sorgente luminosa con una stretta fenditura, posta nel piano tangente alla superficie Σ' nel punto S . Pertanto, la conclusione seguente: Si può, in generale, dare alle frange la loro nitidezza massima limitando la sorgente luminosa con una stretta fenditura opportunamente orientata. Il modo più semplice di trovare questa orientazione consiste nel far ruotare la fenditura fino a ottenere la nitidezza massima.

Può capitare che la massima nitidezza si ottenga solo nel punto M e nella regione immediatamente vicina, ma non in altri punti dello schermo. In questo caso, ruotando la fenditura, si fanno apparire le frange in successione in vari punti del campo.

Se, ora, si sposta lo schermo di osservazione parallelamente a se stesso, l'orientazione della fenditura che fa apparire le frange varia in generale; le frange sono localizzate.

Infine, se si rimuove la fenditura e si utilizza una sorgente di estensione finita, le frange scompaiono completamente.

Questi sono i fatti generali. Alcuni casi speciali, che si incontrano spesso, meritano di essere studiati.

In certi casi noti da molto tempo, si vede che si può utilizzare una sorgente luminosa estesa in tutte le direzioni, senza che le frange cessino di essere nitide, a condizione di mirare, con il dispositivo di osservazione, in un piano ben definito; esse si presentano come un fenomeno disegnato su un determinato schermo, e questo disegno è visibile solo quando il cannocchiale per l'osservazione è puntato su questo piano. Le frange sono localizzate. Ecco in quali circostanze si verifica questo fenomeno: Sia P il piano di localizzazione, e M un punto di questo piano. Sia S un punto della sorgente. È necessario, perché l'impiego di una sorgente finita sia possibile, che la differenza di cammino delle onde inviate da S a M non cambi quando il punto luminoso si sposta attorno alla posizione S. Applicando il principio del ritorno inverso, questo può essere espresso dicendo che un punto luminoso posto in M deve dare, nel regione dove si trova S una differenza di cammino costante, e quindi non frange, ma una tonalità uniforme. Questa proprietà, supposta valida per il punto M non lo sarà più, in generale, se questo punto si sposta nella direzione dei raggi che riceve e le frange sono localizzate.

Incontreremo un caso importante di frange localizzate con una sorgente estesa studiando le frange di lamine sottili a incidenza normale. Un altro caso importante è quello delle frange localizzate all'infinito, cioè dove, per ottenerle nitide, bisogna esaminarle con un cannocchiale puntato all'infinito, e dove mantengono la loro nitidezza indipendentemente dall'estensione della sorgente. Ciò accade ogni volta che lo strumento divide una qualunque onda piana che cade su di esso in due onde, piane e parallele; in altre parole dove, ad un fascio incidente di raggi paralleli, corrispondono due fasci emergenti di luce parallela e della stessa direzione. Questo è il caso, ad esempio, quando tutte le superfici che intervengono per modificarle il cammino della luce sono piane e a due a due parallele. In queste condizioni, la differenza di cammino dei moti vibratorii ricevuti da un punto M dipende solo dalla direzione dei raggi che lo raggiungono. Se, quindi, il fenomeno si osserva su a. schermo posto nel piano focale di una lente (o, in modo equivalente, se si esamina per mezzo di un cannocchiale puntato all'infinito), ogni giunto riceve solo raggi da una determinata direzione, e qualunque sia la posizione e l'estensione della sorgente; le frange sono di conseguenza perfettamente nitide. Troveremo più avanti molti esempi di queste frange localizzate all'infinito.

Nella maggior parte dei fenomeni di interferenza studiati nei paragrafi precedenti, il dispositivo ha un piano di simmetria. Si ottengono frange nitide impiegando una fenditura perpendicolare a questo piano di simmetria, e ciò qualunque sia la posizione dello schermo di osservazione; le frange,

di conseguenza, ne non sono localizzate.

INFLUENZA DELLA LARGHEZZA DELLA FENDITURA; COMPARSE E SCOMPARSE PERIODICHE DELLE FRANGE. - Supponiamo di aver ottenuto frange perfettamente nitide impiegando una sottile fenditura, posta davanti alla sorgente luminosa. Esamineremo cosa succede quando si allarga questa fenditura. La teoria di questi fenomeni è stata data contemporaneamente da Michelson e da Fabry. Si può, con il pensiero, scomporre la fenditura in bande infinitamente strette parallele alla sua lunghezza; ciascuna di queste bande, presa isolatamente, darebbe un sistema di frange perfettamente nitido, ma questi sistemi di frange sono spostati gli uni rispetto agli altri; è il risultato della loro sovrapposizione che osserva. Supponiamo che la fenditura, dapprima infinitamente sottile, si allarghi gradualmente, spostandosi i suoi due bordi di quantità uguali in verso opposto, rimanendo fisso il suo punto medio. Al sistema di frange perfettamente nitido, dapprima il solo esistente, vengono a mescolarsi frange spostate, rispetto a queste, di quantità crescenti. Quando questo spostamento raggiunge una mezza frangia, i sistemi di frange sovrapposte hanno i loro massimi e minimi in tutte le posizioni possibili; le frange scompaiono completamente. Si può ancora esprimere questo risultato in un altro modo: poniamo un punto luminoso al posto del punto in cui osserviamo le frange; avremo allora un sistema di frange nella regione dove avevamo posto la fenditura, e, sappiamo, che la fenditura è tangente ad una di queste frange. La larghezza della fenditura che fa scomparire le nostre frange nel punto M è quella che è uguale alla distanza di due frange consecutive sul piano della fenditura. Ciò permette di calcolare, in ogni caso, questa larghezza di scomparsa. Se

si vuole che le frange abbiano una nitidezza praticamente perfetta, la larghezza della fessura non deve essere solo una piccola frazione (per esempio $1/10$) della larghezza così trovata.

Se si aumenta ulteriormente la larghezza della fenditura, le frange riappaiono, ma invertite, avendo i massimi sostituito i minimi; la loro nitidezza è notevolmente minore per larghezze molto piccole. C'è una nuova scomparsa per una larghezza doppia di quella che ha prodotto la prima; vi è poi una nuova comparsa, ancora meno chiara della precedente, e così via, fino a quando non si ottiene più un'illuminazione uniforme.

Fenomeni simili si possono osservare quando la sorgente luminosa ha la forma di un cerchio il cui diametro, inizialmente molto piccolo (sorgente puntiforme), aumenta progressivamente.

Queste proprietà possono essere utilizzate per determinare il diametro apparente di una sorgente luminosa di ampiezza angolare molto piccola, ad esempio quella di una stella di diametro apparente molto piccolo. La luce di questa stella deve essere utilizzata per illuminare un dispositivo interferenziale opportunamente scelto, e l'osservazione consisterà nel valutare la nitidezza delle frange, e se c'è motivo per la loro scomparsa, quando le condizioni sperimentali sono variate. Fizeau, senza conoscere le comparse periodiche, aveva proposto questo metodo per lo studio dei diametri apparenti delle stelle; Stephan, Michelson, Hamy, l'hanno applicato a vari casi.

9. Interferenze per sezioni sottili. Formule fondamentali

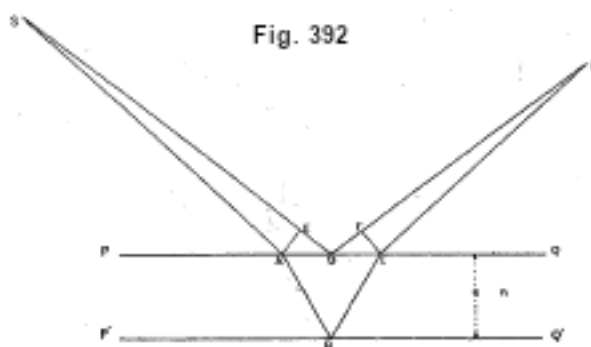
Questi fenomeni sono tra i più semplici, i più facili da osservare e i più importanti dell'ottica. Possono, a seconda dei casi, dar luogo a esperienze molto varie.

Questi fenomeni sono particolarmente facili da osservare con una lamina di piccolo spessore; una simile lamina può essere costituita da una sottile lamina di un corpo trasparente solido (ad esempio un vetrino, come quelli usati negli studi al microscopio), o da uno strato liquido come quello di una bolla di sapone, o da un sottile strato di un liquido posto su un altro liquido, come uno strato di olio sull'acqua, o infine da uno strato di aria o qualsiasi altro fluido trasparente incluso tra due superfici di vetro. In condizioni adeguate, si possono osservare questi fenomeni non solo con lamine sottili, ma anche con quelle il cui spessore ammonta a centimetri e persino a decimetri.

Quando un raggio di luce cade su una lastra di sostanza trasparente, vi sono due raggi riflessi, uno sulla prima superficie della lastra, l'altro sulla seconda. È dall'interferenza di questi due raggi che risultano i fenomeni che stiamo per studiare. Notiamo subito che oltre a questi due raggi vi è un'infinità di altri raggi riflessi, che hanno subito 3, 5, 7, ... riflessioni; ogni volta che il potere riflettente delle facce della sezione sottile è basso (che è il caso ordinario delle sostanze trasparenti), questi raggi sono molto deboli rispetto ai primi due, che hanno subito solo una riflessione; possiamo dapprima trascurarli; torneremo in seguito ai casi in cui non sono trascurabili.

In sintesi, se raggi provenienti da un punto luminoso S cadono sulla lamina, si devono considerare due onde riflesse, una sulla prima faccia, l'altra sulla seconda. La forma di queste onde dipende evidentemente dalla forma delle superfici che delimitano la lamina. Si può, in ogni caso, studiare la forma di questi onde, e da ciò dedurre la differenza di percorso in un dato punto dello spazio. Questo è un modo di vedere le cose che, in alcuni casi, è il più semplice. Più spesso è preferibile calcolare la differenza di cammino facendo intervenire l'angolo di incidenza e lo spessore della lamina nel punto in cui è avvenuta la riflessione.

Sia (fig. 392) una lamina trasparente delimitata dalle superfici PQ e $P'Q'$. Indichiamo con n il suo indice di rifrazione, con n' quello del mezzo in cui è immersa. Un punto luminoso S invia in un punto M due raggi che hanno seguito rispettivamente i cammini SDM e $SABCM$. Supponendo che la lamina sia sottile, i punti B e D sono molto vicini e i due raggi sono stati riflessi con incidenze molto poco differenti.



Sia e lo spessore della lamina nel punto B, i l'angolo di incidenza nel punto A, r l'angolo di rifrazione; questi angoli sono legati dalla relazione

$$n' \sin i = n \sin r \quad (13.0.11)$$

La superficie d'onda che passa per A taglia il piano della figura lungo AE, normale a SA; la superficie d'onda che passa per C taglia lo stesso piano lungo CF, normale a MC. La lunghezza ottica del raggio riflesso alla prima superficie è $n'(SA + CM)$. Quello che si è riflesso alla seconda superficie ha per lunghezza ottica $n'(SA + CM) + 2nAB$. La differenza di cammino è la differenza tra queste due quantità. Eliminando nella differenza le parti comuni $SA = SE$ e $CM = FM$, viene

$$\delta = 2nAB - (ED + EF)n' \quad (13.0.12)$$

Ma

$$ED = AD \sin i \quad DF = DC \sin i$$

Pertanto

$$ED + DF = (AD + DC) \sin i = AC \sin i$$

Ma

$$AC = 2e \tan r \quad AB = \frac{e}{\cos r}$$

Sostituendo i diversi segmenti con i loro valori nell'espressione (12) viene:

$$\delta = 2e \left(\frac{n}{\cos r} - n' \sin i \tan r \right)$$

Eliminando l'angolo i per mezzo della (11):

$$\delta = 2e \left(\frac{n}{\cos r} - n \sin i \tan r \right) = 2ne \cos r$$

Si ha infine l'espressione di δ in funzione di e e di r

$$\delta = 2ne \cos r \quad (13.0.13)$$

Si è realizzata la figura supponendo che non fosse interposta alcuna superficie rifrangente tra la sorgente luminosa e la lamina sottile, né tra quest'ultima e il punto M; si vede subito che il calcolo si applica senza modifiche se è diversamente. Tuttavia, il ragionamento presuppone che la lamina sia sottile. Il risultato diventa rigorosamente esatto, senza alcuna approssimazione nel caso in cui la lamina è limitata da superfici piane e parallela e dove, essendo uno dei punti S o M a grande distanza, i due raggi interferenti hanno la stessa direzione.

Consideriamo ora i raggi trasmessi attraverso la lamina. Un punto situato dietro la lamina sottile può ricevere due raggi: uno che l'ha attraversata direttamente, l'altro che le giunge dopo aver subito due riflessioni sulle facce della lamina. Va notato che nel caso ordinario in cui il potere riflettore delle facce della lamina è poco elevato, questi due raggi sono di intensità molto diverse, poiché il secondo è indebolito da due riflessioni. Si ha un'infinità di altri raggi, che hanno subito 4, 6, 8, ... riflessioni; le loro intensità sono sempre più deboli; per ora le trascureremo.

Un calcolo alquanto simile a quello appena fatto nel caso della luce riflessa mostra che l'espressione della differenza di cammino dei due moti vibratorii che giungono in un punto è data ancora dall'equazione (13).

Infine, bisogna tener conto dei cambiamenti di fase che possono verificarsi nella riflessione: ogniqualvolta, in una riflessione, il secondo mezzo è più rifrangente del primo, si ha un cambiamento di fase che equivale a un ritardo di una semi lunghezza d'onda: non vi è alcun cambiamento di fase nel caso opposto.

10. Vari modi di osservazione di frange di lamine sottili. Caso in cui la sorgente illuminante è puntiforme o lineare

Quando la sorgente luminosa è ridotta a un punto, l'interferenza può essere osservata indipendentemente dalla posizione dello schermo di osservazione, e questo sia per trasmissione che per riflessione. Per quanto riguarda la forma delle frange, essa dipende dalla forma delle superfici che limitano la lamina sottile. Ad esempio, per studiare la propagazione anomala delle onde, scoperta da Gouy, Fabry ha illuminato uno strumento ad anelli di Newton con un punto luminoso e osservato le frange per riflessione. Se l'incidenza è obliqua, si ottengono, a seconda della posizione dello schermo, frange ellittiche o iperboliche.

Si può, in generale, sostituire la sorgente puntiforme con una stretta fenditura opportunamente orientata. A ogni posizione dello schermo di osservazione corrisponde, in generale, una particolare orientazione della fenditura. Le formule che consentono di calcolare, in ogni caso, l'orientazione della fenditura sono state stabilite e verificate sperimentalmente da Macé de Lépinay e da Fabry.

È raro che vi sia interesse ad osservare le frange di lamine sottili in questo modo. Ci si mette più spesso in uno dei casi speciali che studieremo.

11. Curve di uguale spessore. Colori di lamine sottili. Anelli di Newton

Supponiamo che la lamina abbia uno spessore piccolo, e la si osservi (per riflessione o per trasmissione) per mezzo di uno strumento ottico che miri alla pellicola stessa. Ad ogni punto del piano mirato corrisponde allora un valore unico e ben definito dello spessore della lamina. Supponiamo inoltre che la luce incidente, monocromatica, sia sostanzialmente normale alla lamina. L'equazione (13) diviene allora semplicemente $\delta = 2ne$. Si vedranno quindi una serie di frange, che disegnano le curve di uguale spessore della lamina. Da una curva luminosa alla successiva, δ cresce di una quantità uguale a λ , chiamando λ la lunghezza d'onda della luce utilizzata; di conseguenza, da una curva alla successiva, lo spessore della lamina aumenta della quantità $\lambda/2n$.

Utilizzando un fascio di luce parallelo si possono pure osservare le frange sotto incidenza obliqua: da una frangia alla successiva lo spessore aumenta della quantità $\lambda/2n \cos r$ e all'aumentare di questa quantità con r , le frange diventano meno dense man mano che la luce diventa più obliqua. Se, a partire dall'incidenza normale, la luce viene resa progressivamente più obliqua, l'ordine di interferenza in un dato punto della lamina diventa

sempre più piccolo; le frange si spostano sulla lamina, e il loro spostamento avviene verso la regione dove gli spessori sono maggiori.

Quando lo spessore è molto piccolo, e di conseguenza il numero d'ordine del frange basso, non sono necessarie particolari precauzioni per osservare i fenomeni appena citati. Basta guardare la lamina sottile, per riflessione o per trasmissione, illuminandola con una grande sorgente luminosa monocromatica, come una fiamma contenente un sale di sodio, o un foglio di carta bianca illuminato da questa sorgente di luce. È vero che, in queste condizioni, ogni punto della lamina riceve raggi con incidenze molto diverse, ma sono da considerare solo quelli che penetrano nell'apertura della pupilla e, per ogni punto della lamina, il loro angolo di incidenza è abbastanza ben definito. È quasi lo stesso quando si osservano le frange per mezzo di un cannocchiale (che deve puntare sempre nel piano della lamina sottile), di apertura abbastanza piccola.

Quando lo spessore della lamina diventa più grande, diventa l'osservazione meno facile: è necessario limitare il fascio incidente in modo tale che l'angolo di incidenza ha un valore definito. È sotto l'incidenza normale che l'osservazione si fa più facilmente, perché, in prossimità del valore $r = 0$, il coseno dell'angolo r varia molto lentamente. È facile vedere quale ampiezza angolare della sorgente luminosa si possa tollerare senza che le frange cessino di essere nitide: Supponiamo che la lamina sottile sia una lamina d'aria compresa tra due vetrini; l'angolo r è uguale all'angolo di incidenza sulla faccia esterna del sistema. Sia $p_0 = 2e/\lambda$ l'ordine di interferenza corrispondente all'incidenza normale; sotto l'incidenza r l'ordine di interferenza è $p = p_0 \cos r$. È necessario, affinché le frange conservino tutta la loro nitidezza, che queste due quantità differiscano solo di una piccola frazione di frangia; ammettiamo come limite il valore 0,1. Bisogna allora

$$p_0(1 - \cos r) < 0,1$$

Da cui

$$\sin^2 \frac{r}{2} < \frac{1}{20p_0}$$

Per la luce di sodio gialla, $\lambda = 0,589\mu$. Per $e = 0,01\text{ mm}$, l'ordine di interferenza è $p_0 = 34$, e si trova che l'angolo r può, senza inconvenienti, raggiungere 4° . Per $e = 5\text{ mm}$, l'ordine di interferenza raggiunge 17000 e r deve rimanere inferiore a $12'$.

Sotto l'incidenza obliqua, la necessità di utilizzare solo la luce parallela diventa sempre più grande. Sono solo frange di ordine molto basso che si possono osservare, mirando nella lamina sottile, ad occhio nudo o con un cannocchiale, la sorgente essendo estesa. Tuttavia, in alcuni casi particolari studiati da Macé de Lépinay, si possono ancora trovare frange nitide sotto incidenza obliqua con sorgente estesa; ma mirando in un altro piano rispetto a quello della lamina: succede allora che ogni punto del campo riceve luce sotto varie incidenze, ma non proveniente dagli stessi punti della lamina, e può succedere, in alcuni casi eccezionali che tutti corrispondono alla stessa differenza di cammino.

Torniamo al caso di incidenza normale. Si è disturbati, nell'osservare le frange per riflessione, dal fatto che i raggi riflessi seguono lo stesso percorso dei raggi incidenti; la testa dell'osservatore impedisce ai raggi normali di arrivare alla lamina, e si possono usare solo raggi vicini alla normale. Ciò

non ha alcuno svantaggio quando il numero d'ordine è un poco alto, ma non è così quando lo spessore della lamina è un poco più grande. Si può allora impiegare il seguente artificio, che d'altronde si applica ad una miriade di casi analoghi: Sopra la lamina che produce le interferenze, si dispone un vetrino inclinato di 45° ; la luce arriva al vetrino per riflessione; la luce riflessa lo attraversa, ed è attraverso l'osservatore che vede il fenomeno. Allo stesso scopo, Fizeau ha utilizzato il seguente dispositivo: Una piccola apertura circolare è posta nel fuoco di una lente; la lamina che produce l'interferenza è posta al di là, normalmente nella direzione definita dal centro dell'apertura e il centro ottico della lente. Metà di questa apertura è coperta da una delle facce di un prisma a riflessione totale, che manda attraverso questa metà la luce proveniente dalla sorgente. Dopo le riflessioni sulla lamina, questi raggi ripassano attraverso l'altra metà dell'apertura, ed è qui che l'osservatore posiziona l'occhio; vede allora illuminata l'intera superficie della lamina, ed essa è illuminata solo da raggi molto sensibilmente normali.

POSIZIONE DELLE FRANGE LUMINOSE E SCURE. - Consideriamo dapprima le frange per riflessione, e supponiamo, per semplificare il linguaggio, l'incidenza normale. Se, come è il caso più solito, i due mezzi tra cui la lamina è inclusa sono identici, una delle riflessioni avviene con cambiamenti di fase di un semi periodo e l'altro senza cambiamenti di fase. Quindi alla differenza di cammino $2ne$, risultante dalla differenza dei cammini seguiti dai due raggi, bisogna aggiungere una mezza lunghezza d'onda. Ne consegue che i minimi corrispondono ai valori di $2ne$ che sono multipli di λ . Se lo spessore aumenta da zero, come nel caso degli anelli di Newton (vedi più avanti), si ha un minimo per $e = 0$. Inoltre, le due onde che abbiamo considerato sono sostanzialmente della stessa intensità. Ne consegue che i minimi sono neri. (Si vedrà più avanti, tenendo conto delle riflessioni multiple, che questo risultato è rigorosamente esatto, e non solo approssimato, come sembrerebbe essere tenendo conto solo delle prime due onde). In luce bianca, si avranno interferenze con centro nero.

Eccezionalmente, se i mezzi tra cui la lamina sottile è compresa non sono gli stessi, e se l'indice della lamina è intermedio tra questi due mezzi, le due riflessioni sono entrambe dello stesso modo, cioè entrambe senza cambiamento di fase o entrambe con cambiamento di un semi periodo. La differenza di cammino di una semi lunghezza d'onda trovata nel caso precedente non esiste più e i massimi si verificano per $2ne = K\lambda$. In particolare, esiste un massimo per $e = 0$. Si hanno interferenze a centro bianco. Questo risultato può essere ottenuto prendendo una lamina sottile formata da una goccia liquida compresa tra due vetri di diversi indici, uno più grande e l'altro più piccolo di quello del liquido. Questa esperienza è stata realizzata da Fresnel.

Consideriamo ora le frange per trasmissione. Uno dei raggi non ha subito alcuna riflessione e l'altro ne ha subite due. È facile vedere che le condizioni sono inverse di quelle incontrate nel caso delle frange per riflessione. Se i due mezzi estremi sono identici, le due riflessioni avvengono entrambe senza cambiamento di fase, o entrambi con cambiamento di fase di un semi periodo; in quest'ultimo caso ne deriva un cambio di un cambiamento di un intero periodo, che non cambia la fase del moto vibratorio. Pertanto i massimi si hanno per $2ne = K\lambda$; si hanno interferenze a centro bianco. Al contrario, se l'indice della lamina sottile è intermedio tra quello dei

mezzi tra i quali è compresa, una sola delle riflessioni si fa con sfasamento e si hanno interferenze a centro nero. La natura del fenomeno è quindi sempre opposta a ciò che si ottiene nel caso delle frange per riflessione. Inoltre, se, come implicitamente supposto, non viene interposto alcun mezzo assorbente, tutta la luce incidente deve trovarsi sia nel fascio riflesso sia nel raggio trasmesso; i due tipi di interferenza sono quindi complementari, i massimi di uno dei fenomeni si verificano negli stessi punti dei minimi dell'altro.

Nel caso delle frange per trasmissione, le due onde interferenti sono di intensità molto disuguale, poiché una è notevolmente indebolita da due riflessioni, mentre l'altra è trasmessa direttamente. Ne consegue che, quando le due onde sono in discordanza, i loro moti vibratori non si distruggono a vicenda, ma si indeboliscono soltanto. In altre parole, i minimi sono tutt'altro che neri; le frange appaiono come affogate in una luce uniforme; la loro visibilità è scarsa. Esse sono tanto meno visibili quanto il potere riflettente delle facce della lamina è più piccolo. Su questo argomento, daremo alcuni risultati numerici quando si sarà effettuato il calcolo tenendo conto delle riflessioni multiple (vedi § 13).

CASO IN CUI LA LUCE INCIDENTALE È BIANCA. - Se la luce incidente è bianca, si ottengono fenomeni analoghi a quelli che si ottengono gli altri dispositivi di interferenziali: se si esamina ciò che avviene per valori crescenti dello spessore e quindi della differenza di cammino δ , si vede una serie di colorazioni, che, dapprima molto brillanti, gradualmente si indeboliscono, finché si ha solo una luce bianca uniforme. Ci sono due casi da distinguere a seconda che si tratti di interferenze a centro bianco o centro nero; per uno stesso spessore, i colori sono complementari a seconda che si tratti di un caso o dell'altro. La tabella seguente riporta l'ordine nel quale i colori si susseguono, per i diversi valori di δ . Questa tabella si applica rigorosamente solo nel caso in cui l'indice n della lamina è costante, ciò che si ha solo se il mezzo che forma questa lamina è il vuoto, o molto sensibilmente anche se questo mezzo è aria. Negli altri casi, poiché n dipende da λ , δ varia leggermente con λ e i colori sono molto leggermente modificati. Ma poiché, nello spettro visibile, la dispersione non è mai molto forte, la tabella può essere considerata come applicabile a tutti i casi, essendo δ uguale a $2ne$ quando l'incidenza è normale. Va da sé che la stessa tabella si applica alla successione dei colori in tutti gli altri fenomeni di interferenza, a condizione che la differenza di cammino δ delle due onde interferenti non dipenda, o dipenda solo in minima parte, dalla lunghezza d'onda, cioè dalla natura della luce utilizzata. In casi eccezionali in cui δ varia notevolmente con λ , l'ordine di successione dei colori può essere completamente modificato.

La tabella seguente, ridotta rispetto alla tabella rappresentata di Quinke, secondo Brucke e Wertheim, dà i colori nel caso di due tipi di interferenze (centro bianco e nero) in funzione della semi differenza di cammino $\delta/2$ (o, se si vuole, dello spessore nel caso di frange prodotte da una lamina d'aria). I valori di $\delta/2$ sono espressi in $\mu\mu$.

	$\delta/2\mu\mu$	Centro nero	Centro bianco
1° ordine	0	Nero	Bianco
	79	Blu grigio	Bianco bluastrò
	109	Grigio chiaro	Bruno giallastro
	129	Bianco quasi puro	Rosso chiaro
	140	Giallo pallido	Viola scuro
	166	Giallo vivo	Blu
	252	Arancio rossastro	Verde bluastrò
	275	Rosso scuro	Verde giallastro
2° ordine	282	Porpora	Verde chiaro
	294	Indaco	Giallo oro
	332	Blu del cielo	Arancio
	374	Verde	Rosso carminio chiaro
	421	Verde giallastro	Porpora violaceo
	455	Giallo puro	Indaco
	499	Arancio rossastro vivo	Blu verdastro
	550	Rosso violaceo scuro	Verde
3° ordine	564	Viola bluastrò chiaro	Verde giallastro
	575	Indaco	Giallo sporco
	629	Blu verdastro	Color carne
	667	Verde mare	Rosso bruno
	713	Giallo verdastro	Blu violaceo grigiastro
	747	Rosso rosato	Blu verdastro
	767	Rosso carminio	Verde
	826	Grigio violaceo	Verde giallastro

Passiamo ora in rassegna i vari dispositivi che possono essere utilizzati per fare una lamina sottile, e daremo alcune indicazioni sui fenomeni ottenuti nei vari casi.

LAMINA SOLIDA. - Una semplice lamina di vetro o di un altro corpo trasparente può dar luogo ai fenomeni appena teorizzati. È raro che lo spessore sia abbastanza piccolo da poter osservare le colorazioni in luce bianca; tuttavia, questo a volte accade con lamine molto sottili di vetro soffiato. Al contrario, con luce monocromatica, è molto facile osservare curve di uguale spessore, soprattutto quando lo spessore non è troppo grande. Serve, purché le frange non siano eccessivamente serrate, che lo spessore non vari troppo da un punto a un altro della lamina, in altri termini che la sua forma non si discosti troppo da quella di una lamina a facce piane e parallele. Un vetrino da microscopio permette di osservare queste curve di uguale spessore molto facilmente, usando la luce del sodio. Con una luce monocromatica, come quella che dà l'arco di mercurio nel vuoto (vedi al § 19), e utilizzando il dispositivo di Fizeau o uno simile per avere luce parallela e normale alla lamina, è molto facile osservare le curve di uguale spessore su eventuali vetrini, anche con spessori superiori al centimetro.

La lamina avente le sue due facce immerse in uno stesso mezzo (aria), i minimi si verificano sempre, nelle frange per riflessione, per $2ne = K\lambda$; se le colorazioni sono visibili, sono quelle delle interferenze con centro nero. Se la parte inferiore del vetrino viene bagnata con un liquido di indice maggiore del suo, il fenomeno si inverte e i minimi vengono sostituiti dai massimi. Se

il liquido bagna solo metà della superficie, le frange si invertono sul bordo della goccia liquida. Questo esperimento è stato utilizzato da Potier per studiare in dettaglio il cambiamento di fase per riflessione.

LAMINE LIQUIDE. - Semplici lamine liquide possono sussistere grazie ai fenomeni di capillarità (bolle di sapone; sistemi laminari); queste lamine danno origine a curve di uguale spessore in luce monocromatica, e a colorazioni in luce bianca se il loro spessore è abbastanza piccolo. Le colorazioni sono sempre quelle delle frange a centro nero.

STRATO LIQUIDO SU UN ALTRO LIQUIDO. - Quando sulla superficie di un liquido si stende una piccola quantità di un altro liquido non mescolabile con esso, accade, in certi casi, la goccia si sparge sulla superficie, e forma uno strato sottile continuo. Questa pellicola fornisce ancora i fenomeni che stiamo studiando in questo momento. I colori sono quelli delle frange a centro nero o a centro bianco a seconda che l'indice della pellicola superficiale sia maggiore o minore di quella della massa liquida sottostante.

LAMINA D'ARIA O DI UN LIQUIDO COMPRESO TRA DUE SUPERFICI DI VETRO. - Basta, per ottenere questi fenomeni, sovrapporre due superfici di vetro; è bene che le loro superfici non siano troppo irregolari se non si vuole ottenere frange estremamente strette e molto irregolari (come accadrebbe con le normali lastre di vetro). In luce monocromatica, si ottengono curve di uguale spessore, la cui forma dipende dalla forma delle superfici di vetro, e del piccolo angolo che possono formare quando sono sovrapposte. Se le due superfici si incrociano in un punto, si hanno attorno a questo punto colorazioni, che sono quelle delle interferenze a centro nero; il punto di contatto appare come una macchia scura. Introducendo una goccia di liquido tra le superfici (se bagna il vetro riempie l'intera lamina sottile), le frange diventano più dense, poiché da una frangia all'altra lo spessore aumenta solo di $\lambda/2n$ invece di crescere di $\lambda/2$. In questo caso si possono avere interferenze a centro bianco, se i due vetri che limitano la lamina hanno indici diversi e se il liquido ha un indice intermedio.

Quando la distanza tra le lamine diventa un poco notevole, è necessario, per ottenere le curve di uguale spessore, impiegare il dispositivo di Fizeau o uno simile, e fare uso di luce monocromatica.

Se le due superfici di vetro che comprendono tra loro la lamina sottile sono superfici piane, le curve di uguale spessore sono rette parallele all'intersezione dei due piani, e le frange sono rette parallele ed equidistanti. L'angolo di queste due superfici deve essere molto piccolo se si vuole avere frange estremamente strette: supponendo $\lambda = 0,589\mu$ (luce del sodio), prendendo uno strato di aria ($n = 1$) e l'incidenza normale, se si vuole avere frange distanti 1 mm , è necessario che lo spessore vari di $\lambda/2$, o di $0,2945\mu$ quando si sposta sulla lamina, perpendicolarmente all'intersezione di due superfici piane, di 1 mm . Ciò corrisponde ad un angolo di circa $1'$. Si noterà che, nel caso di due superfici piane, si può considerare il dispositivo come del tutto analogo a un sistema di specchi di Fresnel, poiché, in un caso come nell'altro, i due fasci che interferiscono vengono riflessi ciascuno su una superficie piana. Così si possono osservare queste frange, come quelle di Fresnel, con fenditura parallela all'intersezione delle superfici piane, e allora le frange cessano di essere localizzate. L'unica differenza tra i due dispositivi è che i fasci si sovrappongono completamente nel caso di una lamina, mentre si sovrappongono solo in uno spazio ristretto con gli specchi

di Fresnel; inoltre le due riflessioni sono della stessa specie nel caso degli specchi di Fresnel (interferenze a centro bianco), mentre nel caso di una lamina a facce piane, solo una delle riflessioni dà origine a un cambiamento nella fase (interferenze a centro nero).

Le frange a forma di cerchi concentrici (anelli Newton) si ottengono sovrapponendo una superficie convessa e una superficie piana, oppure due superfici convesse, che si toccano in uno dei loro punti. Per riflessione, il centro degli anelli (punto di contatto delle due superfici) è nero; in luce bianca, è circondato da anelli colorati, che mostrano la successione di interferenze a centro nero. Per trasmissione si hanno anelli a centro bianco. In luce monocromatica, l'intera superficie delle lamine è ricoperta di anelli, sempre più stretti man mano ci si allontana dal centro. Per studiare come variano i diametri di questi anelli, è sufficiente calcolare lo spessore in funzione della distanza dal punto di contatto.

Sia (fig. 393) una superficie piana SK e una superficie sferica convessa Sn che si toccano nel punto S. Sia R il raggio di curvatura della superficie Sn. Prendiamo un punto K posto a una distanza $SK = r$ dal punto di contatto e calcoliamo lo spessore $e = Kn$ in questo punto. Si ha

$$\overline{mn}^2 = Sm(2R - Sm)$$

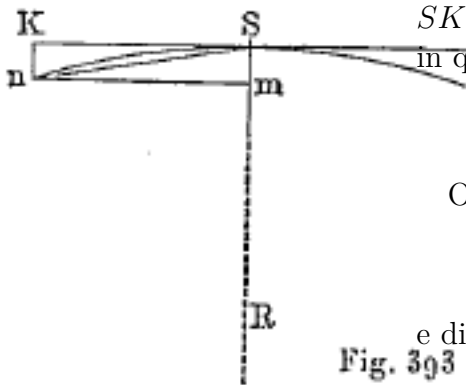
O, osservando che Sm è trascurabile rispetto a $2R$:

$$r^2 = 2Re$$

e di conseguenza

$$e = \frac{r^2}{2R}$$

Figura 13.0.2: *



Lo spessore quindi aumenta con il quadrato della distanza dal punto S. Si vedrebbe facilmente che lo stesso risultato sarebbe applicabile se le due superfici fossero convesse.

Ne consegue che i diametri degli anelli neri stanno tra loro come le radici quadrate di interi successivi.

È attraverso questi anelli che Newton ha misurato, per la prima volta, le lunghezze d'onda di diverse radiazioni luminose: ha prodotto anelli tra una superficie piana e una superficie sferica di cui aveva misurato il raggio di curvatura; poi misurò il diametro di un anello, di ordine noto, prodotto dalla luce che voleva studiare.

12. Caso di una lamina a facce piane e parallele; curve di uguale inclinazione

Una lamina a facce parallele (spessore uniforme) può dare solo un illuminamento uniforme quando la si esamina con luce parallela.

Una simile lamina può dare un sistema di frange localizzate all'infinito, che non sono più, come quelle che abbiamo appena studiato, curve di uguale spessore, ma curve di uguale inclinazione. Consideriamo quindi una lamina a facce piane e parallele, di indice n e di spessore (ovviamente costante) e ; osserviamo, sia per trasmissione sia per riflessione, per mezzo di un cannocchiale puntato all'infinito. La differenza di cammino $\delta = 2ne \cos r$ dipende solo dall'angolo r , e quindi solo dalla direzione. Ora, a ogni punto del campo del cannocchiale corrisponde una determinata direzione dei raggi, e di conseguenza un determinato valore dell'angolo r : si avrà

quindi, qualunque siano l'estensione e la posizione della sorgente luminosa, un sistema di frange nitide. Una frangia sarà, nel campo, il luogo dei punti per i quali l'angolo r ha un valore fisso; le frange sono quindi cerchi, il cui centro corrisponde alla direzione normale alla lamina. Se questo centro è nel campo del cannocchiale, le frange avranno la forma di anelli concentrici centrati su questo punto. Se il centro è fuori dal campo, si vedranno solo archi di cerchio, che possono ridursi quasi a rette parallele se se ne vede solo una piccola estensione nel campo del cannocchiale.

Questi fenomeni sono un po' meno facili da osservare delle curve di uguale spessore, perché richiedono l'uso di una lamina con facce piane e parallele, e questa condizione deve essere raggiunta con grande perfezione, perché nella zona utilizzata della lamina lo spessore deve variare solo di una frazione di lunghezza d'onda, cioè di una quantità che non deve raggiungere i dieci millesimi di millimetro. Si può usare un vetrino solido, come una lamina di mica sfaldata (se ne trovano alcune il cui spessore è notevolmente costante) o anche un vetrino le cui facce sono state accuratamente lavorate. Se si desidera utilizzare una lamina d'aria, questa deve essere limitata da due superfici piane, ed esattamente parallele. Descriveremo nel § 14 dispositivi che consentono di effettuare questa regolazione e che possono essere applicati allo studio dei fenomeni attualmente in questione.

Se lo spessore e è grande, il fenomeno è osservabile solo con luce perfettamente monocromatica (vedi § 19).

Per osservare le frange per trasmissione è sufficiente interporre la lamina tra la sorgente luminosa e un cannocchiale puntato all'infinito. Inclinando la lamina, si osserva a piacere sotto l'incidenza voluta; queste frange per trasmissione sono, d'altronde, come le curve di uguale spessore, relativamente poco visibili a causa della grande disuguaglianza di intensità delle due onde che interferiscono. Per osservare per riflessione (e in questo caso i minimi sono neri), conviene illuminare la lamina per mezzo di una lastra di vetro a 45° , attraverso la quale la luce riflessa passa prima di cadere nel cannocchiale; si possono così osservare le frange con incidenze vicine alla normale. Per osservare sotto incidenze oblique, la lamina a 45° non è utile.

È facile determinare le leggi secondo cui le frange si susseguono nel campo del cannocchiale. Consideriamo una direzione di raggi formanti, nella lamina, un angolo r con la normale. Al di fuori di questo (ad esempio quando questi raggi cadono sul cannocchiale), questi stessi raggi formano un angolo α con la normale. Gli angoli r e α sono legati dalla relazione

$$\sin \alpha = n \sin r$$

D'altra parte la differenza di cammino è $\delta = 2ne \cos r$ e di conseguenza l'ordine di interferenza corrispondente a questa direzione è

$$p = \frac{2ne}{\lambda} \cos r = p_0 \cos r$$

$p_0 = 2ne/\lambda$, che si può chiamare l'ordine di interferenza al centro, è il valore dell'ordine di interferenza che corrisponde all'incidenza normale. Eliminando r , si ha p in funzione di α :

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}$$

L'ordine di interferenza diminuisce con la maggiore obliquità dell'incidenza.

Supponiamo dapprima che il cannocchiale sia diretto lungo la normale alla lamina. Allora, essendo il campo non molto ampio, l'angolo α rimane piccolo e l'equazione precedente si può scrivere

$$p = p_0 - p_0 \frac{\alpha^2}{2n^2}$$

L'ordine di interferenza diminuisce proporzionalmente a α^2 . Si hanno quindi anelli, i cui numeri decrescono a partire dal centro, e i cui diametri seguono la stessa legge degli anelli di Newton.

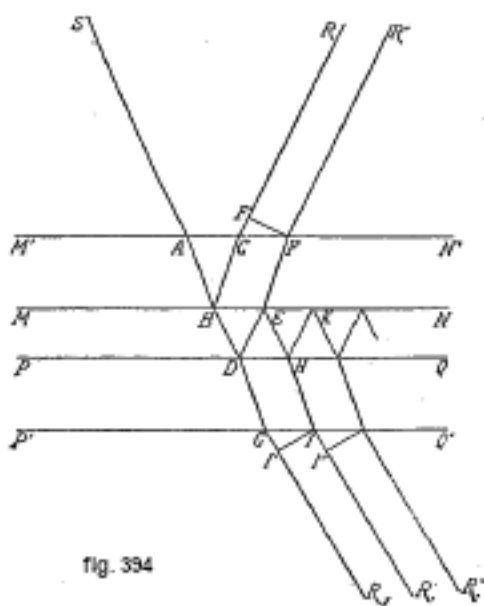
Quando il cannocchiale è diretto obliquamente sulla lamina, ci sono solo archi di cerchio nel campo e la formula precedente non è più applicabile. Le frange si stringono con il crescere dell'obliquità dell'incidenza.

Le frange all'infinito date da una lamina a facce parallele furono osservate per la prima volta da Haidinger, per mezzo di una lastra di mica. Da allora sono state osservate e utilizzate da un gran numero di osservatori, in varie forme: Mascart, Lummer, Fabry e Perot, Hamy, ecc.

13. Influenza delle riflessioni multiple. Caso in cui il potere riflettente delle facce della lamina è alto

Nel caso precedente, si è tenuto soltanto di due delle onde interferenti, così come nel caso delle frange per trasmissione e per quelle per riflessione. Queste due onde sono di molto le più intense quando i poteri riflessivi delle superfici che limitano la lamina sono piccoli, che è il caso più comune. In realtà vi è un'infinità di onde sovrapposte, e in certi casi le intensità di queste onde, oltre le prime due, sono tutt'altro che trascurabili. Esaminiamo i fenomeni che risultano dalla loro presenza.

Consideriamo innanzitutto i fenomeni per trasmissione. Sia (fig. 394) una lamina compresa tra due superfici MN e PQ. A un raggio incidente SA corrispondono un'infinità di raggi emergenti R_1, R'_1, R''_1 , ecc. Finora abbiamo considerato solo le prime due, faremo la teoria facendole intervenire tutte.



Sia f il potere di riflessione di ciascuna delle facce della lamina (rapporto tra l'intensità riflessa e l'intensità incidente); θ il loro potere di trasmissione (rapporto tra l'intensità trasmessa e l'intensità incidente). Supponiamo che l'onda incidente abbia un'ampiezza 1. Tutte le onde emergenti hanno subito due trasmissioni, ciò che moltiplica la loro intensità per θ^2 e di conseguenza l'ampiezza per θ . Inoltre, numerando i raggi con 0, 1, 2, il raggio di ordine k ha subito $2k$ riflessioni, ciò che moltiplica l'intensità per f^{2k} e di conseguenza l'ampiezza per f^k . Dovremo quindi considerare una serie di moti vibratorii le cui ampiezze sono

$$\theta, \theta f, \theta f^2, \dots, \theta f^k, \dots$$

Esse decrescono in progressione geometrica.

Calcoliamo ora le loro differenze di percorso. Sia δ la differenza di cammino tra i raggi R_1 e R'_1 ; si farà entrare in questa differenza, se necessario, ciò che è prodotto dai cambiamenti di fase per riflessione. La stessa differenza di percorso esiste tra due raggi consecutivi qualunque; se quindi si considerano tutte le differenze di percorso rispetto al raggio direttamente trasmesso R_1 , si avranno i valori

$$0, \delta, 2\delta, \dots, k\delta, \dots$$

Esse crescono in progressione aritmetica.

Rimane solo da calcolare l'intensità luminosa risultante dalla sovrapposizione di tutti questi raggi.

Basta per questo applicare l'equazione (4), ciò che dà

$$I = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\theta f^k \cos 2\pi \frac{k\delta}{\lambda} \right)^2 + \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\theta f^k \sin 2\pi \frac{k\delta}{\lambda} \right)^2$$

Le due somme sono facilmente calcolabili, sostituendo i seni e coseni in funzione degli esponenziali immaginari, ciò che riporta le serie a progressioni geometriche. Si trova così

$$I = \frac{\theta^2}{(1-f)^2} \frac{1}{1 + \frac{4f}{(1-f)^2} \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}} \quad (13.0.14)$$

Questa equazione è dovuta ad Airy. L'intensità della luce incidente è presa come unità.

Se il potere riflettente f è piccolo, la quantità $4f/(1-f)^2$ che interviene come fattore in uno dei termini del denominatore è pure piccola, e si può, trascurando termini molto piccoli, ritrovare la stessa espressione nella quale si erano considerati solo i primi due raggi.

Ritorniamo all'equazione esatta (15). Essa mostra che i massimi si hanno per $\delta = K\lambda$ e i minimi per $\delta = K\lambda + \lambda/2$. L'esistenza delle riflessioni multiple non cambia in nulla la posizione dei massimi e dei minimi. L'intensità massima è $I_{max} = \theta^2/(1-f)^2$ e quella dei minimi $I_{min} = \theta^2/(1+f)^2$. Facendo il rapporto, si ottiene

$$\frac{I_{min}}{I_{max}} = \left(\frac{1-f}{1+f} \right)^2 \quad (13.0.15)$$

Fintanto che il potere riflettente è piccolo, questo rapporto differisce assai poco dall'unità; per esempio, per del vetro con incidenza normale, si ha circa $f = 1/20$. La formula (16) dà allora

$$\frac{I_{min}}{I_{max}} = 0,82$$

I minimi sono quindi poco diversi dai massimi e le frange sono poco visibili. Ma non appena il potere riflettente diventa significativo, il rapporto I_{min}/I_{max} diventa rapidamente molto inferiore all'unità e i minimi diventano quasi scuri; le frange diventano sempre più nette. La tabella seguente fornisce un certo numero di valori del rapporto tra minimi e massimi, e della visibilità (vedi § 3) per diversi valori del potere riflettente f .

f	$\frac{I_{min}}{I_{max}}$	$V = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$	f	$\frac{I_{min}}{I_{max}}$	$V = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$
0,05	0,82	0,10	0,5	0,11	0,80
0,1	0,67	0,20	0,8	0,01	0,98
0,2	0,44	0,39	1,0	0	1

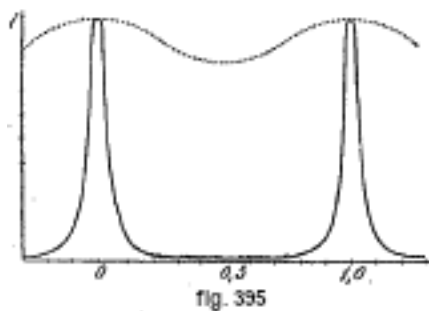
Inoltre, quando il potere riflettente diventa elevato, la distribuzione della luce nel sistema di frange cambia completamente. Se f è piccolo, I , in funzione di δ , è rappresentato sostanzialmente

da una sinusoide, ciò che doveva essere, poiché basta considerare le prime due onde. Ma così non è più completamente se il potere riflettente è alto, cioè se f è poco diverso dall'unità. Allora, la quantità $4f/(1-f)^2$ assume un valore molto grande; per esempio per $f = 0,8$, questa quantità è uguale a 80, e l'espressione di I diviene

$$I = \frac{I_0}{1 + 80 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

indicando $I_0 = \theta^2/(1-f)^2$ l'intensità massima.

Per $\delta = K\lambda$, il seno è nullo, e $I = I_0$. Ma non appena δ si allontana da questo valore, il termine $80 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$ assume un grande valore, e l'intensità luminosa scende quasi a zero. Ne consegue che la curva che rappresenta l'intensità luminosa in funzione di δ presenta dei massimi, con una discesa estremamente brusca verso i minimi. La curva in tratto pieno della figura 395 rappresenta questa distribuzione dell'intensità luminosa, per $f = 0,8$ mentre la curva tratteggiata la rappresenta per $f = 1/20$ (caso del vetro). Sperimentalmente ciò corrisponde al seguente aspetto: le frange appaiono come sottilissime linee brillanti tracciate su uno sfondo quasi completamente scuro; queste particolarità (sottigliezza delle linee brillanti; assenza di luce tra due righe brillanti consecutive) sono tanto più marcate quanto il potere riflettente è maggiore. Vedremo poco più avanti con quali dispositivi questi fenomeni possono essere osservati.



Si può, del resto, comprendere senza alcun calcolo, il motivo per cui le frange hanno questo aspetto particolare: se $\delta = K\lambda$, tutte le onde sono concordi, e c'è un massimo. Ma per quanto poco si scosti da questo valore, tra tutte le onde che si sovrappongono, ve ne sono alcune che sono in discordanza con la prima, e la cui intensità non è trascurabile, perché che il potere riflettente è elevato; esse indeboliscono notevolmente l'intensità risultante. Si troverà qualcosa di analogo nella teoria dei reticoli.

Per quanto riguarda le frange di riflessione, esse sono esattamente complementari alle precedenti se in assenza di un mezzo assorbente; quando il potere riflettente è alto, esse si presentano come righe nere molto sottili tracciate su uno sfondo uniformemente illuminato. Se ci sono fenomeni di assorbimento, se ad esempio le superfici che limitano la lamina sono argentate, le frange trasmesse e riflesse non sono più complementari; il primo raggio si riflette sulla faccia esterna della prima superficie, mentre gli altri si sono riflessi sulla superficie interna, e poiché non esiste più alcun semplice rapporto tra i cambiamenti di fase ai danno luogo queste due riflessioni, ne risultano fenomeni assai complessi, di cui diremo qualche parola a proposito delle frange di Hamy.

14. Diverse circostanze in cui si possono osservare le frange prodotte da lamine ad alta potere riflettente

Esamineremo i vari metodi per ottenere lamine a potere riflettente alto.

1° FRANGE NELLE VICINANZE DELLA RIFLESSIONE TOTALE (FRANGE DI HERSCHEL). - Due prismi a riflessione totale sono uniti dalle loro facce ipotenuose, lasciando tra esse un piccolo strato d'aria, di spessore uniforme. Guardando attraverso questo sistema (la luce entrante da una faccia dell'angolo retto di uno dei prismi e uscente dalla faccia, parallela ad essa, dell'altro), si possono osservare le frange prodotte per trasmissione nella lamina tra i due prismi; sono evidentemente localizzate all'infinito. Il potere riflettente essendo allora molto elevato, a causa della vicinanza della riflessione totale, le frange hanno la forma di righe brillanti molto sottili, come ha osservato Fabry. Si possono anche osservare per riflessione, e allora le frange si presentano come sottili righe scure.

Se lo strato d'aria compreso tra le due facce non è di spessore uniforme, si possono osservare le righe di uguale spessore utilizzando luce parallela; esse hanno ancora lo stesso aspetto. Tuttavia, quando ci si avvicina molto alla riflessione totale, il fenomeno si complica: ogni frangia sembra separarsi in molte altre, di intensità disuguale. Questi curiosi aspetti, osservati senza spiegazione da Jamin, sono stati spiegati da Macé de Lépinay. Sono dovute al fatto che, nella lamina sottile, le riflessioni avvengono sotto a incidenza estremamente obliqua; di conseguenza le riflessioni successive si fanno nelle regioni in cui gli spessori non sono gli stessi e le differenze di cammini successivi non sono più in progressione aritmetica, il che inficia la validità delle formule sopra riportate. Questo ovviamente non accade nel caso di frange all'infinito, poiché lo spessore è uniforme.

2° FRANGE SI LUMMER. - Operiamo ancora in prossimità della riflessione totale, con una lamina a facce parallele. Viene mostrato il dispositivo utilizzato nella figura 396. Il numero di onde interferenti non può essere infinito, ciò che modifica leggermente le formule sopra indicate, ma il risultato è poco diverso.

La grande difficoltà, in questo esperimento, deriva dal fatto che la lamina di vetro PQ deve avere le sue facce rigorosamente piane e parallele; se questa condizione non è esattamente soddisfatta, si verificano fenomeni analoghi a quelli che sono stati spiegati da Macé de Lépinay.

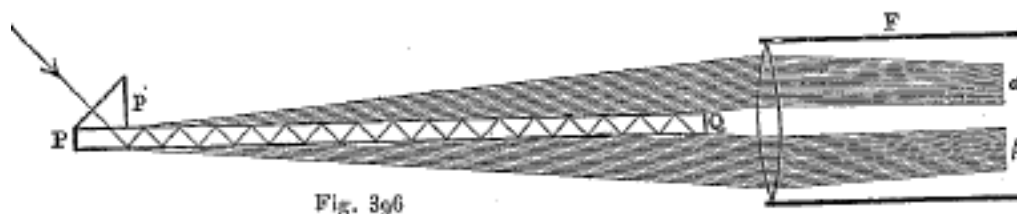


Fig. 396

3° FRANGE DELLE LAMINE ARGENTATE PER TRASMISSIONE (PEROT E FABRY). - Un vetrino può essere dotato di un elevato potere riflettente, ricoprendolo con uno strato d'argento abbastanza sottile da lasciar passare una proporzione sensibile alla luce. Una lamina le cui facce sono così costituite dà per trasmissione, in maniera straordinariamente nitida, i fenomeni in questione. Queste frange possono essere osservate come frange di lamine comuni: se il loro spessore non è troppo grande, e variabile da un punto all'altro, si possono osservare le curve di uguale spessore; la cosa migliore è operare con incidenza normale, e basta, se la lamina ha un piccolo spessore, impiegare un fascio di luce approssimativamente parallelo. Quando si vogliono osservare le frange di ordine elevato, è preferibile osservare le curve di uguale inclinazione (frange all'infinito), utilizzando una lamina con facce piane e parallele. Si osserva in prossimità dell'incidenza normale, e le frange appaiono sotto forma di anelli concentrici (vedi § 12), che qui sono righe brillanti molto sottili su uno sfondo scuro. La lamina può essere di vetro con facce piane e parallele le cui due facce sono argentate, o meglio ancora un'intercapedine d'aria, compresa tra due superfici piane, che si regola al parallelismo. Perot e Fabry impiegano un dispositivo chiamato interferometro che permette di regolare l'esatto parallelismo delle due superfici, e di portarle alla distanza voluta. Quando, al contrario, tale distanza deve rimanere

invariabile, impiegano lo strumento rappresentato in figura 397, che permette solo di regolare il parallelismo, agendo sulle viti V, le quali, variando la pressione esercitata dalle molle, deformano leggermente le parti di acciaio o invar su cui sono appoggiati i vetri.

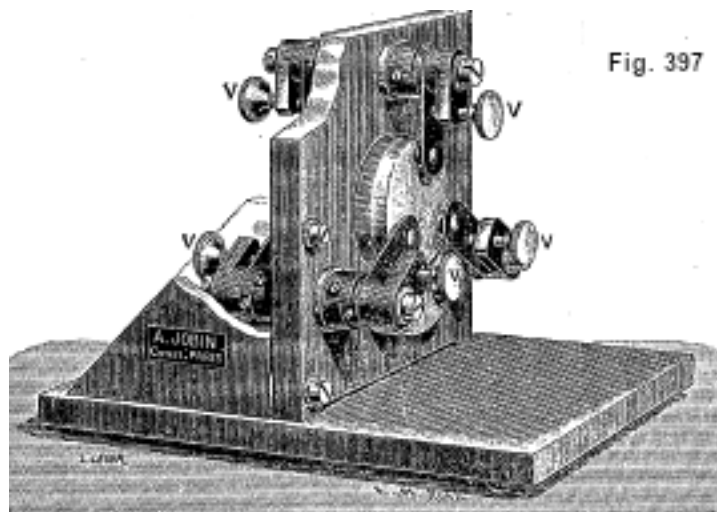


Fig. 397

4° FRANGE DI LAMINE ARGENTATE PER RIFLESSIONE (HAMY). - La lamina è compresa tra una superficie posteriore ricoperta da uno spesso strato d'argento, per darle un alto potere riflettente e una superficie anteriore debolmente argentata, così da lasciarle una certa trasparenza. I fenomeni sono meno semplici che nel caso delle frange di trasmissione, per il motivo sopra indicato. Quando l'argentatura della superficie anteriore è molto sottile, tale che il suo potere riflettente è di circa 0,3, si ottengono frange assai simili alle frange prodotte da uno strato d'aria tra due vetrini. Con un potere riflettente di 0,5, i minimi diventano molto stretti, come per le frange di trasmissione di Perot e Fabry; con un potere riflettente molto alto, prossimo a 0,9, si ottengono invece delle frange dove i minimi sono neri e molto sottili su uno sfondo brillante quasi uniforme. Per altri valori del potere riflettente, gli aspetti possono essere più complessi: la distribuzione della luce non è simmetrica rispetto al massimo, e, ad esempio, un massimo può essere quasi attaccato al minimo successivo, e separato dal minimo precedente da uno spazio di intensità costante.

Quanto alle frange per trasmissione, si possono osservare o delle curve di uguale spessore (Hamy impiega il dispositivo di Fizeau, per avere luce parallela sotto incidenza normale), oppure anelli all'infinito, portando al parallelismo le due superfici piane che limitano la lamina.

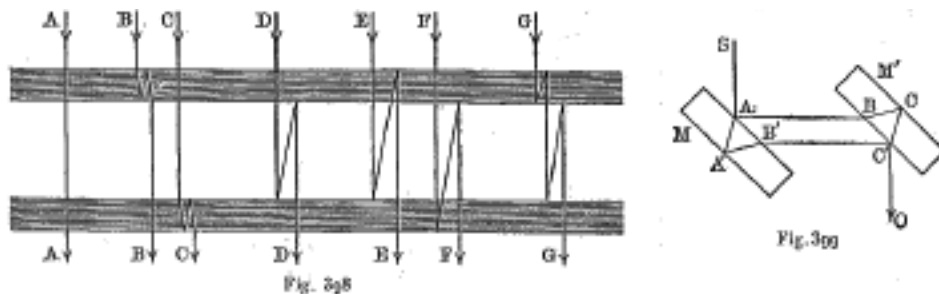
15. Fenomeni prodotti dalla successione di più lamine

Quando più lamine sono poste una dopo l'altra e agiscono su un fascio luminoso, sia per trasmissione che per riflessione, la luce può seguire un gran numero di percorsi diversi. Tra questi diversi raggi, possono essercene alcuni che presentano piccole differenze di cammino, anche quando le lamine sono spesse. La figura 398 fornisce alcuni esempi dei possibili cammini nel caso di due lamine consecutive per trasmissione. Se gli spessori di due lamine sono leggermente diversi, si osserverà facilmente l'interferenza dei raggi B e C, o quella dei raggi E e F.

I primi fenomeni di questo tipo furono descritti da Brewster nel 1815. Da allora, sono stato descritto un gran numero di dispositivi di interferenza che utilizzano fenomeni dello stesso tipo. A seconda dei casi, si possono osservare curve di uguale spessore (o di uguali differenze spessore), o curve di uguale inclinazione situate all'infinito.

A titolo di esempio di queste ultime, descriveremo lo strumento immaginato da Jamin, dispositivo di cui sono state fatte molte applicazioni. Due lastre di vetro spesse, M e M' (fig. 399), ciascuna a facce parallele, e dello stesso spessore, hanno le facce posteriori A' e C argentate.

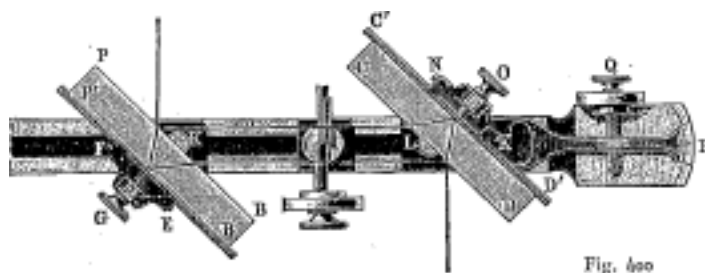
Disponiamole parallelamente tra loro. Il raggio SA che cade sulla prima lamina può seguire entrambi i percorsi seguenti: SABCC'O e SAA'B'C'O. I cammini seguiti dai due raggi sono uguali, e la loro differenza di percorso è nulla.



Ma se si gira leggermente una delle lamine, non è più lo stesso: un punto della sorgente invia sempre due raggi in un punto qualsiasi dello spazio, ma presentano una differenza di cammino. È chiaro che se si esamina il fenomeno in un cannocchiale puntato all'infinito, la differenza di percorso dipende solo dalla direzione dei raggi che interferiscono, e che, di conseguenza, ci si trova nelle condizioni di localizzazione all'infinito; la sorgente può avere qualsiasi posizione, ed è inutile limitarla con una fenditura.

Per determinare completamente la posizione delle frange caso per caso, bisognerebbe calcolare la differenza di cammino in funzione dei due angoli che definiscono l'orientamento di un raggio rispetto ad essi. Ci si limiterà ad indicare le proprietà che risultano da questo calcolo. Se si rende obliqua una delle lamine ruotandola attorno ad una retta situata nel suo piano e nel piano della figura, si rendono le frange sempre più serrate. Ruotandola attorno ad una retta normale al piano della figura, l'intero sistema di frange si sposta, in modo da far apparire in uno stesso punto del campo frange di ordine sempre più elevato. Per una posizione adeguata, facile da trovare per tentativi, si vede in mezzo al campo un sistema di frange a luce bianca; la frangia centrale è bianca. Infine, se si portano gradualmente i due specchi al parallelismo, le frange si allargano sempre di più e si tende a un'illuminazione uniforme.

L'intero apparato impiegato da Jamin è mostrato in figura 400. PB e CD sono i due vetrini. Si può posizzionarli a qualsiasi distanza desiderata, facendo scorrere uno di essi lungo una guida. (Questa distanza non interviene nel fenomeno). L'altra lamina può ricevere due movimenti di rotazione attorno a due assi, uno verticale, l'altro orizzontale situato nel suo piano.



Nell'apparato di Jamin, i due fasci interferenti, AB e B'C (fig. 399) sono separati per gran parte del loro cammino. Questo permette loro di attraversare diversi mezzi, cosa utile per lo studio degli indici di rifrazione (vedi § 26). Se si verifica una modifica nelle proprietà del mezzo attraverso il quale passa uno dei raggi, questa verrà immediatamente segnalata da uno spostamento delle frange. Per misurare lo spostamento delle frange, Jamin ha utilizzato un *compensatore*, che permette di introdurre tra i due fasci una differenza di cammino crescente a piacere, e di conseguenza di riportare le frange nella loro posizione originaria una volta spostate da un fenomeno qualunque. Il compensatore di Jamin è rappresentato dalla figura 401: la sua

parte essenziale è costituita da due lastre di vetro piane con facce parallele AB e CD, dello stesso spessore, fissate per un bordo comune sullo stesso asse D, e formanti tra loro un piccolo angolo costante. L'angolo di rotazione dell'asse D può essere misurato mediante un cerchio graduato EF e un nonio G. Il compensatore è posto tra le lamine dello strumento interferenziale, in modo che ciascuna delle lamine A, C, sia attraversata da uno dei fasci interferenti. Se la posizione di queste lamine è tale che esse siano ugualmente inclinate sui raggi (questi ultimi essendo poi perpendicolari al piano bisecante l'angolo delle due lamine), le traiettorie dei due fasci nelle due lamine sono uguali e il compensatore non introduce alcuna differenza di percorso; ma se si ruota un poco l'asse D, questa uguaglianza di inclinazione non esiste più, e si produce una differenza di cammino che sposta le frange. Per piccole rotazioni si può assumere che la differenza di percorso così introdotta sia proporzionale alla rotazione. Il compensatore deve essere tarato in anticipo, cioè deve essere determinato il ritardo prodotto da una rotazione nota del compensatore.

Descriveremo nel paragrafo successivo altri dispositivi che consentono anche di far interferire fasci che hanno seguito percorsi differenti.

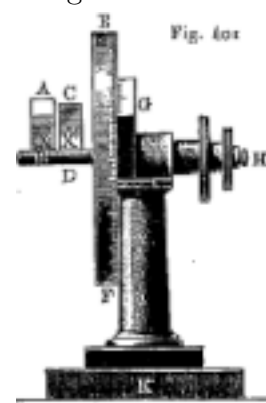
I fenomeni prodotti dalla successione di più lamine sono facili da osservare per mezzo delle lamine argentate. Questi fenomeni sono stati studiati di Fabry e Perot sotto il nome di frange di sovrapposizione; ne hanno fatto numerose applicazioni. Siano dapprima due lamine di debole spessore; queste sono posizionate una di seguito all'altra, e una lente proietta sulla seconda l'immagine dalla prima. Un raggio di luce bianca attraversa l'insieme con incidenza normale. Si osserva il fenomeno puntando nel piano della seconda lamina. Ad ogni punto di questo piano corrisponde quindi un punto della seconda lamina, e anche un punto della prima. Se le due lamine hanno spessori leggermente diversi, si vede apparire un sistema di frange (a centro bianco); la frangia centrale disegna il luogo dei punti tale che i due spessori siano uguali. Si vedono anche apparire delle frange ogni volta che i due spessori stanno in un rapporto semplice, ad esempio quando uno degli spessori è doppio, triplo, ecc. dell'altro, o anche quando il rapporto tra gli spessori è $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, ecc.

Quando gli spessori sono grandi, è preferibile impiegare lamine a facce parallele, e osservare il fenomeno localizzato all'infinito. Le due lamine (ognuna delle quali è a facce parallele) sono poste una dopo l'altra, ma formanti tra loro un piccolo angolo. Un fascio di luce bianca attraversa questo insieme, e si osserva con un telescopio puntato all'infinito. Si vede apparire un sistema di frange ogni volta che i due spessori sono uguali, o quando sono in un rapporto semplice.

Le frange di sovrapposizione danno un modo molto preciso per verificare se due spessori sono uguali, o per vedere se uno spessore è anche doppio, triplo, ecc. di un altro. Più avanti verranno indicate le varie applicazioni di questi fenomeni alla soluzione di vari problemi di metrologia.

Più in generale, si ottengono frange di luce bianca ogni volta che la luce passa successivamente attraverso due dispositivi di interferenza che danno la stessa differenza di percorso. È così che Mesnager ha ottenuto fenomeni di questo tipo facendo passare successivamente un fascio di luce attraverso una lamina argentata e una di quarzo tra un polarizzatore e un analizzatore.

Figura 13.0.3: *

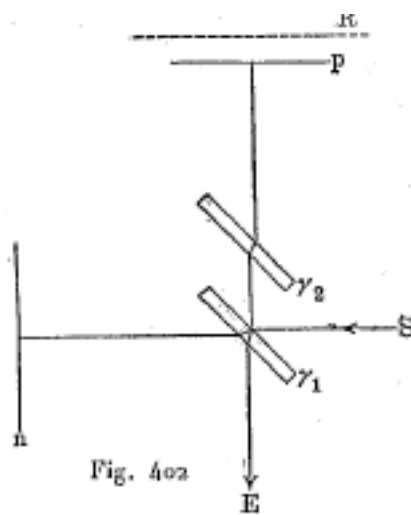


16. Altri esempi di frange poste all'infinito; dispositivi di Michelson e Morley; Strumento di Mach

Si possono variare indefinitamente le combinazioni di lamine e specchi destinati a produrre fenomeni di interferenza. Non si tenterà di descrivere tutti quelli che sono stati proposti; ne verranno indicati solo due di particolare interesse.

Lo strumento di Michelson e Morley, che è stato utilizzato per applicazioni di grandissima importanza (vedi §§ 19 e 23) presenta la particolarità che le traiettorie dei due fasci sono completamente distinti in gran parte del loro percorso, e che la differenza di cammino può

ricevere tutti i valori desiderati, in una direzione o nell'altra. È schematicamente rappresentato in figura 402. γ_1 e γ_2 sono due lamine di vetro, a facce piane e parallele, dello stesso spessore. Il raggio incidente S è parzialmente riflesso da γ_1 , attraversa γ_2 , viene riflesso da p , e raggiunge il cannocchiale di osservazione seguendo la direzione E . Un'altra parte del raggio attraversa γ_1 , si riflette sullo specchio n , poi ancora su γ_1 e infine prende la stessa direzione E . Prendiamo il simmetrico di n rispetto a γ_1 ; sia R il piano così ottenuto, che Michelson chiama piano di riferimento. Il secondo raggio è come se riflesso su γ_1 e su R . Il fenomeno è quindi lo stesso che sarebbe prodotto da una semplice lamina delimitata dalle superfici piane R e p .



Lo strumento è regolato in modo che questi due piani siano paralleli: si vedono allora, in un cannocchiale puntato all'infinito posto dopo il fascio E , gli anelli di uguale inclinazione (vedi § 12) prodotti da questa lamina. Spostando il piano parallelamente a se stesso, si può far variare lo spessore di questa lamina, e di conseguenza l'ordine di interferenza degli anelli che osservati. Quando la distanza tra questi due piani è piccola, e che invece di essere esattamente parallele formano un piccolo angolo, si possono osservare le frange di uguale spessore di questa lamina (si trovano quindi nel piano di questa lamina); le frange hanno allora la forma di rette parallele equidistanti, poiché la lamina è limitata da facce piane. Quando i due piani p e R si intersecano, si ha un sistema di frange visibili in luce bianca; la frangia centrale bianca è lungo l'intersezione dei due piani. Infine, sempre nel caso in cui si osservano queste linee di uguale spessore, se si riportano le superfici al parallelismo, si ottiene una colorazione uniforme. La lamina γ_2 può fungere da compensatore: ruotandola di piccole quantità attorno ad un asse normale al piano della figura, si fa variare la differenza di percorso dei due raggi interferenti; le frange si spostano di piccole quantità, proporzionali alle rotazioni.

Il dispositivo è rappresentato in pianta dalla figura 403. V è la fonte di luce; se emette più radiazioni semplici, le si separa per mezzo di uno strumento dispersivo; solo una di queste radiazioni passa attraverso l'apertura S , e serve ad illuminare lo strumento. Lo specchio n della figura 402 è rappresentato qui in M_1 , mentre lo specchio p è in M_2 . Il primo è fisso, mentre il secondo può muoversi parallelamente a se stesso, lungo uno scivolo perfettamente lavorato per mezzo di una vite.

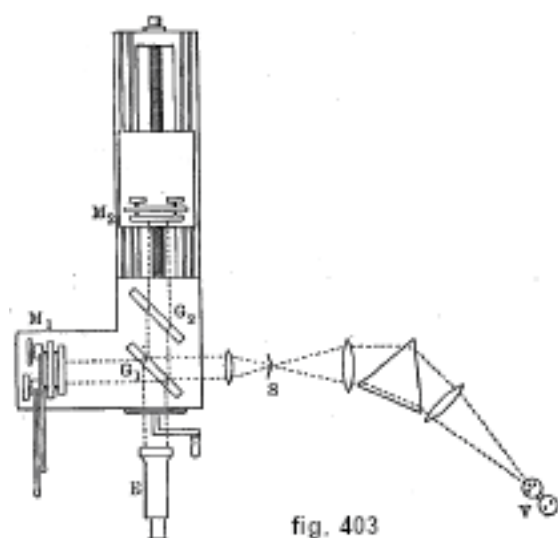


fig. 403

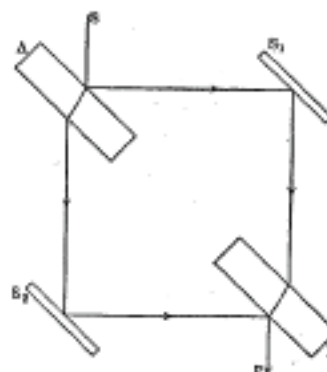


fig. 404

Le regolazioni dell'orientamento devono essere realizzate con grande precisione; i piccoli spostamenti necessari a questo si ottengono piegando pezzi metallici mediante molle che vengono più o meno tese; è così possibile ottenere spostamenti estremamente ridotti. Il cannocchiale di osservazione è in E. Deve puntare all'infinito quando si osservano gli anelli di uguale inclinazione, e al piano M_2 quando si osservano le frange rettilinee di uguale spessore. Di seguito si indicheranno le diverse importanti applicazioni di questo strumento.

L'apparato di Mach è rappresentato schematicamente dalla fig. 404, che indica sufficientemente il cammino dei due raggi che interferiscono. Si vede che i percorsi di questi raggi sono completamente distinti, il che può essere utile per certe applicazioni (vedi § 26).

17. Frange a lamina mista di Young

Se tra due lamine di il vetro è uno strato sottile di una miscela di due sostanze, ad esempio acqua riempita di bolle d'aria, albume d'uovo sbattuto o una miscela di olio e acqua, si formano nella luce bianca trasmessa frange colorate, che disegnano le curve di uguale spessore dello strato sottile, ma che sono molto meno strette di quelli che si otterrebbero se la lamina sottile fosse omogenea. Questi colori sono dovuti all'interferenza dei raggi che hanno attraversato una delle sostanze con quelle che hanno attraversato l'altra.

Si noti però che questi due tipi di raggi, partiti da uno stesso punto della sorgente (necessario per l'interferenza) possono sovrapporsi solo per diffrazione; una teoria più completa che tenga conto di questo fatto, è stata data da Fabry.

18. Analisi spettrale delle interferenze; spettro scanalato (Fizeau e Foucault)

Quando si usa la luce bianca per produrre un fenomeno di interferenza, generalmente si ottiene solo un numero molto piccolo di frange, su entrambi i lati della frangia di ordine zero. Le frange appaiono, anche con grandi differenze di percorso, se si analizza con uno spettroscopio la luce che ha attraversato lo strumento interferenziale. Supponiamo che la differenza di percorso sia la stessa per tutte le radiazioni, e di conseguenza indipendente dalla lunghezza d'onda λ . Tutte le radiazioni la cui lunghezza d'onda soddisfa la relazione $\delta = K\lambda + \lambda/2$, con K intero, sono assenti nella luce che ha attraversato lo strumento interferenziale, mentre quelle per le quali

$$\delta = K\lambda \quad (13.0.16)$$

sono massimi. Se quindi si analizza la luce allo spettroscopio, lo spettro sarà solcato da bande alternativamente scure e brillanti; le lunghezze d'onda di queste ultime sono date dall'equazione (17). Le bande sono tanto più strette quanto la differenza di cammino δ è grande, poiché, l'ordine di interferenza per la radiazione λ essendo δ/λ , il numero di frange comprese tra due radiazioni λ e λ' è uguale a $\delta \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right)$; esso cresce proporzionalmente a δ .

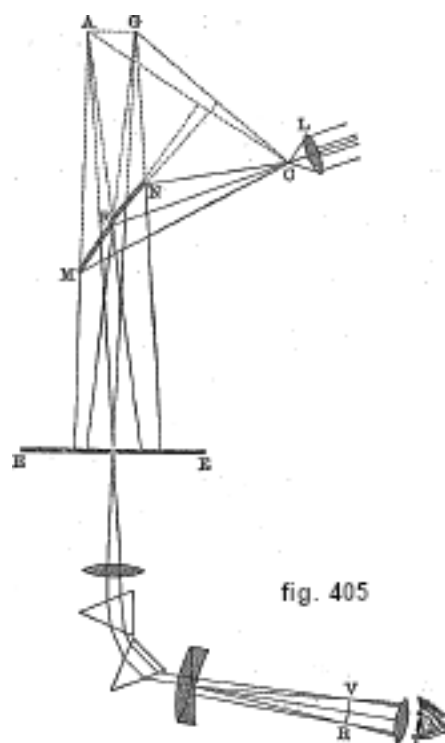
Se si fa crescere gradualmente δ , le frange si spostano dal viola verso il rosso: la banda brillante di ordine K ha, infatti, per lunghezza d'onda δ/K ; questa lunghezza d'onda aumenta all'aumentare di δ .

Quindi all'aumentare di δ , tutte le frange si spostano dal viola al rosso, ma il numero di quelle che entrano dall'estremità viola è maggiore del numero di quelle che escono dal lato rosso, e le frange sono sempre più strette.

Ovviamente è necessario posizionare la fenditura dello spettroscopio in una regione dello spazio dove le frange, in luce monocromatica, verrebbero a evidenziarsi con nitidezza. Se le frange sono localizzate, è necessario proiettarne l'immagine sulla fenditura. Se la fenditura dello spettroscopio è orientata parallelamente alle frange che si otterrebbero in luce monocromatica, il valore di δ è lo stesso in tutti i suoi punti e le frange nello spettro sono parallele alle linee spettrali. Se la fenditura ha un'altra direzione, le frange sono oblique nello spettro.

Tutti i dispositivi interferenziali possono servire a osservare queste frange. La figura 405 rappresenta il dispositivo utilizzato da Fizeau e Foucault nel caso degli specchi Fresnel: M e N sono i due specchi, illuminati dalla fenditura C, sulla quale si concentra la luce solare. La fenditura dello spettroscopio si trova in E. Per aumentare gradualmente la differenza di cammino, basta spostare semplicemente uno degli specchi parallelamente a se stesso (vedi § 6).

Impiegando uno spettro scanalato, si possono osservare interferenze con differenze di percorso molto grandi; non c'è altro limite che quello che deriva dal potere di separazione dello spettroscopio; arriva un momento in cui le frange sono troppo strette per essere distinta. Sarà facile calcolare, in ogni caso, il limite fino al quale è possibile aumentare la differenza di cammino.



Come caso speciale di spettro scanalato, dobbiamo citare le frange Talbot. Si produce, con uno spettroscopio, uno spettro continuo (ad esempio lo spettro della luce solare), e, nel percorso del fascio, si interpone una lamina trasparente a facce parallele, in modo tale da essere attraversata

solo dalla metà del fascio. C'è quindi interferenza tra i raggi che hanno attraversato la lamina e quelli che sono passati a lato. Se n è l'indice della lamina, e il suo spessore, il percorso ottico attraverso la lamina è ne , e questo cammino sostituisce una uguale lunghezza d'aria, il cui valore ottico è e . La differenza di cammino tra i due raggi è quindi $(n - 1)e$. Le frange sono tanto più serrate quanto lo spessore della lamina è maggiore.

Tuttavia il fenomeno (come quello delle lamine miste, di cui le frange di Talbot sono un caso particolare) si complica di fenomeni di diffrazione, che rendono piuttosto complicata la teoria completa. La lamina può essere posta sia contro la pupilla, in modo da coprirne solo la metà; bisogna allora porla sulla metà opposta al bordo del prisma; sia tra il cannocchiale e il collimatore dello spettroscopio (prima o dopo il prisma), e allora bisogna posizionarla sul lato del bordo del prisma. Queste peculiarità, segnalate da Brewster e da Stokes, sono state completamente spiegate, tenendo conto della diffrazione, da Airy; una semplice teoria è stata data da Schuster.

Tali particolarità, inoltre, non cambiano nulla nella posizione delle frange, che sono sempre al posto calcolabile partendo dal valore della differenza di cammino $\delta = (n - 1)e$.

19. Influenza della composizione della luce sulle interferenze. Applicazioni alla spettroscopia

Se la luce che attraversa un dispositivo interferenziale fosse rigorosamente monocromatica (cioè se corrisponderebbe a un moto periodico che si prolunga indefinitamente senza alcuna perturbazione), le interferenze sarebbero sempre perfettamente nitide, qualunque sia la differenza di cammino, purché le condizioni di visibilità (vedi § 8) siano sempre rispettate. Ma una tale sorgente di luce è solo una concezione della mente, di cui i fenomeni reali danno solo un'immagine più o meno approssimata. Nelle sorgenti luminose di cui disponiamo, tutto accade come se la sorgente luminosa emettesse un'infinità di radiazioni semplici, che uno spettroscopio sufficientemente potente permette di separare; qualsiasi fonte di luce dà righe di larghezza maggiore o minore, ma finite. Se si utilizza una tale sorgente di luce per produrre un fenomeno di interferenza, si può considerare ogni radiazione semplice di cui è composta la luce utilizzata come datrice del suo sistema di frange, e il fenomeno completo sarà la sovrapposizione puro e semplice di tutti i fenomeni elementari così prodotti. Poiché si suppone che le radiazioni semplici che costituiscono la sorgente di luce siano molto vicine nello spettro (in altre parole, poiché il suo spettro è compreso in una regione molto ristretta), l'impressione di colore prodotta da queste diverse radiazioni semplici è la stessa, e l'intensità in ogni punto sarà la somma delle intensità che sarebbero prodotte da ciascuno di essi.

Prendiamo dapprima il caso di interferenze in cui intervengono solo due onde (che è il caso più comune), e supponiamole della stessa intensità; in una luce perfettamente semplice, si avrebbero sempre minimi neri e la curva di luce in funzione della differenza di percorso è una senoide. Le diverse radiazioni semplici danno curve analoghe, di periodi estremamente poco diversi, poiché le lunghezze d'onda differiscono molto poco; la curva che rappresenta l'intensità totale in funzione di δ si otterrà facendo la somma delle ordinate che corrispondono a queste diverse radiazioni semplici; si vede facilmente che, su un'area ristretta (ad esempio sulle poche frange che si possono vedere contemporaneamente), la curva risultante è sempre una senoide, ma i cui minimi, in generale, non sono nulli. L'aspetto delle frange è quindi sempre lo stesso, ma la loro visibilità (cfr. § 3) diventa minore dell'unità. Si può studiare sperimentalmente il modo in cui varia la visibilità quando si fa crescere la differenza di cammino, e tracciare la curva di visibilità V (in funzione di δ).

Esaminiamo alcuni casi particolari.

SORGENTE FORMATA DA DUE RADIAZIONI MONOCROMATICHE VICINE (riga doppia). - Ognuno dà il suo sistema di frange. Quando δ è piccolo, le frange delle due specie coincidono e

la nitidezza è perfetta ($V = 1$). Ma non appena δ aumenta, i due sistemi di frange si separano e la visibilità diminuisce. Viene il momento in cui i massimi di una delle radiazioni coincidono con i minimi dell'altra. Se le due radiazioni hanno la stessa intensità, le frange scompaiono allora completamente ($V = 0$). Se δ continua a crescere, le frange riappaiono, riprendendo tutta la loro nitidezza ($V = 1$) quando i massimi dei due sistemi coincidono nuovamente, con uno spostamento di una frangia, la p^{ma} frangia di uno dei sistemi coincidendo con la $(p + 1)^{ma}$ dell'altra. Siccome gli ordini di interferenza sono rispettivamente λ/δ , λ'/δ , indicando con λ e λ' le due lunghezze d'onda, ciò si avrà quando $\lambda/\delta = \lambda'/\delta + 1$ e di conseguenza

$$\delta = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda' - \lambda} \quad p = \frac{\lambda'}{\lambda' - \lambda}$$

Questo valore dell'ordine di interferenza può essere chiamato il *periodo*. Continuando a far crescere δ , le frange si confondono di nuovo, poi scompaiono, poi riappaiono, e riprendono tutta la loro nitidezza quando l'ordine di interferenza diviene uguale al doppio del periodo, e così via. Le cose andrebbero avanti così all'infinito se le radiazioni λ e λ' fossero perfettamente semplici; in realtà non è così, e nelle apparizioni successive le frange diventano sempre meno nette; alla fine scompaiono completamente.

Questi fenomeni sono stati scoperti da Fizeau, per mezzo della doppia riga del sodio. Le fiamme contenenti un sale di sodio emettono una luce gialla formata da due radiazioni vicine, le cui lunghezze d'onda sono $0,5889965\mu$ e $0,5895922\mu$. Ne deriva, per i periodi, il valore 980 circa. Fizeau ha osservato le righe di uguale spessore di uno strato d'aria, utilizzando il dispositivo precedentemente descritto. Si potrebbe aumentare lentamente lo spessore di questa lamina (e di conseguenza l'ordine di interferenza) spostando, per mezzo di una vite, una delle superfici tra le quali la lamina è compresa. Fizeau ha osservato fino a 52 comparse successive, ciò che corrisponde a un ordine di interferenza di circa 50000. Oltre le frange non erano più visibili.

CASO DI UNA SINGOLA RIGA DI LARGHEZZA FINITA. - In questo caso, la visibilità diminuisce all'aumentare della differenza di cammino, secondo una legge che dipende dalla legge di distribuzione della luce nella piccola banda stretta che costituisce lo spettro della sorgente luminosa. In ogni caso, tale diminuzione è tanto più lenta quanto questa fascia è più stretta; l'osservazione di frange con grandi differenze di cammino richiede l'uso di radiazioni il cui spettro si riduce a una riga estremamente sottile. È la larghezza finita delle righe spettrali che limita le differenze di cammino che si possono impiegare nelle esperienze di interferenza. Diamo alcune indicazioni al riguardo.

Il metodo normalmente impiegato per ottenere una luce monocromatica consiste nel prendere come sorgente di luce un gas reso luminoso (fiamma, arco elettrico, gas rarefatto attraversato da corrente elettrica). Si sa che queste sorgenti luminose, analizzate con uno spettroscopio, danno uno spettro discontinuo, cioè formato da un numero maggiore o minore di righe distinte. Si comincerà col separare una di queste righe, cosa facile, proiettando uno spettro della sorgente ed intercettando tutta la luce tranne quella di una delle righe; è la luce così ottenuta che si prenderà per produrre interferenza. Ognuna di queste righe ha però una larghezza, a volte piccolissima, a volte addirittura impossibile da evidenziare con i comuni spettroscopi, ma sempre finita. Da qui l'esistenza, in ogni caso, di un limite di interferenza.

Utilizzando le radiazioni emesse da una fiamma contenente un sale (sodio, litio, tallio), Fizeau ha scoperto che era impossibile ottenere frange il cui ordine supera alcune decine di migliaia. Michelson e Morley hanno ripreso lo studio delle varie sorgenti luminose, e constatarono che per ottenere interferenze con grandi differenze di cammino, era necessario utilizzare un gas a bassa pressione, il più possibile a bassa temperatura, e ad alto peso molecolare. Queste condizioni sono soddisfatte prendendo un vapore metallico, in un tubo in cui si è fatto il vuoto, e che si fa attraversare da una corrente elettrica. Con i vapori di certi metalli si può ottenere un'interferenza di ordine molto elevato. Il vapore di cadmio dà una riga rossa, una verde o una blu, con le quali si possono osservare interferenze il cui ordine può arrivare a circa 400000. Il vapore di

mercurio dà righe ancora più sottili: con la riga verde ha consentito a Michelson di ottenere interferenze con differenze di cammino fino a 730000 lunghezze d'onda, e Perot e Fabry fino a 790000 lunghezze d'onda, ciò che corrisponde a una differenza di percorso di 43 *cm*. Queste sono le cifre più alte che sono state raggiunte.

Nondimeno è vero che, per ogni caso, esiste un limite oltre il quale le interferenze scompaiono del tutto. Dalla conoscenza di questo limite si può dedurre un'indicazione sulla larghezza della riga: se p indica il numero d'ordine massimo che si può ottenere, se λ e λ' sono le lunghezze d'onda molto poco diverse dei due bordi della riga, il rapporto $\lambda - \lambda' / \lambda$ è dello stesso ordine di grandezza di $1/p$. Per la riga verde del mercurio, questo rapporto è allora di $1/800000$; questa riga ha quindi come larghezza circa $1/800$ della distanza delle due righe gialle del sodio.

La larghezza finita delle righe data dai gas a bassa pressione sembra essere dovuta, almeno in larga parte, al moto di agitazione delle molecole, secondo la teoria cinetica dei gas: se si suppone una molecola luminosa in movimento, in virtù del principio di Doppler-Fizeau, la lunghezza d'onda della luce sarà alterata, e poiché le molecole hanno movimenti diretti in tutte le direzioni, la riga assumerà quindi una larghezza finita. Michelson ha calcolato, in ogni caso, la larghezza che la riga deve avere secondo le velocità indicate dalla teoria cinetica. È assai notevole che le larghezze così calcolate coincidano abbastanza bene con quelle osservate. Questo è, a quanto pare, l'unico caso in cui le velocità delle molecole gassose intervengono direttamente con le loro grandezze, e non per la loro forza viva o da qualche altro elemento meccanico. Si spiega, da quanto detto, che sono i gas pesanti, e a bassa temperatura, che danno righe sottili, poiché è in queste condizioni che le velocità delle molecole sono le più piccole.

L'uso di sorgenti luminose il più possibile monocromatiche è importante in molti esperimenti di ottica. Il tubo a vapore metallico della Michelson costituisce, da questo punto di vista, quanto di più perfetto, ma il suo utilizzo non è sempre molto comodo. In molti casi, ci si accontenta della luce emessa da una fiamma contenente un sale di soda. Risultati molto migliori si ottengono per mezzo dell'arco di mercurio nel vuoto, scoperto da Arons, e il cui impiego in ottica è stato raccomandato da Fabry e Perot. Da allora, questa sorgente di luce è diventata industriale (lampada di Cooper-Hewitt); Fabry e Buisson hanno mostrato che questa forma offre anche un utilizzo molto vantaggioso. La luce ad arco di mercurio comprende, nello spettro visibile, una doppia riga gialla, una verde molto brillante e una viola. È facile isolare ciascuna di esse mediante opportuni mezzi assorbenti. La riga verde fornisce interferenze fino a differenze di percorso di circa 400000 lunghezze d'onda.

CASO DI RIGHE COMPLESSE. - Se una radiazione è formata da numerose righe molto vicine, la visibilità può variare in modo molto complicato in funzione della differenza di cammino. Michelson ha mostrato che, dalla curva di visibilità, si possono dedurre alcune indicazioni sul numero e sulla rispettiva posizione di queste righe. Poté così annunciare che la maggior parte delle righe che aveva studiato erano complesse; oltre a una riga principale predominante, comprendono un certo numero di righe più deboli, o satelliti, a volte estremamente vicine. Tuttavia, non si possono indicare con certezza le posizioni: una data curva di visibilità corrisponde un'infinità di possibili ipotesi. Si vedrà che questi satelliti hanno potuto essere studiati con altri metodi.

CASO DI INTERFERENZE A ONDE MULTIPLE. - Prendiamo una lamina ad alto potere riflettente. Come abbiamo visto, le frange prodotte in luce monocromatica hanno l'aspetto di righe molto sottili, separate da ampi intervalli scuri. Se la radiazione impiegata è composta da più radiazioni semplici, ciascuna di esse potrà dare il suo sistema di frange, e si vedranno separatamente le frange prodotte da ciascuna di esse, come con un reticolo si vedono le diverse immagini della fenditura prodotte dalle diverse radiazioni. Lo strumento costituisce quindi un vero e proprio spettroscopio, il cui potere di separazione, come vedremo, può crescere quasi illimitatamente aumentando l'ordine di interferenza impiegato. Prendiamo, infatti, il caso in cui la luce è formata solo da due radiazioni semplici. Se la differenza di percorso è piccola, i due sistemi di frange si confondono; si separano non appena δ aumenta; la separazione aumenta sempre di più, quando

δ continua a crescere, e la scomparsa descritta nel caso di interferenza a due onde è sostituita da uno sdoppiamento completo, essendo le frange di uno dei sistemi intercalate tra quelle dell'altro. Continuando a crescere la differenza di cammino, le frange tendono nuovamente a confondersi; la ricomposizione è completa per un ordine di interferenza pari al periodo; poi c'è di nuovo la separazione, ecc.

Ammettiamo che si possano separare i due sistemi di frange, quando l'intervallo fra due frange dell'una e dell'altra specie è uguale a $1/10$ dell'intervallo di due frange consecutive. Ciò si avrà per un ordine di interferenza uguale al decimo del periodo. Se si osservano frange di ordine p , si potranno separare due radiazioni le cui lunghezze d'onda differiscono, in valore relativo, di $1/10p$, cioè tale che $\lambda - \lambda' / \lambda = 1/10p$. Ad esempio, per $p = 100000$, si potranno separare due radiazioni le cui lunghezze d'onda differiscono di un milionesimo, cioè la cui distanza è mille volte più piccola di quella delle righe del sodio. È ovvio che l'uso di tale poteri di separazione è possibile, e ha senso, solo se si tratta di righe molto sottili.

Se invece di due semplici radiazioni, ve ne sono parecchie, si vedono ugualmente le frange che ciascuna di esse dà, e si è immediatamente informati sulle rispettive posizioni nello spettro e sulle loro intensità.

Questi principi, scoperti da Perot e Fabry, possono essere utilizzati con le varie forme di interferenza di onde multiple (vedi § 14), purché consentano l'osservazione di frange di ordine elevato.

Perot e Fabry hanno usato per questo le loro frange da lamine argentate per trasmissione, sotto forma di anelli all'infinito, prodotti da una lamina a facce parallele. Impiegano per questo il loro interferometro. Se una riga è semplice, gli anelli mantengono la loro forma semplice, qualunque sia la spaziatura delle superfici argentate; se è complessa, gli anelli si separano in più componenti. Gli autori hanno così potuto studiare un certo numero di righe, e completare i risultati indicati da Michelson. Tra i raggi più brillanti prodotti dai vapori metallici a bassa pressione, ce ne sono pochi di semplici; la riga rossa del cadmio, come era stato scoperto da Michelson, è uno dei rari esempi. Alcune righe sono molto complesse, come la riga verde del mercurio che, prodotta dall'arco nel vuoto, mostra 7 componenti.

Le frange per riflessione di Hamy possono dar luogo alle stesse applicazioni; Hamy le ha utilizzate nella costruzione di un separatore d'onda, che permette di isolare una riga dalle satelliti molto vicine.

Le frange di Lummer (cfr § 14) sono state utilizzate anche come apparato spettroscopico, da Lummer e Gehrcke. Il potere di separazione teorico può essere molto alto senza che lo spessore della lamina sia molto grande, perché il potere riflettente può essere molto elevato e di conseguenza un numero elevato di onde intervengono in modo utile. Una grande difficoltà nasce dalla necessità di utilizzare una lamina a facce rigorosamente parallele, dando origine qualsiasi difetto di costruzione ad aspetti complessi delle frange. Questo spiega i risultati imprecisi trovati da Lummer e Gehrcke; la costituzione straordinariamente complessa che attribuivano a tutti i raggi che studiavano, in disaccordo con i risultati concordanti forniti da tutti gli altri metodi, deriva dalle complicazioni che conseguenti a piccole imperfezioni nelle dimensioni delle superfici. È lo stesso di questo risultato inesatto secondo il quale la riga verde del mercurio darebbe comunque interferenze con differenze di percorso di oltre due milioni di lunghezze d'onda. Gehrcke ha indicato un metodo, basato sull'uso di due lamine di Lummer, che permette di proteggersi da queste cause di errore. Utilizzando questo metodo, Gehrcke e von Baeyer hanno trovato risultati in accordo con quelli forniti dagli altri metodi.

20. Confronto di lunghezze d'onda

I metodi interferenziali forniscono il mezzo più accurato per determinare il rapporto di due lunghezze d'onda.

Consideriamo un fenomeno di interferenza in cui la differenza di cammino δ è indipendente dalla lunghezza d'onda. Consideriamo due radiazioni di lunghezza d'onda λ e λ' . In uno stesso punto esse daranno interferenze di ordine p e p' . Si ha $p = \delta/\lambda$, $p' = \delta/\lambda'$, e di conseguenza

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{p}{p'}$$

La determinazione del rapporto delle lunghezze d'onda si riduce quindi alla determinazione di due ordini di interferenza. Ciascuno di essi è costituito da una parte intera e da una parte frazionaria. La parte intera può essere determinata senza alcun errore, se si ha già un valore approssimato delle lunghezze d'onda; le parti frazionarie possono sempre essere determinate per mezzo di un compensatore.

Questo metodo è apparso per la prima volta nelle misure di Michelson; poiché questi esperimenti implicano misurazioni assolute (confronto con il metro), questo sarà discusso in seguito.

Il metodo interferenziale per il confronto delle lunghezze è stato sistematicamente applicato da Fsbry e Perot, per mezzo delle loro frange di lamine argentate (anelli all'infinito). La parte frazionaria dell'ordine di interferenza è determinata misurando il diametro angolare di un anello. La parte frazionaria è così determinata entro pochi millesimi.

Nelle comuni ricerche di spettroscopia, si determinano le lunghezze d'onda delle radiazioni che si osservano, per *interpolazione*: si osservano o si fotografano contemporaneamente le righe che si vogliono studiare e un certo numero di righe le cui lunghezze d'onda sono note e che serviranno da riferimento. Per mezzo di una curva, o di una formula di interpolazione, si può facilmente concludere, dalla posizione delle linee, le loro lunghezze d'onda. Questo è applicabile sia alla spettroscopia con prismi o reticoli; l'interpolazione è solo leggermente più facile in quest'ultimo caso, perché la formula di interpolazione è approssimativamente lineare. È per interpolazione che sono stati determinati i numerosissimi valori delle lunghezze d'onda delle righe che costituiscono gli spettri dei diversi corpi.

Tali misure richiedono la conoscenza di un certo numero di lunghezze d'onda da utilizzare come riferimento. Si deve chiedere a questi valori di essere rigorosamente esatti in valore relativo, i valori assoluti importano poco in spettroscopia. La questione del valore assoluto sarà discussa più avanti (cfr. § 23) Queste misure di rapporti di lunghezza d'onda possono essere effettuate per mezzo di reticoli sia con misure angolari sia con il metodo delle coincidenze di Rowland. Da una ventina d'anni, tutti gli spettroscopisti utilizzano, come lunghezze d'onda di riferimento, quelle presi dalle tabelle di Rowland. I valori di Rowland sono stati determinati sullo spettro solare, mentre le sorgenti artificiali sono solitamente utilizzate per produrre lo spettro di confronto; c'è già una piccola incertezza a causa di ciò, perché la lunghezza d'onda di una stessa riga potrebbe non essere la stessa in tutti i casi. Inoltre, misurando con il loro metodo interferenziale le lunghezze d'onda di un certo numero di raggi solari, Perot e Fabry hanno mostrato che i valori di Rowland presentano errori sistematici, che possono raggiungere quasi il centomillesimo. Era quindi necessario rideterminare un certo numero di righe destinate a fungere da riferimenti fondamentali in tutte le misure spettroscopiche.

Hamy ha misurato con i suoi metodi 10 righe del cadmio prodotte da un tubo a vuoto, senza elettrodi.

Perot e Fabry hanno misurato 14 righe nello spettro visibile, prodotte dall'arco elettrico che scaturisce tra due aste di ferro.

Per soddisfare tutte le esigenze pratiche, è necessario un numero di righe molto maggiore. Fabry e Buisson hanno misurato, nello spettro visibile e ultravioletto, un gran numero di righe dello spettro dell'arco al ferro. La distanza di due di queste righe consecutive non arriva a 50 \AA , secondo l'auspicio espresso dalla riunione di Oxford. Lo spettro dell'arco al ferro può quindi sempre essere preso come spettro di confronto; questa sorgente è inoltre molto comoda da usare; è più facile da ottenere e più stabile dello spettro della scintilla, e soprattutto le righe sono più sottili.

21. Applicazione delle interferenze alla verifica delle superfici ottica

Quando si producono frange di lamina sottili mediante lo strato d'aria compreso tra due superfici di vetro (vedi § 11), si ottengono le curve di uguale spessore dello strato d'aria così formato. Queste curve indicano quindi la forma delle superfici giustapposte.

Questo metodo è stato introdotto nella costruzione di superfici ottiche dal produttore Laurent. Riuscì, per la prima volta, ad ottenere superfici rigorosamente piane. Se si sovrappone a una tale superficie un'altra superficie che si desidera studiare, e si esamina in luce monocromatica la lamina sottile così formata, le curve disegnano una vera e propria carta topografica, in curve di livello, della superficie da studiare. Viene utilizzata la luce gialla del sodio, la cui omogeneità è abbastanza sufficiente, perché le interferenze sono di basso ordine. Questo metodo di controllo delle superfici è ora ampiamente utilizzato dai costruttori.

Per la verifica di una lamina a facce parallele, Lummer ha indicato l'uso degli anelli che una tale lastra dà per riflessione (vedi § 12). Usando una piccola parte della lamina, gli anelli possono essere visti anche quando il parallelismo dei volti non è perfetto. La lamina viene quindi fatta scorrere sul proprio piano, in modo da utilizzare successivamente le varie parti. Se la sua dimensione è perfetta, gli anelli non cambiano; in caso contrario, gli anelli si contraggono o si stringono e si sa immediatamente quali sono regioni in cui la essa è più spessa.

22. Applicazione delle interferenze alla misura di piccoli spostamenti o piccole deformazioni

In un fenomeno di interferenza da parte di un sottile strato d'aria, se una delle superfici si sposta, tutte le frange si spostano simultaneamente. Da cui un metodo estremamente sensibile per osservare e misurare esattamente piccoli spostamenti. Con la luce del sodio ($\lambda = 0,589\mu$), basta uno spostamento di circa $0,3\mu$ perché una frangia si sostituisca alla successiva. Uno spostamento di $1/20$ di frangia è sempre molto facilmente osservabile; basta, per produrlo, che la superficie mobile di sposti di $0,015\mu$ ($1/70000$ di mm.)

Questo procedimento di misura estremamente significativo è dovuto a Fizeau, che lo ha applicato alla misura dell'espansione di corpi solidi su campioni di pochi millimetri di spessore. Studiò in particolare la dilatazione dei cristalli. Benoit applicò lo stesso metodo alla misura delle dilatazioni dei metalli; ottenne risultati precisi come quelli forniti dallo studio con il regolo comparatore di m1 metro. Scheel (1907) ha applicato lo stesso metodo alla misura delle dilatazioni a temperature molto basse.

Un gran numero di altri problemi può essere affrontato, utilizzando le interferenze per la misura di spostamenti molto piccoli. Ci limiteremo a citare alcuni casi. Cornu ha così studiato le deformazioni elastiche del vetro; Grüneisen (1907) costruì uno strumento interferenziale per lo studio delle deformazioni elastiche dei metalli. Jobin ha costruito, sulle indicazioni di Mesnager, un dispositivo per lo studio delle deformazioni elastiche di parti metalliche di un ponte dopo il suo completamento. Defforges studiò gli spostamenti della colonna, che ne sosteneva il pendolo. Perot e Fabry hanno costruito un elettrometro assoluto in cui la distanza tra le piastre viene misurata e contrassegnata da interferenze, ecc.

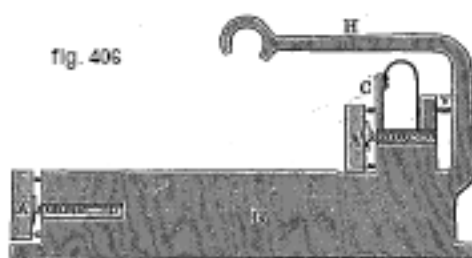
23. Confronto del metro con la lunghezza d'onda della radiazione definita

Il Metro è la lunghezza di un righello graduato, conservato al Bureau Internazionale dei Pesi e delle Misure. C'è il massimo interesse nel confrontare questa lunghezza con una lunghezza naturale che possiamo essere sicuri di trovare in ogni momento. Tuttavia, affinché questo confronto sia davvero utile, è necessario che il confronto sia possibile con una precisione paragonabile a quella con cui si definisce il metro, cioè a quella con cui si possono confrontare due righelli metrici di primo ordine. Ora, tale confronto comporta un'incertezza leggermente superiore al decimo di

micron, e di conseguenza un errore relativo dell'ordine di un decimilionesimo; è una precisione di quest'ordine che è desiderabile raggiungere nel confronto del metro con una lunghezza naturale destinata a fungere da garante dell'invariabilità dell'unità fondamentale del nostro sistema di misure. I fondatori del sistema metrico avevano pensato di utilizzare per questo, sia la lunghezza del meridiano terrestre, sia la lunghezza del pendolo che batte il secondo in un dato luogo. È particolarmente necessario che la misura di queste lunghezze possa essere fatta con sufficiente precisione per trovare, con la precisione desiderata, il metro, in caso di scomparsa del campione fondamentale.

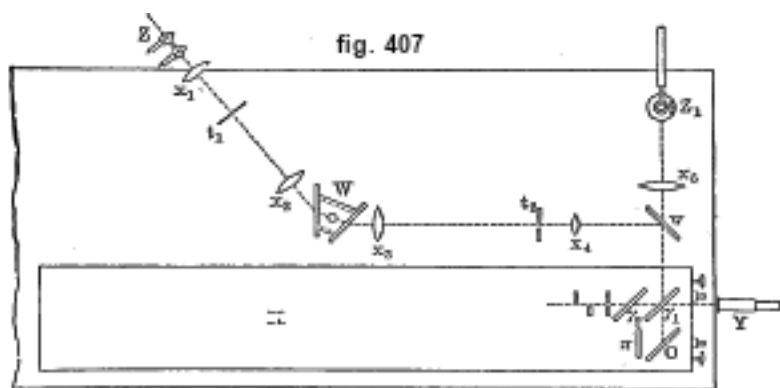
Michelson è stato il primo a dimostrare che la lunghezza d'onda di una radiazione ben definita può svolgere questo ruolo: la sua scoperta di righe spettrali estremamente sottili fornisce una radiazione sufficientemente ben definita per questo, e ha ideato un metodo che consente di effettuare il confronto con il metro con la precisione desiderata. Prima di lui erano state effettuate misure di lunghezze d'onda in valore assoluto per mezzo di reticoli. Queste misure presentano grandissime difficoltà; ora sappiamo che i valori accettati da Rowland per i valori assoluti delle lunghezze d'onda sono errati di $1/35000$ in valore relativo.

Il metodo Michelson è stato applicato presso il Bureau Internazionale dei Pesi e delle Misure, con l'assistenza di Benoit. Daremo alcune indicazioni su questo importante lavoro.



Inoltre, furono costruiti nove campioni. il più lungo dei quali era di circa 10 cm , il successivo di 5 , il terzo $2,5$, ecc., ognuno era circa la metà del precedente; la lunghezza del più piccolo era di circa $0,39\text{ mm}$. La figura 406 rappresenta la veduta esterna di quello di 10 cm . È un prisma metallico B, che sostiene due specchi A e A', che possono essere resi perfettamente paralleli tra loro. La distanza delle superfici riflettenti di questi specchi determina la lunghezza del campione. Si indicheranno questi campioni, cominciando dal più piccolo, con I, II, III, „, IX.

La disposizione generale degli strumenti è rappresentata in pianta sulla figura 407 (confrontare con lo schema, figura 402 del dispositivo interferenziale). Tra la lamina γ_1 e lo specchio n della figura 402, la luce si riflette a 45° sullo specchio O (fig. 407), ciò che la riporta sullo specchio π . D'altra parte, lo specchio p della figura 402 è sostituito da due dei campioni, di cui i 4 specchi sono visibili sulla figura 407. Sullo specchio π è tracciato un reticolo di linee formanti un reticolo rettangolare, e questo specchio è sufficientemente grande perché il piano di riferimento copra, in qualche modo, le superfici dei due campioni. La sorgente di luce è un tubo a vapore di cadmio illuminato dalla scarica di una bobina a induzione. È posta in Z. La luce che emette attraversa un dispositivo dispersivo, che consente, grazie allo schermo t_2 di isolare a piacere una delle radiazioni emesse dal tubo. I raggi così isolati cadono nello strumento interferenziale per riflessione sullo specchio w . Si osservano le frange mediante il cannocchiale Y. Nell'osservazione delle frange di uguale spessore, ci si serve di una fiamma bianca, o della luce del sodio; queste sorgenti di luce sono poste in Z_1 e illuminano lo strumento interferenziale sopprimendo lo specchio w .

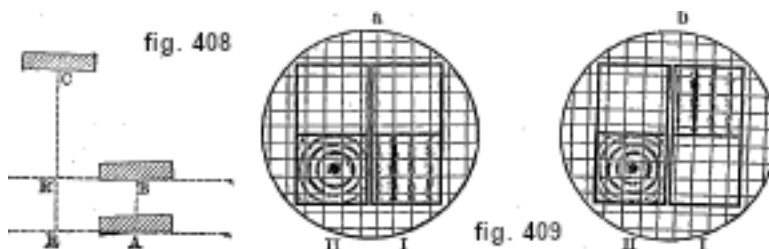


I vapori di cadmio emettono, nello spettro visibile, quattro radiazioni, le cui lunghezze d'onda hanno approssimativamente i seguenti valori:

$$\begin{array}{ll} \lambda = 0,64388\mu & \text{(rosso)} \\ \lambda = 0,50863\mu & \text{(verde)} \\ \lambda = 0,48000\mu & \text{(blu)} \\ \lambda = 0,46789\mu & \text{(viola)} \end{array}$$

La riga rossa è perfettamente semplice; la verde è accompagnata da un satellite molto debole, la blu e la viola sono più complesse. Le misure definitive riguardano solo le prime tre radiazioni. L'insieme della misura è divisa in tre parti.

PRIMA PARTE. - Determinazione del numero di lunghezze d'onda contenute nel campione I (il più piccolo, che è circa $0,39\text{ mm}$). A tale scopo il campione I e uno qualsiasi degli altri vengono affiancati, come mostrato in fig. 408. A e B sono gli specchi del campione I, C lo specchio inferiore dell'altro.



Il piano di riferimento è esattamente parallelo a C, ma forma un piccolo angolo con A e B, essendo l'intersezione dei due piani verticale. G è illuminato con la luce rossa del cadmio, che permette di vedere gli anelli all'infinito, mentre il lato A è illuminato con la luce bianca o quella del sodio, che permette di vedere le frange di uguale spessore; queste sono visibili in luce bianca quando il piano di riferimento ha una posizione opportuna. Il piano di riferimento essendo in R (fig. 408), si hanno le frange in luce bianca su A, e l'aspetto offerto dai quattro specchi è quello della figura 409 a. Si sposta poi lo specchio π (fig. 407), e quindi il piano di riferimento, fino ad arrivare in R' (fig. 408). Le frange in luce bianca sono quindi visibili in B, e l'aspetto è quello della figura 409 b. Queste frange vengono riportate nella stessa posizione di prima, posizionandosi sulla griglia del piano di riferimento. In questo spostamento gli anelli subiscono uno spostamento continuo; si conta il numero di anelli che passano; questo numero è quello delle semi lunghezze d'onda contenute nel campione I. Si trovò che il campione I contiene $p = 1212,35$ mezze lunghezze d'onda della riga rossa. Essendo noti approssimativamente i valori relativi delle lunghezze d'onda delle 3 righe, se ne dedussero, entro pochi centesimi, i numeri di lunghezze d'onda delle tre radiazioni contenute nel campione.

Questi numeri sono stati confermati dal metodo degli eccedenti frazionari, che è stato di grande aiuto durante tutto il corso delle misurazioni: un errore di una unità può facilmente verificarsi

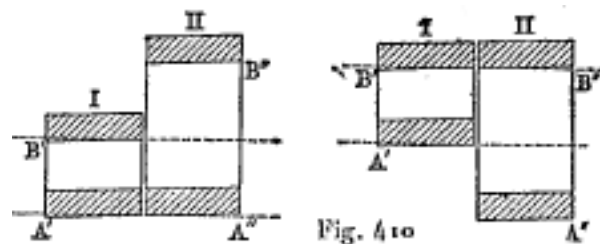
nel conteggio delle 1212 frange che passano nello spostamento del piano di riferimento, ma la parte frazionaria del numero p di semi lunghezze contenute nel campione è facile da determinare molto esattamente. Infatti, se il piano di riferimento è messo in una qualsiasi posizione, davanti o dietro A e B (fig. 408), si può, illuminando con luce rossa, ottenere due sistemi di anelli, uno prodotto da A l'altro da B. Il numero p è la differenza degli ordini di interferenza al centro di questi due sistemi di anelli. Le parti intere sono sconosciute, ma le parti frazionarie sono facili da determinare, usando il compensatore. La loro differenza dà la parte frazionaria di p . Si può fare la stessa determinazione sulle tre radiazioni, e si conoscono così le parti frazionarie dei tre numeri analoghi p, p', p'' . D'altra parte, supponendo esatto il conteggio delle frange rosse, si conosce la parte intera di p , e di conseguenza il numero p stesso. Si ha inoltre

$$\frac{p}{p'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad (13.0.17)$$

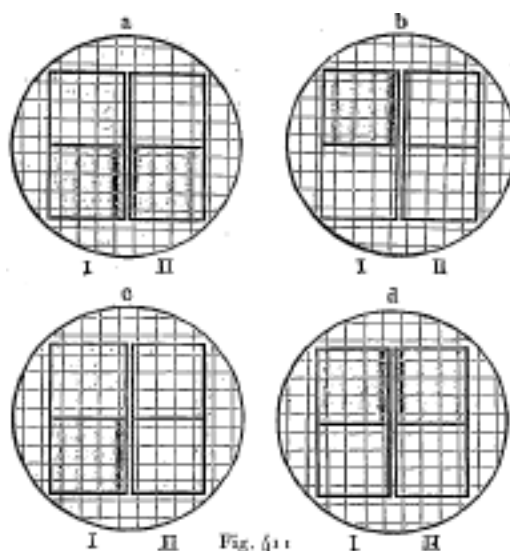
Si hanno già valori approssimati del rapporto λ/λ' ; si potrà quindi calcolare un valore molto approssimato di p' . La parte frazionaria di questo numero dovrà coincidere con quella data dall'esperienza. Lo stesso per p'' . Se la concordanza non si verifica è per la presenza di un errore sulla parte intera di p , e alcune prove permetterebbero di trovare il valore esatto.

Si conoscono allora con certezza i valori p, p', p'' delle tre semi lunghezze d'onda contenute nello standard I.

L'equazione (18) permette quindi di trovare un valore, più vicino di quello da cui si è partiti, dei rapporti delle lunghezze d'onda.



PARTE SECONDA. - Confronto successivo dei campioni I e II, II e III, ecc. Siano i campioni I e II. Sono posti accanto (fig. 410, a sinistra), in modo che il piano di riferimento R intersechi le superfici A' e A''. In luce bianca si ottiene l'aspetto (fig. 411a). Il piano R è stato quindi spostato fino a tagliare il piano B, cioè dalla lunghezza l_1 di questo campione, ciò che dà la forma (fig. 411 b). Senza toccare il piano di riferimento, lo standard I, si spostava il campione I fino a che questo piano il piano A' interseca il piano R, che riporta i campioni nella posizione (fig. 410, a destra). L'aspetto delle frange era allora quello di figura 411c. Infine, si spostava il piano R fino all'intersezione con B'. Se il campione II fosse esattamente il doppio di I, si troverebbe l'aspetto delle frange (fig. 411d). Ma in realtà questa uguaglianza non è rigorosa; si ha $l_2 = 2l_1 + 1\alpha$, dove α indica una piccolissima quantità. Ruotando il compensatore si arriva all'aspetto d , che determina α . Conoscendo il numero di ogni lunghezza d'onda contenuta nel campione I, si deduce allora il numero di lunghezze di onde contenute in II. Tuttavia, il numero così trovato (sempre esatto, in realtà a meno di una unità) è considerato solo come un valore approssimato. Si misura direttamente la parte frazionaria, per le tre radiazioni del Cadmio, e la conoscenza di queste frazioni permette di verificare l'ipotesi fatta sulla parte intera. Si hanno allora, senza alcuna incertezza, i numeri di lunghezze d'onda contenute nel campione II, e la conoscenza di questi numeri dà un valore più vicino per i rapporti delle lunghezze d'onda.



Si passa così al campione III, poi al IV, e così via, fino al IX (standard di 10 cm). Ogni misura determina i numeri di λ contenuti nel campione, e si ha un valore più approssimativo dei rapporti delle tre lunghezze d'onda, valore che servirà a confermare la parte intera nella misura successiva.

TERZA PARTE. - In tutto questo, non è solo questione dei rapporti delle lunghezze d'onda, ma il Metro non è ancora intervenuto. Lo si confronterà con il campione IX. Si può spostare un campione esattamente della sua propria lunghezza: fissato il piano di riferimento, si portano le frange bianche in successione su entrambi i lati del campione. Si sposta così 10 volte il campione della sua propria lunghezza, e si confronta con il metro la quantità totale di cui si è spostato un segno di riferimento fissato al campione. Si conosce allora il campione IX in funzione del Metro, e si ha d'altra parte il numero di ciascuna lunghezza d'onda in esso contenuta; si ha quindi il valore di ciascuno di essi in metri. Si è trovato, per i valori delle lunghezze d'onda nell'aria a 15° e 760 millimetri:

$$\lambda = 0,64384722\mu \quad \lambda = 0,50858240\mu \quad \lambda = 0,47999107\mu$$

Questo stesso problema è stato affrontato da Benoit, Fabry e Perot, utilizzando le frange a lama argentate di Perot e Fabry. Le misure si riferivano solo alla riga rossa del cadmio. Un campione di 1 metro, sia metrologico che ottico, è costituito da un prisma di invar, che sostiene due specchi piani, le cui facce argentate si fronteggiano. Anche le facce superiori di questi vetri sono lucidate e argentate; si sono tracciati dei tratti su di essi, come sui righelli metrici. Per questo, si hanno altri 4 campioni, simili al primo; ma che non hanno tratti, e sono quindi puramente ottici; ciascuno è sostanzialmente la metà del precedente, e quindi il più piccolo ha circa 62,5 mm. Utilizzando le frange di sovrapposizione (vedi § 15), si misura in lunghezze d'onda la differenza tra ciascuno e il doppio del successivo. Il campione più piccolo viene misurato direttamente in lunghezze d'onda, utilizzando il metodo delle coincidenze (vedi § 24). Infine, è stata misurata in lunghezze d'onda la somma delle piccole distanze che separano i tratti del campione di 1 metro dalle superfici argentate vicine.

Queste misurazioni hanno dato un numero molto vicino a quello di Michelson: $\lambda = 0,64384696$ in aria secca a 15° e 760 millimetri di pressione.

La conoscenza del valore assoluto di una lunghezza d'onda non è solo un dato importante per garantire la conservazione indefinita del nostro sistema di misure: si è visto che metodi relativamente semplici consentono di confrontare le lunghezze d'onda tra loro; basta conoscerne uno in valore assoluto perché tutti gli altri possano esserlo; le esperienze descritte devono quindi servire razionalmente come base per tutte le misure spettroscopiche. Inoltre, metodi molto

precisi consentono di misurare le lunghezze utilizzando l'interferenza (vedere § 24). Le lunghezze così misurate sono naturalmente espresse in funzione di una lunghezza onda; sarebbero inutili se la lunghezza d'onda non fosse essa stessa nota in funzione del metro.

24. Metodi ottici per la misura delle lunghezze

Si è visto che le interferenze forniscono un mezzo molto preciso per valutare spostamenti molto piccoli; il problema trattato qui è un altro: si tratta di misurare una lunghezza reale, come le dimensioni di un corpo solido, la lunghezza un righello, ecc.

Il metodo si riduce sempre a questo: produrre un fenomeno di interferenza in cui la differenza di percorso sia la lunghezza da misurare (o questa moltiplicata per un fattore noto) e determinare questo ordine di interferenza. Questo è costituito da una parte intera, più una frazione. La frazione è sempre facilmente misurabile. Non è sempre così per la parte intera, che diventa rapidamente molto grande non appena la lunghezza cessa di essere molto piccola. Per questo sono stati usati vari metodi: tutti consistono, come il metodo degli eccedenti frazionari di Michelson, nel coinvolgere più radiazioni di cui sono noti i rapporti di lunghezza d'onda.

Le misurazioni delle lunghezze in lunghezze d'onda possono fornire una precisione molto elevata, perché la lunghezza presa come unità è estremamente piccola; per di più, questa unità che ora nota molto esattamente in funzione del Metro, si trova ovunque, senza che si debba far intervenire un campione materiale, sempre soggetto a variazioni.

I primi tentativi sono stati fatti da Macé de Lépinay, che ha utilizzato le frange Talbot per misurare lo spessore di una lamina trasparente; la quantità che viene misurata è quindi $(n-1)e$, essendo n l'indice della lamina ed e il suo spessore. Si deve quindi misurare n , ciò che si faceva su un prisma della stessa sostanza (quarzo), con il metodo del prisma. Bisogna ammettere la perfetta omogeneità della sostanza; inoltre, è estremamente difficile misurare l'indice con una precisione che consenta di raggiungere la 6^a cifra decimale.

Benoit ha utilizzato l'apparato di Michelson per le misure di lunghezza. Si può misurare in lunghezze d'onda un campione (vedi § 23); inoltre, il dispositivo consente di spostare il campione di una quantità esattamente uguale alla propria lunghezza. Si ha quindi un mezzo per fare uno spostamento esattamente noto; questo può essere applicato allo studio di righelli graduati; è quanto ha fatto Benoit, che ha studiato i righelli graduati in millimetri, operazione molto delicata con i metodi ordinari della metrologia.

Fabry e Perot hanno mostrato che le loro frange di lamine argentate presentano risorse molto grandi per applicazioni metrologiche. Quando il dispositivo è illuminato da due luci monocromatiche, si hanno separazioni e ricomposizioni di frange, che avvengono per numeri d'ordine calcolabili. La loro osservazione è di grande aiuto nel determinare un numero d'ordine di frangia. Le frange di sovrapposizione permettono di vedere che due lunghezze sono rigorosamente uguali, oppure di prenderne una metà, un quarto, ecc. di una lunghezza data, ciò che ne facilita la misura, e permette di misurare lunghezze assai più grandi di quelle che si possono raggiungere direttamente in luce monocromatica. Infine, per misurare piccoli spessori, essi costruirono una lamina campione, una lamina sottile a facce argentate, il cui spessore varia da un'estremità all'altra, nel senso della lunghezza. Si può studiare in anticipo, in luce monocromatica, gli spessori in vari punti. Per misurare un piccolo spessore d'aria, basta produrre frange di sovrapposizione mediante questa lamina da misurare e la lamina campione, e notare il punto in cui cade la frangia bianca; la misura è istantanea.

25. Massa di un decimetro cubo d'acqua

È una delle costanti fondamentali della metrologia. Il chilogrammo è stato costruito in modo tale che la sua massa sia, per quanto possibile, quella di un decimetro cubo d'acqua a 4°. Ma è

evidente che ciò può essere fatto solo in modo più o meno approssimato, e che di conseguenza è necessario determinare esattamente la massa di un decimetro cubo d'acqua. Il metodo da seguire è questo: prendere un corpo solido di semplice forma geometrica, misurarne le dimensioni, per poterne calcolare il volume in decimetri cubi, quindi determinare, pesando in acqua, la massa d'acqua che sposta. (È lo stesso pesare il corpo e poi determinarne la densità). In questo insieme di operazioni le pesate non presentano difficoltà; non è così per le misure di lunghezza, che devono essere eseguite con estrema precisione. Supponiamo di voler avere la massa di un decimetro cubo d'acqua a 1 mg (cioè con una precisione relativa di 1 milionesimo); ammettiamo che il solido utilizzato sia un cubo di 1 decimetro di lato (che è già un solido grande); si vedrà facilmente che le lunghezze dovranno essere misurate intorno a $\frac{1}{30}$ di micron.

Diverse misure, effettuate nel corso del XIX secolo hanno dato risultati assolutamente discordanti.

Il problema è ora risolto, grazie, in larga parte, alle misure di interferenza.

Chappuis ha utilizzato cubi di vetro, le cui dimensioni erano misurate utilizzando il dispositivo di Michelson. Fabry, Macé de Lépinay e Perot utilizzarono un cubo di quarzo, le cui dimensioni erano misurate dalle frange di lamine argentate.

Macé de Lépinay aveva usato le frange di Talbot; il risultato è un po' incerto per la necessità di conoscere l'indice. Macé de Lépinay, Buisson e Benoit hanno utilizzato un metodo che non coinvolge altra superficie che quella del cubo da misurare, e che dà sia lo spessore che l'indice: Si osservano per riflessione gli anelli all'infinito prodotti dalla lamina da misurare; la differenza di cammino che interviene è quindi un $2ne$. D'altra parte, si osserva l'interferenza dei raggi che hanno attraversato la lamina con quelli che sono passati a fianco (come nelle frange di Talbot, ma in luce monocromatica); la differenza di cammino è quindi $(n-1)e$. Si conoscono allora le due quantità $2ne$ e $(n-1)e$, che ci permettono di calcolare n ed e .

Infine, Guillaume ha effettuato una serie di misurazioni su cilindri metallici, le cui dimensioni erano misurate con i metodi ordinari della metrologia, senza utilizzare interferenze.

Queste diverse esperienze hanno portato a risultati molto concordanti, e si può ammettere che la massa del decimetro cubi di acqua a 4° è

$$999,972$$

o

$$1\text{ chilogrammo} - 28\text{ milligrammi}$$

con errore di qualche milligrammo.

26. Applicazione delle interferenze allo studio degli indici di rifrazione

Una lunghezza e di un mezzo di indice n ha una lunghezza ottica ne . Da qui la possibilità di misurare gli indici mediante osservazioni di interferenze.

Il metodo di Macé de Lépinay e Buisson (§ 25) dà l'indice di una lamina a facce parallele. È così possibile determinare gli indici con una precisione di poche unità del 7° ordine. Nessun altro metodo può raggiungere questa precisione. Confrontando gli indici di vari campioni di quarzo, Buisson ha mostrato che gli indici non sono rigorosamente costanti; variano anche le altre proprietà (densità, dilatazione, potere rotatorio). Il quarzo non è un corpo rigorosamente definito.

Il metodo interferenziale è stato applicato soprattutto alla misura degli indici dei gas, ovvero allo studio di piccolissime variazioni di indice. Prendiamo il caso dei gas.

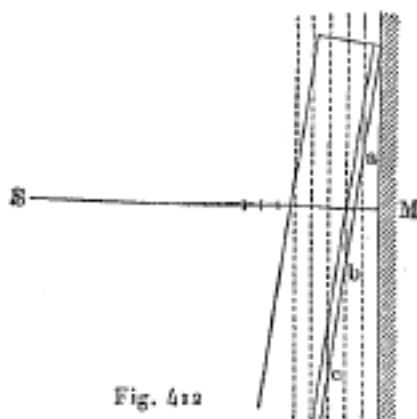
Si produce un sistema di frange per mezzo di un dispositivo in cui i raggi interferenti sono ben separati, ad esempio il dispositivo di Jamin. Uno dei raggi attraversa un tubo pieno del gas da studiare. Si misura lo spostamento delle frange quando si crea il vuoto in questo tubo. Se si

vogliono effettuare le misure per le diverse radiazioni dello spettro (cioè studiare la dispersione del gas), si può utilizzare uno spettro scanalato. È in questo modo che sono stati ottenuti tutti i risultati precisi sugli indici dei gas (il metodo del prisma è incomparabilmente meno preciso e non è stato applicato dall'invenzione del metodo dell'interferenza). Da segnalare le misure di Ketteler, Mascart, Lorenz, Chappuis e Rivièrè, Benoit, Kayser e Hunge, Perreau, Ramsay e Travers, Scheel. (I risultati qui riportati sono stati quasi tutti dedotti da misure interferenziali e non, come si potrebbe pensare, da misure con prismi).

Infine, i metodi interferenziali consentono di studiare variazioni dell'indice molto piccole, ad esempio con la temperatura. Jamin ha studiato così la variazione dell'indice dell'acqua in funzione della temperatura. Ognuno dei fasci attraversa un serbatoio d'acqua e si misura lo spostamento delle frange quando si fa variare la temperatura di uno di essi.

27. Onde stazionarie. Fotografia a colori

Nell'interferenza di un raggio, cadente normalmente su una superficie riflettente, con il raggio riflesso, si producono, come abbiamo visto, onde stazionarie. La distanza di due nodi o di due ventri consecutivi è uguale a $\lambda/2$. Nei fenomeni di acustica si osservano molto facilmente tali onde stazionarie. Zenker indicò per primo (1867) la possibilità della formazione di onde luminose stazionarie: ha cercato di far intervenire questi fenomeni nella percezione delle sensazioni dei colori. Lord Rayleigh (1887) ha cercato di spiegare in questo modo le fotografie a colori che Becquerel aveva ottenuto. È O. Wiener che per primo riuscì, nel 1889, a osservare le onde stazionarie. Il metodo era il seguente: un vetrino M è argentato sulla sua faccia anteriore (fig. 412); i raggi di una sorgente luminosa omogenea S (fiamma di sodio) cadono normalmente sulla sua superficie. I raggi riflessi che interferiscono con i raggi incidenti formano un sistema di onde stazionarie; i nodi si trovano su piani paralleli alla superficie M, ciascuno posto alla distanza $\lambda/2$ l'uno dall'altro; sono mostrati in linee tratteggiate nella figura. Per osservarli si pone un secondo vetrino, ricoperto di collodio di cloruro d'argento, in modo da formare un angolo molto piccolo con la superficie M; i piani nodali intersecano questo strato impressionabile lungo le rette *a*, *b*, *c*, ecc., parallele al bordo dell'angolo diedro formato dalle due lamine di vetro.



Se le lastre sono illuminate da una sorgente S, lo strato sensibile viene impressionato; ma nei piani nodali, cioè lungo le rette *a*, *b*, *c*, non si produce azione della luce. Dopo lo sviluppo e la fissazione, si ottiene quindi una serie di frange lucide su fondo scuro. È essenziale che lo strato sensibile è estremamente sottile e trasparente, ciò che richiede l'uso di una speciale preparazione fotografica.

Lo stesso esperimento può essere ripetuto con incidenza obliqua. Esso dà allora risultati che dipendono dallo stato di polarizzazione della luce, e che saranno discussi in un altro capitolo.

L'esatta interpretazione di alcuni punti dell'esperienza di Wiener ha dato luogo a discussioni importanti, che è impossibile riassumere senza fare intervenire la teoria elettromagnetica della luce, e di cui non parleremo qui.

Izarn ha mostrato un modo semplice di ripetere l'esperimento di Wiener, utilizzando uno strato di gelatina bicromata.

Cotton è riuscito, sotto incidenza obliqua, a vedere direttamente i fenomeni delle onde stazionarie, senza ricorrere alla fotografia.

La fotografia a colori scoperta da Lippmann è in stretta dipendenza dal fenomeno che abbiamo appena considerato. Immaginiamo un grandissimo numero di lamine trasparenti sovrapposte, il cui spessore comune sarebbe uguale a $\lambda/2$, dove λ è la lunghezza d'onda di un raggio determinato qualsiasi nella sostanza delle lamine. Supponiamo inoltre che le lamine siano separate tra loro da strati di un'altra sostanza, che riflettono i raggi, ma che allo stesso tempo possiedono uno spessore molto piccolo rispetto a $\lambda/2$ e sono quindi sufficientemente trasparenti. Tali possono essere, ad esempio, strati molto sottili di argento. Supponiamo ora che i raggi bianchi cadano normalmente su un tale serie di lamine; si può allora affermare che la luce riflessa contiene quasi solo raggi di lunghezza d'onda λ . Ciascuno degli strati intermedi riflette infatti i raggi e la differenza di cammino dei raggi di lunghezza d'onda λ è uguale a un numero intero di lunghezze d'onda λ , poiché ciascuna coppia di strati riflettenti vicini è alla distanza $\lambda/2$ l'uno dall'altro, e quindi due qualsiasi strati sono distanti $N\lambda/2$, dove N è un numero intero. La differenza di cammino dei raggi riflessi da questi strati è doppia, vale a dire uguale a $N\lambda$. Ne consegue che tutti questi raggi si rafforzano a vicenda nell'interferenza. Consideriamo raggi di un'altra lunghezza d'onda λ' e supponiamo di avere, se non altro approssimativamente, la relazione $m\lambda/2 = (2m' + 1)\lambda'/4$, dove m e m' sono interi. In questo caso lo spessore totale di m strati contiene un numero dispari di quarti di lunghezza d'onda λ' , e di conseguenza i raggi riflessi dal primo e dal m^{esimo} , dal secondo e l' $(m + 1)^{\text{esimo}}$, dal terzo e $(m + 2)^{\text{esimo}}$, ecc., strati hanno una differenza di cammino, uguale a un numero dispari di semi lunghezze d'onda. Nell'interferenza si distruggono reciprocamente a coppie, o almeno danno un'intensità luminosa molto debole.

Possiamo, dopo queste considerazioni, passare al metodo della fotografia colori, scoperto da Lippmann. Un vetrino A (fig. 413) è ricoperto su un lato da uno strato B, formato da un'emulsione secca a grana estremamente fine di grande sensibilità. Il vetro A forma la parete di un recipiente, l'emulsione essendo sul lato interno, e si versa nel recipiente stesso del mercurio C. Se si illumina la lamina con normali raggi incidenti di determinata lunghezza d'onda λ , si ottengono, a causa della riflessione, raggi sulla superficie del mercurio formante uno specchio, onde stazionarie, e si formano all'interno dell'emulsione B, dopo lo sviluppo e la fissazione, strati molto sottili di argento a distanza $\lambda/2$ l'uno dall'altro. Se si illumina poi la lastra con raggi bianchi che cadono normalmente, si riflettono quasi solo, per il motivo appena indicato, raggi di lunghezza d'onda λ . Se i raggi che hanno agito originariamente erano rossi, la lastra ora appare rossa alla luce riflessa. Se si proietta uno spettro sulla lastra, si formano strati di argento, la cui distanza diminuisce verso l'estremità viola, e si vede allora uno spettro nella luce riflessa dagli strati. Lippmann è riuscito in questo modo ad ottenere stampe fotografiche a colori di vari oggetti. Neuhauss, Cotton, Izarn, Schütt, Meslin, Valenta, Zenker, Kirchner, Pfaundler, Leumann, Wiener, si sono occupati della teoria e applicazione pratica del metodo Lippmann.

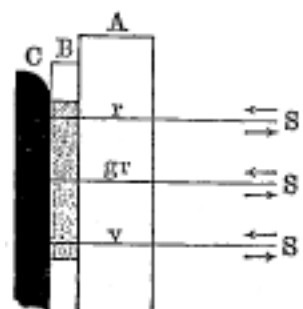


Fig. 413

Ci limiteremo a poche indicazioni. Neuhauss arrivò nel 1898, utilizzando un microscopio con ingrandimento di 4000 volte, a mostrare direttamente l'esistenza di sottili strati paralleli nelle pellicole, sulle quali si ottenevano fotografie a colori secondo il metodo di Lippmann; la distanza delle bande corrispondeva alla teoria ($\lambda/2$).

O. Wiener ha mostrato (1899) che, nella teoria delle apparenze date dalle fotografie realizzate con il procedimento Lippmann, è necessario tener conto della luce riflessa direttamente dalla superficie esterna della pellicola, cioè dalla superficie che, durante la posa, era a contatto con il mercurio. Questa luce modifica leggermente il colore presentato dalla pellicola per riflessione, in modo che la colorazione si sposta verso l'estremità rossa dello spettro. Wiener ha pure esaminato con attenzione i vecchi esperimenti di fotografia a colori.

Oussagine (a Mosca) ha ottenuto notevoli fotografie di spettri. Se si studiano per mezzo dello spettroscopio i raggi riflessi da una di queste fotografie, si ottiene, come ha mostrato da Starke, una riga netta su un fondo scuro, ma nella luce bianca trasmessa, una riga nera nitida sullo spettro continuo come sfondo. Questo mostra quanto siano omogenei i raggi dati dalle fotografie di Oussagine.

Nel 1899 sono apparsi lavori di O. Wiener e di H. Scholl, che hanno mostrato, che anche i fenomeni delle onde luminose stazionarie giocano un ruolo in dagherrotipia.

28. Battimenti luminosi. Risonanza ottica

Abbiamo fatto conoscere in acustica il fenomeno dei battimenti sonori che consiste, nel fatto che due suoni, i cui numeri di vibrazioni sono N_1 e $N_2 = N_1 + n$, danno per unità di tempo $n = N_2 - N_1$, rinforzi e indebolimenti del suono, cioè n battimenti. La questione se esista un fenomeno analogo per i raggi luminosi è di grande interesse. Ci si potrebbe aspettare un tale fenomeno nell'interferenza di due raggi di diverse lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 o, analogamente, di numeri di vibrazioni diversi N_1 e N_2 . Ma se si prendono, ad esempio, due raggi dello spettro della luce bianca, non si può sperare di ottenere dei battimenti; poiché, in primo luogo, la differenza $n = N_1 - N_2$ rappresenta sempre un numero molto grande, per quanto vicini l'uno all'altro vengano scelti; in secondo luogo, è dubbio che due raggi di lunghezza d'onda diversi, pur provenendo dalla stessa sorgente, siano in generale suscettibili di interferire, poiché probabilmente sono dovuti a differenti impulsi iniziali e di conseguenza provengono, per così dire, da differenti sorgenti. Si potrebbe sperare di ottenere battimenti luminosi dividendo un raggio in due altri, modificando con un metodo qualunque la lunghezza d'onda λ di uno di questi ultimi, e quindi facendoli interferire tra loro. Supponiamo che due raggi diano, se hanno la stessa lunghezza d'onda, un sistema di frange interferenziali in un piano qualsiasi. Se si modifica leggermente la lunghezza d'onda di uno dei raggi, l'intensità luminosa in ogni punto di questo piano dovrà mettersi ad oscillare tra un massimo e un minimo. Il risultato finale dovrebbe essere che *un movimento continuo delle frange di interferenza avvenga perpendicolarmente alla loro lunghezza*.

Righi (1883) fu il primo ad osservare un tale fenomeno. Non possiamo entrare in una descrizione dettagliata della sua esperienza, e ci limiteremo a indicare il principio fondamentale su cui si

basa. Abbiamo mostrato che una vibrazione armonica rettilinea poteva essere scomposta in due moti circolari, uno dei quali verso destra e l'altro verso sinistra. Ciò significa che un raggio polarizzato rettilineamente, come dato ad esempio da un prisma di Nicol, può essere sostituito da due raggi polarizzati circolarmente, uno dei quali è destrorso e l'altro sinistrorso. Il numero N di rotazioni è uguale al numero di vibrazioni del raggio polarizzato rettilineamente. Ma se si fa ruotare questo prisma attorno al suo asse, il raggio emergente è costituito, come hanno mostrato Airy e Verdet, da due raggi polarizzati circolarmente, e il numero di rotazioni è uguale a $N + n$ e $N - n$, essendo n il numero di rotazioni del nicol nell'unità di tempo. Con l'aiuto di questi due raggi, Righi è arrivato, trasformandoli in nuovamente in raggi polarizzati rettilineamente, facendoli interferire, a produrre effettivamente battimenti luminosi, cioè frange di interferenza, che si spostavano continuamente da una parte. Righi ha indicato sei metodi per osservare questi battimenti.

Va notato, tuttavia, che l'introduzione del battimento luminoso non è affatto necessario per fare la teoria dell'esperimento di Righi: si arriva esattamente allo stesso risultato semplicemente considerando il fenomeno come proveniente da una vibrazione polarizzata il cui piano di polarizzazione ruota di moto uniforme; il modo di vedere di Righi costituisce semplicemente un modo nuovo di considerare un fenomeno, che le leggi ordinarie dell'ottica hanno consentito di prevedere e studiare in tutti i suoi dettagli.

Corbino così come Righi hanno studiato la questione se sia possibile studiare dei battimenti utilizzando raggi di diversa lunghezza d'onda λ , in cui è divisa una riga spettrale, quando la sorgente luminosa è in un campo magnetico (Volume IV, fenomeno di Zeemann). Sono arrivati ad un risultato negativo.

La questione dei battimenti luminosi, come si vede da quanto detto, si trova intimamente connessa con quella della costituzione della luce bianca, cioè della sua produzione e del carattere delle vibrazioni che ad essa corrispondono. Gouy, Carvallo, Corbino (1901) e Planck (1902) si occuparono di questa importante questione. L'ultimo giunse a questo risultato, che due raggi, entrando nella costituzione della luce bianca, non possono in nessun caso interferire tra loro.

Abbiamo incontrato il fenomeno della risonanza in acustica, e studiato la costruzione di risuonatori, le cui dimensioni devono essere in un determinato rapporto con la lunghezza d'onda dei raggi sonori, per i quali sono accordati. Abbiamo parlato pure all'inizio di quest'opera della risonanza dei raggi elettrici.

Secondo le concezioni attuali, un raggio di luce è un fenomeno elettromagnetico e dobbiamo ammettere l'esistenza in un raggio polarizzato, di una vibrazione elettrica estremamente rapida, la cui direzione coincide probabilmente con quella lungo la quale avvengono le vibrazioni dell'etere nella teoria di Fresnel (Cap. XV). Da ciò dobbiamo ammettere che se un raggio cade su un corpo di dimensioni appropriate e nel quale sono possibili vibrazioni elettriche, questo raggio produce effettivamente tali vibrazioni nel corpo; agisce quindi come un risuonatore, riflettente per così dire rafforzando i raggi che cadono su di esso. Siccome la lunghezza d'onda λ dei raggi considerati è molto piccola, le dimensioni di questi risuonatori ottici devono essere pure molto piccoli.

La risonanza ottica, se si eccettuano alcuni lavori precedenti di Du Bois e Du Bois e Rubens (1893), è stata scoperta da Rubens e Nichols (1897). Essi ricoprirono diverse lastre di vetro con un sottile strato d'argento, che era diviso in rettangoli allungati usando una punta di diamante. La larghezza dei rettangoli era circa la stessa su tutte le lastre e pari a circa 5μ , mentre la lunghezza sulle cinque lastre impiegate aveva i seguenti valori:

1	2	3	4	5
∞	$6,5\mu$	$12,4\mu$	$18,0\mu$	$24,4\mu$

Sulla prima lastra lo strato d'argento era diviso solo in bande, la cui lunghezza era molto grande, rispetto a λ . Rubens e Nichols utilizzarono i restanti raggi della fluorite, per i quali

$\lambda = 23,7\mu$ e determinarono la percentuale R dei raggi incidenti riflessi, quando il vettore elettrico (la direzione delle vibrazioni) era in primo luogo perpendicolare e in secondo luogo parallelo alla lunghezza di questi rettangoli, che svolgevano qui il ruolo di risuonatori. Nel primo caso non poteva verificarsi alcuna risonanza, perché la larghezza delle bande (circa 5μ) era molto inferiore a una semi lunghezza d'onda. Nel secondo caso si poteva sperare in una risonanza, e di conseguenza anche in una riflessione rafforzata, quando la lunghezza delle bande era vicina a un multiplo della semi lunghezza d'onda, cioè nelle lastre 1, 3 e 5. Si è riscontrato, infatti, che la quantità di raggi riflessi dai rettangoli di metallo (ma non dalla superficie libera del vetro compresa tra loro) era nel primo caso più o meno la stessa per le cinque lastre, e si aveva $R = 20\%$ circa. Nel secondo caso, invece, R aveva, per le cinque lastre, i seguenti valori:

1	2	3	4	5
78,4%	22,7%	54,5%	32,9%	50,2%

Questi numeri mostrano chiaramente che qui si è effettivamente verificata una risonanza ottica per i raggi $\lambda = 23,7\mu$.

Kossonogoff (a Kiev) e Wood hanno scoperto e studiato quasi contemporaneamente (1902), fenomeni che, forse, si spiegano con la risonanza ottica nel campo dei raggi visibili. Essi otturarono con diversi procedimenti strati molto sottili di metalli su vetro. Si è riscontrato che questi strati metallici davano nella luce riflessa colori magnifici, che, a parità di metallo, potevano essere molto diversi, a seconda della modalità di preparazione dello strato. Lo studio microscopico ha mostrato che gli strati sono costituiti da grani diversi, le cui dimensioni corrispondono alla lunghezza d'onda dei raggi, che sono più fortemente riflessi dallo strato e determinano il colore di quest'ultimo. Se lo strato è ricoperto da un liquido, nel quale la lunghezza d'onda è inferiore a quella dell'aria, il colore dello strato cambia, si avvicina all'estremità rossa dello spettro. Il riscaldamento dello strato produce pure un cambiamento di colore. Tutto ciò sembra concordare con l'ipotesi che si tratti di un caso di risonanza ottica.

Kossonogoroff ha anche studiato (1903) le squame delle ali di alcune farfalle colorate. Su ciascuna di esse c'è un numero molto grande di grani molto piccoli, quasi sferici. Si è riscontrato che il diametro di questi grani era esattamente uguale alla lunghezza d'onda dei raggi, che corrispondono alla colorazione dell'ala nel luogo in cui sono state prese le squame.

Un rivolo di vapore acqueo mostra, nella luce riflessa, diversi colori, in determinate circostanze, ad esempio, quando vengono soffiati vapori di acido solforico. Bock (1903) determinò la dimensione delle goccioline d'acqua nelle parti variamente colorate del rivolo di vapore e trovò che anche qui il diametro delle goccioline era uguale alla lunghezza d'onda del corrispondente raggio colorato. È possibile che in molti altri casi in cui osserviamo superfici colorate, il colore sia dovuto alla risonanza ottica.

Ma i recenti lavori teorici di Pockels (1904), Ehrenhaft (1904) e Scotti (1904) mettono in dubbio che nelle osservazioni precedenti, si abbia effettivamente una risonanza in tutti i casi. La questione va quindi considerata ancora aperta.

29. Interferenza dei raggi invisibili

Inutile dire che i raggi, i raggi infrarossi e ultravioletti interferiscono nelle stesse condizioni dei raggi luminosi e lo stesso vale per i raggi elettrici. Fizeau e Foucault hanno mostrato, partendo da questa idea, che i raggi luminosi e i raggi calorifici esistono indipendentemente gli uni dagli altri, che un termometro si riscalda più fortemente nelle frange di interferenza luminose, ottenute per mezzo di due specchi, che nell'oscurità. Si comprende che questa esperienza non aggiunge nulla di nuovo a ciò che già sappiamo. Lo stesso si può dire delle opere successive di Knoblauch, Seebeck, ecc. In seguito sono state effettuate numerose osservazioni delle frange di interferenza

nella parte infrarossa dello spettro utilizzando il bolometro e nella parte ultravioletta utilizzando la fotografia.

H. Hertz realizzò, invece, una serie di esperimenti, in cui si produceva l'interferenza dei raggi elettrici, emananti da un eccitatore e riflessi da una superficie metallica. Utilizzando un risonatore, ha potuto studiare le onde stazionarie che si formavano, determinare le posizioni dei nodi e dei ventri, misurarne la distanza e quindi trovare la lunghezza d'onda λ , poi utilizzando la formula $\lambda = vT$ calcolare la velocità v di propagazione dei raggi elettrici, conoscendo la durata T delle vibrazioni, che calcolò in base alle dimensioni dell'eccitatore.

Torneremo più dettagliatamente nel volume IV su questi esperimenti, come anche su altri, in cui si produce pure l'interferenza dei raggi elettrici.

Indice

1	Introduzione	7
2	Trasformazione dell'energia termica in radiante e viceversa	33
3	Velocità di propagazione dell'energia radiante	79
4	Riflessione dell'energia radiante	93
5	Rifrazione dell'energia radiante	115
6	L'indice di rifrazione	167
7	Dispersione dell'energia radiante	197
8	Trasformazione dell'energia radiante	307
9	Misura dell'energia radiante	329
10	Strumenti di Ottica	363
11	Nozioni di ottica fisiologica	399
12	Fenomeni ottici nell'atmosfera	419
13	Interferenza della luce	441